

Scrivere SOLO A PENNA e presentare UNA SOLA versione per esercizio. Non saranno valutati risultati di cui non e' chiaro il procedimento usato per arrivarvi. ALMENO UNO dei seguenti quesiti sui vettori deve essere giusto perche' la prova sia valida.

1. Dati i due vettori: $\vec{A} = (1, -2, 2)$ e $\vec{B} = (1, -1, 1)$, calcolare il prodotto scalare S .

$$S = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z = 1 \cdot 1 + (-2)(-1) + 2 \cdot 1 = 5$$

2. Dato il vettore: $\vec{A} = (1, -2, 2)$ calcolare il modulo A e il valore di $(\vec{A})^2$.

$$A = \sqrt{A_x^2 + B_x^2 + C_x^2} = \sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2} = \sqrt{9} = 3$$

$$(\vec{A})^2 = A^2 = 9 \quad \text{infatti } \vec{A} \cdot \vec{A} = A_x A_x + \dots$$

PROBLEMA I

se 70 N/m

Due corpi puntiformi A e B, di ugual massa $m = 0,70 \text{ kg}$, sono posti su di un piano orizzontale privo d'attrito. Inizialmente il corpo B e' fermo ed il corpo A si avvicina muovendosi con velocita' v . Poiche' il corpo B e' fissata una molla ideale, di costante elastica $k = 100 \text{ N/m}$, il processo d'urto ha luogo come segue: il corpo A comprime la molla di un tratto $\Delta l = 0,06 \text{ m}$, in corrispondenza al quale un opportuno meccanismo (che non sviluppa nessun attrito) ne impedisce l'ulteriore compressione, cosicche' da quel momento in poi il sistema (A+B) si muove come un corpo rigido a velocita' V . Determinare 1) la relazione tra v e V ; 2) i valori di v e V ; 3) Cosa cambia nelle risposte 1. e 2. se l'aggancio con la molla non e' perfettamente elastico, ma viene dissipata un'energia $E_d = 0.1 \text{ J}$?



1) cons. q. di moto $P_i = P_f \quad m v = 2m V \quad \underline{v = 2V}$

2) cons. Energia mecc. $E_0 = E_f$

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} (2m) V^2 + \frac{1}{2} k \Delta l^2 \quad 4m V^2 = 2m V^2 + k \Delta l^2$$

$$2m V^2 = k \Delta l^2 \quad V = \sqrt{\frac{k}{2m}} \cdot \Delta l = \sqrt{\frac{100}{2 \cdot 0,7}} \cdot 6 \cdot 10^{-2} = 0,51 \text{ m/s}$$

$$v = 2V = 2 \cdot 0,51 = 1,02 \text{ m/s}$$

3) 1^a e' come sopra \Rightarrow muove velocita' $v = 2V$

2^a $E_d = E_i - E_f \quad \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} (2m) V^2 + \frac{1}{2} k \Delta l^2 = E_d$

$$2m V^2 - k \Delta l^2 = 2 E_d$$

$$V = \sqrt{\frac{k}{2m} \Delta l^2 + \frac{E_d}{m}} = \sqrt{\frac{100 \cdot 6^2 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 0,7} + \frac{0,1}{0,7}} = \sqrt{0,4} = 0,63 \text{ m/s}$$

$$v = 2V = 2 \cdot 0,63 = 1,26 \text{ m/s}$$

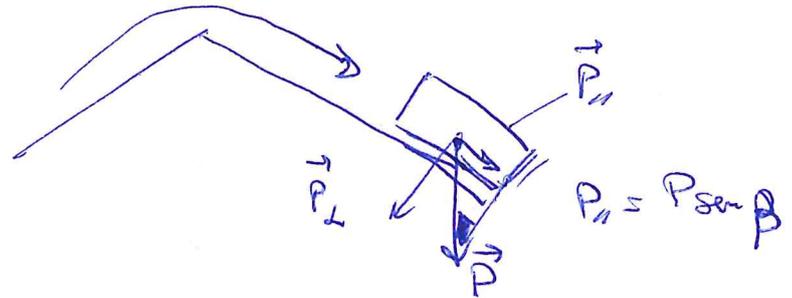
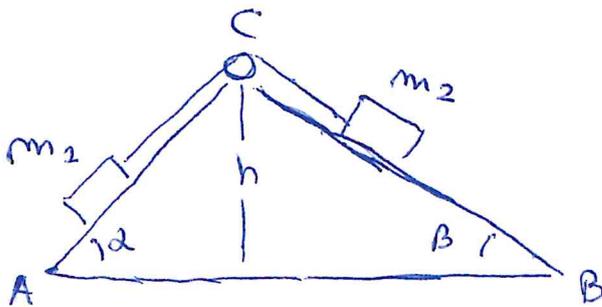
1,26

PROBLEMA II

$m_2 = 5m_1$

Nel punto piu' alto di un doppio piano inclinato di altezza h e' fissata un carrucola di dimensioni e massa trascurabili. Attraverso la gola viene fatto scorrere un filo di massa trascurabile (vedi figura dove $\alpha = 45^\circ$ e $\beta = 30^\circ$). Ad un estremo del filo e' appeso un corpo di massa $m_1 = 1,0$ kg, che poggia sul piano a sinistra, all'altro estremo un corpo di massa $m_2 = 10m_1$, che poggia sul piano inclinato di destra. All'istante iniziale, m_2 e' sulla sommita' del piano inclinato di destra (punto C) mentre m_1 e' all'inizio del piano di sinistra (punto A). Determinare 1) l'intensita' a dell'accelerazione con cui si muove il sistema dei due corpi. Supponendo ora che ci sia attrito tra il piano e i due corpi, 2) quale e' la formula per la forza normale alla superficie nel caso del corpo 1, N_1 ? 3) qual e' il valore del coefficiente di attrito μ_d se l'intensita' dell'accelerazione posseduta da ciascuno dei due corpi e' $a_0 = 0,5$ m/s²?

