

Esame di Analisi Matematica 1 del 15/7/2024

Promemoria.

- a) Scrivere Nome e Cognome (in questo ordine) su ogni foglio che consegnate.
- b) Non è necessario consegnare la brutta copia.
- c) Potete tenere per voi il testo del compito.

Esercizio 1. Si calcolino i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sin(x+2)}{\ln(x^2-3)},$$
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{\pi + 2 \arctan(x)}.$$

Esercizio 2. Si studi la funzione

$$f(x) = \frac{e^x + 1}{e^x - 1}.$$

Esercizio 3. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile due volte, tale che

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 2.$$

Dimostrare che:

- i) $f(0) = 0$;
- ii) $f'(0) = 2$;
- iii) se $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$, allora esiste un $\xi > 0$ in cui $f'(\xi) = 1$.

Esercizio 4. Si calcolino i seguenti integrali:

$$\int_1^2 x^2 \ln(x) dx,$$
$$\int_{-2}^2 x^3 |1-x| dx.$$