

Nome e Cognome .....

Corso di studi ..... Del Santo  Fonda

**Esercizio 1.** (3+4 pt) Si calcolino i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{\frac{3}{2}} \left( \sqrt{\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) = \boxed{\phantom{000}}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} \log(\log(e - e^x)) = \boxed{\phantom{000}}.$$

**Esercizio 2.** (6 pt) Si studi la funzione

$$f(x) = 2\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} - \log x,$$

determinando

i) Dominio: .

ii) Limiti alla frontiera del dominio:

iii) Derivata prima  $f'(x) =$   
e suo segno.

iii) Intervalli di crescita e decrescenza. Punti di massimo e di minimo.

v) Derivata seconda  $f''(x) =$   
e suo segno.

vi) Grafico di  $f$ .

---

**Esercizio 3.** (4 pt) Si dica, al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ , quante sono le soluzioni dell'equazione:

$$\log x = \alpha x.$$

---

**Esercizio 4.** (2+2+2+3 pt) Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione convessa. Si supponga  $f(-2) = f(1) = 0$ .

i) Si provi che  $f(0) \leq 0$ .

ii) Si provi che  $f$  ha minimo assoluto.

iii) Si provi che esistono  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  e  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

iv) Si provi che se i limiti precedenti non sono 0 allora sono  $+\infty$ .

---

**Esercizio 5.** (4+4 pt) Si calcoli

$$\int_0^{\pi} (1 - \sin^2 x) \cos x \, dx = \boxed{\phantom{000}}, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\int_0^x t \arctan t \, dt}{\tan x^3} = \boxed{\phantom{000}}.$$