

Prova scritta

A / B

5 settembre 2024

Cinematica e dinamica

- [3] 1. Un jet che atterra su una portaerei a una velocità iniziale di 68 m/s.

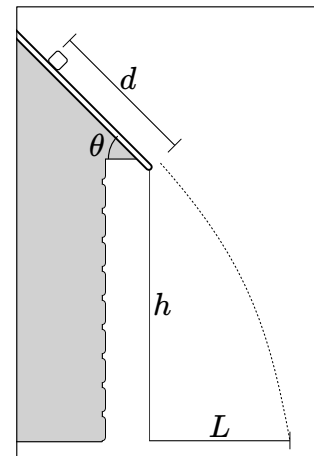
Qual è il modulo della sua accelerazione (ipotizzata costante) se si arresta in 2.0 s a causa di un cavo di arresto che rallenta il jet e lo conduce all'arresto?

$$a = |v_f - v_i| / \Delta t = 34 \text{ m/s}^2.$$

Qual è la distanza percorsa sul portaerei durante il moto accelerato?

$$\Delta x = \frac{1}{2} a \Delta t^2 = 68 \text{ m}$$

- [7] 2. Un blocco di ghiaccio di massa $m = 1.5 \text{ kg}$ inizialmente a riposo scivola lungo un tetto di inclinazione $\theta = 50^\circ$. Giunto alla fine del tetto, esso prosegue la sua corsa nel vuoto. Il coefficiente di attrito cinetico tra il blocco ed il tetto è $\mu = 0.10$, la lunghezza del percorso inclinato è $d = 1.0 \text{ m}$, e l'altezza del tetto è $h = 2 \text{ m}$.



- (a) Disegnare il diagramma a corpo libero del blocco a un momento qualsiasi del suo moto sul tetto. Esprimere il modulo di ogni forza in termine dell'accelerazione gravitazionale g , della massa m , dell'angolo θ e del coefficiente di attrito μ .
- (b) Determinare l'accelerazione del blocco lungo il tetto e quindi la sua velocità al punto dove si stacca del tetto.
- (c) Determinare a quale distanza L il blocco tocca il suolo.

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad F_p &= mg \\ N &= mg \cos \theta \\ F_k &= \mu N = \mu mg \cos \theta \end{aligned}$$



(b) Secondo principio della dinamica applicato lungo un asse x' parallelo al tetto:

$$ma_{x'} = F_{\text{res } x'} = F_{p x'} - F_k = mg \sin \theta - \mu mg \cos \theta$$

$$\rightarrow a_{x'} = g(\sin \theta - \mu \cos \theta) = 6.9 \text{ m/s}^2$$

$$v_f^2 - v_i^2 = 2ad \quad \rightarrow \quad v_f = \sqrt{2a_{x'}d} = 3.7 \text{ m/s}$$

(c) La componente verticale della velocità è $v_y = -v \sin \theta = -2.8 \text{ m/s}$ e quindi il tempo di caduta è dato da $-\frac{1}{2}gt^2 + v_y t + h = 0$, cioè $t = 0.41 \text{ s}$. Quindi $L = v_x t = v \cos \theta t = 0.99 \text{ m}$

Energia, quantità di moto, oscillazioni

[6] 3. Un punto materiale di massa $m = 150 \text{ g}$ si muove soggetto all'energia potenziale

$$U(x) = \begin{cases} \beta x^2 & \text{se } |x| < d, \\ U_1 = \beta d^2 & \text{se } |x| \geq d \end{cases}$$

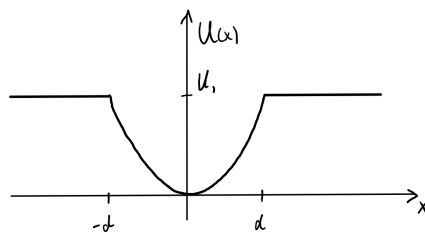
con $U_1 = 20 \text{ J}$ e $d = 0.75 \text{ m}$.

(a) Disegnare la funzione $U(x)$ per l'intervallo $-2 \text{ m} < x < 2 \text{ m}$.

(b) Se il punto parte dall'origine dell'asse x con velocità v_0 e arriva alla coordinata $x = d/2$ con velocità nulla, quanto vale v_0 ?

(c) Se il punto partisse dall'origine con velocità $v_1 = 3v_0$, con quale velocità (v_2) si muoverebbe nella regione $x > d$?

(a)



(b) Si applica la conservazione dell'energia: $E_i = \frac{1}{2}mv_0^2 = E_f = \beta(d/2)^2 = U_1/4 \rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{U_1}{2m}} = 8.2 \text{ m/s}$

(c) L'energia cinetica iniziale vale $E_i = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{9}{4}U_1 = 45 \text{ J}$. Quindi nella regione $x > d$, l'energia cinetica rimasta è $K_f = E_i - U_1 = 25 \text{ J}$. La velocità della particella è $v = \sqrt{2K_f/m} = 18 \text{ m/s}$.

