

# Le misure

## 1.1 MISURARE OGGETTI E LA LORO LUNGHEZZA

### Obiettivi di apprendimento

Dopo aver letto questo paragrafo dovrete essere in grado di...

**1.01** Riconoscere le grandezze fondamentali del sistema SI.

**1.02** Elencare i prefissi più frequentemente usati per le unità di misura SI.

**1.03** Cambiare unità di misura – in questo capitolo per le lunghezze, le aree e i volumi – utilizzando le relazioni di conversione a catena.

**1.04** Spiegare come si definisce il metro in funzione della velocità della luce nel vuoto.

### Idee chiave

- La fisica si basa sulle misure delle grandezze fisiche. Alcune di queste grandezze sono state scelte come grandezze fondamentali (come la lunghezza, il tempo e la massa); ciascuna di esse è stata definita mediante un campione ed è stata associata a un'unità di misura (come il metro, il secondo e il kilogrammo). Altre grandezze fisiche sono invece definite attraverso le grandezze fondamentali, i loro campioni e le loro unità di misura.
- Il sistema di unità di misura adottato in questo libro è il Sistema Internazionale (SI). Le tre unità di misura esplicitate nella tabella 1.1 sono quelle trattate nei primi capitoli del libro. Con degli accordi internazionali si sono stabiliti i campioni di queste tre grandezze fondamentali, campioni che devono essere caratterizzati da acces-

sibilità e invariabilità. Tali campioni sono impiegati in tutte le misure fisiche, sia che si tratti di grandezze fondamentali sia che si tratti di grandezze derivate da queste ultime. Per semplificare la scrittura delle misure si adottano la notazione scientifica dei numeri e i prefissi elencati nella tabella 1.2.

- Le unità di misura si possono convertire in altre per la medesima grandezza ricorrendo alle conversioni a catena: il dato originale viene moltiplicato in successione con appropriati fattori di conversione e si trattano le unità di misura come se fossero quantità algebriche fino a ottenere che compaia la sola unità desiderata.
- Il metro è definito come la lunghezza percorsa dalla luce nel vuoto durante un certo intervallo di tempo determinato con precisione.

## L'aspetto fisico

Le scienze e le tecniche sono fondate sulle misure e sui confronti. Ci servono quindi delle regole su come misurare e confrontare gli oggetti e ci servono degli esperimenti per stabilire le unità di misura e di confronto. Uno degli scopi della fisica consiste nell'ideare e condurre tali esperimenti.

Per esempio, i fisici si sforzano di sviluppare orologi sempre più accurati, in modo da poter determinare con precisione i tempi e gli intervalli di tempo. Vi potreste chiedere se è davvero necessaria tanta accuratezza e se vale gli sforzi. Ecco un esempio di quanto valga la pena: il sistema GPS (Global Positioning System), che è oggi vitale per la navigazione in tutto il mondo, sarebbe inservibile senza l'uso di orologi estremamente precisi.

## Misurare oggetti

Cominciamo ad accostarci alla fisica imparando come misurare le grandezze implicate nelle leggi della fisica. Fra queste grandezze troviamo la lunghezza, il tempo, la massa, la temperatura, la pressione, la corrente elettrica.

La misura di ogni grandezza fisica viene espressa nella sua unità, mediante un confronto con un **campione** di quell'unità. L'**unità di misura** è una denominazione esclusiva che noi attribuiamo alle misure di quella grandezza. Per esempio l'unità di lunghezza è il metro (m), corrispondente a 1 unità esatta di lunghezza, che, come vedrete, è la distanza percorsa nel vuoto dalla luce in una certa frazione di secondo. Siamo liberi di definire un'unità e il suo campione in qualunque modo ci faccia comodo. La cosa importante è farlo in modo che gli scienziati di tutto il mondo concordino sul fatto che le nostre definizioni siano sensate oltre che pratiche.

Una volta stabilito un campione, per esempio per la lunghezza, dobbiamo sviluppare i nostri procedimenti in modo che il valore di una lunghezza qualsiasi, che sia il raggio di un atomo di idrogeno, il passo delle ruote di un pattino a rotelle, o la distanza di una stella, possa essere espresso numericamente in rapporto all'unità campione. I righelli, che approssimano la lunghezza campione, ci forniscono uno di questi mezzi per misurare le lunghezze. Molti dei nostri confronti, tuttavia, sono necessariamente indiretti. Non possiamo usare un righello, ad esempio, per misurare il raggio di un atomo o la distanza di una stella.

**Grandezze fondamentali.** Il numero delle grandezze fisiche è così grande che organizzarle è diventato un serio problema. Fortunatamente esse non sono tutte indipendenti. La velocità, per esempio, è il rapporto fra una lunghezza e un intervallo di tempo. Così ciò che si fa è scegliere – con accordi internazionali – un piccolo numero di grandezze fisiche, come la lunghezza e il tempo, e assegnare solo a ciascuna di esse dei campioni di unità di misura. Definiamo quindi tutte le altre grandezze della fisica in base a queste grandezze fondamentali e ai campioni delle loro unità di misura, dette appunto *unità fondamentali*. La velocità, per esempio, è definita in base alle grandezze fondamentali lunghezza e tempo, ed è associata ai campioni delle rispettive unità di misura.

I campioni fondamentali dovrebbero essere *accessibili*, oltre che *invariabili*. Se definiamo l'unità di misura della lunghezza come la distanza fra il naso e il dito indice con il braccio teso, avremo certamente un'unità di misura accessibile, ma che varia, naturalmente, da persona a persona. L'esigenza di precisione nella scienza e nella tecnica ci spinge proprio nella direzione opposta. A noi interessa prima di tutto l'invariabilità, e poi facciamo un grande sforzo per rendere facilmente accessibili, a tutti coloro che ne hanno bisogno, dei fedeli duplicati dei campioni fondamentali.

