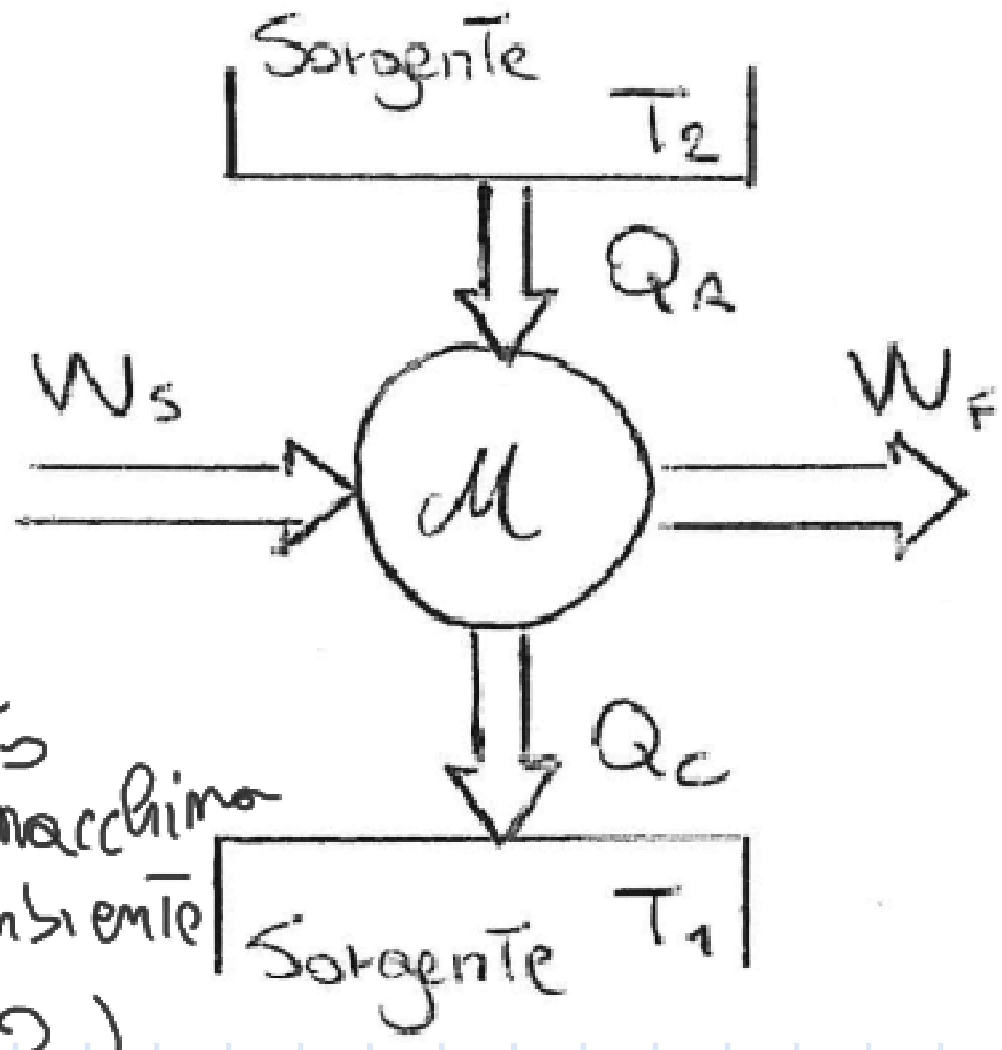
Trasformazioni Cicliche, Macchine Termiche e Frigorifere:

→ Una Trasformazione ciclica, o ciclo, e' una Trasformazione in cui lo stato finale coincide con quello iniziale: $\Delta U = 0 \overset{\text{I p.T.}}{\Longrightarrow} Q = W \Longleftarrow \Delta U = Q - W = 0$

- Macchina Termica: se nel ciclo la macchina assorbe calore $(Q>0)$ e produce lavoro $(W>0)$
- Macchina Frigorifera: se nel ciclo la macchina assorbe lavoro dall'esterno $(W<0)$ per estrarre calore da una o più sorgenti fredde e cederlo a sorgenti calde.

Rendimento di un ciclo termico:



Per una M che compie un ciclo possiamo scrivere:

$$Q = Q_A + Q_C \quad \& \quad W = W_s + W_F$$

Q → Calore totale scambiato in un ciclo

Q_A → Calore Assorbito (>0)

Q_C → Calore Ceduto (<0)

W → Lavoro totale scambiato in un ciclo

W_s → Lavoro svolto sulla macchina (<0)

W_F → Lavoro compiuto dalla macchina sull'ambiente (>0)

Definiamo il rendimento di una Macchina Termica:

$$\eta = \frac{W}{Q_A} \overset{\Delta U = 0 \Rightarrow W = Q}{=} \frac{Q_A + Q_C}{Q_A} = 1 + \frac{Q_C}{Q_A} = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_A}$$

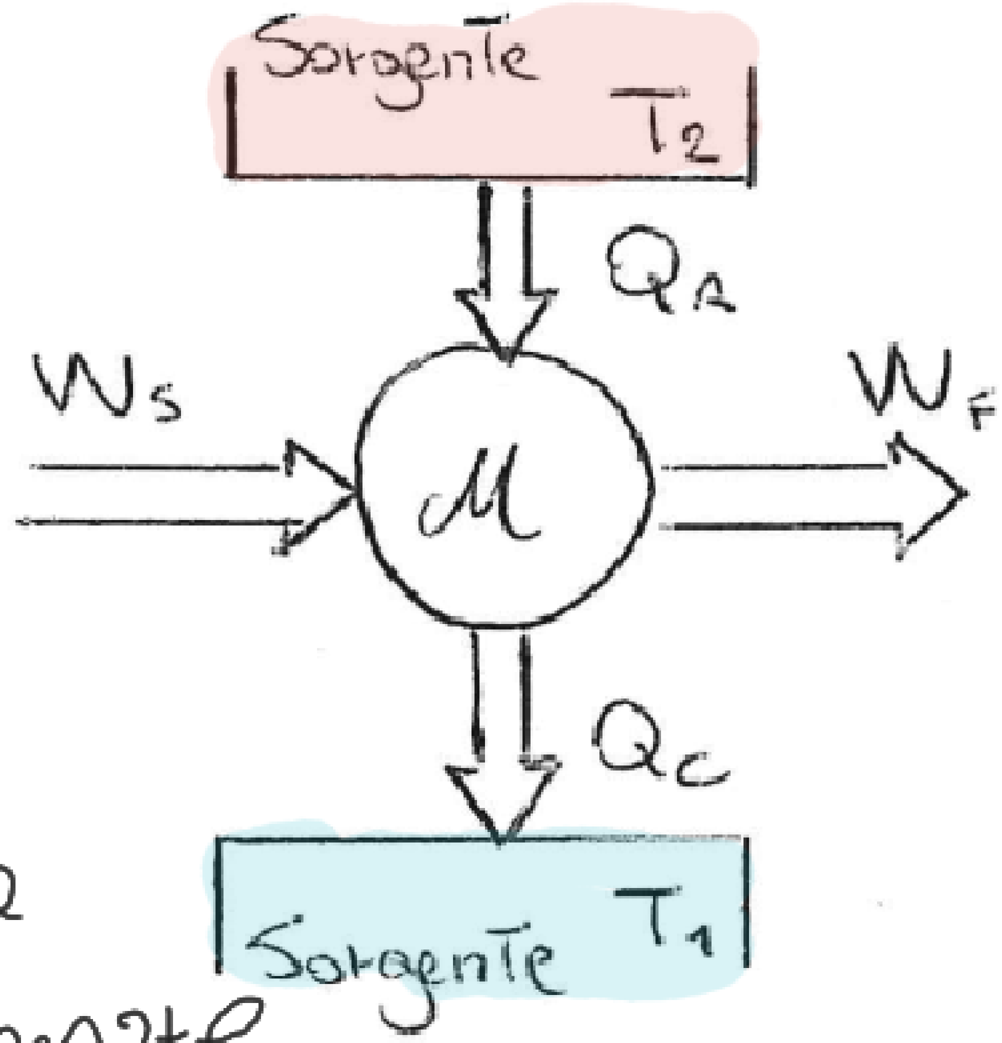
Rendimento Ciclo Termico

→ Ovvero la percentuale di Calore assorbito che viene trasformato in lavoro

Rendimento di un ciclo termico:

Sperimentalmente si osserva:

$$0 \leq \eta < 1$$



$$\eta = \frac{W}{Q_A} < 1 \Rightarrow W < Q_A \,, \quad |Q_C| < Q_A \,, \quad Q_C \neq 0$$

$\Rightarrow$ Solo una frazione del calore assorbito viene trasformata in lavoro, il resto viene sempre ceduto ad un'altra sorgente ($Q_C \neq 0$)

Efficienza di un ciclo frigorifero:

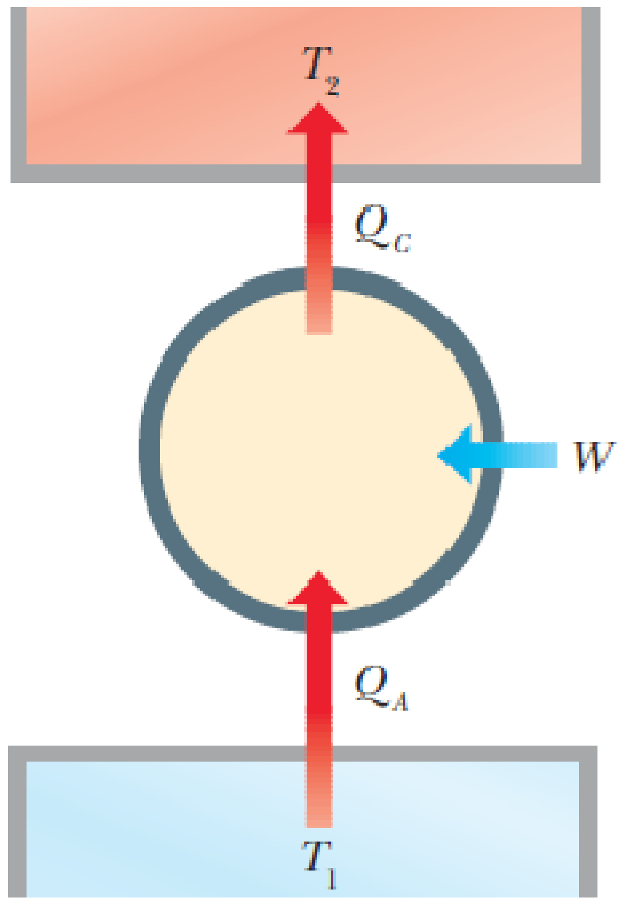
$$\xi = \frac{Q_A}{|W|}$$

Q_A → Calore Assorbito dalla sorgente fredda

$|W|$ → Lavoro fornito alla macchina

$\Rightarrow |Q_C| > Q_A \Rightarrow W < 0 \Rightarrow$ Ovvero bisogna sempre fornire lavoro alla macchina per estrarre calore da una sorgente fredda e cederlo ad una più calda.

