

Nome e Cognome

Corso di studi Del Santo Fonda

Esercizio 1. (4+4 pt) Si calcolino i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x - \tan^2 x}{x^4} = \boxed{}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - \sqrt{x^2 + 2} \sqrt{x^2 - 1} = \boxed{}.$$

Esercizio 2. (8 pt) Si studi la funzione

$$f(x) = \log(e^{2x} - e^x + 1),$$

determinando

i) Dominio:

ii) Limiti alla frontiera del dominio:

iii) Derivata prima $f'(x) =$
e suo segno.

iii) Intervalli di crescita e decrescenza. Eventuali punti di massimo e di minimo.

v) Derivata seconda $f''(x) =$

vi) Grafico di f .

vii) Si dica, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, quante sono le soluzioni dell'equazione

$$\log(e^{2x} - e^x + 1) = \alpha.$$

Esercizio 4. (3+4 pt)

i) Si determinino tutti i numeri complessi z tali che

$$\bar{z}z^2 + |z|^2 = 2z.$$

ii) Si determinino tutti i numeri complessi z tali che

$$z^3 = i\bar{z}.$$