## Il Sistema Internazionale di unità di misura

Nel 1971 la 14<sup>a</sup> Conferenza Generale sui Pesi e sulle Misure ha selezionato sette grandezze come grandezze fondamentali, che quindi costituiscono la base del Sistema Internazionale di unità di misura, abbreviato internazionalmente in SI, derivato dal comune **sistema metrico**. La tabella 1.1 elenca i nomi delle unità delle tre grandezze fondamentali – lunghezza, massa e tempo – che trattiamo nei primi capitoli di questo testo. Le unità per le grandezze sono state scelte a «scala umana».

Nel SI molte *unità derivate* sono state definite in funzione di queste unità fondamentali. Per esempio l'unità SI della potenza, chiamata **watt** (abbreviata in W), è definita in funzione delle unità di massa, lunghezza e tempo. Quindi, come vedremo nel capitolo 7,

$$1 \text{ watt} = 1 \text{ W} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^3, \quad (1.1)$$

in cui l'ultimo insieme di unità si legge «kilogrammi per metri quadrati al secondo cubo».

Per esprimere numeri molto grandi o molto piccoli, nei quali spessissimo ci imbattiamo negli studi di fisica, usiamo la cosiddetta *notazione scientifica*, che utilizza le potenze di 10. In questa notazione

$$3\,560\,000\,000 \text{ m} = 3,56 \cdot 10^9 \text{ m} \quad (1.2)$$

e

$$0,000\,000\,492 \text{ s} = 4,92 \cdot 10^{-7} \text{ s}. \quad (1.3)$$

A volte la notazione scientifica, da quando si usano i calcolatori, si presenta con un aspetto ancora più sintetico, come in  $3.56 \text{ E}9$ , o  $4.92 \text{ E}-7$ , dove «E», abbreviazione di «esponente», sta in luogo della frase «moltiplicato per 10 elevato alla». Ancora più succinta appare poi in alcune calcolatrici, dove è addirittura sostituita da uno spazio bianco.

Come ulteriore comodità, quando abbiamo a che fare con misure di grandezze molto grandi o molto piccole, usiamo i prefissi elencati nella tabella 1.2. Come si può vedere, ciascun prefisso rappresenta un fattore dato da una certa potenza di 10. Associare un prefisso a un'unità di misura significa moltiplicarla per il relativo fattore. Ad esempio, un dato valore di potenza elettrica può essere così espresso:

$$1,27 \cdot 10^9 \text{ watt} = 1,27 \text{ gigawatt} = 1,27 \text{ GW}, \quad (1.4)$$

o un particolare intervallo di tempo:

$$2,35 \cdot 10^{-9} \text{ s} = 2,35 \text{ nanosecondi} = 2,35 \text{ ns}. \quad (1.5)$$

Alcuni prefissi, come quelli usati nei millilitri, nei centimetri, nei kilogrammi, nei megabyte, vi sono già familiari.

**BELLA 1.1** Tre unità fondamentali del SI

Grandezza	Nome dell'unità	Simbolo dell'unità
lunghezza	metro	m
tempo	secondo	s
massa	kilogrammo	kg

**BELLA 1.2** Prefissi per le unità SI

Potenzia- tore	Prefisso*	Simbolo
18	exa-	E
15	peta-	P
12	tera-	T
9	<b>giga-</b>	G
6	<b>mega-</b>	M
3	<b>kilo-</b>	k
0	etto-	h
-1	deca-	da
-2	deci-	d
-3	<b>centi-</b>	c
-6	<b>milli-</b>	m
-9	<b>micro-</b>	μ
-12	<b>nano-</b>	n
-15	<b>pico-</b>	p
-18	femto- atto-	f a

\*Prefissi più comunemente usati sono indicati in grassetto.

## Cambiare unità

Spesso abbiamo bisogno di trasformare le unità in cui sono espresse le grandezze fisiche. Lo facciamo con un metodo chiamato *conversione a catena*. Con questo sistema moltiplichiamo la misura originaria per un opportuno **fattore di conversione** (un rapporto, uguale a 1, fra due identiche quantità). Per esempio, poiché 1 min e 60 s sono intervalli di tempo identici, possiamo scrivere

$$\frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 1 \quad \text{e} \quad \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 1.$$

Sicché i rapporti (1 min)/(60 s) e (60 s)/(1 min) si possono utilizzare come fattori di conversione. Ciò *non è lo stesso* che scrivere  $1/60 = 1$ , oppure  $60 = 1$ ; il *numero* e l'*unità* a esso associata devono essere trattati *insieme*.

Poiché moltiplicare qualunque quantità per 1 significa lasciarla inalterata, possiamo introdurre questi fattori di conversione ogni volta che lo riteniamo utile. Nella conversione a catena scegliamo i fattori in modo tale che le unità non desiderate si trovino al numeratore e al denominatore in due distinti fattori di conversione, e quindi si elidano. Per esempio

$$\left\{ \begin{array}{l} 2 \text{ min} = (2 \text{ min})(1) = (2 \text{ min}) \left( \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} \right) = 120 \text{ s}. \end{array} \right. \quad (1.6)$$

Se le unità *non si elidono*, perché si è introdotto in modo errato un fattore di conversione, basta semplicemente invertirlo e riprovare. Si noti che le unità obbediscono alle stesse regole delle variabili algebriche e dei numeri.

Nell'Appendice D sono riportati i fattori di conversione per passare da misure espresse in unità del SI ad altri sistemi e viceversa. I fattori di conversione sono riportati nella forma «1 min = 60 s», piuttosto che come rapporti quali or ora illustrati. Sicché è vostro compito decidere quali sono i fattori che vi servono al numeratore e al denominatore del rapporto desiderato.

