

Esame di Analisi Matematica 1 – 15/09/2022

Nome e Cognome

Corso di studi Del Santo Fonda

N.B.: scrivere le risposte nei riquadri e svolgere i calcoli a giustificazione delle risposte negli spazi tra un testo e l'altro. Aggiungere fogli **solamente** se serve ulteriore spazio. Non consegnare la brutta copia.

Esercizio 1. (2+3+2+3 pt)

Si calcolino, se esistono, i seguenti limiti, giustificando le risposte.

i)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \cos x - x}{x^2} = \boxed{},$$

ii)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{\sqrt{x}} - (\sqrt{x})^x}{(\sqrt{x})^x - \sqrt{x}^{\sqrt{x}}} = \boxed{},$$

iii)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\arctan x - \frac{\pi}{2}) = \boxed{},$$

iv)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{\sin \frac{1}{x}}}{x^{\log(1 - \frac{1}{x})}} = \boxed{}.$$

Esercizio 2. (8 pt)

Tenendo conto delle proprietà di eventuale simmetria e periodicità, si studi la funzione

$$f(x) = \sin(|x|) + \cos(|x|)$$

determinando:

i) Dominio:

ii) Segno: .

iii) Limiti agli estremi del dominio:

iv) Eventuali asintoti:

v) Derivata prima $f'(x) =$
e suo segno.

vi) Intervalli di crescita e decrescenza. Eventuali punti di massimo e di minimo locali o globali.

vii) Derivata seconda $f''(x) =$
e suo segno.

viii) Intervalli di convessità e concavità. Eventuali punti di flesso.

ix) Grafico di f .

x) Dire per quali valori di α in \mathbb{R} l'equazione

$$\sin(|x|) + \cos(|x|) = \alpha$$

ha almeno una soluzione in \mathbb{R} .

Esercizio 3. (2+3 pt)

Sia $f : [0, 2[\rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile tale che,

$$f(0) = 0, \quad f(1) = 0 \quad \text{e} \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = +\infty.$$

i) Si provi che la funzione assume tutti i valori tra 0 e $+\infty$.

ii) Si provi che anche la derivata di f assume tutti i valori tra 0 e $+\infty$.

Esercizio 4. (2+2+3 pt)

Si calcolino i seguenti integrali:

i)

$$\int_0^1 t^3 e^t dt = \boxed{},$$

ii)

$$\int_0^{2\pi} \cos^2 t \sin t dt = \boxed{},$$

iii)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \int_1^x \frac{e^{t^2}}{x-1} dt = \boxed{}.$$