

Nome e Cognome

Esercizio 1. (4+4 pt) Si calcolino i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow \frac{9}{2}\pi} \frac{\tan(2x)}{9\pi - 2x} = \boxed{}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{1 - \ln \frac{2x^2+1}{3x^2-1}} = \boxed{}.$$

Esercizio 2. (8 pt) Si studi la funzione

$$f(x) = \frac{(x-1)^2}{2x+1},$$

determinando:

i) Dominio:

ii) Limiti importanti:

iii) Eventuali asintoti:

iv) Derivata prima $f'(x) =$
e suo segno.

v) Intervalli di crescita e decrescenza. Eventuali punti di massimo e di minimo locali o globali.

vi) Derivata seconda $f''(x) =$
e suo segno.

vii) Intervalli di convessità e concavità. Eventuali punti di flesso.

viii) Eventuali simmetrie.

ix) Grafico di f .

Esercizio 3. (3+2+2 pt) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione convessa tale che

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty.$$

Dimostrare che:

i) f non si può annullare più di una volta;

ii) f è strettamente crescente;

iii) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

Esercizio 4. (4+4 pt) Si calcolino i seguenti integrali:

$$\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} |\tan x| dx = \boxed{}, \quad \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} x |\tan x| dx = \boxed{}.$$