## Lunghezza

Nel 1792 la neonata repubblica di Francia stabilì un nuovo sistema di pesi e misure. Come fondamento del sistema si adottò il metro, definito come la decimilionesima parte della distanza fra il polo nord e l'equatore. Alla fine, per ragioni pratiche, questa unità di misura riferita alle dimensioni della Terra fu abbandonata e si giunse a definire il metro come la distanza tra due linee sottili incise vicino alle estremità di una barra di platino-iridio, la **barra del metro campione**, custodita presso l'Ufficio Internazionale dei Pesi e delle Misure vicino a Parigi. Copie di grande precisione della barra furono mandate a laboratori di campionatura in tutto il mondo. Questi **campioni secondari** furono usati per tarare altri campioni, sempre più accessibili, così che alla fine qualunque dispositivo per la misura di lunghezze derivava la propria autorevolezza dalla barra del metro campione attraverso una complicata catena di confronti.

Venne però il momento in cui la scienza e le tecnologie moderne pretesero unità di misura campione più precise della distanza fra due incisioni su una barra di metallo. Nel 1960 fu adottata una nuova unità di misura per il metro, basata sulla lunghezza d'onda della luce. Il metro fu così ridefinito come 1 650 763,73 lunghezze d'onda di una particolare luce color rosso arancio emessa dalla scarica di un tubo a gas rarefatto di cripton-86 (un particolare isotopo del cripton), un fenomeno fisico riproducibile in laboratorio ovunque nel mondo. Questo ostico numero di lunghezze d'onda fu scelto in modo che la nuova unità di misura fosse il più possibile in accordo con il vecchio campione del metro-barra.

Verso il 1983 l'esigenza di maggior precisione era arrivata a un punto tale che perfino il campione a cripton-86 non era più adeguato. Fu allora adottata una decisione coraggiosa: il metro fu ridefinito come la distanza che percorre un'onda di luce in uno specifico intervallo di tempo. Con le parole della delibera della 17<sup>a</sup> Conferenza Generale sui Pesi e sulle Misure:

Il metro è la lunghezza che la luce percorre nel vuoto in un intervallo di tempo pari a  $1/(299\,792\,458)$  secondi.

**TABELLA 1.3** Alcune lunghezze approssimative

Lunghezza	Metri
Distanza delle galassie di prima formazione	$2 \cdot 10^{26}$
Distanza della galassia di Andromeda	$2 \cdot 10^{22}$
Distanza della stella più vicina (Proxima Centauri)	$4 \cdot 10^{16}$
Distanza di Plutone	$6 \cdot 10^{12}$
Raggio della Terra	$6 \cdot 10^6$
Altezza del monte Everest	$9 \cdot 10^3$
Spessore di questa pagina	$1 \cdot 10^{-4}$
Lunghezza di un virus tipico	$1 \cdot 10^{-8}$
Raggio dell'atomo di idrogeno	$5 \cdot 10^{-11}$
Raggio di un protone	$1 \cdot 10^{-15}$

Questo numero fu scelto in modo tale che la velocità  $c$  della luce potesse essere esattamente:

$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s.}$$

Le misurazioni della velocità della luce sono diventate estremamente precise, tanto che ha avuto senso, per ridefinire il metro, adottare la velocità della luce come grandezza di riferimento più rigorosamente definita.

La tabella 1.3 riporta alcune lunghezze distribuite in un ampio intervallo, da quelle relative all'Universo (le prime righe) a quelle di entità piccolissime.

## Cifre significative e posizioni decimali

Immaginate di essere alle prese con un problema in cui ciascun valore dato è costituito da un numero di due cifre. Tali cifre sono dette **cifre significative** e stabiliscono il numero di cifre che dovrà riportare il dato che esprime il vostro risultato finale. Se i dati iniziali hanno due sole cifre significative, il risultato dovrebbe averne solo due. Sulle calcolatrici possono comparire molte più cifre significative, a seconda di come sono impostate, ma quelle in eccesso sono prive di significato.

In questo libro i risultati finali dei calcoli sono spesso arrotondati a un numero di cifre significative pari a quello del dato di partenza che ne possiede di meno. (Talvolta manterrò una cifra significativa in più.) Quando la prima delle cifre da scartare è 5 o un numero maggiore di 5, la cifra precedente, cioè l'ultima che conserviamo, viene arrotondata a un'unità in più; altrimenti resta com'è. Ad esempio, 11,3516 viene arrotondato a tre cifre significative come 11,4, mentre 11,3279 viene arrotondato a tre cifre significative come 11,3. (Le risposte ai problemi svolti sono normalmente presentate con il simbolo = invece che  $\approx$ , pur essendo possibile che sia intervenuto un arrotondamento.)

Quando fra i dati di un problema compare un numero come 3,15 o  $3,15 \cdot 10^3$ , è evidente quale sia il numero delle sue cifre significative. Ma che dire del numero 3000? È valida solo una cifra significativa (si potrebbe scrivere come  $3 \cdot 10^3$ )? Oppure deve essere accettato come un numero di 4 cifre significative (che si potrebbe anche scrivere  $3,000 \cdot 10^3$ )? In questo libro ammettiamo per principio che tutti gli zeri in numeri come 3000 siano significativi, ma è meglio non estendere altrove questa convenzione, perché non tutti la rispettano.

Non confondete le cifre significative col numero di cifre decimali. Consideriamo ad esempio i valori di lunghezza 35,6 m, 3,56 m, 0,356 m e 0,00356 m. Tutti hanno tre cifre significative, ma, nell'ordine, hanno una, due, tre e cinque posizioni decimali.