$|Q_C|$: Calore Ceduto alla sorgente Calda



Ciclo di Carnot:

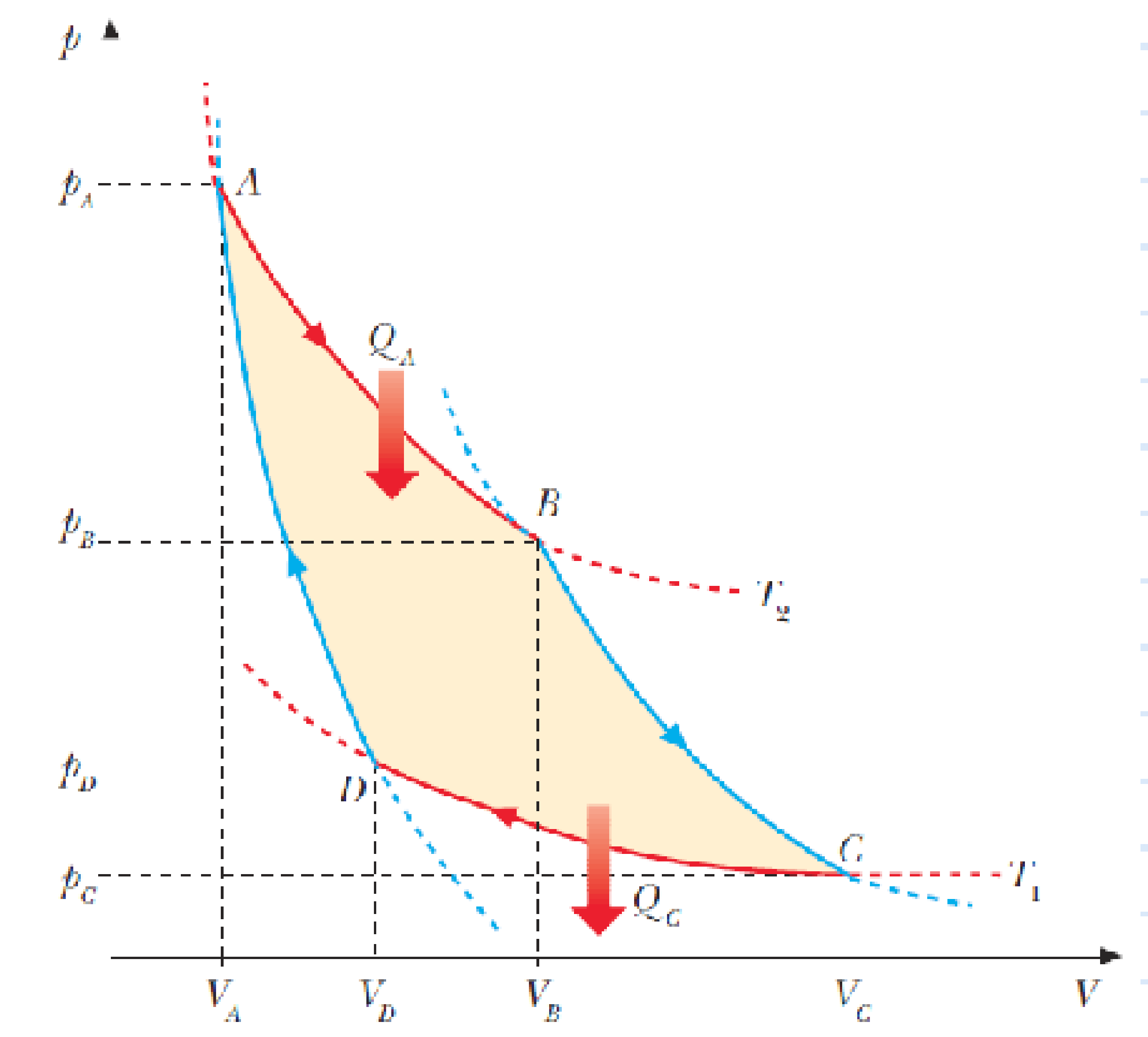
$\Rightarrow$ 4 Trasformazioni Reversibili di un gas ideale:

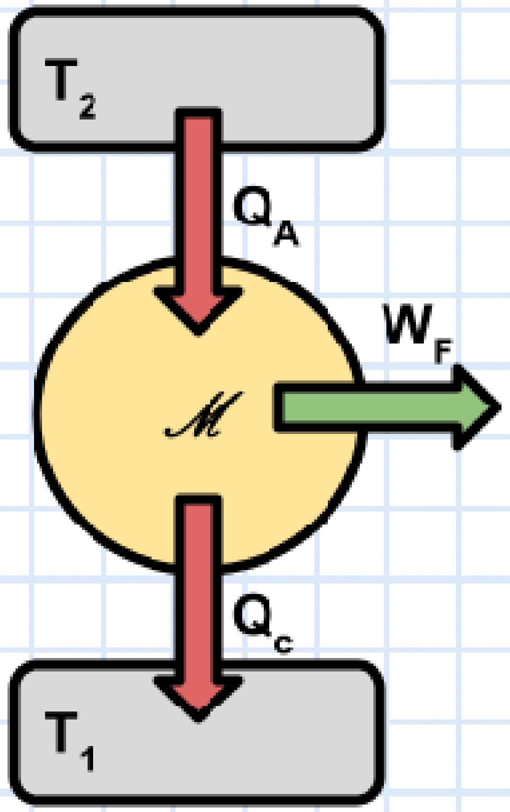
$\overline{AB}$: ISOTERMA (Espansione)

$\overline{BC}$: ADIABATICA (Espansione)

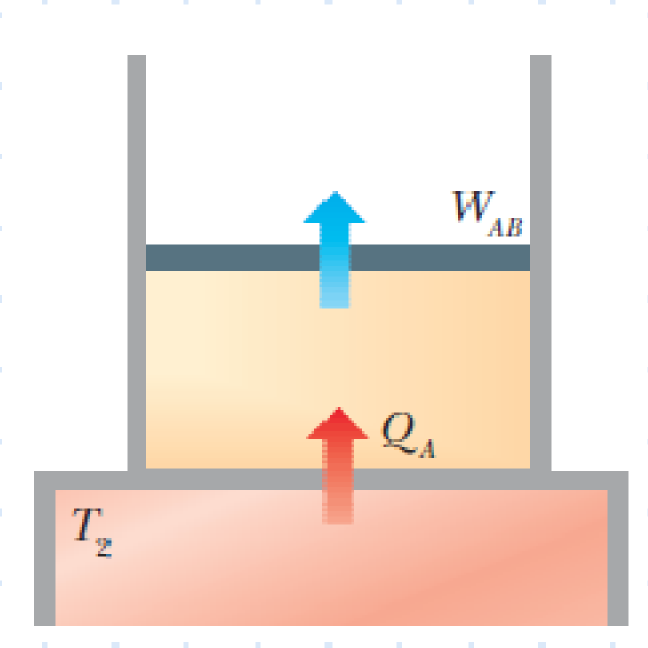
$\overline{CD}$: ISOTERMA (Compressione)

$\overline{DA}$: ADIABATICA (Compressione)





Ciclo di Carnot:

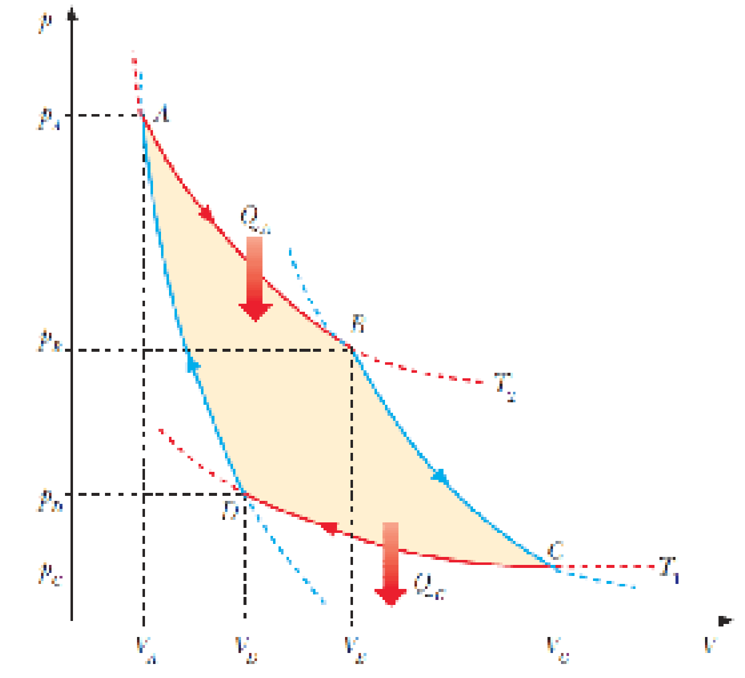


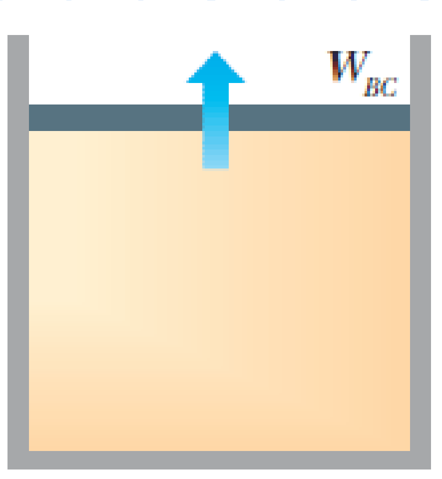
$\overline{AB}$: $\Delta U = \emptyset \Rightarrow W_{AB} = Q_A$