- [2] 4. Una molla appesa al soffitto si allunga di 14 cm quando ci si attacca un peso di 500 g. Qual è la costante di richiamo della molla? $k = \underline{35 \text{ N/m}}$.
- [2] 5. Un sacco di sabbia di 25 kg viene lanciato su un carrello inizialmente fermo e di massa 79 kg. Il carrello è libero di muoversi orizzontalmente senza attrito e il sacco si ferma quasi istantaneamente una volta atterrato sul carrello. La velocità iniziale del sacco è $\vec{v} = (5.0\hat{i} + 1.0\hat{j}) \text{ m/s}$. Qual è la velocità finale, lungo x , del carrello e del sacco insieme? $v_{x \text{ finale}} = \underline{1.2 \text{ m/s}}$.

Fluidi e termodinamica

- [4] 6. Una quantità di acqua pari a 100 mL (equivalente a 100 g di massa) si trova inizialmente a 20 °C. Questa acqua viene posta in un congelatore con temperatura interna di -18 °C.
- Calcolare il calore Q_1 da trasferire per portare l'acqua da 20 °C a 0 °C.
 - Calcolare il calore Q_2 da trasferire per solidificare l'acqua a 0 °C.
 - Calcolare il calore Q_3 da trasferire per raffreddare il ghiaccio da 0 °C a -18 °C.
 - Il congelatore ha un coefficiente di prestazione pari a 4.5 e funziona a 200 W. Calcolare il tempo necessario per il processo intero.

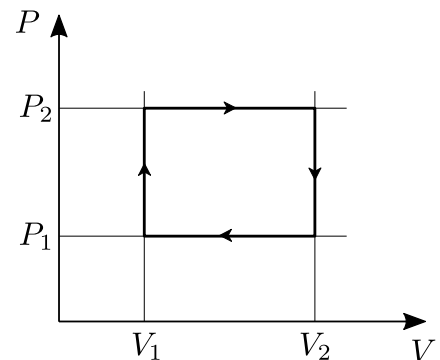
$$(a) Q_1 = mc_{\text{acqua}}\Delta T_1 = -8370 \text{ J}$$

$$(b) Q_2 = mL_f_{\text{ghiaccio}} = 33\,300 \text{ J}$$

$$(c) Q_3 = mc_{\text{ghiaccio}}\Delta T_3 = 3770 \text{ J}$$

(d) Il coefficiente di prestazione è $K = Q_f/W$, dove Q_f è il calore ritirato dal congelatore e W è il lavoro fatto sul congelatore. Quindi $dQ_f/dt = K \cdot dW/dt = 900 \text{ W}$, e $t = |Q_1 + Q_2 + Q_3| \cdot (dQ_f/dt)^{-1} = 50.5 \text{ s}$

- [6] 7. Una mole di gas perfetto monoatomico ($c_v = \frac{3}{2}R$, $c_p = \frac{5}{2}R$) compie il ciclo termodinamico mostrato in figura, dove $V_2 = 2V_1$ e $P_2 = 2P_1$. Sapendo che $V_1 = 1.5 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ e $P_1 = 1.5 \times 10^5 \text{ Pa}$, calcolare:
- Il lavoro compiuto dal gas in un ciclo.
 - Il rendimento η del ciclo.
 - Il rapporto tra η ed il rendimento di un ciclo di Carnot η_c che operi tra le temperature minima e massima raggiunte nel ciclo.



(a) Il lavoro è dato dall'area del rettangolo sul diagramma PV: $W = \Delta P \cdot \Delta V = P_1 V_1 = 225 \text{ J}$

(b) Dobbiamo trovare il calore entrante nel sistema. Per questo è necessario calcolare la temperatura del gas ai vertici del rettangolo. È più facile non sostituire numeri e usare invece il fatto che $W = P_1 V_1$. Le temperature estreme sono

$$T_f = P_1 V_1 / (nR) = W / (nR) \quad \text{e} \quad T_c = P_2 V_2 / (nR) = 4P_1 V_1 / (nR) = 4W / (nR).$$

Le due temperature intermedie sono

$$T_i = P_1 V_2 / (nR) = P_2 V_1 / (nR) = 2P_1 V_1 / (nR) = 2W / (nR).$$

Il calore entrante durante l'espansione isobara è

$$Q_1 = n c_p (T_c - T_i) = \frac{5}{2} nR \cdot 2W / (nR) = 5W.$$

Il calore entrante durante il riscaldamento isocora è

$$Q_2 = n c_v (T_i - T_f) = \frac{3}{2} nR \cdot W / (nR) = \frac{3}{2} W.$$

$$\text{Quindi } \eta = \frac{W}{Q_c} = \frac{W}{5W + 3W/2} = \frac{2}{13} \approx 15.4 \%$$

(c) Il rendimento di Carnot è $\eta_C = 1 - \frac{T_f}{T_c} = \frac{3}{4} = 75 \%$, e il rapporto $\eta/\eta_C = \frac{8}{39} \approx 0.205$

Dati e costanti

$$g = 9.81 \text{ m s}^{-2}$$

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

$$R = 8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$$

$$0 \text{ K} = -273.15 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$1 \text{ atm} = 101.325 \text{ kPa}$$

$$N_A = 6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$M_{\text{aria}} = 29 \text{ g mol}^{-1}$$

$$c_{\text{acqua}} = 4186 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$c_{\text{ghiaccio}} = 2093 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$L_{f \text{ ghiaccio}} = 333 \text{ kJ kg}^{-1}$$