## PROBLEMA SVOLTO 1.1

### Stima dell'ordine di grandezza, rotoli di spago

Il più grande gomito di spago esistente in commercio ha circa 2 m di diametro. Qual è la lunghezza totale dello spago, approssimata al più vicino ordine di grandezza?

#### SOLUZIONE

Proviamo naturalmente a srotolare il gomito e misurarne la lunghezza. Ma, oltre alla fatica che richiederebbe a noi, l'incarico del riavvolgimento non farebbe salti di gioia. Dato però che in questo esempio ci accontentiamo di individuare l'ordine di grandezza, possiamo accontentarci di una stima di tutti i dati che ci servono.

Supponiamo che il gomito sia sferico, di raggio  $R = 2$  m. La corda è impacchettata così stretta da non lasciare all'interno spazi vuoti tra un giro e l'altro, di misura non quantificabile. Per tener conto anche di questi spazi vuoti, sovrastimiamo la sezione di corda assumendo che essa sia quadrata, con lato di lunghezza  $d = 4$  mm. Avendo quindi un'area di

sezione pari a  $d^2$  e una lunghezza  $L$ , il volume occupato dalla corda è dato da

$$V = (\text{area di sezione})(\text{lunghezza}) = d^2 L.$$

Questo volume deve equivalere approssimativamente a quello di una

sfera, dato da  $\frac{4}{3}\pi R^3$ , arrotondato a  $4R^3$  giacché  $\pi$  vale circa 3. Abbiamo dunque

$$d^2 L = 4R^3,$$

ossia

$$L = \frac{4R^3}{d^2} = \frac{4(2 \text{ m})^3}{(4 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2} = 2 \cdot 10^6 \text{ m} \approx 10^6 \text{ m} = 10^3 \text{ km}.$$

Si noti che per questo tipo di calcoli semplificati non serve la calcolatrice.

Dunque, al più vicino ordine di grandezza, il gomito contiene 1000 km di spago!

## 1.2 TEMPO

### Obiettivi di apprendimento

Dopo aver letto questo paragrafo dovrete essere in grado di...

- 1.05** Cambiare unità di misura del tempo servendovi delle conversioni a catena.
- 1.06** Utilizzare diverse misure del tempo, come quelle per il moto o quelle determinate da orologi diversi.

### Idee chiave

- Il secondo è definito in funzione delle oscillazioni dell'onda luminosa emessa da una sorgente atomica (di cesio-133).
- Segnali radio pilotati da orologi atomici inviano precisissimi segnali di tempo ai laboratori metrologici di tutto il mondo.

## Tempo

Il tempo ha due aspetti: per scopi civili e per alcuni scopi scientifici ci interessa conoscere il momento esatto del giorno in cui si colloca un evento in modo da poter stabilire una corretta sequenza dei fatti; in molte attività scientifiche vogliamo invece sapere qual è la durata di un evento. Perciò qualsiasi unità di misura del tempo deve poter dare risposta a due domande: *“Quando è accaduto?”* e *“Quanto è durato?”*. La tabella 1.4 riporta la misura di alcuni intervalli di tempo.

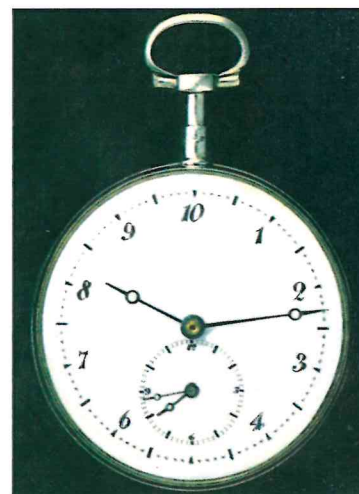
Qualsiasi fenomeno ripetitivo può essere utilizzato come unità di misura del tempo. La rotazione della Terra, che determina la lunghezza del giorno, è stata usata a questo scopo per secoli. La figura 1.1 mostra un insolito orologio basato su questo fenomeno. Un orologio al quarzo, nel quale un anello di quarzo vibra in continuazione, può essere tarato, mediante osservazioni astronomiche, sul periodo di rotazione della Terra e usato in laboratorio per misurare intervalli di tempo. La calibrazione così ottenuta, tuttavia, non può essere trasferita ad altri strumenti con la precisione oggi richiesta dalla tecnologia e dalla ricerca scientifica.

Per soddisfare il bisogno di un migliore campione dell'unità di misura del tempo si è sviluppata in molti paesi la tecnologia dell'orologio atomico. L'orologio atomico del National Institute of Standards and Technology (NIST) di Boulder, nel Colorado (USA), costituisce in quel paese il campione del Coordinated Universal Time (UTC), i cui segnali di tempo sono disponibili per radio sulle onde corte (stazioni WWV e WWVH) e per telefono. Vi si può accedere (insieme alle relative informazioni) attraverso il sito Internet <http://tycho.usno.navy.mil/time.html>. (Per sincronizzare un orologio con accuratezza, dovrete sempre calcolare il tempo necessario a questi segnali per arrivare dal NIST fino al luogo in cui vi trovate.)