$$W_{AB} = \int_A^B dV\, p(V) = nRT_2 \ln\frac{V_B}{V_A} = Q_A$$

$$\Downarrow$$

$$pV = nRT$$



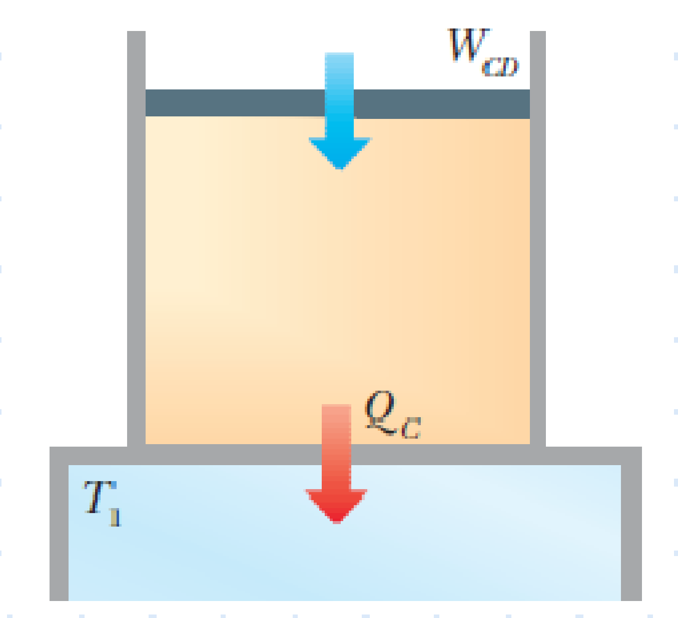


$\overline{BC}$: Lascio espandere il gas fin tanto che raggiunge la temperatura T_1

$$T_2 V_B^{\gamma - 1} = T_1 V_C^{\gamma - 1} \quad ; \quad Q = \emptyset$$

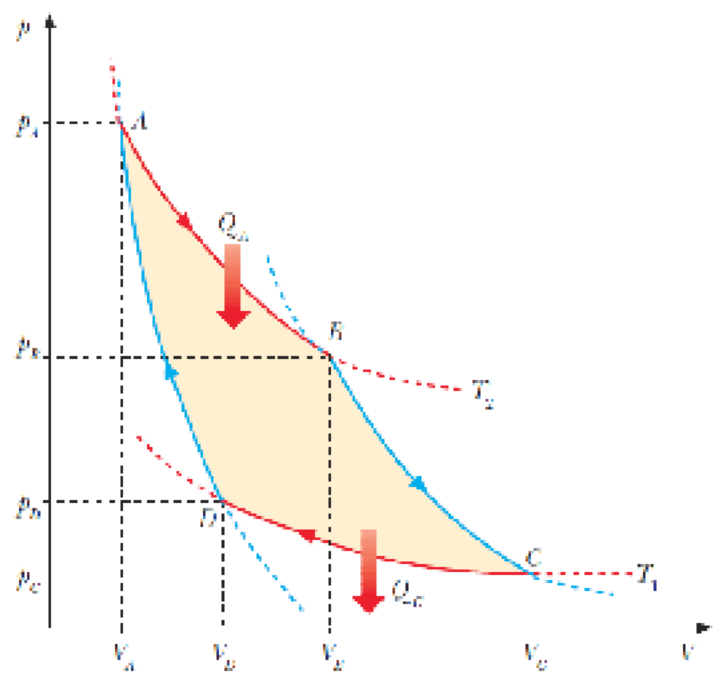
$$W_{BC} = -\Delta U_{BC} = n c_v (T_2 - T_1)$$

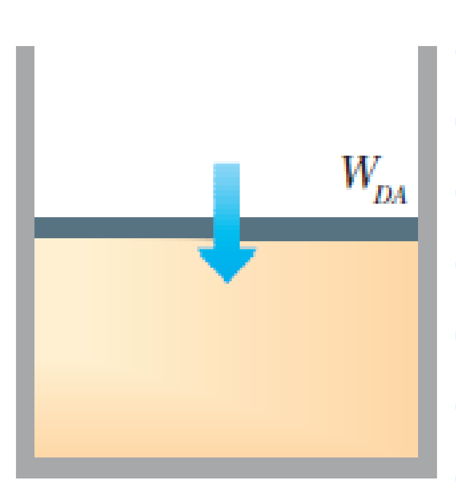
Ciclo di Carnot:



$\overline{CD}$: Metto il contenitore a contatto con una sorgente a T_1, e comprimo il gas:

$$W_{CD} = Q_C = nRT_1 \ln V_D/V_C < 0$$





$\overline{DA}$:

$$T_2 V_A^{\gamma-1} = T_1 V_D^{\gamma-1} \qquad Q = 0$$

$$W_{DA} = -\Delta U_{DA} = nc_V(T_1 - T_2) = -W_{BC}$$

Rendimento del ciclo di Carnot:

$$\eta = \frac{W}{Q_A} = 1 + \frac{Q_C}{Q_A} = 1 + \frac{\cancel{n}\cancel{R}T_1 \ln(V_D/V_C)}{\cancel{n}\cancel{R}T_2 \ln(V_B/V_A)} = \boxed{1 - \frac{T_1}{T_2}}$$

$$\ln\left(V_D/V_C\right) = -\ln\left(V_C/V_D\right)$$

$$\left.\begin{aligned} T_2 V_B^{\gamma-1} &= T_1 V_C^{\gamma-1} \\ T_2 V_A^{\gamma-1} &= T_1 V_D^{\gamma-1} \end{aligned}\right\}$$

divido membro a membro le 2 eq.ni

$$\left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_C}{V_D}\right)^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{V_B}{V_A} = \frac{V_C}{V_D}$$

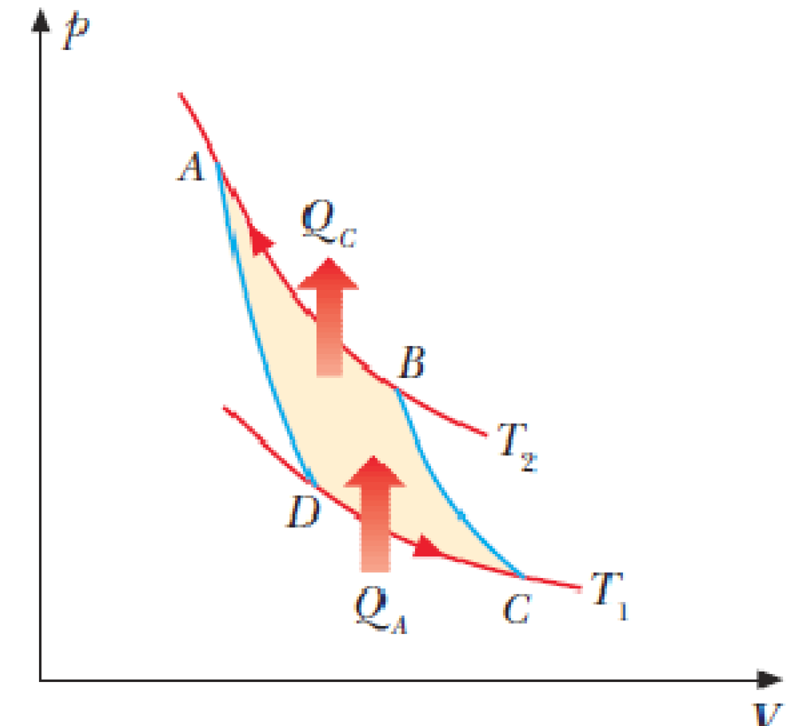
$$\ln\frac{V_B}{V_A} = \ln\frac{V_C}{V_D}$$

Efficienza ciclo di Carnot inverso (macchina frigorifera)

$$\xi = \frac{Q_{DC}}{|W|} = \frac{Q_{DC}}{|Q_{DC}+Q_{BA}|} =$$

Calore Assorbito sorgente fredda

Lavoro speso sulla macchina frigo



(b)

$$= \frac{\cancel{nR}T_1 \ln\left(\cancel{V_C/V_D}\right)}{\cancel{nR}T_2 \ln\left(\cancel{\frac{V_B}{V_A}}\right) - \cancel{nR}T_1 \ln\left(\cancel{\frac{V_C}{V_D}}\right)} =$$

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{V_C}{V_D}$$

$$= \frac{T_1}{T_2 - T_1}$$

Motore di Stirling (ideale):

