

# Prova scritta

# A / B

19 settembre 2024

## Cinematica e dinamica

- [3] 1. Un guidatore viaggiando a velocità  $v$  vede un semaforo rosso a una distanza  $d = 30$  m più avanti e frena bruscamente. I freni dell'auto forniscono una decelerazione costante  $a = -16$  m/s<sup>2</sup>. Se il tempo di reazione del conducente è  $t_0 = 0.5$  s, a quale velocità  $v$  massima poteva andare l'auto per riuscire a fermarsi prima del semaforo rosso? Suggerimento: la distanza totale è  $d = d_0 + d_f$ , dove  $d_0 = vt_0$  è la della distanza percorsa prima la frenata, e  $d_f = -\frac{1}{2}at_f^2$  è la distanza percorsa durante la frenata. Dopo aver trovato  $t_f$ , sarà necessario risolvere un'equazione del secondo grado.

La velocità finale è  $0 = v - at_f$ , quindi  $t_f = -v/a$ . Sostituendo:

$$d = vt_0 - \frac{v^2}{2a},$$

e quindi

$$v = a \left( -t_0 \pm \sqrt{t_0^2 - 2d/a} \right).$$

Dalle due soluzioni, solo il valore minore è giusto:  $v = 24$  m/s  $\approx$  86 km/h.

- [4] 2. Una turbina eolica con un raggio di 40 m ruota in un piano verticale. Il centro del rotore si trova a 80 m dal suolo. Un piccolo frammento di detriti, attaccato all'estremità di una delle pale, si stacca proprio nel punto più alto della traiettoria circolare. Il frammento vola via, colpendo il terreno a 410 m dalla base della turbina. Si trascurano gli effetti della resistenza dell'aria.
- (a) Qual è la velocità del frammento al momento in cui si stacca dalla pala?
- (b) A quante rivoluzioni al minuto gira la turbina?

(a) Il proiettile è sparato orizzontalmente, quindi il tempo di caduta è  $t = \sqrt{2(L + R)/g} = 4.95$  s. La velocità orizzontale è  $v = L/t = 83$  m/s

(b)  $\omega = v/R = 2.1$  s<sup>-1</sup> = 2.1 s<sup>-1</sup> · 60 min/s ·  $\frac{1}{2\pi}$  giro/rad = 20 giri/min.

- [3] 3. Un pendolo è formato da una sfera di legno di raggio 5 cm e massa 500 g, sospesa a un filo leggero. Un vento costante di 80 km/h soffia contro la sfera, facendola stabilizzare in una posizione obliqua. Determinare l'angolo che il filo forma con la verticale. La densità dell'aria è  $\rho = 1.3 \text{ kg/m}^3$ , e il coefficiente di resistenza per una sfera liscia è  $C_D = 0.47$ . Suggerimento: disegnare il diagramma a corpo libero per avere un'idea chiara delle forze agente sulla sfera.

Il modulo della forza peso è  $F_p = mg = 4.9 \text{ N}$ . La forza dovuta alla resistenza dell'aria è orizzontale e di modulo

$$F_R = \frac{1}{2} C_D A \rho v^2 = 1.2 \text{ N}.$$

L'angolo è  $\theta = \tan^{-1}(F_R/F_p) = 14^\circ$ .

## Energia, quantità di moto, oscillazioni

- [6] 4. L'accelerazione gravitazionale sulla superficie di un asteroide sferico di raggio 500 km è  $3.0 \text{ m/s}^2$ .
- Qual è la velocità di fuga dalla superficie di quest'asteroide?
  - A quale distanza dalla superficie arriverà una particella se questa lascia la superficie dell'asteroide con una velocità radiale di modulo 1000 m/s?
  - Con quale velocità colpirà l'asteroide un oggetto se viene lasciato cadere da fermo a 1000 km dalla superficie?

Per questo problema è necessario ricordarsi che l'energia potenziale gravitazionale di un corpo sferico di massa  $M$ , funzione della distanza al suo centro  $r$ , è  $U(r) = -GMm/r$ . Siccome il modulo del campo gravitazionale alla superficie del corpo è  $g = GM/R^2$ , possiamo anche scrivere  $U(r) = -gmR^2/r$ .