**TABELLA 1.4** Misura di alcuni intervalli di tempo

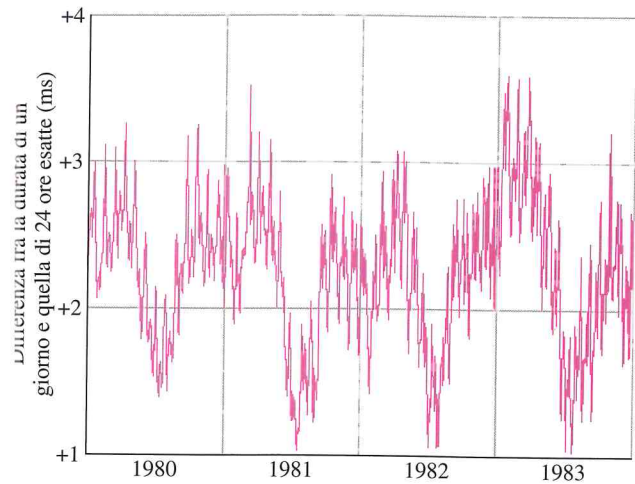
Intervallo di tempo	Secondi
Tempo stimato per la vita di un protone	$3 \cdot 10^{40}$
Età dell'Universo	$5 \cdot 10^{17}$
Età della piramide di Cheope	$1 \cdot 10^{11}$
Durata media della vita umana	$2 \cdot 10^9$
Durata di un giorno	$9 \cdot 10^4$
Intervallo fra due battiti cardiaci umani	$8 \cdot 10^{-1}$
Vita media del muone	$2 \cdot 10^{-6}$
Il più breve impulso luminoso prodotto e misurato in laboratorio (1989)	$6 \cdot 10^{-15}$
Vita media della particella più instabile	$1 \cdot 10^{-23}$
Il tempo di Planck*	$1 \cdot 10^{-43}$

\* Il più breve intervallo di tempo trascorso dal *Big Bang*, oltre il quale si possono applicare le leggi della fisica come noi le conosciamo.



Steven Pitkin

**Figura 1.1** Quando fu proposto il sistema metrico nel 1792, l'ora fu ridefinita stabilendo la durata di un giorno in 10 ore, ciascuna suddivisa in 100 centesimi. Ma l'idea non ebbe successo. Chi fabbricò questo orologio da 10 ore lo dotò saggiamente di un piccolo quadrante che conservava la tradizionale suddivisione del giorno in  $2 \cdot 12$  ore di 60 minuti. I due quadranti indicano la stessa ora?



La figura 1.2 mostra le variazioni giornaliere della velocità di rotazione della Terra in un periodo di 4 anni, confrontato con la misurazione di un orologio al cesio (atomico). Considerate le variazioni stagionali registrate che evidenziano vistose differenze nella scansione del tempo fra la Terra e l'atomo, ci fidiamo meno, fra i due, della rotazione terrestre. La variazione è probabilmente dovuta agli effetti di marea provocati dalla Luna e alle perturbazioni atmosferiche su scala mondiale.

La 13<sup>a</sup> Conferenza Generale sui Pesì e sulle Misure adottò nel 1967 un campione del secondo basato sull'orologio al cesio:

➤ Un secondo è il tempo necessario alla luce (di una specifica lunghezza d'onda) emessa da un atomo di cesio-133 per effettuare 9 192 631 770 oscillazioni.

**Figura 1.2** Variazioni della lunghezza del giorno nel corso di 4 anni. Si noti che lo scarto giornaliero rispetto alla media è contenuto entro 3 ms (= 0,003 s).

In base ai calcoli teorici, due orologi al cesio dovrebbero funzionare per 6000 anni prima che si verificasse uno scarto superiore a 1 s fra le loro letture del tempo. Perfino questa precisione impallidisce però in confronto a quella degli orologi attualmente in corso di sviluppo: la loro precisione potrebbe essere spinta a  $1 \cdot 10^{-18}$ , il che significa 1 secondo ogni  $10^{18}$  secondi, ossia circa 1 secondo ogni  $3 \cdot 10^{10}$  anni.

### 1.3 MASSA

#### Obiettivi di apprendimento

Dopo aver letto questo paragrafo dovreste essere in grado di...

- 1.07 Cambiare unità di misura della massa servendovi delle conversioni a catena.
- 1.08 Mettere in relazione la massa col volume quando la massa è distribuita uniformemente in un corpo.

#### Parole chiave

Il chilogrammo è definito mediante un campione di massa di platino-iridio conservato presso Parigi. Per dimensioni di scala atomica si usa più comunemente l'unità di massa atomica, definita come la massa dell'atomo di carbonio-12.

- La massa volumica, o densità,  $\rho$  di una sostanza è la sua massa per unità di volume:

$$\rho = \frac{m}{V}$$



## Massa

### Il campione di massa

Il campione SI di massa è un cilindro di platino-iridio (fig. 1.3) conservato presso l'Ufficio Internazionale dei Pesì e delle Misure, che si trova vicino a Parigi, al quale è stata assegnata, per convenzione internazionale, la massa di 1 kg. Campioni secondari sono stati inviati a laboratori specializzati in altri paesi e la massa di qualunque altro oggetto può essere determinata per confronto con questi campioni secondari su bilance a bracci uguali. La tabella 1.5 mostra la misura di alcune masse espressa in kg, che si estendono su un intervallo di oltre 83 ordini di grandezza.

Il chilogrammo campione nazionale USA è conservato nei sotterranei del NIST. Viene prelevato non più di una volta all'anno per tarare i campioni terziari che sono usati altrove. Dal 1889 è stato portato due volte in Francia per essere riconfrontato con il campione principale.