4 Trasformazioni Reversibili di un gas ideale

$\overline{AB}$: Espansione Isoterma

$\overline{BC}$: Isocora Reversibile $(T_2 \to T_1)$

$$Q_{BC} = \Delta U_{BC} = m c_v (T_1 - T_2)$$

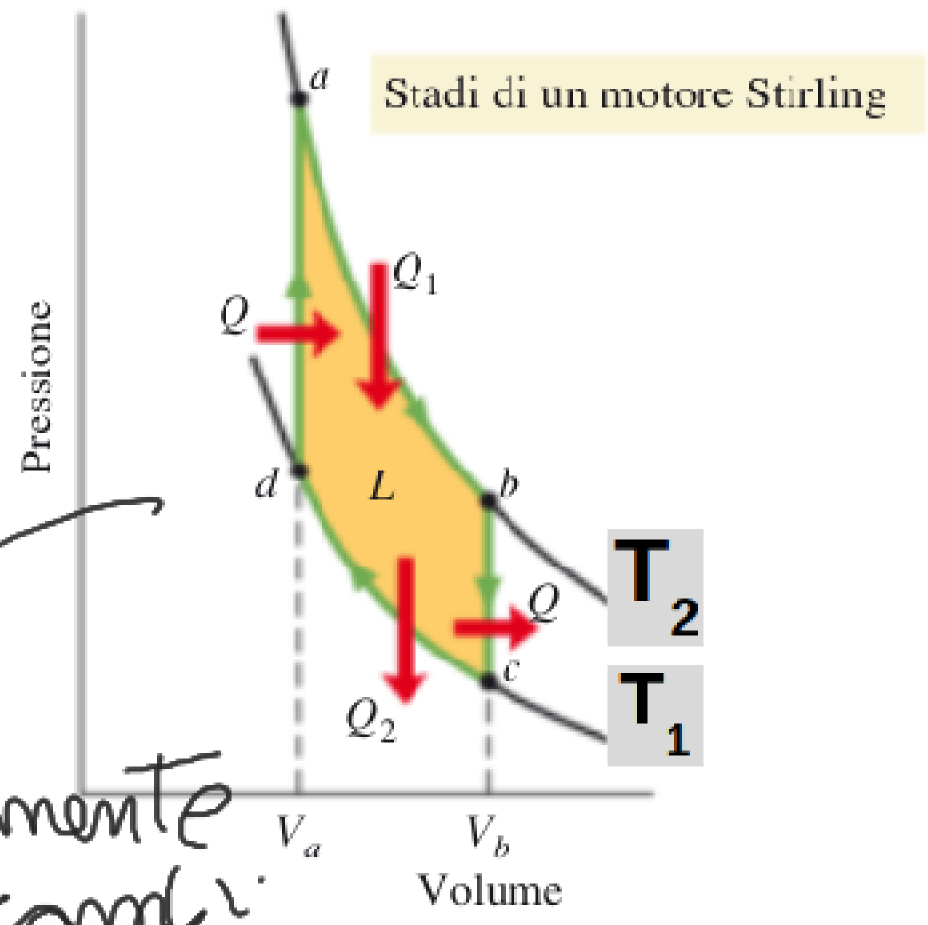


Figura 20.13 Diagramma p-V di un ciclo Stirling ideale, in cui il fluido motore si assume essere un gas perfetto.

Complessivamente gli unici scambi di calore avvengono lungo le 2 isoterme

$\overline{CD}$: Compressione Isoterma

$\overline{DA}$: Isocora Reversibile $(T_1 \to T_2)$

$$Q_{DA} = \Delta U_{DA} = m c_v (T_2 - T_1) = -Q_{BC}$$

$$Q = Q_A + \cancel{Q_{BC}} + Q_C + \cancel{Q_{DA}} = \boxed{Q_A + Q_C} \Rightarrow \eta_S = 1 + \frac{Q_C}{Q_A} = \eta_C$$

Stesso calore scambiato che in un ciclo di Carnot

Secondo Principio della Termodinamica:

Il primo principio della termodinamica - che estende il principio di conservazione dell'energia della meccanica anche in presenza di forze non conservative - non pone limiti al "verso" delle trasformazioni di energia (calore <-> lavoro). Sperimentalmente questa simmetria non si osserva; più in generale, in natura tutti fenomeni fisici (macroscopici) sono irreversibili.

Il secondo principio della termodinamica stabilisce l'irreversibilità dei fenomeni fisici che accadono attorno a noi, cioé del mondo macroscopico.

Storicamente il secondo principio è stato formulato in due modi diversi (tra loro equivalenti) e precedentemente alla formulazione del primo principio

Secondo principio della termodinamica:

Enunciato di Kelvin:

E' impossibile realizzare un processo che abbia come UNICO risultato la trasfomarzione in lavoro del calore fornito da una sorgente a temperatura uniforme.

=> Quindi una macchina Termica ha sempre bisogno per produrre lavoro di almeno 2 sorgenti, quindi non può sussistere $Q_C = 0$:

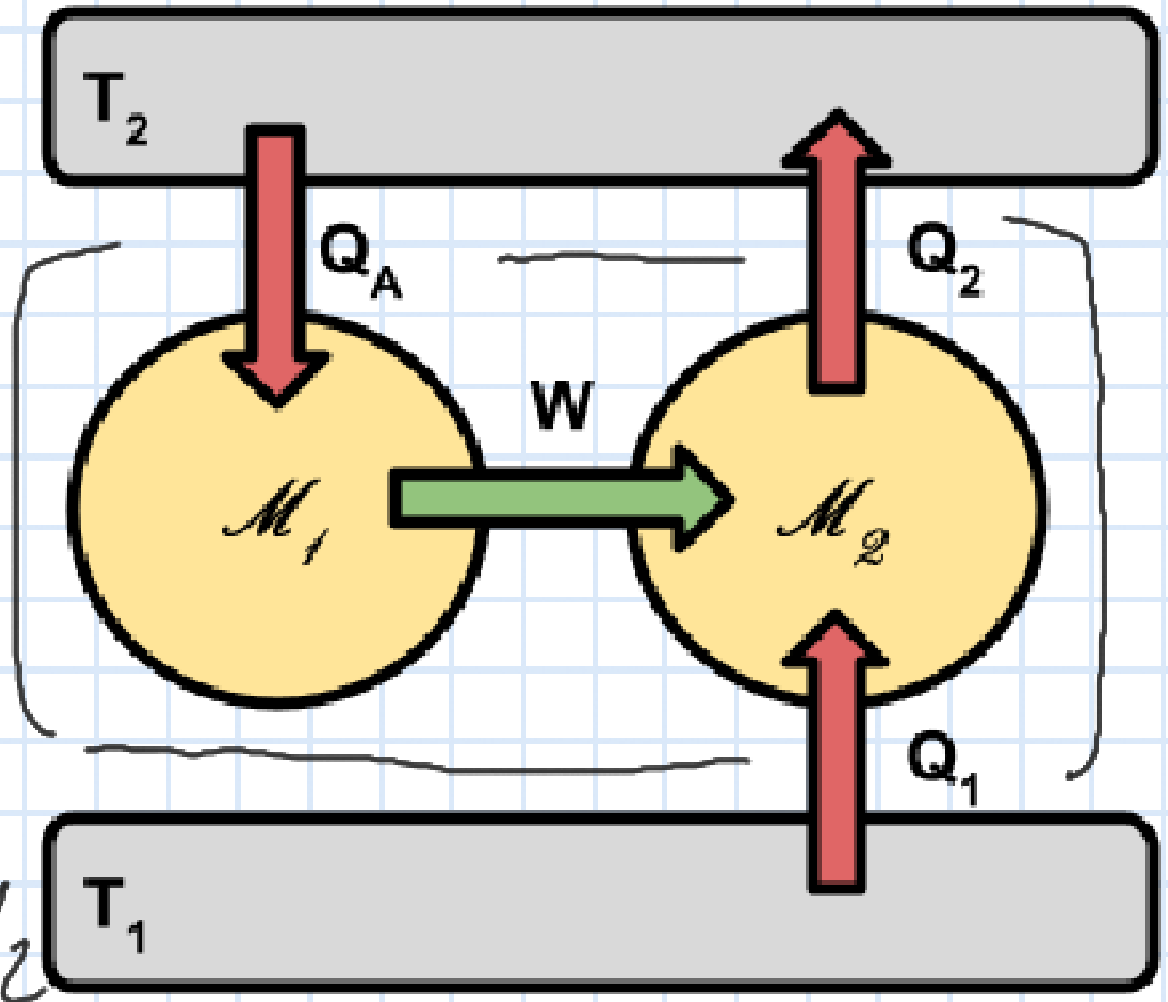
$$\eta = \frac{W}{Q_A} = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_A} < 1 \qquad (\text{con } Q_A > |Q_C|)$$

Enunciato di Clausius:

E' impossibile realizzare una trasformazione il cui UNICO risultato sai il passaggio di calore (positivo) da un corpo freddo ad uno più caldo.

↳ Ovvero per funzionare una macchina frigorifera ha bisogno di lavoro ($W < 0$)

Equivalenza enunciati Kalvin e Clausius:



i) Assumiamo che l'enunciato di Kelvin non sia valido:

$\Rightarrow$ Quindi M_1 che trasforma interamente il calore assorbito, Q_A, in lavoro, W:

$\Rightarrow W = Q_A$ e $Q_C = 0$ (non cede calore alla sorgente T_1)

$\Rightarrow$ Colleghiamo una macchina frigorifera M_2 al nostro sistema, ed utilizziamo W per farla funzionare:

