

Tutorato Analisi 1 M-Z

Esercitazione 6 - 20/11/2023

Clemente Romano

20 novembre 2023

1. Determinare l'insieme in cui sono definite le seguenti funzioni

i)

$$\sqrt{\log_{1/2} \left(\arctan \left(\frac{x - \pi}{x - 4} \right) \right)}$$

ii)

$$\arctan \left(\sqrt{\frac{|x^2 - 2| + 1}{x^2 - 1}} \right)$$

2. Usando quando necessario il limite notevole del seno $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$ calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin(x)}{x} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \left(\frac{1}{x} \right) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x)}{\sin(4x)} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2)^2}{\sin(x^4)} \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos(x)}{x - \frac{\pi}{2}}$$

3. Stabilire se i seguenti limiti (alcuni dei quali tratti da vecchi temi d'esame) esistono e, in caso affermativo, calcolarne il risultato.

i)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{30} - x^{29}}{x^{31} - x^{30} - x^{29} - x^7}$$

ii)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{14} - x^{13}}{\sqrt{((x^2 - x)^3 - x^5)^5 - x^{29} - x^{14}}}$$

iii)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - x^2 + x^3 - x^5 - x^{30}}{x^2 - x^3 - x^7 - x^{30}}$$

iv)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\arctan(x) - \pi/2}{1/x}$$

v) 24/1/2023

$$\lim_{x \rightarrow -3\pi^+} (x + 3\pi) \tan \left(\frac{x}{2} \right)$$

vi)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sinh(x)}{x} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cosh(x) - 1}{x^2}$$

1

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + \sin^2(x)}{1 - x} \right)^{\frac{1}{\tan(x)}}$$

vii) 14/6/2022

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin(3 + \cos(x))}{x} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 4^x}{x} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + (x+1) \ln(1-x)}{x^2} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x(x - \sqrt{x^2 + 1})$$

si ricorda che per definizione $\cosh(x) = (e^x + e^{-x})/2$, $\sinh(x) = (e^x - e^{-x})/2$, $\tanh(x) = \sinh(x)/\cosh(x)$

I prossimi sono esercizi bonus, quindi potrebbero risultare particolarmente difficili

¹ può essere utile l'equazione $\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1$

4. Dimostrare le seguenti formule :

$$\arctan(x) + \arctan(1/x) = \pi/2 \quad \forall x > 0$$

$$\arctan(x) + \arctan(1/x) = -\pi/2 \quad \forall x < 0$$

5. Dimostrare che

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[n]{(1+x)^m} - 1}{x} = \frac{m}{n}$$

Per ogni $n, m \in \mathbb{N}$