

Gas Ideali (o perfetti)

- Un gas ha un comportamento "IDEALE" se:
 - i) È composto da un numero molto elevato di particelle distanti tra loro ed in moto caotico
 - ii) Non ci sono interazioni tra particelle
 - iii) Le collisioni tra particelle sono elastiche

→ Non esistono gas ideali in natura, ma un gas reale approssima un comportamento ideale a BASSA PRESSIONE ed ALTA TEMPERATURA (comparata a quella di condensazione)

Mole:

L'unità di misura della quantità di materia è la MOLE: Quantità di materia che contiene tante unità elementari quanti sono gli atomi in 12g di carbonio avente numero di massa 12 (^{12}C)

Numero di Avogadro: (# di unità elementari in una mole)

$$N_A = 6,0221 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

Numero di moli "n" contenuto in un certo quantitativo di sostanza:

$$m = \frac{N}{N_A} = \frac{m_c}{M} = \frac{m_c}{N_A m} \rightarrow \text{massa di 1 p.l.a. elementare}$$

N → # di particelle elementari
 m_c → massa campione
 M → massa molare, ovvero la massa di 1 mole
 $N_A m$ → massa di 1 p.l.a. elementare

Legge di Avogadro (per gas ideali):

Volumi eguali di gas diversi, nelle stesse condizioni di temperatura e pressione, contengono lo stesso numero di molecole; ovvero, lo stesso numero di molecole di gas diversi occupano lo stesso volume ad una data temperatura e pressione

↳ legge valida per gas ideali

Una mole di qualsiasi gas (ideale), ad una data temperatura e pressione, occupa sempre lo stesso volume:

$$V_m = 0,022414 \text{ m}^3 = 22,414 \text{ l}$$

$$p_0 = 101325 \text{ Pa}$$

$$T_0 = 273,15 \text{ K}$$

Volume Molare

⇓

ovvero il volume di una mole di gas ideale a pressione e temperatura standard

Equazione di Stato di un gas Ideale: In condizioni di equilibrio, un gas ideale:

i) $pV = nRT$ → $\overset{\text{Volume Occupato}}{V}$ → $\overset{\text{Temperatura}}{\text{espressa in Kelvin}}$ (legge dei gas ideali o Perfetti)

↙ $\overset{\text{pressione assoluta del gas}}{p}$ ↘ $\overset{\text{Numero di moli}}{n}$

$R = 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$ Costante universale dei gas

ii) $pV = \frac{N}{N_A} RT = N k_B T$ → $\overset{\text{numero p. le elementari}}{N}$

$k_B = \frac{R}{N_A} = 1,3807 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$

Costante di Boltzmann

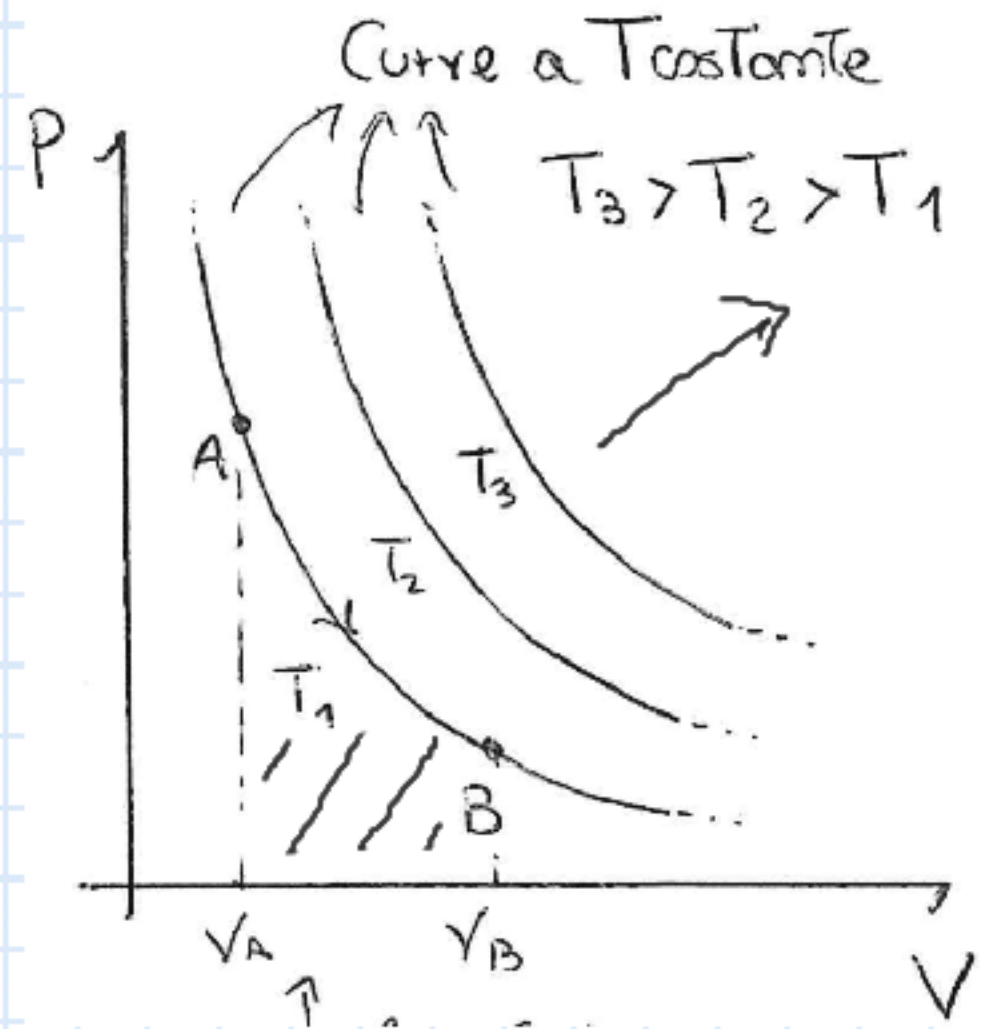
Trasformazioni notevoli per un gas ideale:

