

Tutorato Analisi 1 M-Z

Esercitazione 4 - 6/11/2023

Clemente Romano

6 novembre 2023

1. Usando quando necessario il limite notevole del seno $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$ calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin(x)}{x} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} x \sin\left(\frac{1}{x}\right) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x)}{\sin(4x)} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2)^2}{\sin(x^4)} \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos(x)}{x - \frac{\pi}{2}}$$

2. Stabilire se i seguenti limiti (alcuni dei quali tratti da vecchi temi d'esame) esistono e, in caso affermativo, calcolarne il risultato.

i)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\arctan(x) - \pi/2}{1/x}$$

ii) 24/1/2023

$$\lim_{x \rightarrow -3\pi^+} (x + 3\pi) \tan\left(\frac{x}{2}\right)$$

iii)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^3 + 5x - 6}{1 - 7x^4} x$$

iv) 24/1/2023

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^3 + 5x - 6}{1 - 7x^4} \ln(e^x - 1)$$

v) 27/1/2022

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 2}{1 - 3x^4} \ln(e^{x^2} + 1)$$

vi) 27/1/2022

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - \sqrt{x^2 + 2} \sqrt{x^2 + 1}$$

vii) 17/2/2022

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 (x - \sqrt[3]{x^3 + 1})$$

viii)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt[n]{1+x} - 1}{x}$$

dove $n \in \mathbb{N}$, è utile la formula $a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + b^{n-2}a + b^{n-1})$.

ix)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 y}{\sqrt{x^6 + y^4}}$$

x) 4/7/2023

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\sinh(x)) - \sin(\cosh(x))}{\tanh(x^2)}$$

si ricorda che per definizione $\cosh(x) = (e^x + e^{-x})/2$, $\sinh(x) = (e^x - e^{-x})/2$, $\tanh(x) = \sinh(x)/\cosh(x)$