

Nome e Cognome

Esercizio 1. (4+4 pt) Si calcolino i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\tan x} - \cosh x}{\ln(1 + \sin(3x))} = \boxed{}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{x^2} - xe^2}{e^{x^2} + xe^2} = \boxed{}.$$

Esercizio 2. (8 pt) Si studi la funzione

$$f(x) = \frac{x^2 + 26}{x + 2},$$

determinando:

i) Dominio:

ii) Limiti importanti:

iii) Eventuali asintoti:

iv) Derivata prima $f'(x) =$
e suo segno.

v) Intervalli di crescita e decrescenza. Eventuali punti di massimo e di minimo locali o globali.

vi) Derivata seconda $f''(x) =$
e suo segno.

vii) Intervalli di convessità e concavità. Eventuali punti di flesso.

viii) Eventuali simmetrie.

ix) Grafico di f .

Esercizio 3. (3+4 pt) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile due volte tale che $f(0) = 0$ e

$$f''(x) \begin{cases} < 0 & \text{se } x < 0, \\ > 0 & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

Dimostrare che:

i) se $m \leq f'(0)$, l'equazione $f(x) = mx$ ha una sola soluzione;

ii) se $m > f'(0)$, l'equazione $f(x) = mx$ ha al più 3 soluzioni.

Esercizio 4. (4+4 pt) Si calcolino i seguenti integrali:

$$\int_{-1}^1 \sinh(\tan(x^5)) dx = \boxed{}, \quad \int_0^{\pi/4} \ln(\cos x) \sin x dx = \boxed{}.$$