1) tutto il sistema
 $\Sigma F_i = m_{TOT} \cdot a$



$$m_2 g \sin \beta - m_1 g \sin \alpha = (m_1 + m_2) a$$

$$m_1 = m \quad m_2 = 10m$$

$$10m g \sin \beta - m g \sin \alpha = 11m a$$

$$a = \frac{(10 \sin 30^\circ - \sin 45^\circ) \cdot 9,8}{11} = 3,8 \text{ m/s}^2$$

2,9

2) $N_1 = P_{1\perp} = \underline{m_1 g \cos \alpha}$

3) come 1, ma con f. di attrito che si oppongono al moto quindi e' $\vec{P}_{2\parallel}$
 $f_{e1} = \mu_d m_1 g \cos \alpha \quad f_{e2} = \mu_d m_2 g \cos \beta$

$$m_2 g \sin \beta - m_1 g \sin \alpha - \mu_d (m_1 \cos \alpha + m_2 \cos \beta) g = (m_1 + m_2) a$$

$$(10 \sin \beta - \sin \alpha) m g - \mu_d (\cos \alpha + 10 \cos \beta) m g = 11 m a$$

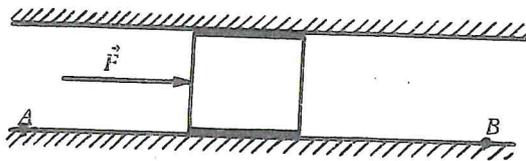
$$\mu_d = \frac{(10 \sin \beta - \sin \alpha) g - 11 a}{(\cos \alpha + 10 \cos \beta) g} = \frac{(10 \sin 30^\circ - \sin 45^\circ) 9,8 - 11 \cdot 0,5}{(\cos 45^\circ + 10 \cos 30^\circ) 9,8} =$$

$$= 0,40$$

0,30

FACOLTATIVO

Il risultante delle forze agenti sul pistone di Fig. 3.25 ha direzione costante ed intensità variabile nel tempo secondo la legge $F = 0,4 P(1 - kt)$, ove P è il peso del pistone, t il tempo espresso in secondi e k una costante eguale a $1,6 \text{ s}^{-1}$. Sapendo che all'istante $t_A = 0 \text{ s}$ si ha $v_A = 0,2 \text{ m/s}$, si determini la velocità del pistone all'istante $t_B = 0,5 \text{ s}$.



Impulso $I = \Delta p = p_B - p_A = m v_B - m v_A \Rightarrow$

$$I = \int_{t_A}^{t_B} F dt$$

$$v_B = \frac{m v_A + I}{m}$$

quindi $v_B = v_A + \frac{\int_{t_A}^{t_B} F dt}{m} = v_A + \frac{\int_{t_A}^{t_B} 0,4 \cdot m g (1 - kt) dt}{m}$

$$= v_A + \frac{0,4 m g}{m} \int_{t_A}^{t_B} (1 - kt) dt =$$

$$= v_A + 0,4 g \left[t - \frac{1}{2} k t^2 \right]_{t_A=0}^{t_B=0,5=\frac{1}{2}} =$$

$$= 0,2 + 0,4 \cdot 9,8 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot 1,6 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^2 - 0 \right) = 0,2 + 0,4 \cdot 9,8 \cdot 0,3 = 1,4 \text{ m/s}$$

$t_B \left(1 - \frac{1}{2} k t_B \right)$

Oppure

$$F = m a$$

$$0,4 m g (1 - kt) = m a$$

a non è cost.
 $a = \frac{dv}{dt}$

$$\frac{dv}{dt} = 0,4 g (1 - kt)$$

$$\int dv = \int 0,4 g (1 - kt) dt$$

/ \int integrato a sinistra e destra ...

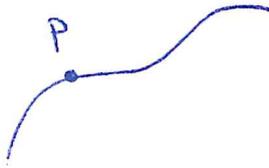
$$v_A = 0,2 \text{ m/s}$$

NOME/COGNOME

Rispondere alle domande. Se si scrivono formule, scrivere cosa significano i simboli nel caso sia diversi da quelli standard usati dai libri o a lezione.

1) Cinematica. Moto uniformemente accelerato. Scrivi la legge oraria (NON altre equazioni, devo capire qual e' la legge oraria).

2) Data la traiettoria curvilinea qui sotto disegna e scrivi la formula per l'accelerazione \vec{a} del punto P evidenziando sia la componente tangenziale che quella centripeta.



3) Dai la formula piu' generale per definire il lavoro W in meccanica.

4) Cosa vuol dire che una forza e' conservativa? Fai un esempio di forza conservativa e un esempio di forza non conservativa.

5) Scrivi il teorema dell'energia cinetica.

6) Scrivi la formula che definisce l'energia potenziale e poi due esempi per due forze diverse.

7) Scrivi la formula del vettore momento meccanico (anche detto momento torcente o momento di una forza) e sia dalla formula che da un disegno fai capire cos'è il "braccio".

8) Scrivi la formula del centro di massa di un oggetto esteso.

9) Perché una pattinatrice che ruota a braccia aperte sul ghiaccio (cioè pochissimo/niente attrito col suolo) ruota più velocemente quando chiude le braccia al petto?

10) Quale legame c'è fra la forza peso e la forza gravitazionale?