

Universita` di Trieste, A.A. 2020/2021

Laurea Triennale in Ingegneria Elettronica e Informatica

Fisica Generale 2 - Primo appello invernale, 27/1/2021

Cognome ..... Nome .....

Istruzioni per gli esercizi:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unita` di misura appropriate.

1. Una sfera metallica di raggio  $R=12.4$  cm, posta al centro del nostro sistema di riferimento, ha una carica  $Q=-1.99 \mu C$ . Poniamo a distanza  $r=44.4$  cm, lungo l'asse x, un dipolo con  $d=1.3$  mm e  $q=8.12$  nC; il vettore dipolo e` bloccato in modo da essere allineato con l'asse z.

a. Calcolare il momento meccanico esercitato dalla sfera sul dipolo.

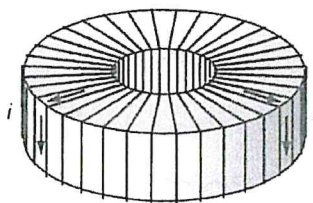
$$\vec{C} = \frac{q d |Q|}{4\pi\epsilon_0 r^2} (-\hat{j}) = 9.58 \times 10^{-7} \text{ Nm } (-\hat{j})$$

b. Lasciamo il dipolo bloccato in quella posizione, ma libero di ruotare su se` stesso; calcolare quanta energia si libera nell'allineamento del dipolo col campo elettrico.

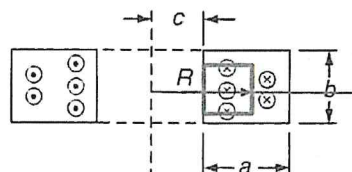
$$U = 9.58 \times 10^{-7} \text{ J}$$

c. Calcolare la forza elettrica esercitata dalla sfera sul dipolo quando questo si e` allineato.

$$\vec{F} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{(r-d/2)^2} - \frac{1}{(r+d/2)^2} \right) \hat{i} = -4.32 \times 10^{-6} \hat{i} \text{ N}$$



(a)



(b)

2. Un grande solenoide toroidale, rappresentato in figura, ha dimensioni: raggio interno  $c=1.10$  m, spessore radiale  $a=42$  cm, altezza  $b=2.0$  m. E` composto da  $N=65000$  spire, nelle quali scorre una corrente di  $I=110$  A. Al suo interno abbiamo (in rosso) una spira quadrata di lato

$L=31$  cm, che parte dal raggio polare  $c$  (vedi figura), e che ha una resistenza  $R=1.24$  m $\Omega$ .

- a. Calcolare il campo magnetico nel solenoide, riportando la formula e il valore numerico al raggio c.

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{NI}{r}, \quad |\vec{B}| (r=c) = 1.3 \text{ T}$$

- b. Calcolare il flusso del campo magnetico attraverso la spira.

$$\Phi_B = \frac{\mu_0}{2\pi} N I L \ln\left(\frac{c+L}{c}\right) = 0.11 \text{ Wb}$$

- c. Il solenoide viene spento, in modo tale che la corrente diminuisca linearmente col tempo, fino ad annullarsi dopo  $t=3\text{s}$ . Calcolare la corrente indotta nella spira.

$$i = \frac{1}{R} \frac{\Phi_B}{t} = 29.6 \text{ A}$$

3. Un circuito RLC serie è caratterizzato da  $R=100\ \Omega$ ,  $L=0.5\text{H}$  e  $C=2\ \mu\text{F}$ . Il generatore di f.e.m. alternata ha  $V_{\max}=200\text{V}$  e  $\nu=80\text{Hz}$ .