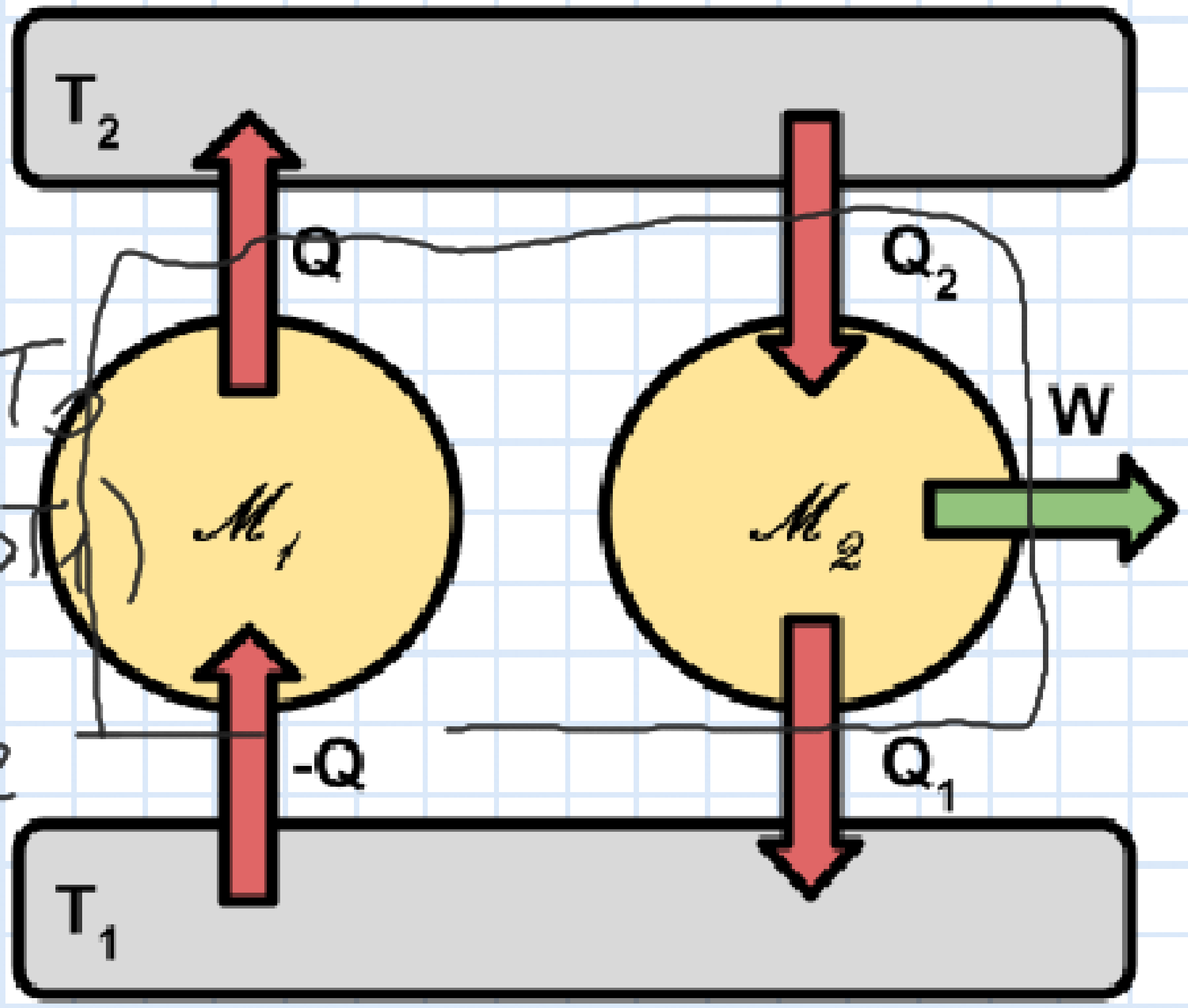
$W' = -W$;

$Q_1 + Q_2 = W' = -W \Rightarrow Q_2 = -W - Q_1$

$\Rightarrow$ Consideriamo la $M^{TOT} = M_1 + M_2$: questa macchina assorbe Q_1 dalla sorgente fredda, e cede alla sorgente calda:

$Q_A + Q_2 = W + Q_2 = -Q_1 \Rightarrow$ Calore totale scambiato

Equivalenza enunciati Kalvin e Clausius:



ii) Assumiamo che l'enunciato di Clausius non sia valido:

$\Rightarrow \exists$ una macchina M_1 il cui UNICO risultato sia il passaggio di calore da T_1 a T_2 ($T_2 > T_1$)

Consideriamo una seconda macchina M_2 che rispetti l'enunciato di Kelvin

$\Rightarrow M^{TOT} = M_1 + M_2 \Rightarrow$ Dopo un ciclo completo M^{TOT}, assorbe calore da T_2, senza cedere niente a T_1 ($Q_1 \equiv -Q$), e produce il lavoro $W \Rightarrow$ Viola l'enunciato di Kelvin

Teorema di Carnot:

i) Tutte le macchine reversibili che lavorano tra le stesse sorgenti alle temperature T1 e T2 hanno rendimento uguale

ii) Qualsiasi altra macchina che lavori tra le stesse sorgenti T1 e T2 NON può avere rendimento maggiore alla macchina di Carnot che lavora tra le stesse sorgenti:

$$\eta_{\max} = \eta_C = 1 - \frac{T_1}{T_2} \qquad (T_1 < T_2)$$

Teorema di Carnot:
Dimostraiamo ii) per assurdo:

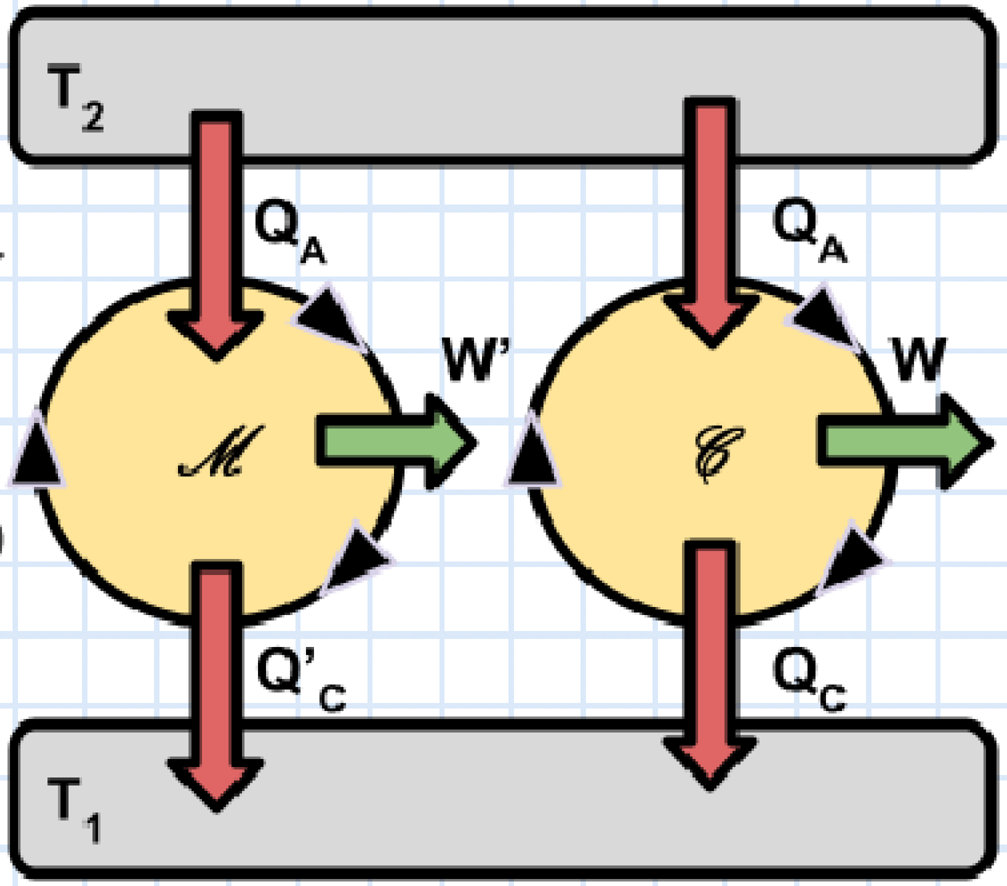
Sia $\mathcal{M}$ una macchina generica, $\mathcal{C}$ una macchina di Carnot; Assumiamo per semplicità che i calori scambiati da $\mathcal{M}$ & $\mathcal{C}$ con T_2 siano uguali, Q_A

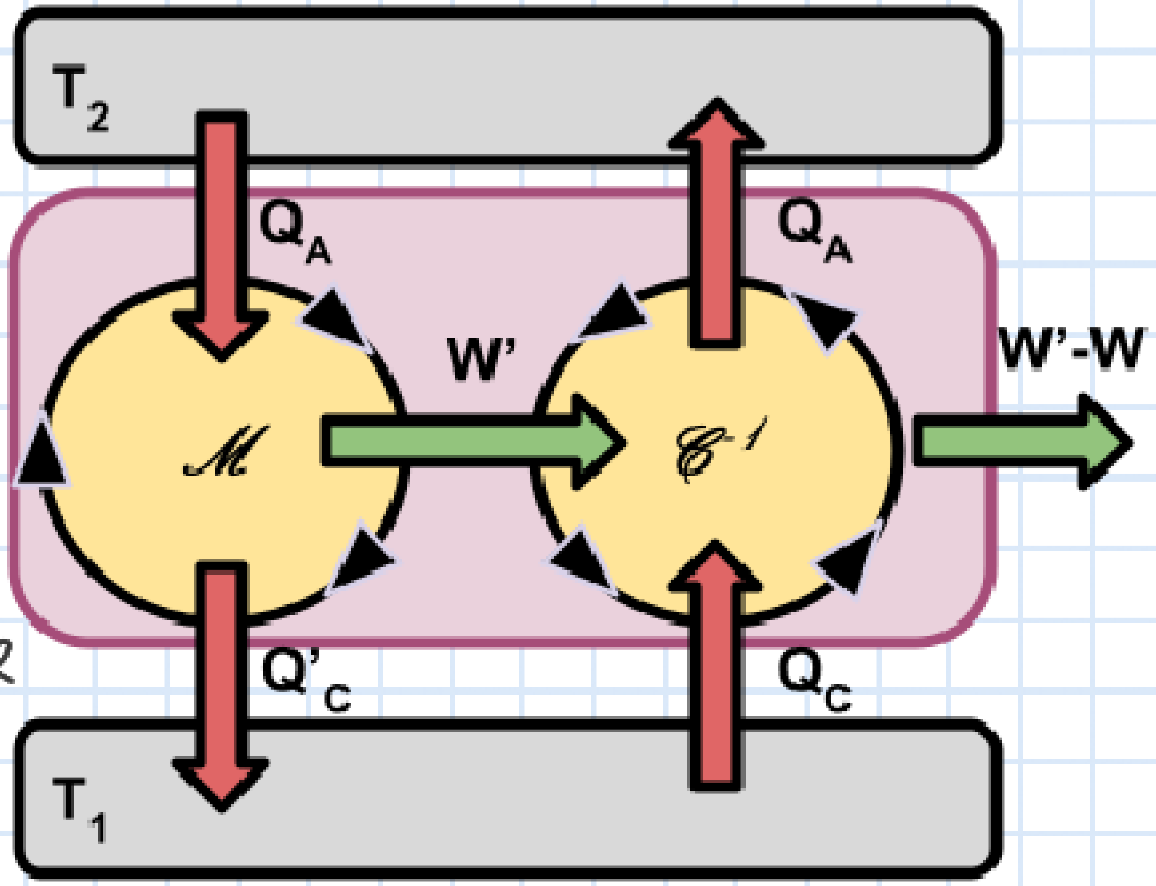
$$\eta_{\mathcal{M}} = 1 - \frac{|Q_c'|}{Q_A} = \frac{W'}{Q_A} \quad \& \quad \eta_{\mathcal{C}} = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_A} = \frac{W}{Q_A}$$