**Figura 1.3** Il campione internazionale di massa: un cilindro di 3,9 cm.

TABELLA 1.5 Alcune misure di massa

Oggetto	Massa in kilogrammi	Oggetto	Massa in kilogrammi
L'Universo conosciuto	$1 \cdot 10^{53}$	Un elefante	$5 \cdot 10^3$
La nostra galassia	$2 \cdot 10^{41}$	Un acino d'uva	$3 \cdot 10^{-3}$
Il Sole	$2 \cdot 10^{30}$	Un granello di polvere	$7 \cdot 10^{-10}$
La Luna	$7 \cdot 10^{22}$	Una molecola di penicillina	$5 \cdot 10^{-17}$
L'asteroide Eros	$5 \cdot 10^{15}$	L'atomo di uranio	$4 \cdot 10^{-25}$
Piccola montagna	$1 \cdot 10^{12}$	Il protone	$2 \cdot 10^{-27}$
Un transatlantico	$7 \cdot 10^7$	L'elettrone	$9 \cdot 10^{-31}$

## Un secondo campione di massa

Le masse degli atomi si possono confrontare con precisione molto maggiore di quella possibile in un confronto con il kilogrammo campione. Per questa ragione è stato definito un secondo campione per l'unità di misura della massa: è l'atomo del carbonio-12, al quale, per accordo internazionale, è stata attribuita la massa di 12 **unità di massa atomica** (u). Il rapporto fra le due unità è

$$1 \text{ u} = 1,66053886 \cdot 10^{-27} \text{ kg}, \quad (1.7)$$

con un'incertezza di 10 negli ultimi due decimali. Con uno spettrometro di massa gli scienziati possono, con ragionevole precisione, determinare le masse di altri atomi in relazione alla massa dell'atomo di carbonio-12. Quello che attualmente ci manca è un sistema affidabile per estendere questa precisione a campioni di unità di massa più comuni, come il kilogrammo.

## Massa volumica o densità

Come vedremo meglio nel capitolo 14, la **massa volumica**, detta anche brevemente **densità** e indicata con il simbolo  $\rho$  (la lettera greca *rho* minuscola), è la massa per unità di volume:

$$\rho = \frac{m}{V}. \quad (1.8)$$

La sua unità di misura è il **kilogrammo al metro cubo**, ma nelle tabelle è più spesso data in grammi al centimetro cubo, e ivi spesso si usa come confronto la massa volumica dell'acqua,  $1,00 \text{ g/cm}^3$ , dato che è circa unitaria. Ad esempio, la neve fresca ha una massa volumica pari a circa il 10 % di quella dell'acqua, mentre il platino ha massa volumica circa 21 volte quella dell'acqua.

## PROBLEMA SVOLTO 1.2

### Massa volumica e liquefazione

Durante un terremoto può accadere che il suolo subisca una *liquefazione*, in cui i frammenti di suolo incontrano poco attrito nello scorrimento l'uno rispetto all'altro, e che di conseguenza un oggetto pesante possa affondare nel terreno. Il terreno diventa un po' come una sabbia mobile. La probabilità di liquefarsi per un suolo di tipo sabbioso può stimarsi in funzione del *coefficiente di riempimento*  $e$  di un campione di suolo:

$$e = \frac{V_{\text{vuoto}}}{V_{\text{grani}}}. \quad (1.9)$$

Qui  $V_{\text{grani}}$  rappresenta il volume netto totale occupato dai grani nel campione e  $V_{\text{vuoto}}$  rappresenta invece il rimanente volume totale degli interstizi tra i grani, anche se in realtà non è vuoto ma occupato, per esempio, da aria, ciò che in questo caso fa poca differenza. La liquefazione durante un terremoto può verificarsi quando il coefficiente di riempimento eccede il valore soglia di 0,80. Quanto vale la massa volumica  $\rho_{\text{sabbia}}$  in

corrispondenza di questo valore, sapendo che il biossido di silicio (maggior componente del materiale sabbioso) ha massa volumica  $\rho_{\text{SiO}_2} = 2,600 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ ?

### SOLUZIONE

La massa volumica della sabbia  $\rho_{\text{sabbia}}$  in un campione è la massa per unità di volume, vale a dire il rapporto tra la massa totale netta  $m_{\text{sabbia}}$  dei grani di sabbia e il volume totale  $V_{\text{totale}}$  occupato dal campione:

$$\rho_{\text{sabbia}} = \frac{m_{\text{sabbia}}}{V_{\text{totale}}}. \quad (1.10)$$

**Calcoli.** Il volume totale  $V_{\text{totale}}$  del campione è

$$V_{\text{totale}} = V_{\text{grani}} + V_{\text{vuoto}}.$$



Sostituendo  $V_{vuoto}$  ricavato dall'equazione 1.9 ed esplicitando  $V_{grani}$  si ottiene

$$V_{grani} = \frac{V_{totale}}{1 + e} \quad (1.11)$$

L'equazione 1.8 indica che la massa totale netta  $m_{sabbia}$  dei grani di sabbia è il prodotto della sua massa volumica per il volume totale netto:

$$m_{sabbia} = \rho_{SiO_2} \cdot V_{grani} \quad (1.12)$$

Introducendo questa espressione nella (1.10) e l'espressione di  $V_{grani}$  dalla (1.11) si giunge a

$$\rho_{sabbia} = \frac{\rho_{SiO_2}}{V_{totale}} \cdot \frac{V_{totale}}{1 + e} = \frac{\rho_{SiO_2}}{1 + e} \quad (1.13)$$

Inserendo ora i dati numerici di  $e$  e della massa volumica del biossido di silicio, si trova che la liquefazione può avvenire quando la massa volumica della sabbia è minore di

$$\rho_{sabbia} = \frac{2,600 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3}{1,80} = 1,4 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3.$$

Un edificio può affondare di parecchi metri in una simile circostanza!

## RIEPILOGO & SOMMARIO

**Le misurazioni in fisica** La fisica è basata sulla misurazione di grandezze fisiche. Per alcune grandezze fisiche, scelte come **grandezze fondamentali** (come la lunghezza, il tempo e la massa), sono state stabilite specifiche **unità di misura** (il metro, il secondo, il kilogrammo), definite con riferimento a un **campione**. Altre grandezze fisiche (come la velocità) sono definite in termini delle grandezze fondamentali e dei relativi campioni e unità di misura.