- a. Calcolarne l'impedenza, sia come numero complesso che come modulo e fase.

$$Z = R + j(X_L - X_C) = 100 - 743j\ \Omega; \quad |Z| = 750\ \Omega, \\ \phi_Z = -87.3^\circ$$

- b. Calcolare la potenza dissipata sulla resistenza e il fattore di potenza.

$$P = \frac{V_{\max}^2}{2|Z|} \cos\phi = 3.55 \text{ W}, \quad \cos\phi = \frac{R}{Z} = 0.133$$

- c. Come dobbiamo cambiare la frequenza se vogliamo che diventi prevalentemente induttivo?

$$\omega > \omega_0 = 1000 \text{ rad s}^{-1},$$

$$\nu > 159 \text{ Hz}$$

$$\text{NB: } Q = \omega_0 \frac{L}{R} = 5, \quad \Delta\omega = 200, \quad \Delta\nu = 16 \text{ Hz}$$

Universita` di Trieste, A.A. 2020/2021

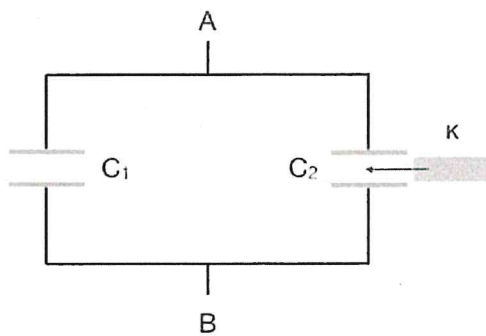
Laurea Triennale in Ingegneria Elettronica e Informatica

Fisica Generale 2 - Secondo appello invernale, 10/2/2021

Cognome ..... Nome .....

Istruzioni per gli esercizi:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate.



1. I due condensatori piani indicati in figura, montati in parallelo, hanno capacita`  $C_1=1.25$  nF e  $C_2=400$  pF. Vengono caricati imponendo sui punti A e B una differenza di potenziale di 200 V fornita da una batteria, e vengono poi isolati. Successivamente viene inserito un dielettrico di costante  $\kappa=6$  tra le armature del condensatore 2.

a. Calcolare la variazione della differenza di potenziale  $\Delta V$  tra le armature dei due condensatori quando viene inserito il dielettrico.

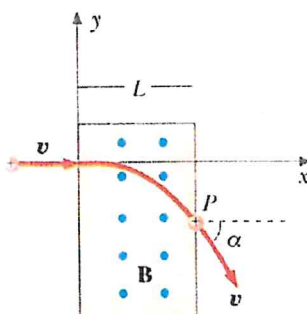
$$\Delta V = Q \left( \frac{1}{C_1 + \kappa C_2} - \frac{1}{C_1 + C_2} \right) = -110 \text{ V}$$

b. Calcolare come si ridistribuisce la carica tra i due condensatori.

$$Q_1' = C_1 \frac{C_1 + C_2}{C_1 + \kappa C_2} V = 1.13 \times 10^{-7} \text{ C}, \quad Q_2' = CV - Q_1' = 2.17 \times 10^{-7} \text{ C}$$

c. Adesso togliamo il dielettrico, ricolleghiamo i punti A e B alla batteria e reinseriamo il dielettrico, stavolta senza isolare il sistema. Quanta energia viene fornita (segno +), o assorbita (segno -), dalla batteria?

$$\Delta U = \frac{1}{2} (\kappa - 1) C_2 V^2 = 6 \times 10^{-5} \text{ J}$$



2. Un protone ( $m_p=1.67 \cdot 10^{-27}$  kg) di energia cinetica  $K=91$  MeV viene iniettato in una regione, di spessore  $L=0.81$  m, dove e` presente un campo magnetico, allineato con  $\hat{k}$  nella figura, di  $B=0.85$  T.

a. Calcolare la velocità (in modulo) con cui il protone esce dalla regione.

$$v = \sqrt{\frac{2Ke}{m_p}} = 1.32 \times 10^8 \text{ m s}^{-1} \quad (44\% \text{ di } c)$$

b. Calcolare l'angolo  $\alpha$  di deflessione del protone.

$$\alpha = \arcsin \frac{L}{R} = 30.0^\circ \quad R = \frac{mv}{eB}$$

c. Se al posto del campo magnetico ci fosse stato un campo elettrico, allineato con  $-\hat{j}$ , che valore avrebbe dovuto avere questo per far deflettere il protone dello stesso angolo  $\alpha$ ?

