

Tutorato Analisi 1 M-Z

Esercitazione 9 - 11/12/2023

Clemente Romano

11 dicembre 2023

1. Stabilire se i seguenti limiti esistono e, in caso affermativo, calcolarne il risultato.

i)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 + 4x} + 6x$$

ii)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\sin(x))}{x}$$
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\sin(\ln(1+x)))}{x}$$

iii)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{\pi}{2} + \arctan(x)}{\sqrt{\cos\left(\frac{1}{x}\right) - 1}}$$

2. Stabilire se i seguenti limiti esistono e, in caso affermativo, calcolarne il risultato.

i)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x \sin(1/x) - \cos(1/x)}{x}$$

ii)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 6x + 4}{x^3 + 2x^2 - 20x + 24}$$

iii)

$$\lim_{x \rightarrow 16} \frac{x - \sqrt{x} - 12}{4 - \sqrt{x}}$$

3. Albero di Rolle : Sia $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione di classe C^∞ (derivabile infinite volte), dove $I \subset \mathbb{R}$ è un intervallo.

Siano $a_1 < a_2 < \dots < a_n$ elementi di I tali che

$$f(a_1) = f(a_2) = \dots = f(a_n)$$

e $n \geq 2$, dimostrare che esiste un certo $a^* \in I$ tale che $f^{(n-1)}(a^*) = 0$ dove $f^{(n-1)}$ è la derivata $n-1$ - esima di f .

4. 24/1/2023 Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile due volte tale che

$$f(-2) = f(-1) = -5, \quad f(1) = f(2) = 5$$

Dimostrare che

i) la funzione non è né convessa né concava;

ii) La derivata assume tutti i valori compresi nell'intervallo $[0, 5]$

iii) esiste almeno un punto in cui la derivata seconda si annulla

5. 24/1/2023 Si studi la funzione

$$f(x) = \frac{9 - x^2}{7x + 3}$$

determinando

i) dominio

ii) Limiti importanti:

Esercitazione 9 - 11/12/2023

- iii) Eventuali asintoti:
- iv) Derivata prima $f'(x)$ e suo segno
- v) Intervalli di crescita e decrescenza. Eventuali punti di massimo e minimo locali o globali.
- vi) Derivata seconda $f''(x)$ e suo segno.
- vii) Intervalli di convessità e concavità. Eventuali punti di flesso.
- viii) Eventuali simmetrie.
- ix) Grafico di f .