$$y = \frac{\text{cost}}{x}$$

ISOTERMA: $T = \text{cost}$ (Reversibile)

$$pV = \boxed{mRT} = \text{cost} \Rightarrow p = \frac{\text{cost}}{V}$$

→
Ramo di
ipercorde
 V_B



Lavoro compiuto:

$$W_{AB} = \int_{V_A}^{V_B} p(V) dV = \int_{V_A}^{V_B} \frac{mRT}{V} dV = mRT \int_{V_A}^{V_B} \frac{1}{V} dV =$$

$$= mRT \left[\ln V \right]_{V_A}^{V_B} = \boxed{mRT \ln \frac{V_B}{V_A}} = mRT \ln \frac{P_A}{P_B}$$

$$\ln V_B - \ln V_A$$

$$P_A V_A = P_B V_B$$

$$\ln \left[\frac{mRT}{P_B} / \frac{mRT}{P_A} \right] = \ln \frac{P_A}{P_B}$$

$$P_A = \frac{mRT}{V_A}$$

$$P_B = \frac{mRT}{V_B}$$

$$V_A = \frac{mRT}{P_A}$$

$$V_B = \frac{mRT}{P_B}$$

Trasformazioni notevoli gas ideale:

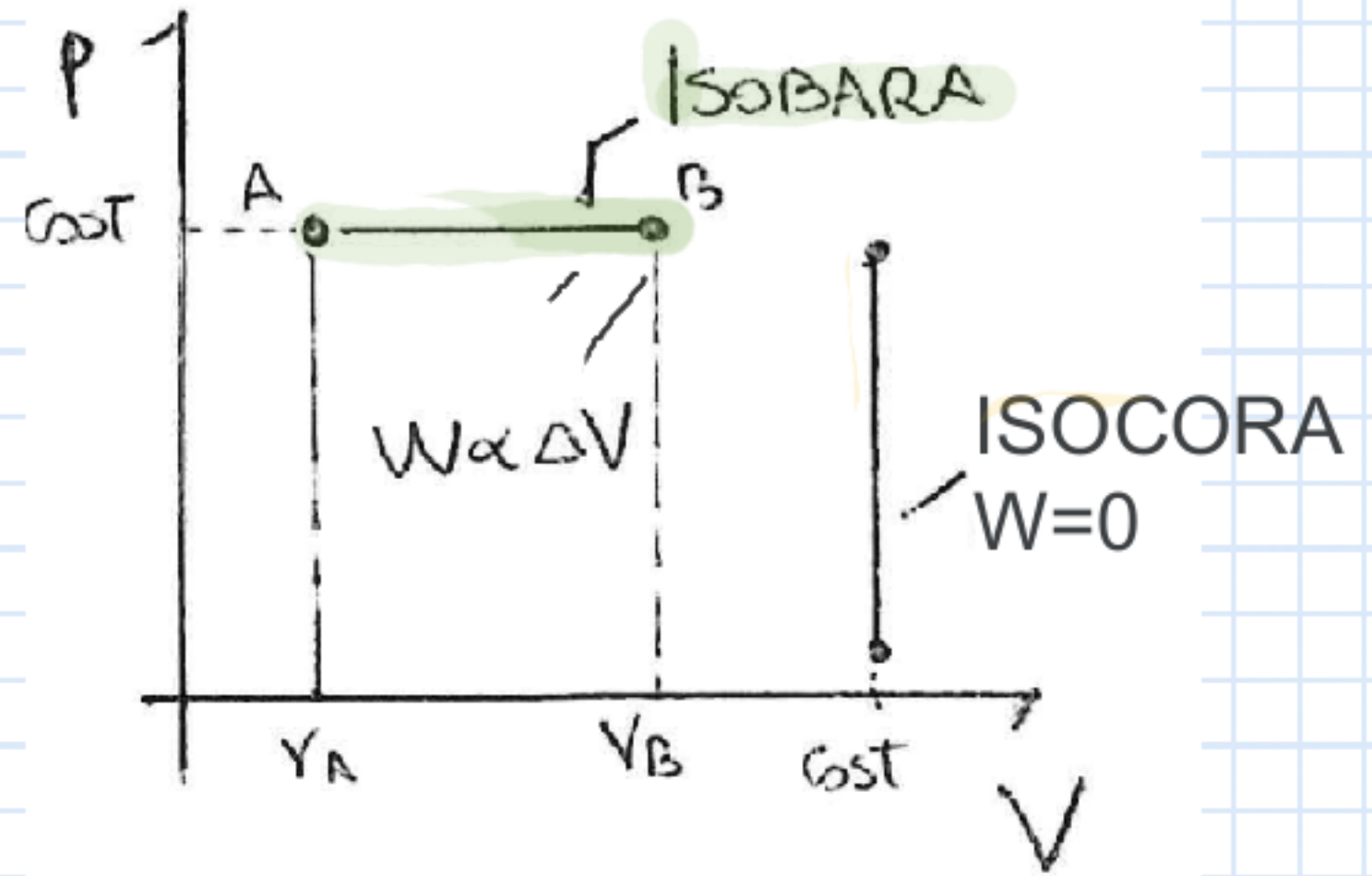
ISOBARA: $P = \text{cost}$

$$pV = mRT \Rightarrow \frac{V}{T} = \frac{mR}{p} = \text{cost} \quad \frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B}$$

