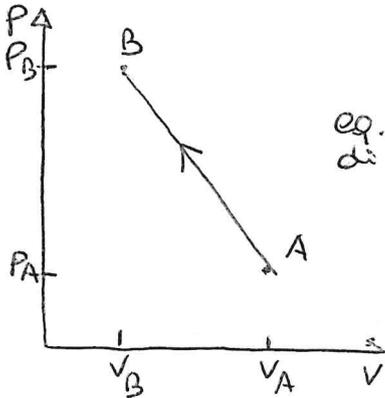


PROBLEMA II

Un cilindro, chiuso nella parte superiore da un pistone mobile, contiene una certa quantità di elio. Con una trasformazione molto lenta, rappresentata nel piano di Clapeyron da una retta (vedi fig.), l'elio viene portato dallo stato A, caratterizzato da $P_A = 40,0 \text{ kPa}$, $V_A = 3,00 \text{ dm}^3$ e $T_A = 300 \text{ K}$, allo stato B, caratterizzato da $P_B = 150 \text{ kPa}$ e $V_B = 1,00 \text{ dm}^3$. Determinare: 1) il numero di moli n ; 2) la temperatura T_B del gas nello stato B; 3) il calore Q_B scambiato dal gas con l'ambiente esterno durante la trasformazione (risposta in joule); FAC. 4) determinare il massimo valore della temperatura T_{max} raggiunto dal gas durante la trasformazione.



1) $V_A = 3,00 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ $V_B = 1,00 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$
 $P_A = 40,0 \cdot 10^3 \text{ Pa}$ $P_B = 150 \cdot 10^3 \text{ Pa}$

eq. di stato $P_A V_A = n R T_A$ $n = \frac{P_A V_A}{R T_A} = \frac{40 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 300} =$
 $n = 0,481 \text{ mol}$

2) $P_A V_A = n R T_A$
 $P_B V_B = n R T_B$

$T_B = \frac{P_B V_B}{P_A V_A} \cdot T_A =$
 $= \frac{150 \cdot 1}{40 \cdot 3} \cdot 300 = 375 \text{ K}$

3) $\underline{Q} = \underline{W} + \underline{\Delta U}$

$W = -A = -\frac{1}{2} (P_A + P_B) \cdot (V_A - V_B) =$
 $= -\frac{1}{2} (150 + 40) \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = -190 \text{ J}$

$\Delta U = n C_V (T_B - T_A) = n \frac{3}{2} R (T_B - T_A) = 0,481 \cdot \frac{3}{2} \cdot 8,31 \cdot 75 = 45 \text{ J}$

$Q = -190 + 45 = -145 \text{ J}$ compressione, è lavoro negativo!

4) **FAC.** retta e iperbole
 retta $P = aV + b$

$a(V_B - V_A) = P_B - P_A$ $a = \frac{P_B - P_A}{V_B - V_A} = \frac{150 - 40}{1 - 3} = -55 \frac{\text{kPa}}{\text{dm}^3}$

$b = P_A - aV_A = 40 + 55 \cdot 3 = 205 \text{ kPa}$ $P = -55V + 205$

(Copp. eq. retta)
modo 1 sistema ha $\Delta = 0$
 e poi $\Delta = 0$

$\begin{cases} P = aV + b \\ PV = K \end{cases}$ iperbole $\rightarrow V = \frac{K}{P}$

$P = +\frac{aK}{P} + b$ $P^2 - bP + aK = 0$ $\Delta = b^2 - 4aK = 0$ $205^2 - 4 \cdot 55 \cdot K = 0$ $K_{max} = \frac{205^2}{4 \cdot 55} = 191 \text{ kPa} \cdot \text{dm}^3$

$k = nRT$ $T_{max} = \frac{K_{max}}{nR} = \frac{191}{0,481 \cdot 8,31} = 478 \text{ K}$

modo 2

$P = aV + b$ + eq. di stato $aV^2 + bV - nRT = 0$
 parabola verivce $V_{max} = -\frac{b}{2a} = \frac{-205}{-2 \cdot 55} = 1,86 \text{ dm}^3$
 $T_{max} = \frac{aV^2 + bV}{nR} = \frac{-55 \cdot 1,86^2 + 205 \cdot 1,86}{0,481 \cdot 8,31} = 478 \text{ K}$



NOME e COGNOME, num. documento

Scrivere SOLO A PENNA e presentare UNA SOLA versione per esercizio. Non saranno valutati risultati di cui non e' chiaro il procedimento usato per arrivarvi.

ALMENO UNO DEI seguenti quesiti sui vettori deve essere giusto per avere la sufficienza.

QUESITI SUI VETTORI

1. Assegnati i due vettori (x,y): $\vec{A} = (2, -2, 1)$ e $\vec{B} = (0, -1, 1)$, calcolare l'angolo α individuato dalle direzioni orientate dei due vettori.