Supponiamo per assurdo che $\eta_{\mathcal{M}} > \eta_c$

$$\Rightarrow W' > W \qquad |Q_c'| < |Q_c|$$

Dato che $\mathcal{C}$ e' reversibile, posso farla funzionare come una macchina frigorifera $\mathcal{C}^{-1}$





Consideriamo quindi $\mathcal{M} + C^{-1}$

Dato che il lavoro necessario a far funzionare C^{-1} è $W < W'$, allora la macchina $\mathcal{M} + C^{-1}$ produrre lavoro $W^{TOT} = W' + W_{sc}$, ma che scambia calore con una sola sorgente,

$(|Q_c'| < |Q_c| \text{ ma } Q_A' = Q_A)$

↳ Quindi assumendo che $\eta_{\mathcal{M}} > \eta_c$ siamo arrivato a violare l'enunciato di Kelvin, quindi non può essere vero $\eta_{\mathcal{M}} > \eta_c \Rightarrow \eta_{\mathcal{M}} < \eta_c$

Teorema di Carnot:

Dimostraiamo i) per assurdo:

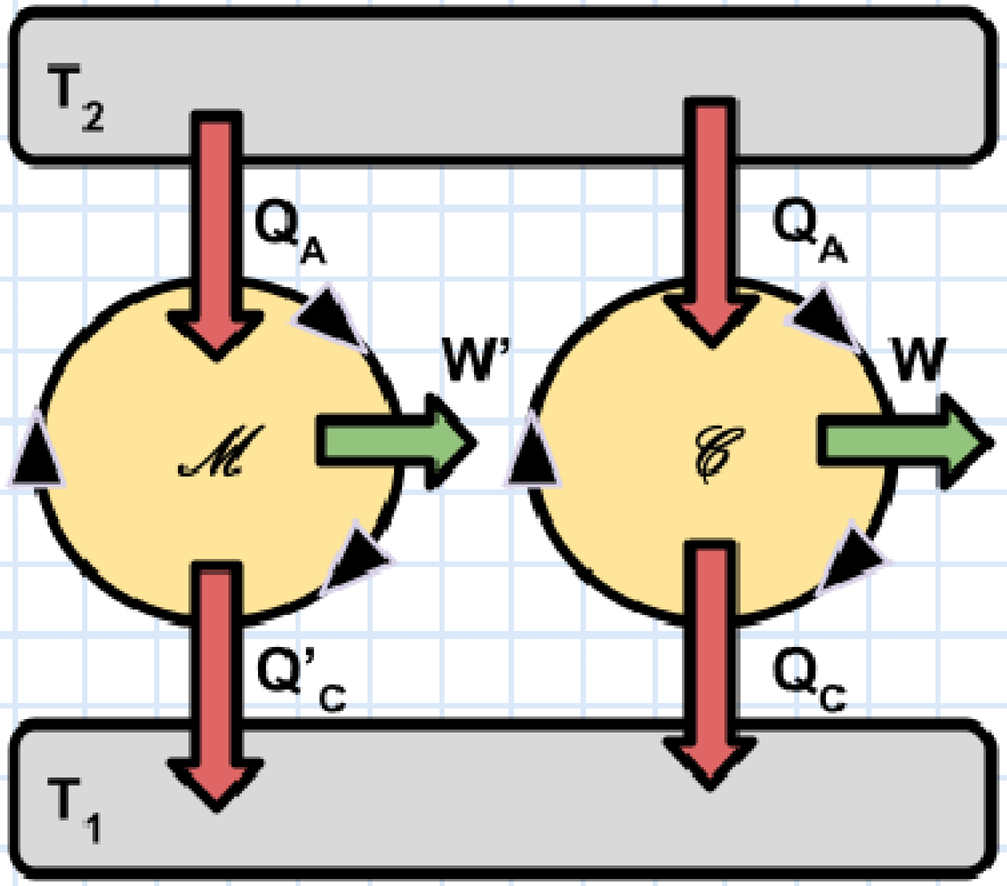
Sia anche $\mathcal{M}_R$ una macchina Reversibile, quindi faccio funzionare $\mathcal{M}_R$ come una macchina frigorifera. Dimostriamo che $\eta_{\mathcal{M}_R} < \eta_C$ non può essere vero

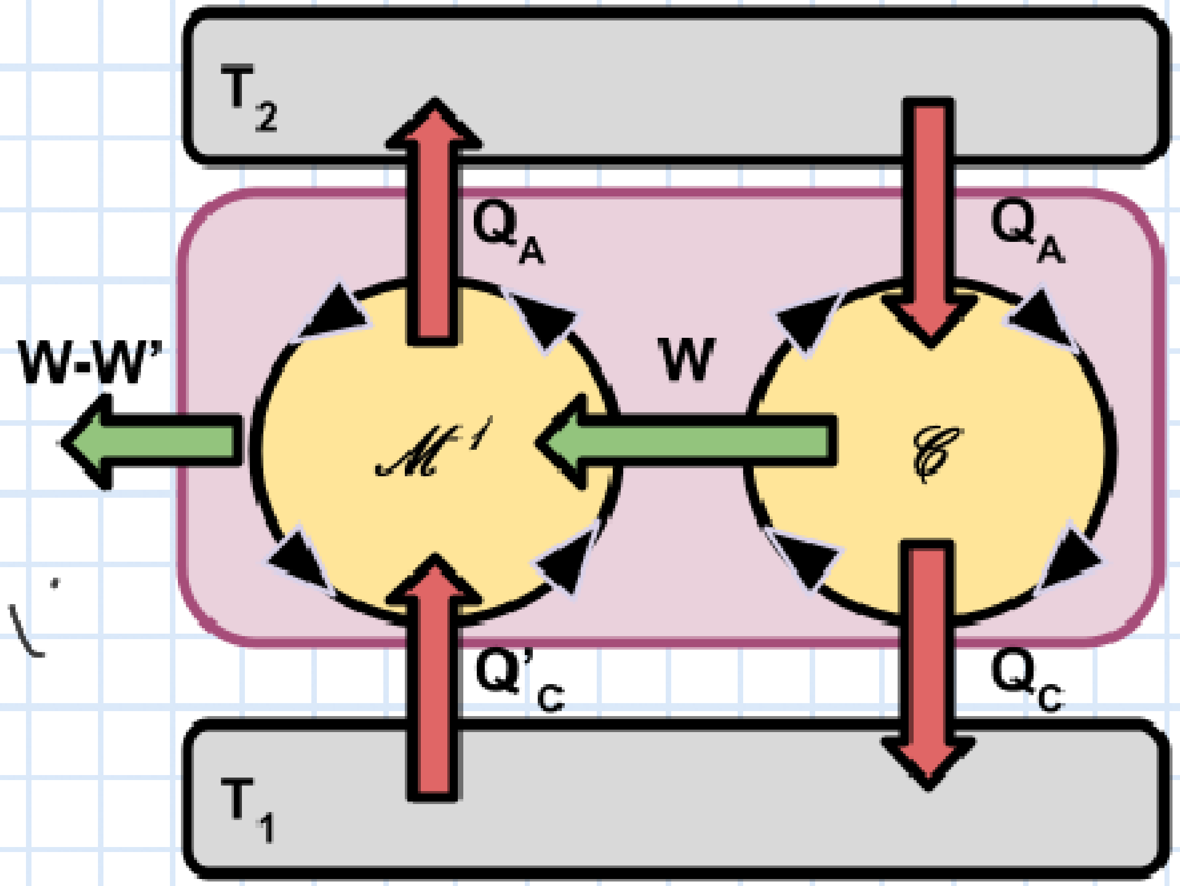
$\Rightarrow$ Se per assurdo $\eta_C > \eta_{\mathcal{M}_R} \Rightarrow W > W'$

& $|Q_c| < |Q_c'|$

Quindi $\mathcal{M}^{-1} + \mathcal{C}$ è una macchina che produce lavoro, $W - W' > 0$, e scambia calore con una sola sorgente, quindi violando il principio di Kelvin

c.v.d.