**Unità SI** Il sistema di unità di misura adottato in questo libro è il sistema Internazionale di Unità (SI). Nei primi capitoli studieremo le grandezze fisiche fondamentali descritte nella tabella 1.1. I campioni usati a rappresentare le unità di queste grandezze fondamentali, che devono essere sia accessibili che invariabili, sono stabiliti in base accordi internazionali. Questi campioni sono alla base di tutte le misure fisiche sia per le grandezze fondamentali sia per quelle da esse derivate. La notazione scientifica dei numeri e i prefissi della tabella 1.2 semplificano e agevolano le espressioni delle misure.

**Conversioni di unità** La conversione di unità di misura da un sistema a un altro (per esempio dalle miglia all'ora ai chilometri al secondo) può essere eseguita usando *conversioni a catena*: le unità sono trattate come grandezze algebriche e i dati originali sono moltiplicati, in successione,

risposte alle verifiche, ai quesiti e ai problemi evidenziati in colore si trovano raccolte in fondo al libro, a pagina R1 e seguenti.

## PROBLEMI

### PROBLEMA 1.1 Misurare oggetti e la loro lunghezza

Il micrometro ( $10^{-6} \text{ m} = 1 \mu\text{m}$ ) è spesso familiarmente chiamato *micron*. (a) Quanti micron fanno 1,0 km? (b) Quale frazione di un centimetro è uguale a 1  $\mu\text{m}$ ?

Le spaziature nei libri come questo vengono spesso conteggiate in pica e in pica: 12 punti = 1 pica e 6 pica = 2,54 cm. Se nelle bozze si trova una figura scostata di 0,80 cm, quant'è il suo spostamento espresso in (a) pica e in (b) punti?

L'Antartide ha una forma approssimativamente semicircolare, con un diametro di 2000 km (fig. 1.4). Lo spessore medio dello strato di ghiaccio che la ricopre è di 3000 m. Quanti centimetri cubi di ghiaccio contiene l'Antartide? (Si trascuri la curvatura della Terra.)



Figura 1.4 Problema 3.

••4. Il ponte Harvard, che collega il Massachusetts Institute of Technology (MIT) ai suoi pensionati universitari attraverso il fiume Charles, ha una lunghezza di 364,4 Smoot più un orecchio. L'unità di 1 Smoot è basata sulla lunghezza di Oliver Reed Smoot Jr., uno studente della classe 1962, che fu trasportato o trascinato tratto dopo tratto lungo il ponte mentre i suoi compagni marcavano (con la vernice) ogni tratto successivo, ciascuno per definizione lungo 1 Smoot, per tutto il percorso. La pittura è stata rinfrescata ogni due anni dagli

per fattori di conversione frazionari di valore unitario, il che porta alla fine a valori espressi nelle unità desiderate.

**Lunghezza** L'unità di lunghezza – il metro – è definita come la distanza percorsa dalla luce in un intervallo di tempo esattamente specificato.

**Tempo** L'unità di tempo – il secondo – fu originariamente definita in rapporto alla rotazione della Terra. È adesso definita in funzione del numero di vibrazioni della luce emessa da una data sorgente atomica (il cesio-133). Segnali orari ad alta precisione sono diffusi in ogni parte del mondo mediante segnali radio di sincronizzazione emessi dagli orologi atomici dei laboratori ufficiali di campionatura.

**Massa** L'unità di massa – il kilogrammo – è definita da un particolare prototipo di platino-iridio conservato in Francia vicino a Parigi. Per misurazioni su scala atomica si usa l'unità di massa atomica, definita in riferimento alla massa dell'atomo di carbonio-12.

**Massa volumica o densità** La massa volumica  $\rho$  di una sostanza è la massa per unità di volume:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (1.8)$$

studenti del pensionato, normalmente durante le ore di maggior traffico per ostacolare l'intervento della polizia. (Si presume che la polizia dapprima sia rimasta disorientata dal fatto che lo Smoot non sia un'unità fondamentale SI, anche se oramai sembra rassegnata ad accettarla.) La figura 1.5 mostra tre linee parallele con misure in Smoot (S), Willy (W) e Zeno (Z). Quanto vale la lunghezza di 50,0 Smoot in (a) Willy e in (b) Zeno?



Figura 1.5 Problema 4.

•5. I tecnici idraulici negli Stati Uniti come unità di volume per l'acqua usano spesso il *pie-de-acro*, un volume d'acqua che copre l'area di 1 acro per la profondità di 1 piede. In un violento temporale precipitano 5,1 cm di pioggia in 30 min su una città di 26 km<sup>2</sup>. Che volume d'acqua, in piedi-acro, ha investito la città (1 acro = 4048 m<sup>2</sup>; 1 piede = 0,30 m)?

### PARAGRAFO 1.2 Tempo

•6. Enrico Fermi osservò una volta che la durata normale di una lezione (50 minuti) è molto vicina a 1 microsecolo. (a) Quanto dura un microsecolo in minuti? (b) Qual è in percentuale l'approssimazione dell'affermazione di Fermi? Si usi la seguente formula:

$$\text{approssimazione percentuale} = \left( \frac{\text{valore vero} - \text{valore approssimato}}{\text{valore vero}} \right) 100.$$

•7. Cinque orologi sono sottoposti a una settimana di prove in un laboratorio. Le letture giornaliere dei cinque orologi, a mezzogiorno esatto secondo il segnale orario radio, sono riportate nella tabella seguente:

Orologio	Dom.	Lun.	Mar.	Mer.	Gio.	Ven.	Sab.
A	12:36:40	12:36:56	12:37:12	12:37:27	12:37:44	12:37:59	12:38:14
B	11:59:59	12:00:02	11:59:57	12:00:07	12:00:02	11:59:56	12:00:03
C	15:50:45	15:51:43	15:52:41	15:53:39	15:54:37	15:55:35	15:56:33
D	12:03:59	12:02:52	12:01:45	12:00:38	11:59:31	11:58:24	11:57:17
E	12:03:59	12:02:49	12:01:54	12:01:52	12:01:32	12:01:22	12:01:12

In quale ordine classifichereste questi orologi dal punto di vista dell'accuratezza? Giustificate la vostra scelta.

