

Istituzioni di Algebra e Geometria  
Simulazione prova scritta  
18 dicembre 2023

17 dicembre 2023

1. Si consideri la curva proiettiva piana (complessa)  $F$  di equazione

$$x_0x_1^5 - x_0x_1^3x_2^2 - x_2^6 = 0.$$

- (a) Determinarne i punti singolari, la loro molteplicità su  $F$  e le rette tangenti nei punti singolari;
- (b) dire se si tratta di una curva razionale, e in tal caso trovarne una parametrizzazione, considerando un opportuno fascio di rette;
- (c) determinare la curva polare del punto  $[0, 1, 1]$  rispetto a  $F$ .

2. Si dimostri che la cubica piana proiettiva di equazione

$$x_0x_1x_2 + x_0^3 + x_1^3 = 0$$

ha esattamente tre punti di flesso, e che sono allineati.

3. Si determini, giustificando la risposta, la dimensione del sistema lineare delle curve proiettive piane di grado 4 passanti per 6 punti distinti e allineati, e aventi un punto di molteplicità almeno 2 in un sesto punto fissato, non allineato con i primi cinque punti. Le condizioni lineari risultano indipendenti?