$$E = \frac{v^2 m_p \tan \alpha}{eL} = 1.30 \times 10^8 \text{ V m}^{-1}$$

3. Un circuito è composto dalla serie di una induttanza e di un parallelo tra una capacità e una resistenza. Si ha che  $R=1\text{ k}\Omega$ ,  $L=0.5\text{ H}$  e  $C=2\mu\text{F}$ . Il generatore di f.e.m. alternata ha  $V_{\text{max}}=220\text{ V}$  e  $\nu=50\text{ Hz}$ .

a. Calcolarne l'impedenza, sia come numero complesso che come modulo e fase.

$$Z = \frac{RX_c^2}{R^2 + X_c^2} + j \left( X_L - \frac{R^2 X_c}{R^2 + X_c^2} \right) = 305 + 83,6j \ \Omega$$

b. Calcolare la frequenza di risonanza del sistema.  $|Z| = 316 \ \Omega$ ,  $\phi_z = -15.3^\circ$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{1}{R^2 C^2}} = 866 \text{ rad s}^{-1}, \quad \nu_0 = 138 \text{ Hz}$$

c. Calcolare la potenza dissipata sulla resistenza.

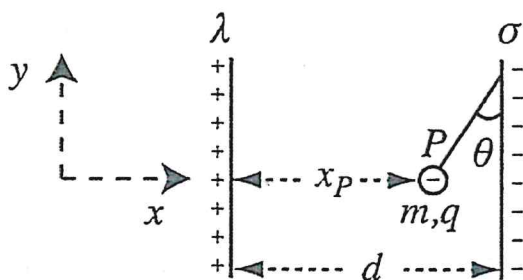
$$P = \frac{V_{\text{eff}}^2}{R} \left| 1 - \frac{\omega L}{|Z|} e^{j(\frac{\pi}{2} - \phi_z)} \right|^2 = 73.7 \text{ W}$$

$$= \frac{1}{2} \frac{V^2}{R} \frac{|Z_{RC}|^2}{|Z|^2} = 73.7 \text{ W}$$



Istruzioni per gli esercizi:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate.



1. Una sferetta carica di massa  $m=0.42$  g e' appesa a un cavo (neutro e isolante) di lunghezza  $l=14$  cm, e il cavo e' a sua volta agganciato ad piano isolante, uniformemente carico con densita'  $\sigma=-4.16$  nC/m<sup>2</sup>, perpendicolare all'asse x in figura. A distanza  $d=12.1$  cm troviamo un filo isolante di lunghezza indefinita, allineato all'asse y, uniformemente carico con  $\lambda=3.03$  nC/m. Il cavo e' inclinato di un angolo  $\theta=4.32^\circ$ .

a. Calcolare il campo elettrico  $\vec{E}$  sulla sferetta.

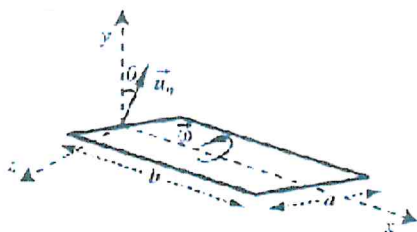
$$\vec{E} = \left( \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r_p} - \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \right) \hat{i} = 728 \hat{i} \text{ V/m}, \quad r_p = d - l \sin \vartheta = 11.0 \text{ cm}$$

b. Calcolare simbolicamente la tensione del filo  $\vec{T}$  come forza che agisce sulla sferetta, e il suo modulo anche come valore.

$$\vec{T} = -q\vec{E} - mg\vec{j}, \quad |\vec{T}| = \frac{mg}{\cos \vartheta} = 6.13 \times 10^{-3} \text{ N}$$

c. Ricavare la carica q della sferetta.

$$q = -\frac{mg}{E} \tan \vartheta = -6.27 \times 10^{-7} \text{ C}$$



2. Una spira rettangolare di lati  $a=12$  cm e  $b=24$  cm e' impennata in modo da ruotare attorno all'asse x, come mostrato in figura. La spira e' immersa in un campo magnetico  $\vec{B}=\alpha x \hat{j}$ , linearmente variabile lungo la componente x con un coefficiente  $\alpha=0.42$  T/m. La spira ha

una resistenza  $R=14.1\Omega$  e ruota ad una velocità angolare di  $\omega=31.3\text{rad s}^{-1}$ . Indichiamo con  $\theta=\omega t$  l'angolo tra il vettore superficie della spira e l'asse y.