$\vec{A} \cdot \vec{B} = 2 \cdot 0 + (-2) \cdot (-1) + 1 \cdot 1 = 3$ $\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cdot \cos \alpha$ \rightarrow prodotto scalare

$A = \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2} = \sqrt{9} = 3$ $B = \sqrt{0^2 + (-1)^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

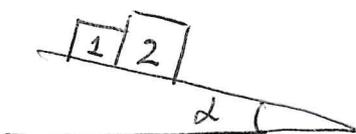
$\alpha = \arccos \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{AB} = \arccos \frac{3}{3\sqrt{2}} = \arccos \frac{\sqrt{2}}{2} = \underline{\underline{45^\circ}}$

2. Assegnati i due vettori (x,y): $\vec{A} = (2, -2, 1)$ e $\vec{B} = (2, -1, 4)$, calcolare il vettore somma \vec{S} .

$\vec{S} = (2+2, -2-1, 1+4) = \underline{\underline{(4, -3, 5)}}$

PROBLEMA I

Due blocchi scivolano a contatto tra loro su un piano inclinato scabro con $\alpha = 30^\circ$ (vedi Figura). Le masse dei due blocchi sono rispettivamente $m_1 = m = 1,0$ kg e $m_2 = 2m$. I coefficienti di attrito dinamico sono $\mu_1 = 0,15$ e $\mu_2 = 0,30$. Si trovi: 1) le reazioni vincolari esercitate dal piano sul blocco 1 e 2 (cioe' forze normali N_1 ed N_2); 2) l'accelerazione a dei due blocchi; 3) la forza F esercitata da un blocco sull'altro. Cosa succede se invece $\mu_1 = 0,15$ e $\mu_2 = 0,10$? I blocchi procedono a contatto o no? Spiegazione quantitativa.



① $N_1 = m_1 g \cos \alpha = 1 \cdot 9,8 \cdot \cos 30^\circ = \underline{8,5 \text{ N}}$
 $N_2 = m_2 g \cos \alpha = 2 \cdot 9,8 \cdot \cos 30^\circ = \underline{17 \text{ N}}$

② $\sum F_i = m a$ lungo il piano
 stesso a perché sono a contatto

$P_{1||} + P_{2||} - \mu_1 N_1 - \mu_2 N_2 = (m_1 + m_2) a$

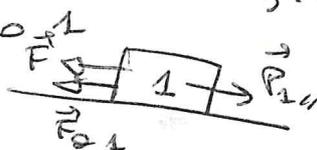
$(m_1 + m_2) g \sin \alpha - \mu_1 N_1 - \mu_2 N_2 = (m_1 + m_2) a$

$a = \frac{3 m g \sin \alpha - \mu_1 N_1 - \mu_2 N_2}{3 m} = \frac{3 \cdot 1 \cdot 9,8 \cdot \sin 30^\circ - 0,15 \cdot 8,5 - 0,3 \cdot 17}{3 \cdot 1}$

$= \underline{\underline{2,8 \text{ m/s}^2}}$

③

Es. su corpo 1



$P_{1||} - F - F_{0,1} = m_1 a$

$F = P_{1||} - F_{0,1} - m_1 a$

$= m_1 g \sin \alpha - \mu_1 N_1 - m_1 a = 1 \cdot 9,8 \cdot \sin 30^\circ - 0,15 \cdot 8,5 - 1 \cdot 2,8 = \underline{0,825 \text{ N}}$

④ Se non ci fosse contatto $F=0$ e $a_1 \neq a_2$ e $a_2 > a_1$

corpo 1 $m_1 a_1 = m_1 g \sin \alpha - \mu_1 N_1$ $a_1 = 9,8 \cdot \frac{1}{2} - 0,15 \cdot 8,5 = 3,625 \text{ m/s}^2$

corpo 2 $m_2 a_2 = m_2 g \sin \alpha - \mu_2 N_2$
 $a_2 = \frac{2 \cdot 9,8 \cdot \frac{1}{2} - 0,10 \cdot 17}{2} = \underline{4,05 \text{ m/s}^2}$

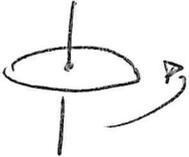
Quindi corpo 2 va + veloce di 1 e non a contatto

NOME/COGNOME

Rispondere alle domande. Se si scrivono formule, scrivere cosa significano i simboli, a parte quelli standard già usati a lezione.

1) In cinematica, cos'è l'equazione oraria? Scrivi quella del moto uniformemente accelerato.

2) Per un punto posto su un disco che ruota attorno al suo asse, qual è la relazione fra velocità tangenziale e angolare? Affinché la formula sia corretta, come si misura l'accelerazione angolare?



3) Una sferetta lasciata cadere in un recipiente pieno di olio accelera fino a raggiungere una velocità limite di caduta, come puoi fare a calcolarla? (Non fare tutta la dim., scrivere solo il punto di partenza).

5) Definisci il momento angolare (riferito ad un punto massa) e scrivi il teorema del momento angolare.

6) Scrivi la definizione di momento di inerzia per un corpo solido di forma qualsiasi.

7) Come è definita la differenza di energia potenziale e per quali forze la si può calcolare?

8) Scrivere la formula VETTORIALE della forza gravitazionale e fai un disegno per spiegarla.

9) Spiegare perché il ghiaccio galleggia.

10) Consideriamo un corpo solido come il ferro. È maggiore il suo coefficiente di dilatazione lineare o volumetrico? C'è una relazione fra i due?

11) Scrivere la formula per il lavoro in termodinamica.

12) Come è definita l'entropia? Se il gas compie una trasformazione molto brusca, ad es. in una esplosione, puoi calcolare la differenza di entropia tra stato iniziale e finale? Se sì, scrivi come.

13) Com'è definito il rendimento di una macchina termica? E quanto vale per la macchina di Carnot?

14) Dato il grafico con la distribuzione di misure di una variabile x (cioè $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$) sai dare un nome ai vari indicatori di posizione riportati, facendo anche capire come calcolarli?