In definitiva abbiamo che

$$\eta_M \leq \eta_e \Rightarrow 1+\frac{Q_C}{Q_A} \leq 1-\frac{T_1}{T_2} \Rightarrow \frac{Q_C}{T_1}+\frac{Q_A}{T_2} \leq 0$$

il segno uguale è valido SSE M è una macchina Reversibile

Uguale a zero sse se cicli Reversibili

Esempio: Motore Impossibile

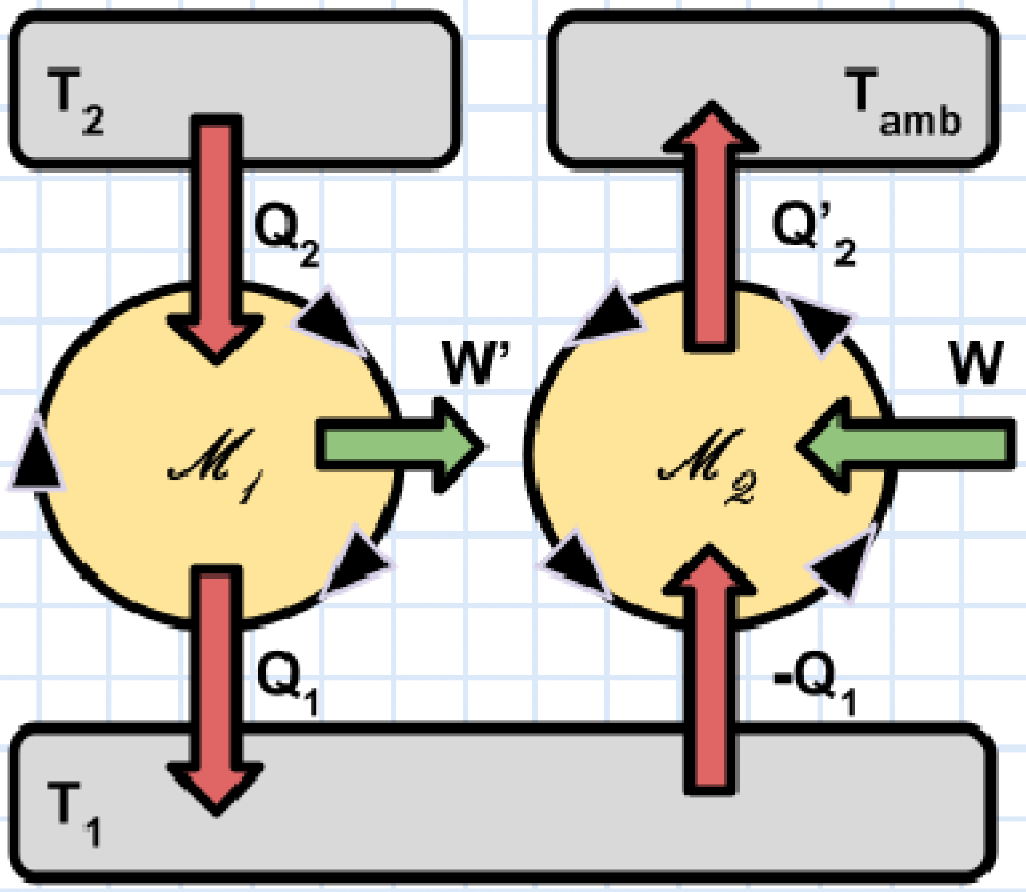
Un inventore afferma di aver sviluppato una macchina termica che realizza un rendimento del 75% lavorando tra il punto di ebollizione e quello di congelamento dell'acqua. È possibile?

$$\eta_{\alpha} \leq \eta_{e} \Rightarrow \eta_{MAX} = \eta_{e} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 0{,}268 \ll 0{,}75$$

$$\eta_{\alpha_1 + \alpha_2} = \frac{W + W'}{Q_2} = \frac{Q_2 + \cancel{Q_1} - \cancel{Q_1} + Q_2'}{Q_2} =$$

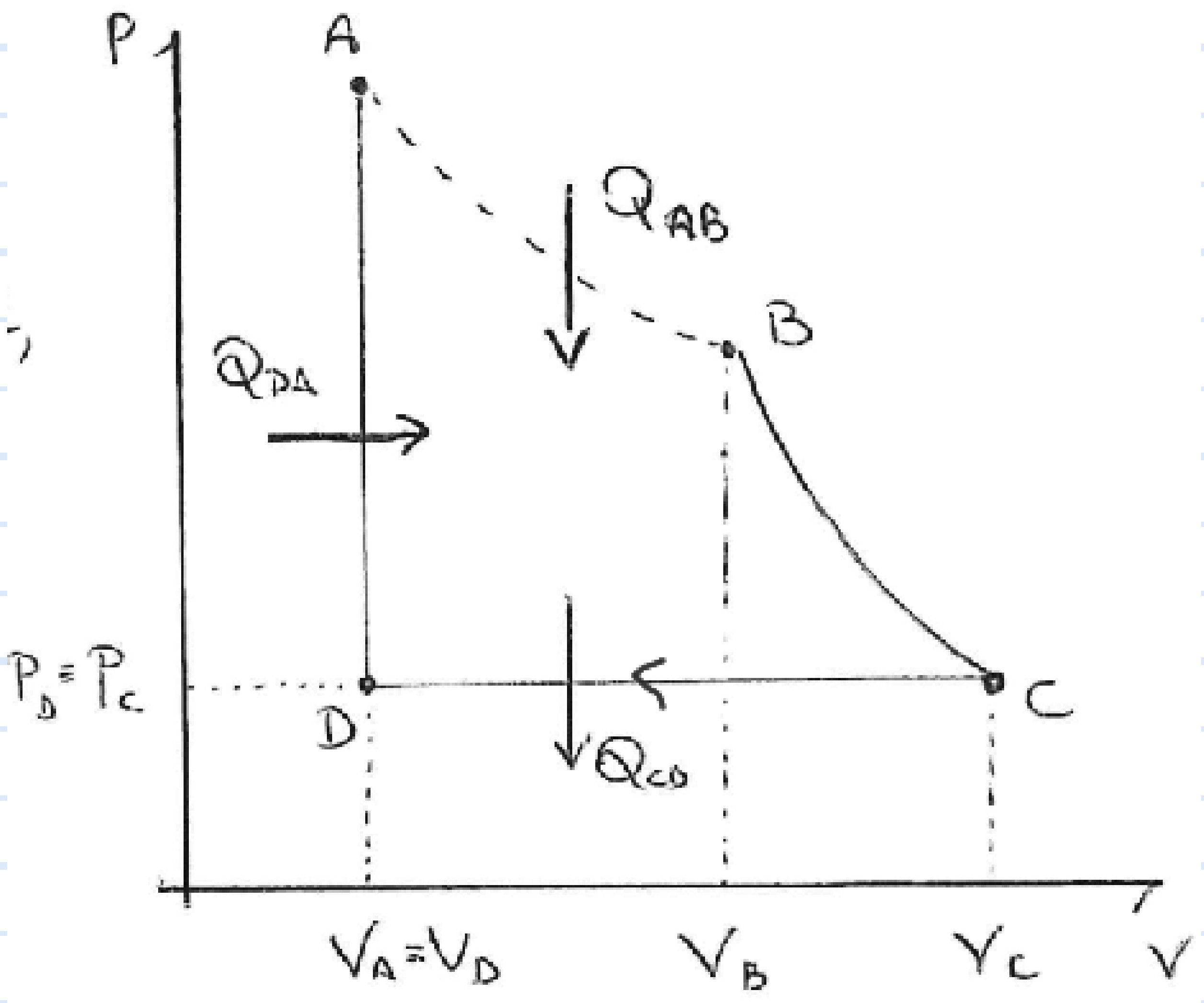
$$= \frac{Q_2 + Q_2'}{Q_2} = \underbrace{1 + \frac{Q_2'}{Q_2}}$$

Ovvero il rendimento è equivalente a quello di una macchina che lavora tra T_e & T_{amb}