a. Calcolare il flusso del campo magnetico in funzione del tempo, ed il suo valore a  $t=0$ .

$$\phi(\theta) = \frac{\alpha a b^2}{2} \cos \omega t, \quad \phi(0) = \frac{\alpha a b^2}{2} = 1.45 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

b. Calcolare la corrente indotta nella spira, ed il valore del suo massimo. Determinare in che senso scorre la corrente quando  $\theta=30^\circ$  (considerate dove punta il vettore superficie, supponendo che a  $t=0$  sia allineato con l'asse y, e sapendo il segno della corrente determinate se il verso è orario o antiorario quando è visto da un osservatore sopra il circuito, con  $y>0$ ).

$$i = \frac{\alpha a b^2 \omega}{2R} \sin \omega t, \quad i_{\max} = \frac{\alpha a b^2 \omega}{2R} = 3.27 \times 10^{-3} \text{ A}$$

senso antiorario

c. Calcolare il massimo momento meccanico esercitato sulla spira.

$$T_{\max} = i_{\max} \frac{\alpha a b^2}{2} = \frac{\alpha^2 a^2 b^4 \omega}{4R} = 4.68 \times 10^{-6} \text{ Nm}$$

3. Un circuito RLC parallelo ha valori dei suoi componenti  $R=100\Omega$ ,  $L=0.5\text{H}$  e  $C=2\mu\text{F}$ . Il generatore di f.e.m. alternata ha  $V_{\text{eff}}=220\text{V}$  e  $\nu=50\text{Hz}$ .

a. Calcolarne l'impedenza, sia come numero complesso che come modulo e fase.

$$Z_{\text{eq}} = \frac{R[1 + jR(\frac{1}{\omega L} - \omega C)]}{1 + R^2(\frac{1}{\omega L} - \omega C)^2} = 75.2 + 43.2j \Omega, \quad |Z| = 86.7 \Omega$$

$$\phi_z = 29.8^\circ$$

b. Calcolare la potenza dissipata sulla resistenza.

$$P_R = \frac{V_{\text{eff}}^2}{R} = 484 \text{ W}$$

c. Supponiamo di volere inserire un elemento in serie a questo circuito, in modo che tutto il sistema vada in risonanza alla frequenza data qui sopra. Che elemento aggiungiamo, e di che valore?

$$Z_{\text{inserito}} = -43.2j = -\frac{j}{\omega C}, \quad C = 73.7 \mu\text{F}$$

Universita` di Trieste, A.A. 2020/2021

Laurea Triennale in Ingegneria Elettronica e Informatica

Fisica Generale 2 - Primo appello estivo - 16/6/2021

Cognome ..... Nome .....

Istruzioni per gli esercizi:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unita` di misura appropriate.

1. Un cilindro isolante di lunghezza indefinita ha una sezione circolare di raggio  $a=11.4$  cm, ed ha una densita` di carica lineare di  $\lambda=5.41$  nC/m, uniforme al suo interno.

a. Calcolate la sua densita` volumetrica di carica  $\rho$ .

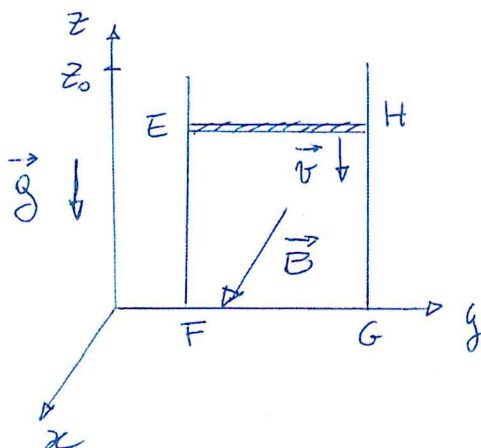
$$\rho = \frac{\lambda}{\pi a^2} = 1.33 \times 10^{-7} \text{ C m}^{-3}$$

b. Calcolate il campo elettrico in tutti i punti dello spazio, sia interni che esterni al cilindro, quantificandone il valore alla superficie.