•8. Fino al 1883 ogni città o paese negli USA aveva il proprio tempo locale. Oggi i viaggiatori spostano l'orologio soltanto quando il tempo astronomico locale cambia di 1,0 ore. Per quanti gradi di longitudine, in media, si dovrà viaggiare prima di dover nuovamente spostare di 1,0 h le lancette dell'orologio? (*Suggerimento*: una rotazione completa della Terra richiede circa 24 ore.)

•9. Tre orologi digitali, A, B e C, hanno ritmi differenti e il loro zero non coincide. La figura 1.6 espone alcune letture simultanee effettuate su coppie di orologi in quattro istanti differenti. (Al primo istante, ad esempio, B indica 25,0 s e C indica 92,0 s.) Un intervallo di 600 s sull'orologio A a che intervallo corrisponde sull'orologio (a) B e (b) C? (c) Quando sull'orologio A si legge 400 s, quanto indica l'orologio B? (d) Quando l'orologio C indica 15,0 s, qual è la lettura sull'orologio B? (Per valori precedenti allo zero si indichino valori negativi.)

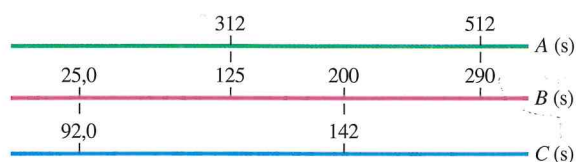


Figura 1.6 Problema 9.

•10. Ammettendo che, a causa del rallentamento della rotazione terrestre, la durata del giorno cresca uniformemente di 0,001 s al secolo, calcolate l'effetto cumulativo sulla misura del tempo nel corso di 20 secoli.

### PARAGRAFO 1.3 Massa

•11. (a) Ammettendo che la massa volumica (massa/volume) dell'acqua sia esattamente di 1 g/cm<sup>3</sup>, esprimete la massa volumica dell'acqua in kilogrammi al metro cubo (kg/m<sup>3</sup>). (b) Supponete che occorrono 10,0 h per vuotare un recipiente di 5700 m<sup>3</sup> d'acqua. Qual è la portata massima, in kg/s, dell'acqua scaricata?

•12. L'oro, che ha una massa di 19,32 g per ogni centimetro cubo di volume, è il metallo più duttile: può essere steso in fogli sottilissimi o tirato in lunghe fibre. (a) Se si stende la massa di 27,63 g in un foglio di 1,000 μm di spessore, quale sarà l'area del foglio risultante? (b) Se invece si tira la medesima quantità in una fibra cilindrica di 2,500 μm di raggio, quale sarà la sua lunghezza?

•13. La Terra ha una massa di 5,98 · 10<sup>24</sup> kg. La massa media degli atomi che costituiscono la materia terrestre è 40 u. Fare una stima di quanti atomi compongono la Terra.

•14. La massa volumica del ferro è 7,87 g/cm<sup>3</sup> e la massa di un atomo di ferro è 9,27 · 10<sup>-26</sup> kg. Se gli atomi sono sferici e ben impaccati, (a) qual è il volume di un atomo di ferro e (b) qual è la distanza fra i centri di atomi adiacenti?

•15. Si versa dell'acqua in un recipiente che ha una leggera perdita. La massa m di acqua contenuta è data come funzione del tempo t ≥ 0 secondo la seguente espressione: m = 5,00t<sup>0,8</sup> - 3,00t + 20,00, ove i fattori numerici hanno unità di misura tali che m risulti in grammi quando t è dato in secondi. (a) In quale istante la massa risulta massima e (b) qual è il valore massimo della massa? Esprimendola in kg/min, quant'è la portata dell'acqua agli istanti (c) t = 2,00 s e (d) t = 5,00 s?

•16. Un recipiente a forma di parallelepipedo di base 14,0 cm per 17,0 cm viene riempito di caramelle aventi ciascuna massa di 0,0200 g e volume di 50,0 mm<sup>3</sup>. Trascurando il volume di spazio vuoto tra le caramelle, se l'altezza delle caramelle nel recipiente aumenta al ritmo di 0,250 cm/s, con che ritmo cresce la loro massa in kg/min?

### Problemi supplementari

17. Un turista americano a Londra compra un'automobile e la fa spedire a casa negli Stati Uniti. La pubblicità informa che il suo consumo in date condizioni è di 40 miglia per gallone. Il turista non si rende conto che il gallone inglese differisce dal gallone americano:

$$\begin{aligned} 1 \text{ gallone imperiale inglese} &= 4,5460900 \text{ litri,} \\ 1 \text{ gallone USA} &= 3,7854118 \text{ litri.} \end{aligned}$$

Per un viaggio di 750 miglia (negli USA) in condizioni standard (a) quanti sono i galloni che il turista crede gli servano e (b) quanti ne richiederà effettivamente l'auto?

18. In un antico manoscritto si legge che un possidente dei tempi di Re Artù aveva un campo coltivato di 3,00 acri oltre a un terreno da pascolo di 25,0 per 4,00 pertiche. Quant'è l'area totale espressa in (a) unità antiche rood e in (b) unità moderne metri quadrati, sapendo che 1 acro è