

Corso di Studi in Fisica – Corso di Studi in Matematica

Esame di Analisi 1, 17/09/2018

**Esercizio 1**

Dati  $a, b \in \mathbb{R}$ , consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x \log x - bx, & \text{per } x > 0, \\ a, & \text{per } x = 0. \end{cases}$$

i)

- ii)
- iii) determinando: dominio, segno, limiti alla frontiera del dominio, eventuali asintoti, derivata prima, crescita e decrescenza, massimi e minimi, derivata seconda, concavità e convessità, punti di flesso.

**Esercizio 2**

Si calcolino i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{\arcsin x - x}}{\sqrt{x^3}}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} \left( \frac{e^{\sqrt{x}}}{e^{\sqrt{x-1}}} - 1 \right).$$

**Esercizio 3**

Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  continua.

- i) Si provi che se  $C \subseteq \mathbb{R}$  e  $C$  è un insieme chiuso allora la controimmagine di  $C$  tramite  $f$ ,  $f^{-1}(C)$ , è un insieme chiuso.
- ii) Sia  $K$  l'insieme dei punti di minimo assoluto di  $f$ . Si provi che  $K$  è chiuso.

**Esercizio 4**

Si calcolino

$$\int_0^{2\pi} e^x \sin x \, dx, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} \int_x^{2x} e^{-t^2} \, dt.$$