

**Programma del corso di Analisi Matematica 1**  
**CdL Fisica e Matematica - a.a. 2022/2023**  
**prof. Alessandro Fonda**

**1. Insiemi numerici**

I numeri naturali e il principio di induzione. La formula del binomio di Newton. L'insieme  $\mathbb{R}$  dei numeri reali. Estremo superiore e inferiore. La radice quadrata. Densità dei razionali e degli irrazionali. Teorema di Cantor sulle successioni di intervalli inscatolati. Primo teorema di Bolzano-Weierstrass. Il campo dei numeri complessi. Lo spazio  $\mathbb{R}^N$ : prodotto scalare, norma, distanza.

**2. Funzioni continue e limiti tra spazi metrici**

Spazi metrici: intorni, insiemi aperti, insiemi chiusi. Interno e chiusura di un insieme. Continuità di funzioni tra spazi metrici, e in particolare delle funzioni di  $\mathbb{R}^N$  in  $\mathbb{R}^M$ . Somma, differenza, prodotto, quoziente, composizione di funzioni continue. Il teorema degli zeri. Esponenziale e logaritmo. Continuità della funzione inversa. Le funzioni trigonometriche. Punti di accumulazione. Limite di una funzione tra spazi metrici. Operazioni con i limiti. Formula di cambiamento di variabile. Teorema dei due carabinieri. Limiti delle restrizioni: limite destro e sinistro. Funzioni monotone. La retta ampliata e sue proprietà relative ai limiti. Limiti di successioni. Il numero di Nepero e il numero "pi greco". Limiti notevoli per l'esponenziale, il logaritmo e le funzioni trigonometriche. Teorema di Bolzano-Weierstrass. Compattezza, massimi e minimi: il teorema di Weierstrass. Completezza, teorema di Heine.

**3. Calcolo differenziale per funzioni reali di una variabile reale**

La derivata come limite del rapporto incrementale. Derivate successive. Regole di derivazione: somma, prodotto, quoziente, funzioni composte, inverse. Teoremi di Rolle, di Lagrange e di Cauchy. Regole di de l'Hôpital. Caratterizzazione delle funzioni derivabili monotone. Funzioni convesse e concave. Studi di funzione. Formula di Taylor con resto di Lagrange. Cenni sulle funzioni analitiche e la funzione esponenziale complessa.

**4. Calcolo Integrale per funzioni reali di una variabile reale**

Somme di Riemann su P-partizioni. Nozione di finezza rispetto a un calibro. Funzioni integrabili secondo Kurzweil e Henstock. Proprietà elementari dell'integrale. Teorema fondamentale del calcolo differenziale e integrale. Primitivazione e integrazione per parti e per sostituzione. Funzioni integrabili secondo Riemann e secondo Lebesgue. Integrabilità delle funzioni continue.

**Testi di approfondimento**

M. Dolcher, Elementi di Analisi Matematica, Ed. Lint

E. Giusti, Analisi Matematica 1, Ed. Boringhieri

C.D. Pagani, S. Salsa, Analisi Matematica 1, Ed. Zanichelli

G. Prodi, Analisi Matematica, Ed. Masson