

Esame di Analisi Matematica 1 – 01/09/2022

Nome e Cognome

Corso di studi Del Santo Fonda

N.B.: scrivere le risposte nei riquadri e svolgere i calcoli a giustificazione delle risposte negli spazi tra un testo e l'altro. Aggiungere fogli **solamente** se serve ulteriore spazio. Non consegnare la brutta copia.

Esercizio 1. (2+3+2+3 pt)

Si calcolino, se esistono, i seguenti limiti, giustificando le risposte.

i)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x + \sin x} = \boxed{},$$

ii)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x \cdot e^{\log^2(-x)} = \boxed{},$$

iii)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sqrt{x+1}} - e^{\sqrt{1-x}}}{x} = \boxed{},$$

iv)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x(x - \sqrt[3]{x^3 - 1}) = \boxed{}.$$

Esercizio 2. (8 pt)

Si studi la funzione

$$f(x) = (1+x)e^{1-x},$$

determinando:

i) Dominio:

ii) Segno:

iii) Limiti agli estremi del dominio:

iv) Eventuali asintoti:

v) Derivata prima $f'(x) =$
e suo segno.

vi) Intervalli di crescita e decrescenza. Eventuali punti di massimo e di minimo locali o globali.

vii) Derivata seconda $f''(x) =$
e suo segno.

viii) Intervalli di convessità e concavità. Eventuali punti di flesso.

ix) Grafico di f .

x) Dire, al variare di α in \mathbb{R} , quante soluzioni ha l'equazione

$$e^{1-x} = \frac{\alpha}{x+1}.$$

Esercizio 3. (2+3 pt)

Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile tale che, per ogni $n \in \mathbb{N}$,

$$f(2n) = n \quad \text{e} \quad f(2n + 1) = -n.$$

i) Si provi che f è suriettiva.

ii) Si provi che f' è suriettiva.

Esercizio 4. (2+2+3 pt)

Si calcolino i seguenti integrali e relativo limite.

i)

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \cos x \, dx = \boxed{},$$

ii)

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x+1}} \, dx = \boxed{},$$

iii)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\int_0^{\sqrt{x}} e^{t^2} \, dt}{\sqrt{x} e^x} = \boxed{}.$$