

Calcolo del rango di una matrice

Vogliamo calcolare il rango della matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 9 & 13 & -9 \\ -2 & -1 & -6 & -9 & 11 \\ -1 & 0 & -4 & -6 & 6 \\ 0 & 3 & -8 & -11 & 5 \end{pmatrix}$$

Utilizziamo l'algoritmo di Gauss al fine di portare questa matrice a scala:

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 9 & 13 & -9 \\ -2 & -1 & -6 & -9 & 11 \\ -1 & 0 & -4 & -6 & 6 \\ 0 & 3 & -8 & -11 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{\text{II} + 2 \cdot \text{I} \\ \text{III} + \text{I}}} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 9 & 13 & -9 \\ 0 & -5 & 12 & 17 & -7 \\ 0 & -2 & 5 & 7 & -3 \\ 0 & 3 & -8 & -11 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{\frac{-1}{5} \cdot \text{II}}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -2 & 9 & 13 & -9 \\ 0 & 1 & -12/5 & -17/5 & 7/5 \\ 0 & -2 & 5 & 7 & -3 \\ 0 & 3 & -8 & -11 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{\text{III} + 2 \cdot \text{II} \\ \text{IV} - 3 \cdot \text{II}}} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 9 & 13 & -9 \\ 0 & 1 & -12/5 & -17/5 & 7/5 \\ 0 & 0 & \frac{25-24}{5} & \frac{35-34}{5} & \frac{-15+14}{5} \\ 0 & 0 & \frac{-40+36}{5} & \frac{-55+51}{5} & \frac{25-21}{5} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & -2 & 9 & 13 & -9 \\ 0 & 1 & -12/5 & -17/5 & 7/5 \\ 0 & 0 & 1/5 & 1/5 & -1/5 \\ 0 & 0 & -4/5 & -4/5 & 4/5 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{5 \cdot \text{III} \\ 5 \cdot \text{IV}}} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 9 & 13 & -9 \\ 0 & 1 & -12/5 & -17/5 & 7/5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -4 & -4 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\overline{\text{IV}} + 4 \cdot \overline{\text{III}} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -2 & 9 & 13 & -9 \\ 0 & 1 & -\frac{12}{5} & -\frac{7}{5} & \frac{7}{5} \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Abbiamo quindi ottenuto una matrice a scala con tre righe non nulle, pertanto il rango di quest'ultima matrice, il quale è uguale al rango della matrice di partenza, è 3.