(a) La velocità di fuga è tale che  $U_i + K_i = 0$ :

$$-\frac{gmR^2}{R} + \frac{1}{2}mv^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{2gR} = 1730 \text{ m/s}.$$

(b) Conservazione dell'energia:  $U_i + K_i = U_f$

$$-gmR + \frac{1}{2}mv_i^2 = -\frac{gmR^2}{R+d} \quad \Rightarrow \quad R+d = \frac{R}{1 - \frac{v_i^2}{2gR}} \quad \Rightarrow \quad d = 250 \text{ km}$$

(c) Conservazione dell'energia:  $U_i = U_f + K_f$

$$-\frac{gmR^2}{R+d} = -gmR + \frac{1}{2}mv_f^2 \Rightarrow v_f = \sqrt{2gR \left(1 - \frac{R}{R+d}\right)} \Rightarrow v = 1410 \text{ m/s}$$

[4] 5. Una molla senza carico è appesa al soffitto. La molla si allunga di 20 cm quando ci si attacca un peso di 750 g.

(a) Qual è la costante di richiamo della molla?

(b) Qual è il periodo di oscillazione del sistema massa+molla se la molla è momentaneamente allungata al di là del punto di equilibrio?

(a) All'equilibrio, la forza elastica cancella la forza peso:  $kx = mg \Rightarrow k = mg/x = 37 \text{ N/m}$ .

(b) Il periodo di oscillazione è

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 0.90 \text{ s}$$

## Fluidi e termodinamica

[6] 6. Il volume di un gas perfetto è ridotto adiabaticamente da 200 L a 74.3 L. La pressione e la temperatura iniziali sono 1.00 atm e 300 K. La pressione finale è 4.00 atm.

(a) Qual è l'indice adiabatico  $\gamma$ ? Il gas è quindi monoatomico, biatomico o poliatomico?

(b) Qual è la temperatura finale?

(c) Quante moli ci sono nel gas?

(a) Trasformazione adiabatica:

$$P_1V_1^\gamma = P_2V_2^\gamma \Rightarrow \gamma = \log(P_2/P_1)/\log(V_1/V_2) = 1.4 = \frac{7}{5}$$

un rapporto  $7/5$  è tipico di un gas biatomico.

$$(c) n = P_1V_1/(RT_1) = (1.01 \times 10^5 \text{ Pa} \cdot 0.200 \text{ m}^3)/(8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} \cdot 300 \text{ K}) = 8.13 \text{ mol}$$

$$(b) T_2 = P_2V_2/(nR) = (4.04 \times 10^5 \text{ Pa} \cdot 0.0743 \text{ m}^3)/(8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} \cdot 8.13 \text{ mol}) = 445 \text{ }^\circ\text{C}$$

- [2] 7. Una piccola resistenza elettrica a immersione è usata per scaldare 300 g di acqua. La resistenza è etichettata come "200 watt". Trascurando qualunque perdita di calore, calcolate il tempo necessario per aumentare la temperatura dell'acqua da 18.0 °C a 100 °C.

Il calore necessario per scaldare l'acqua è  $Q = mc\Delta T = 103 \text{ kJ}$ . La resistenza impiega quindi un tempo  $t = Q/P = 515 \text{ s} = 8.58 \text{ min}$ .

- [2] 8. Una centrale elettrica con un'efficienza del 30 % genera 500 MW di elettricità. Quanto calore assorbe dalla sua fonte di combustibile ogni ora?

$$\eta = 30\% = \frac{W}{Q_{\text{assorbito}}} \Rightarrow Q_{\text{assorbito}} = W/\eta = 500 \text{ MW} \cdot 3600 \text{ s}/0.3 = 6 \text{ TW in un ora.}$$

#### Dati e costanti

$$g = 9.81 \text{ m s}^{-2}$$

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

$$R = 8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$$

$$0 \text{ K} = -273.15 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$1 \text{ atm} = 101.325 \text{ kPa}$$

$$N_A = 6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$M_{\text{aria}} = 29 \text{ g mol}^{-1}$$

$$c_{\text{acqua}} = 4186 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$c_{\text{ghiaccio}} = 2093 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$L_{f \text{ ghiaccio}} = 333 \text{ kJ kg}^{-1}$$