Lavoro svolto:

$$W_{AB} = \int_{V_A}^{V_B} p(V) dV = p \int_{V_A}^{V_B} dV = p(V_B - V_A) =$$

$$\boxed{V = \frac{mRT}{p}} = mR(T_B - T_A)$$



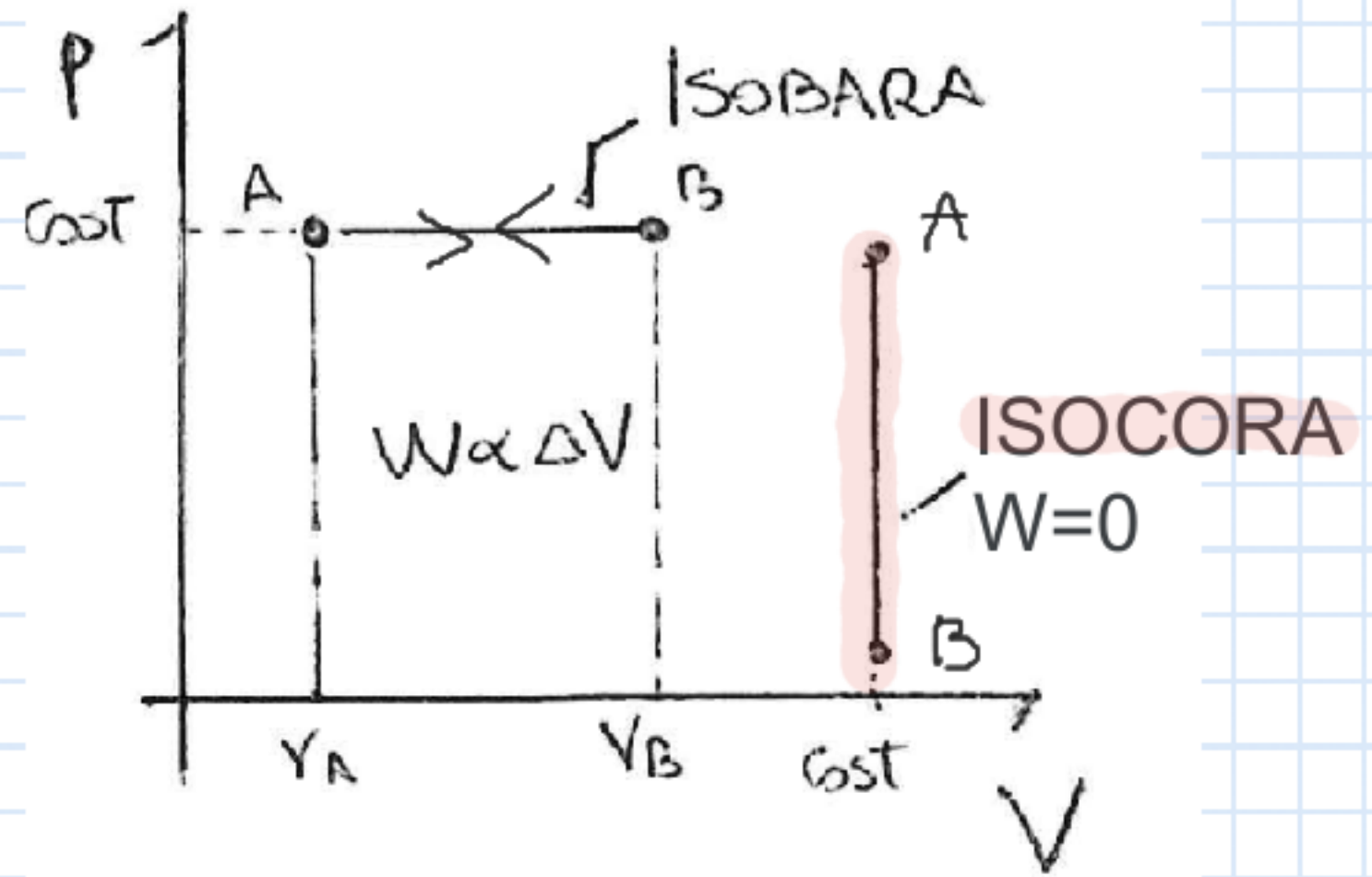
Trasformazioni notevoli gas ideale:

ISOCORA: $V = \text{cost}$

$$pV = mRT \Rightarrow \frac{p}{T} = \frac{mR}{V} = \text{cost}$$

$$\frac{p_A}{T_A} = \frac{p_B}{T_B}$$

$$W_{AB} = \int_{V_A}^{V_B} p(V) dV = 0$$



Recap:

Equazione di stato per un gas ideale

$$i) pV = nRT \quad (\text{legge dei gas perfetti})$$

p : pressione assoluta gas
 V : Volume occupato
 n : Numero di moli
 R : Costante universale dei gas
 T : Temperatura

$$R = 8.314 \text{ J/molK} \quad (\text{Costante universale dei gas})$$

$$ii) pV = \frac{N}{N_A} RT = N k_B T$$

N : Numero Molecole
 k_B : avendo definito la nuova costante

$$k_B = \frac{R}{N_A} = 1.3807 \frac{\text{J}}{\text{molK}} \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \quad (\text{Costante di Boltzmann})$$

$$1 \text{ atm} \Rightarrow \text{m}^3 \text{Pa} = \frac{\text{m}^3 \text{N}}{\text{m}^2} = \text{m} \text{N} = \text{J}$$

Trasformazioni notevoli di un gas ideale:

i) Trasformazione Isoterma:

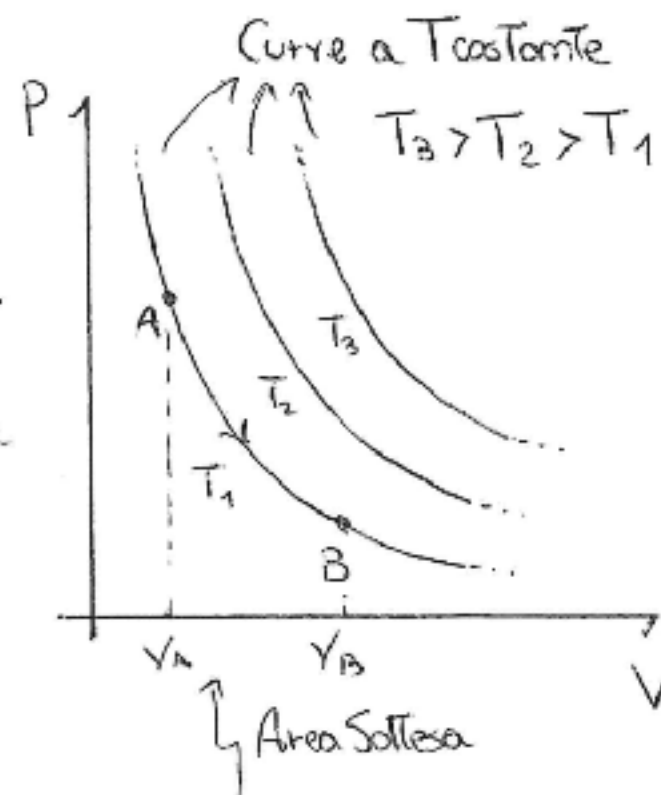
$$T = \text{cost}$$

$$pV = nRT = \text{cost} \rightarrow p = \frac{\text{cost}}{V}$$

ramo di iperbole

Il lavoro compiuto durante una trasformazione isoterma reversibile di un gas ideale è:

$$W_{AB} = \int_{V_A}^{V_B} p dV = \int_{V_A}^{V_B} \frac{nRT}{V} dV = nRT \int_{V_A}^{V_B} \frac{dV}{V} = nRT \ln \frac{V_B}{V_A} = nR \ln \frac{P_A}{P_B}$$



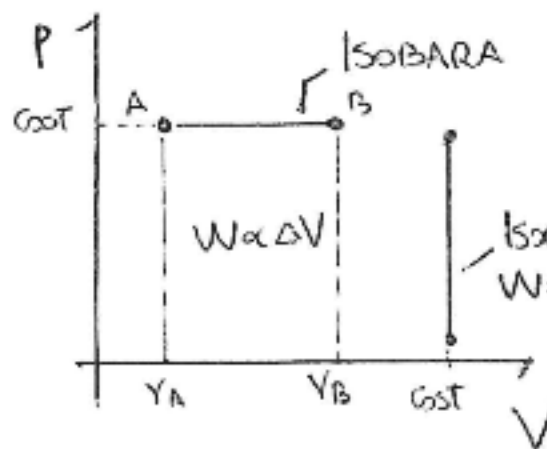
ii) Trasformazione Isobara:

$$p = \text{cost}$$

$$\frac{V_A}{T_A} = \text{cost} \rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \frac{T_A}{T_B}$$

$$W_{AB} = \int_{V_A}^{V_B} p dV = p \int_{V_A}^{V_B} dV = p(V_B - V_A) = nR(T_B - T_A)$$

$$V = \frac{nRT}{p}$$



iii) Trasformazione Isocora:

$$V = \text{cost} \rightarrow \frac{P_A}{T_A} = \frac{P_B}{T_B}$$

$$W_{AB} = \int_{V_A}^{V_B} p dV = 0$$

Esempio: Ciclo Gas Ideale

••8. Un campione di un gas ideale compie tutto il processo ciclico illustrato sul diagramma p - V nella figura 19.20. Il valore di p_b è 7,5 kPa e quello di p_{ac} è 2,5 kPa. La temperatura del gas nel punto a è 200 K (a) Quante moli del gas si trovano nel campione? Quali sono (b) la temperatura del gas nel punto b , (c) la temperatura del gas nel punto c e (d) il calore netto fornito al gas durante il ciclo?

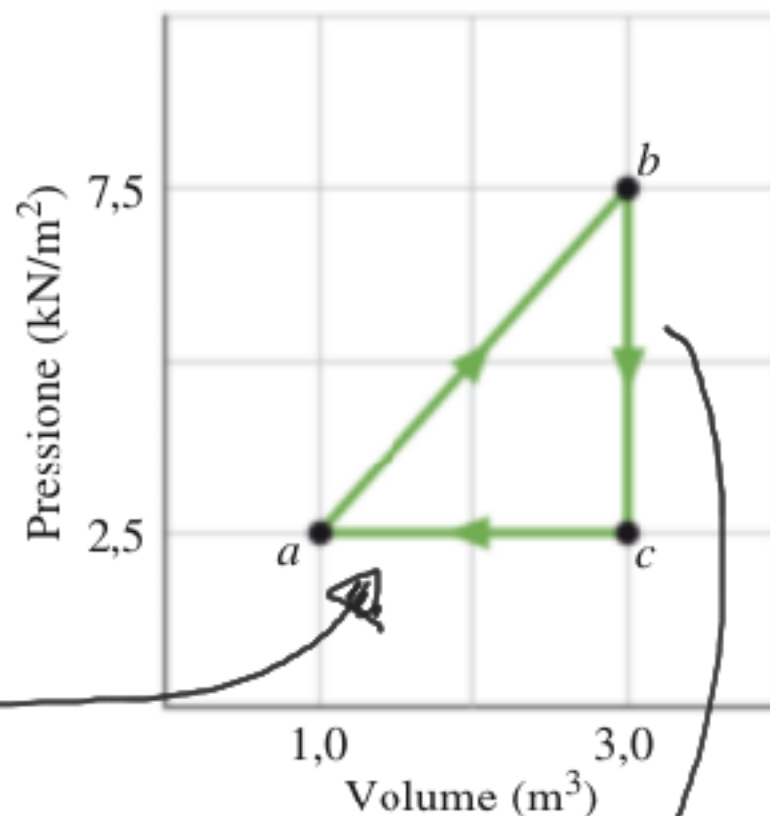


Figura 19.20 Problema 8.

$$a) pV = nRT \rightarrow n = \frac{p_a V_a}{RT_a} = 1,5 \text{ mol}$$

$$b) T_B = \frac{p_B V_B}{nR} = 1,8 \cdot 10^3 \text{ K}$$

$$c) \frac{pV}{T} = nR \Rightarrow \frac{p_a V_a}{T_a} = \frac{p_b V_b}{T_b} = \frac{p_c V_c}{T_c} \Rightarrow T_c = T_a \frac{p_c V_c}{p_a V_a} = 6,0 \cdot 10^2 \text{ K}$$

$$p_a = p_c$$

$$\hookrightarrow \frac{p_a V_a}{T_a} = \frac{p_c V_c}{T_c}$$

15 x 200

Esempio: Ciclo Gas Ideale

Calore netto fornito al gas?