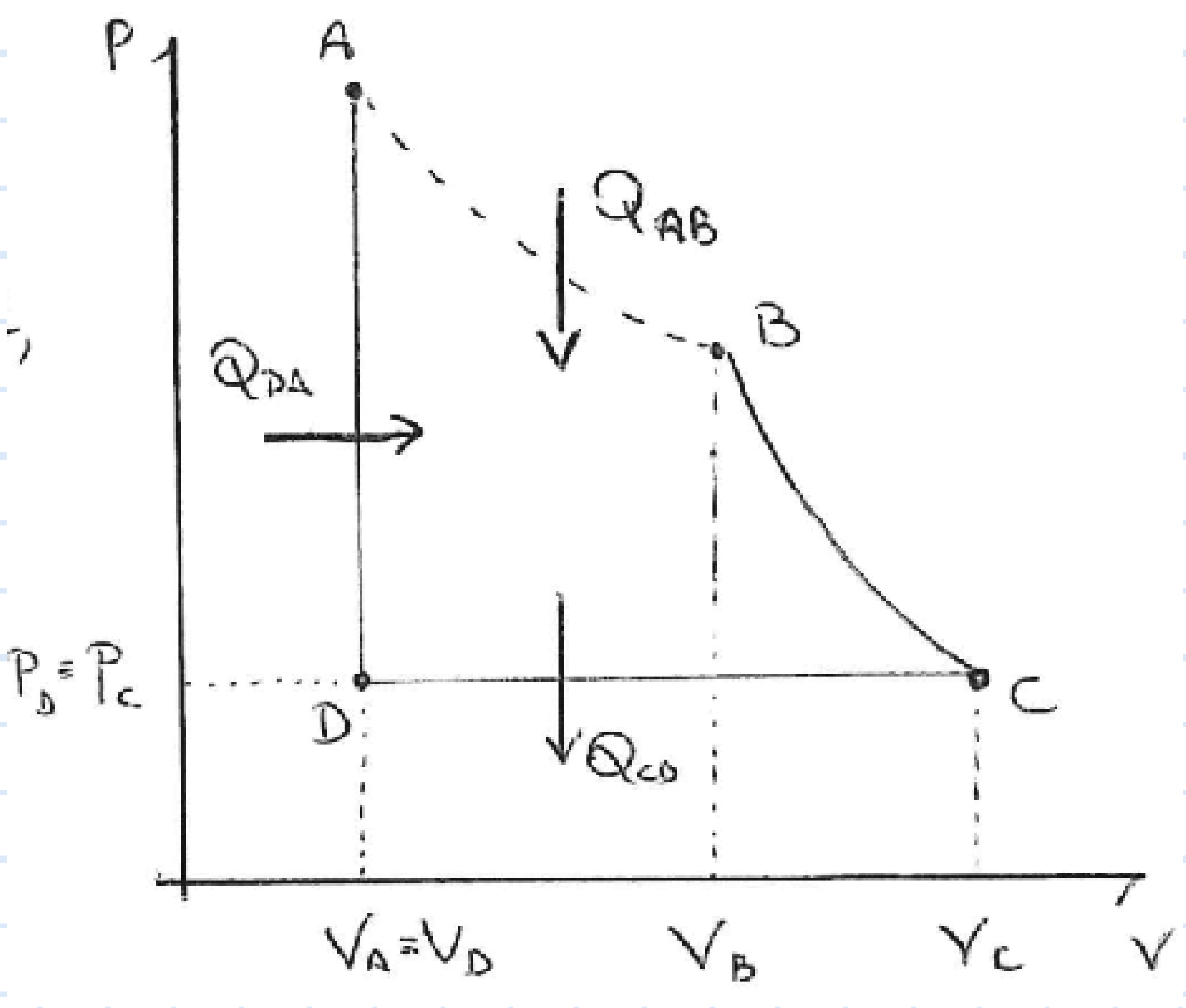


Esempio: Un Ciclo Irreversibile

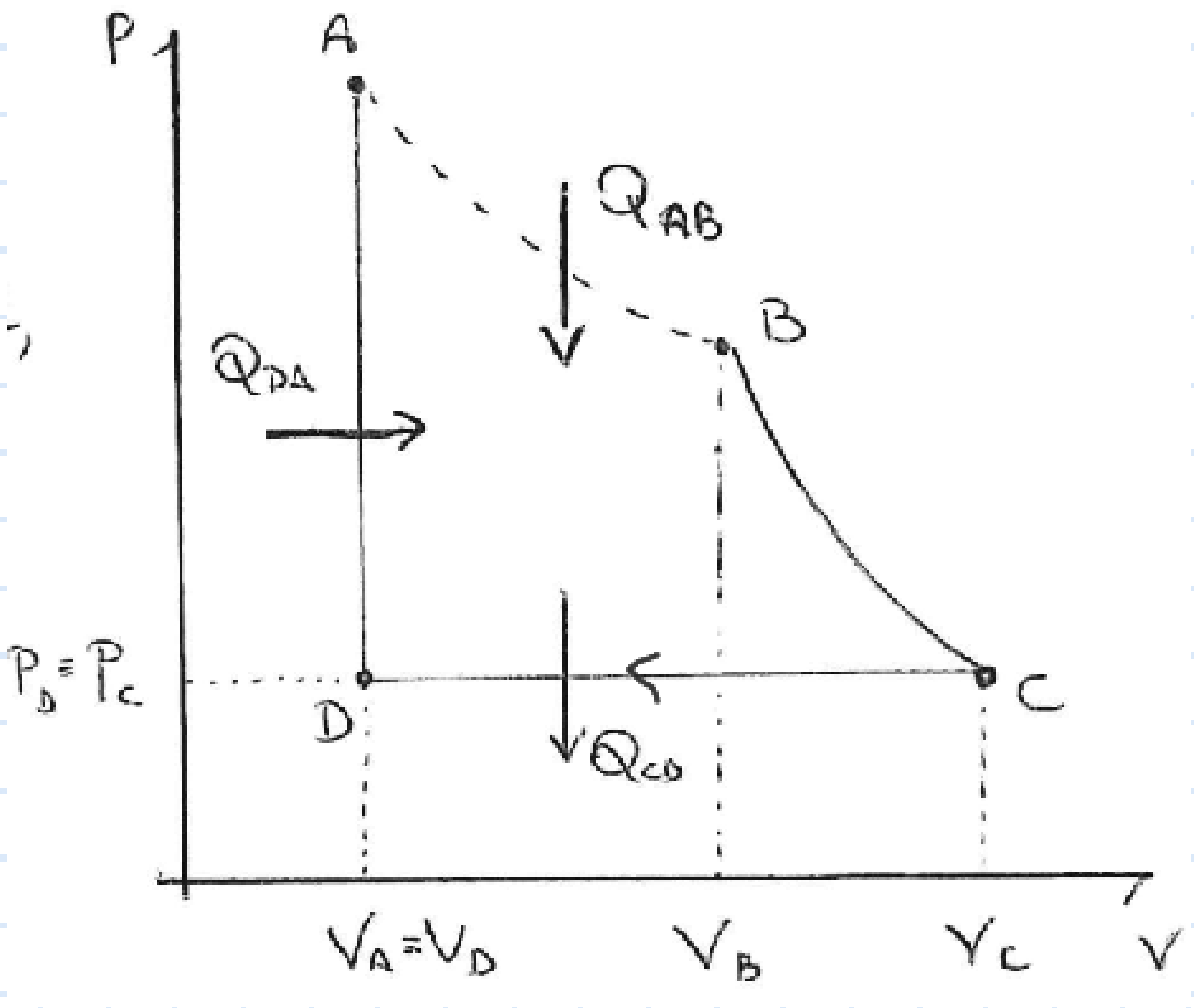
0.2 moli di gas biatomico compiono il ciclo ABCDA, dove la trasformazione AB è un' isoterma irreversibile, mentre BC, CD e DA sono rispettivamente un' adiabatica, un'isobara ed un'isocora, reversibili. Siano: V(A)=5 l; V(B)=10 l; V(C)=15 l; T(A)=900 K; Q(AB)=860 J. i) Si determini il rendimento del ciclo; ii) ripetere il calcolo nell'ipotesi che AB sia reversibile.



Esempio: Un Ciclo Irreversibile

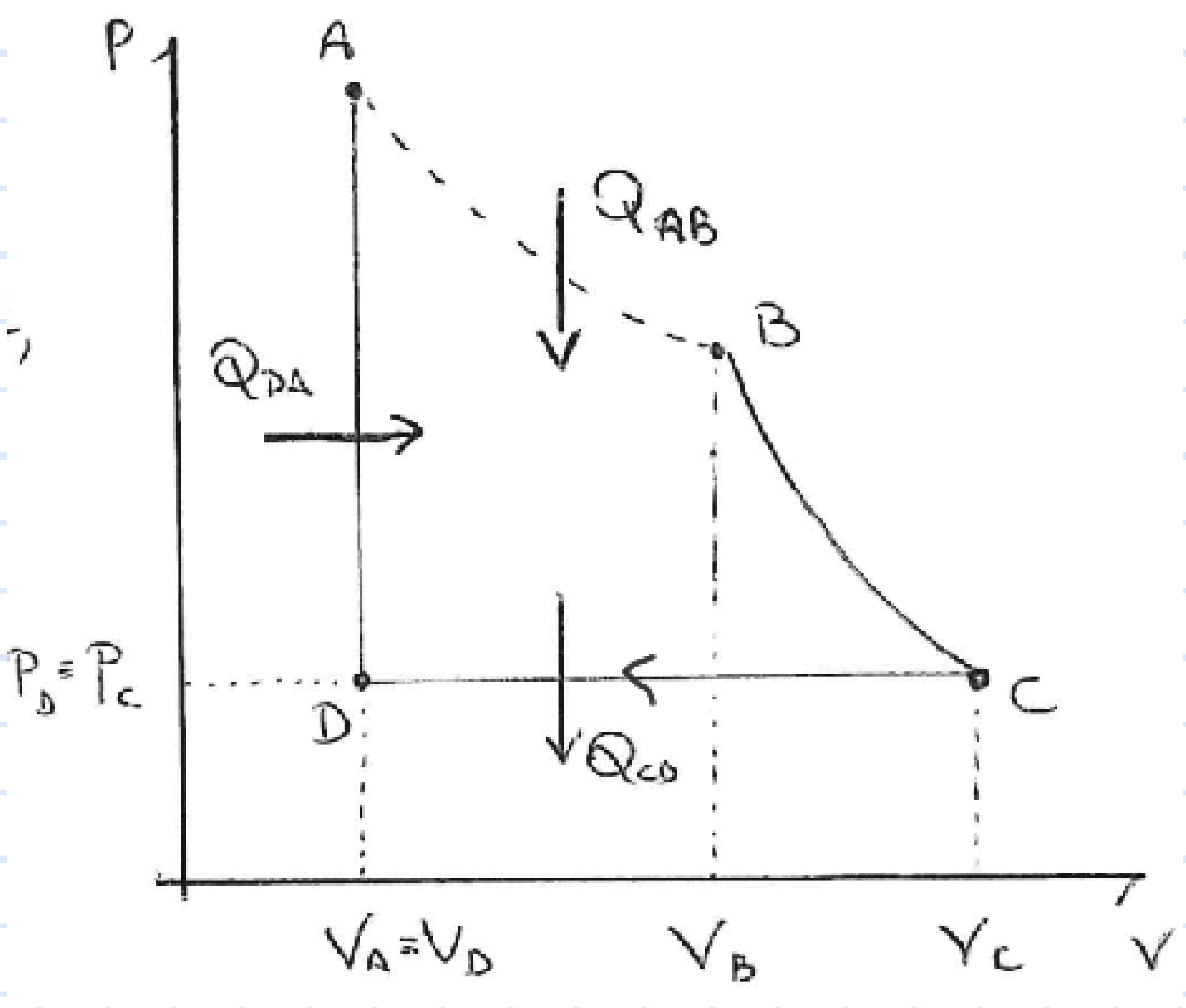


Esempio: Un Ciclo Irreversibile



Esempio: Un Ciclo Irreversibile

ii) ripetere il calcolo nell'ipotesi che AB sia reversibile.



VERIFICA 4

Vorreste migliorare l'efficienza di un frigorifero ideale. Avete la possibilità di (a) mantenere il compartimento freddo a una temperatura leggermente più alta, (b) mantenerlo a temperatura leggermente più bassa, (c) portare il frigorifero in un locale un po' più caldo oppure (d) portarlo in un locale poco più freddo. In tutti e quattro i casi il salto di temperatura rimane invariato. Ordinate i casi secondo i valori decrescenti di efficienza che vi attendete.