$$\Delta U = Q - W \Rightarrow \text{per un ciclo } \Delta U = 0$$

$$Q = W = (v_c - v_a) (P_B - P_c) \frac{1}{2} = 5 \text{ J}$$

$$W_{\text{Tot}} = W_{AB} + W_{BC} + W_{AC}$$

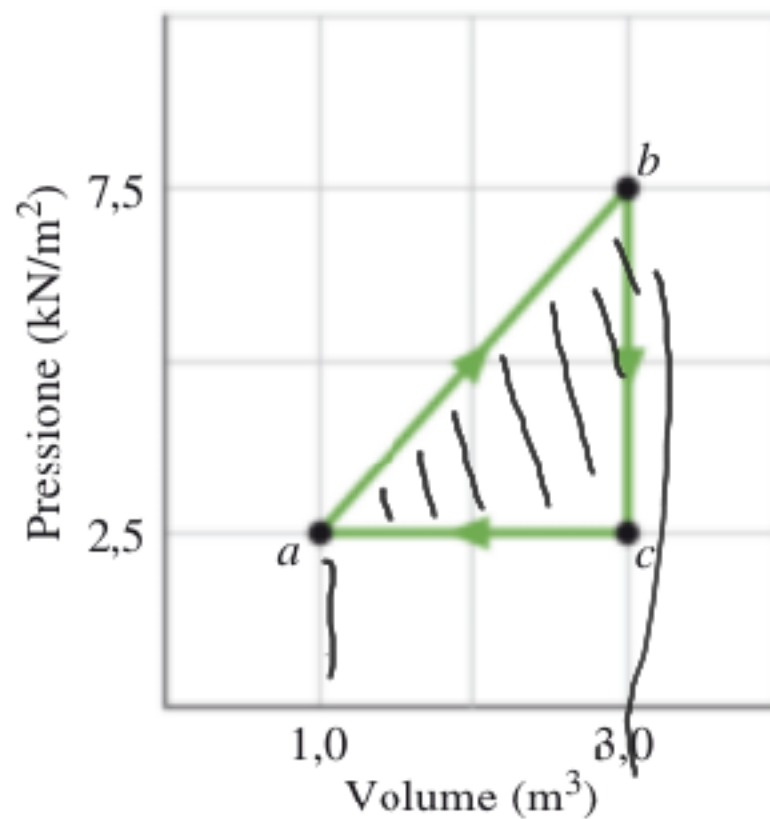


Figura 19.20 Problema 8.

Calori Specifici Molari:

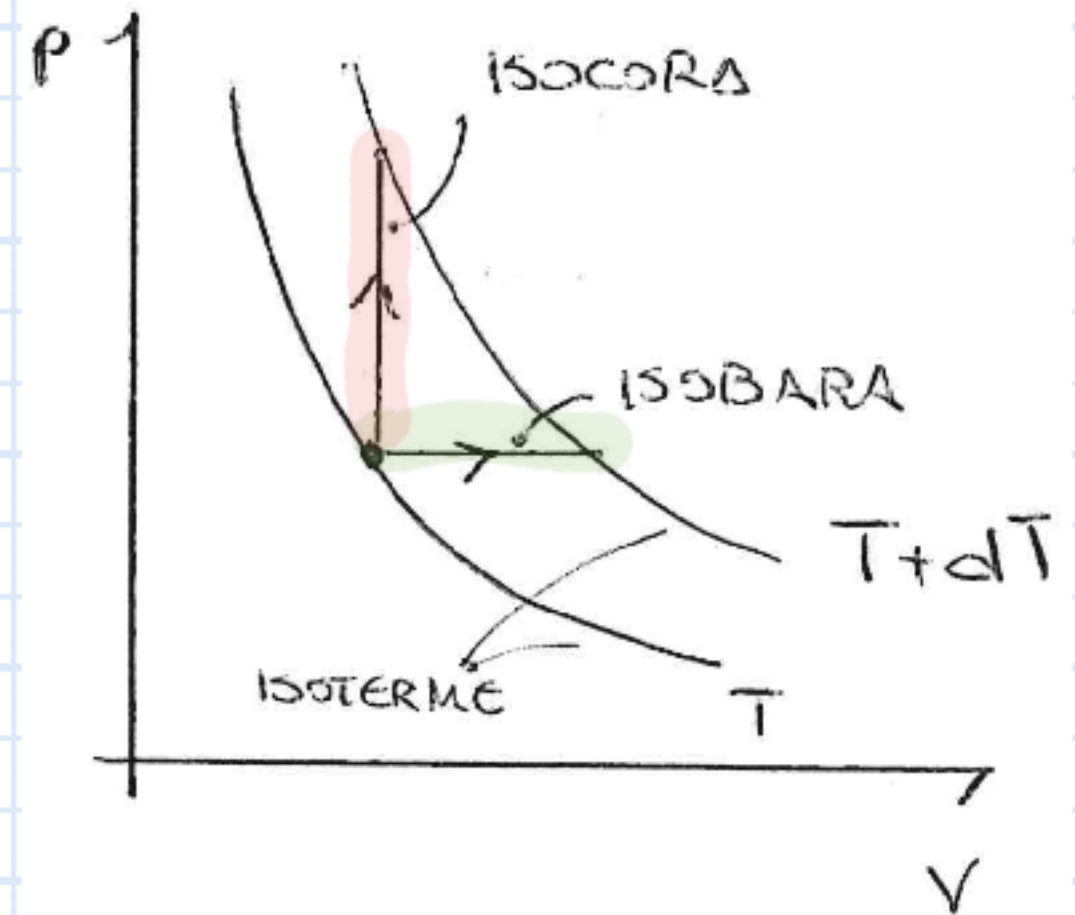
In una trasformazione generica un gas può scambiare anche calore con l'ambiente. In questo caso, al contrario di solidi e liquidi, la quantità di calore scambiata dal gas in una trasformazione (non isoterma) dipende dal tipo di processo:

Per una trasformazione infinitesima **ISOCORA**: ($V = \text{cost}$)

$$dQ = m c_v dT$$

Per una trasformazione infinitesima **ISOBARA**: ($p = \text{cost}$)

$$dQ = m c_p dT$$



Calori Specifici Molari:

- a VOLUME COSTANTE:

$$c_v = \frac{1}{m} \left(\frac{dQ}{dT} \right)_v$$

$$\text{u.d.m} \left[\frac{\text{J}}{\text{mol K}} \right]$$

- a PRESSIONE COSTANTE:

$$c_p = \frac{1}{m} \left(\frac{dQ}{dT} \right)_p$$

⇒ Se c_p & c_v costanti lungo la trasformazione per una data ΔT

$$Q_v = m c_v \Delta T$$

per una trasformazione ISOCORA

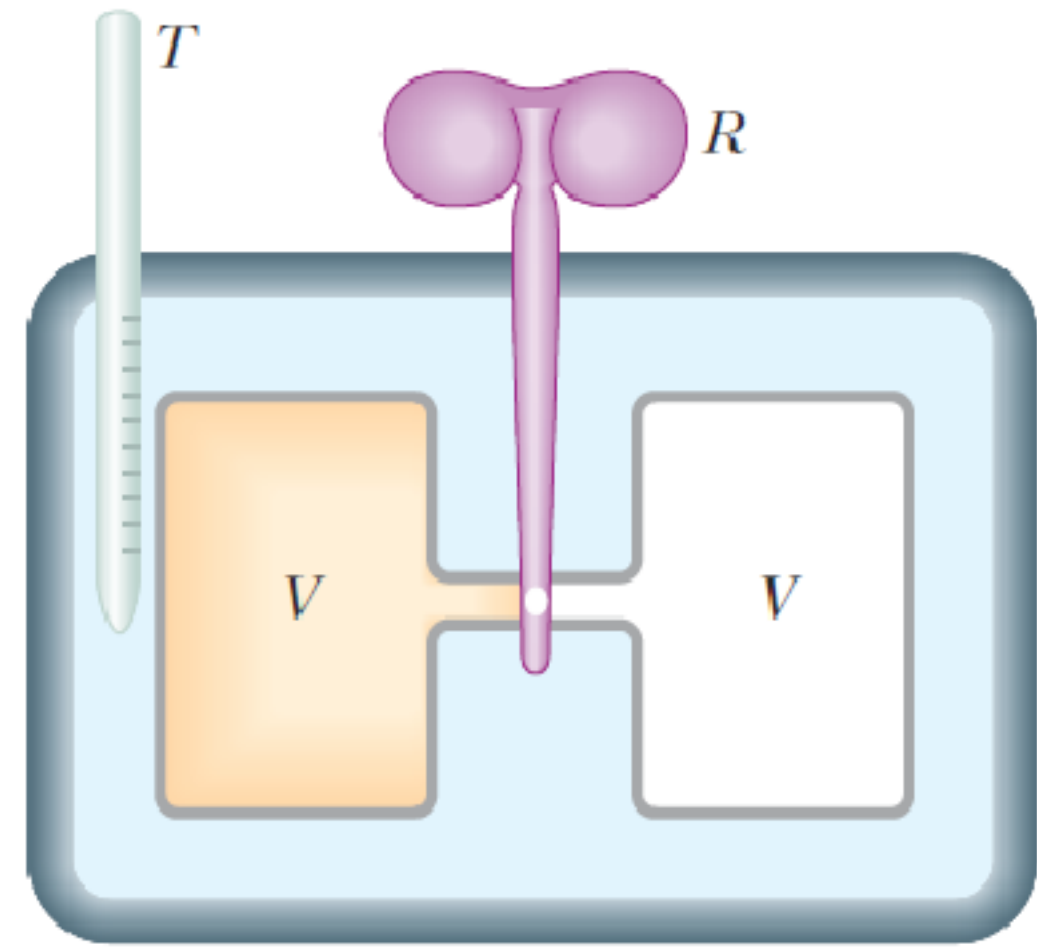
$$Q_p = m c_p \Delta T$$

per una trasformazione ISOBARA

Energia interna di un gas ideale:

Riconsideriamo l'esperimento di espansione libera di un gas.

Sperimentalmente si osserva che, comunque si operi -- aprendo lentamente/velocemente il rubinetto, cambiando la pressione iniziale del gas, etc etc -- la temperatura del liquido calorimetro alla fine del processo rimane sempre invariata:



$$\left. \begin{array}{l} T_{im} = T_{fim} \Rightarrow Q = 0 \\ \text{Inoltre} \\ W_{exp} = \emptyset \end{array} \right\} \begin{array}{l} \Delta U^{free\ exp} = Q - W = 0 \\ \text{Nell'espansione libera} \\ \text{del gas non varia la sua energia} \\ \text{interna} \end{array}$$

Dato che la temperatura del gas non varia, mentre variano
 \Rightarrow sia la p che il Volume, l'energia interna di un gas
ideale sarà solo funzione $T \Rightarrow \Delta U_{gas} \equiv \Delta U_{gas}(T)$

Energia interna di un gas ideale:

Consideriamo due stati generici A & B

$\Delta U_{AB} \Rightarrow$ Non dipende dal tipo di trasformazione \rightarrow

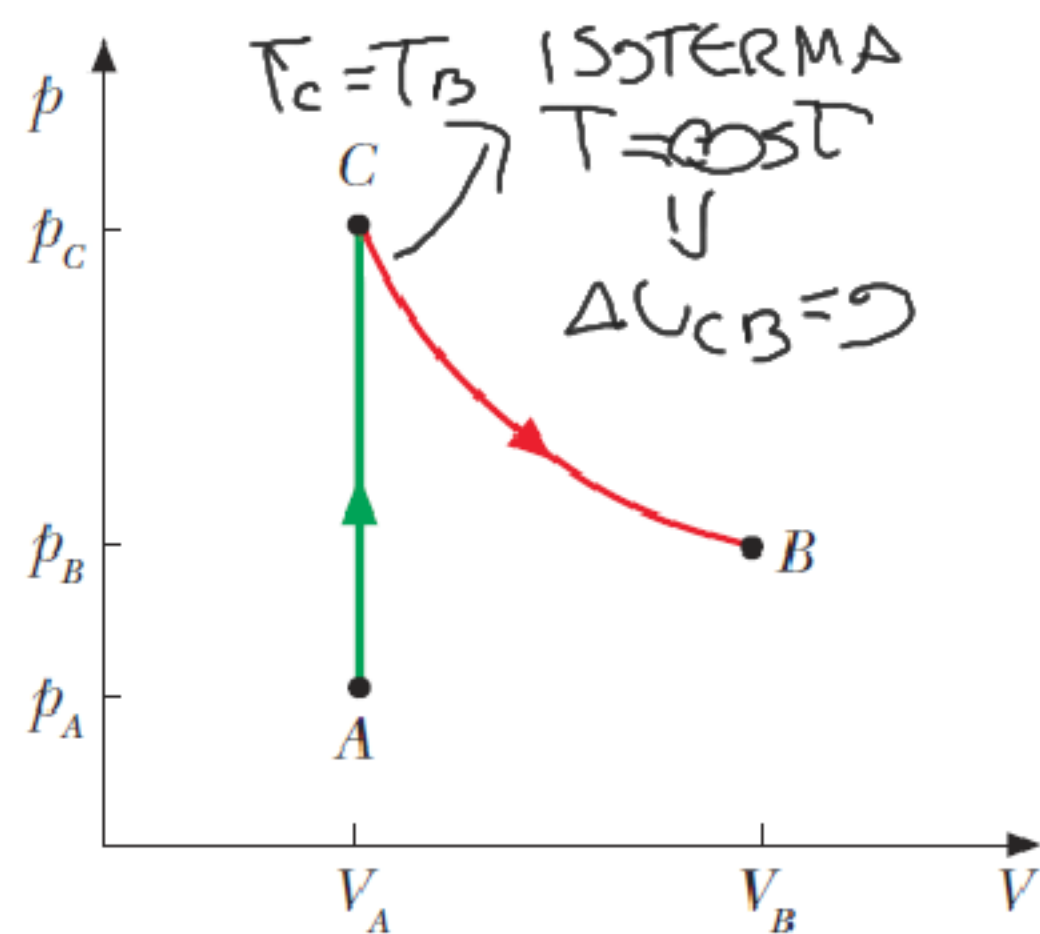
Quindi collego A & B con una ISOCORA ed una ISOTERMA:

$$\Delta U_{AB} = \Delta U_{AC} + \Delta U_{CB}$$

Il dato che l'energia interna è una funzione della sola temperatura

$$\Delta U_{AC} = \underbrace{Q}_{\neq 0} - \underbrace{W}_0 = Q = m \int_{T_A}^{T_B} c_v dT = m c_v [T_B - T_A]$$

$$\Delta U_{AB} = m c_v (T_B - T_A) \Rightarrow dU = m c_v dT \Rightarrow c_v = \frac{1}{m} \frac{dU}{dT}$$



1° principio della termodinamica per un gas perfetto:

$$\Delta U = Q - W$$

$$dQ = dU + dW = m c_v dT + dW =$$

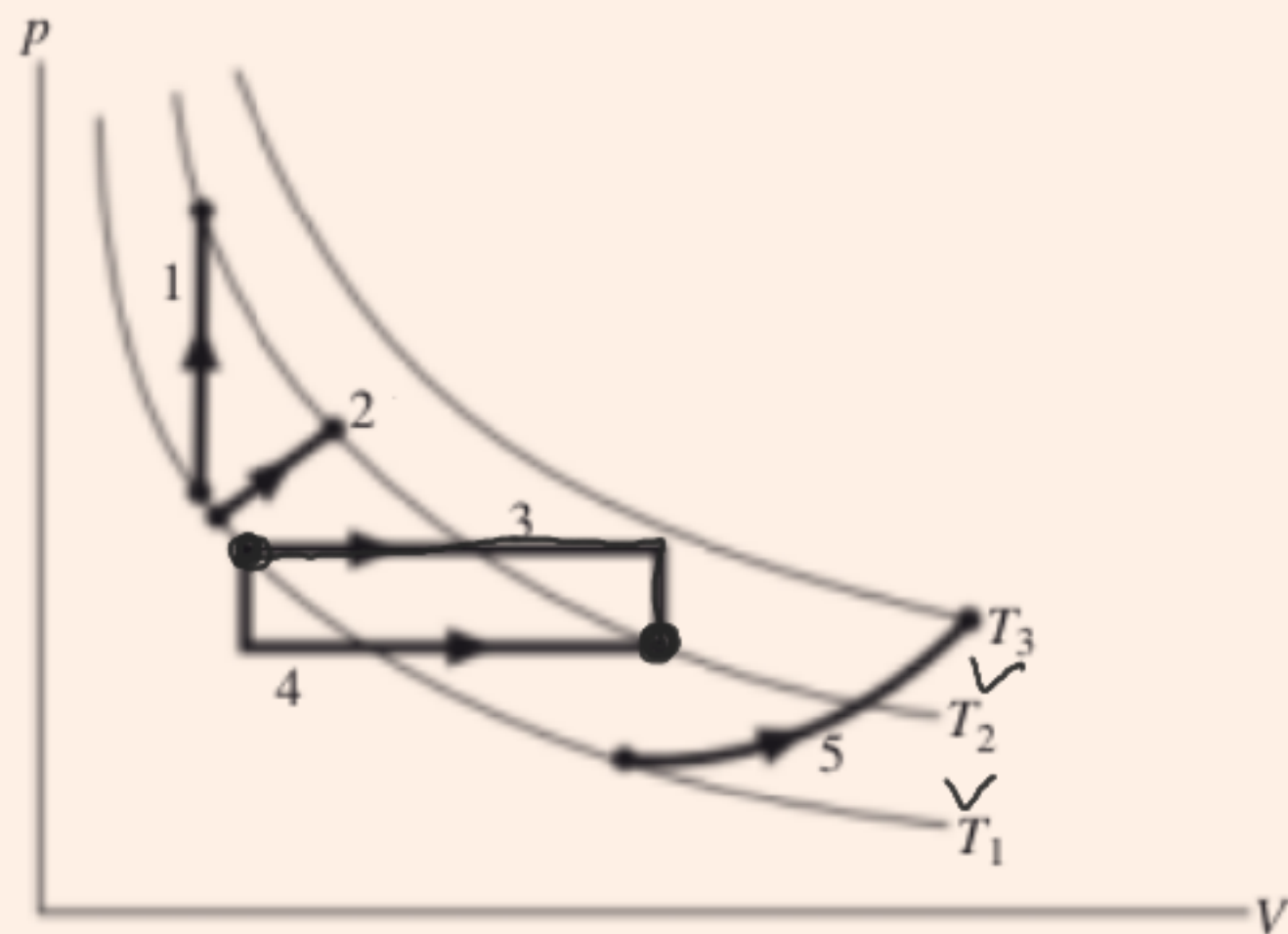
$$= m c_v dT + p dV$$

↓
Se la trasformazione
è reversibile $dW = p dV$



VERIFICA 4

La figura a fianco mostra cinque trasformazioni di un gas su un diagramma p - V . Ordinate le trasformazioni secondo i valori decrescenti della variazione di energia interna del gas.



ΔU è solo funzione della Temperatura

$$\Delta U_1 = \Delta U_2 = \Delta U_3 = \Delta U_4$$

$$\Delta T_5 > \Delta T_{1,2,3,4} \Rightarrow \Delta U_5 > \Delta U_{1,2,3,4}$$

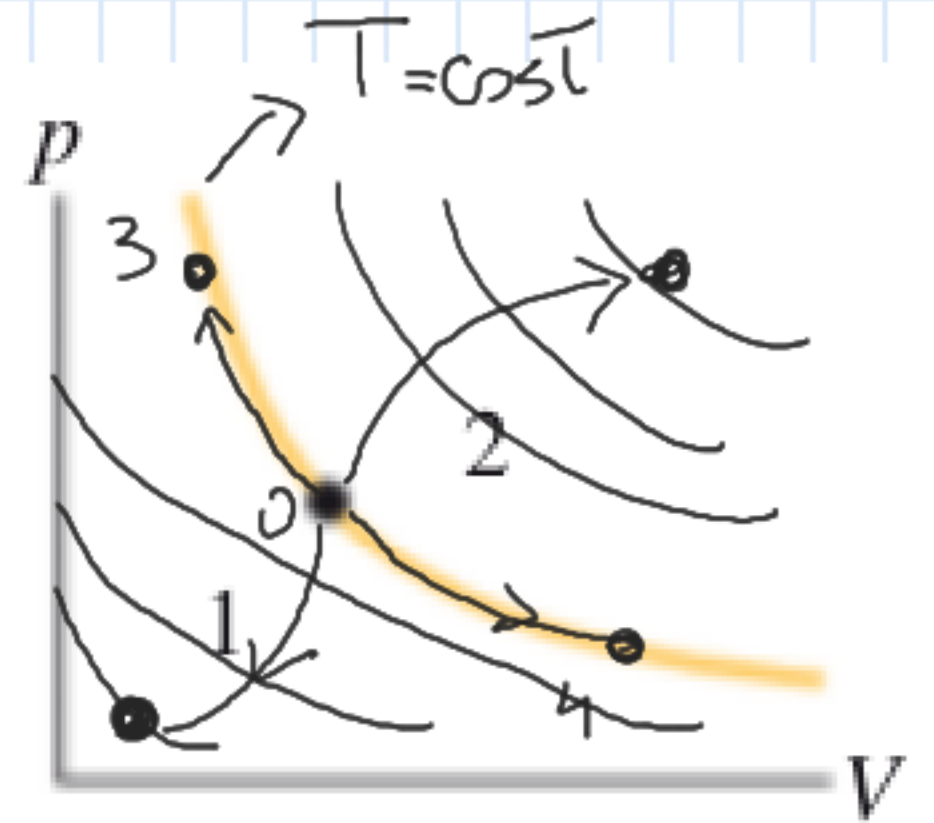
Esercizio:

4. La linea sul diagramma p - V della figura 19.17b rappresenta una curva isoterma che divide il piano nelle due regioni 1 e 2. Il punto rappresenta lo stato iniziale di un gas. Stabilire se la variazione ΔE_{int} di energia interna del gas è positiva, negativa o nulla quando esso subisce una trasformazione (a) seguendo la curva verso l'alto, (b) seguendo la curva verso il basso, (c) penetrando nella regione 1 e (d) penetrando nella regione 2.

$$\Delta U_{03} = \cancel{\neq} \quad \text{poiché lungo una isoterma}$$
$$\Delta U_{04} = \cancel{\neq} \quad // // //$$

$$\Delta U_{01} < 0 \Rightarrow \text{poiché } T_{\text{finale}} \text{ è } < \text{ di quella iniziale}$$

$$\Delta U_{02} > 0 \Rightarrow // // // \text{ è } > // //$$



(b)

Relazione di Mayer:

⇒ Usare il 1° p.T e l'equazione ΔU_{gas}
per ricavare una relazione tra C_v & C_p

→ Per una ISOBARA infinitesima

$$dQ = m C_p dT \quad \& \quad dW = p dV$$

→ Quindi dal 1° p. per una ISOBARA:

$$dQ = dU + dW \Rightarrow m C_p dT = m C_v dT + \boxed{p dV} =$$

$$pV = mRT \Rightarrow d(pV) = mR dT \Rightarrow \cancel{p} dV + p dV = mR dT$$

$$\Rightarrow \cancel{m} C_p dT = \cancel{m} C_v dT + \cancel{m} R dT \Rightarrow C_p - C_v = R$$

$$C_p > C_v \Rightarrow \gamma = \frac{C_p}{C_v} > 1$$