$$E(r) = \begin{cases} \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} & r > a \\ \frac{\lambda r}{2\pi\epsilon_0 a^2} & r < a \end{cases} \quad E(a) = 853 \text{ V/m}$$

c. Un protone ( $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$  kg) e` in orbita circolare attorno a questo cilindro, ad una distanza  $d=44.1$  cm. Qual'e` la sua velocita`?

$$v = \sqrt{\frac{e\lambda}{2\pi\epsilon_0 m_p}} = 9.65 \times 10^4 \text{ m s}^{-1}$$



2. Una barretta orizzontale EH di massa  $m=0.01$  g, lunghezza  $l=20$  cm (da  $y_1=5$  cm a  $y_2=25$  cm) e resistenza  $R=4\Omega$  puo` scorrere senza attrito lungo una guida metallica verticale di resistenza trascurabile e chiusa ad un estremo, formando cosi` un circuito (EFGH nella figura a fianco). Il circuito e` immerso in un campo magnetico variabile, allineato con l'asse x, il cui modulo e` una funzione della posizione



lungo l'asse y:  $\vec{B} = \alpha y \hat{i}$ , linearmente variabile lungo la componente y con un coefficiente  $\alpha = 3.8 \text{ T/m}$ . La sbarretta lasciata cadere da un'altezza  $z_0$  si porta repentinamente a velocità  $\vec{v}$  costante.

a. Calcolare il flusso del campo magnetico attraverso il circuito ad un generico istante t, quando la barretta è alla generica altezza z, quantificandolo per  $z = 10 \text{ cm}$ .

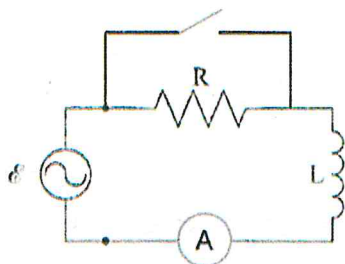
$$\phi_B = z \alpha \frac{y_2^2 - y_1^2}{2}, \quad \phi(z = 10 \text{ cm}) = 1.14 \times 10^{-2} \text{ Wb}$$

b. Trascurando attriti e autoinduzione, calcolare la velocità a cui la barretta cade.

$$v = \frac{mgR}{\alpha^2} \frac{g}{(y_2^2 - y_1^2)} = 0.0302 \text{ m s}^{-1}$$

c. Determinare la potenza dissipata nella barretta nel periodo in cui questa è a velocità costante. Come si confronta con l'energia gravitazionale liberata nella caduta?

$$P = R \left[ \frac{2mg}{\alpha(y_2^2 - y_1^2)} \right]^2 = 7.96 \times 10^{-6} \text{ W} = mgv$$



3. Nel circuito in figura il generatore di f.e.m. alternata ha  $V_{\text{eff}} = 220 \text{ V}$  e  $\nu = 50 \text{ Hz}$ . Con l'interruttore aperto l'amperometro A misura una corrente efficace di  $i_1 = 0.63 \text{ A}$ , mentre con l'interruttore chiuso  $i_2 = 0.4 \text{ A}$ .

a. Ricavate l'induttanza L.

$$L = \frac{V_{\text{eff}}}{2\pi\nu i_2} = 50 \text{ mH}$$

b. Ricavate la resistenza R.

$$R = \sqrt{\left( \frac{V_{\text{eff}}}{i_1} \right)^2 - \omega^2 L^2} = 348 \Omega$$

c. Ricavate lo sfasamento tra corrente e tensione e la potenza dissipata nei due casi.

$$\text{chiuso} : \phi_i = -\frac{\pi}{2}, \quad P = 0$$

$$\text{aperto} : \phi_i = -7.58^\circ, \quad P = 138 \text{ W}$$



Università di Trieste, A.A. 2020/2021

Laurea Triennale in Ingegneria Elettronica e Informatica

Fisica Generale 2 - Primo appello estivo - 21/7/2021

Cognome ..... Nome .....

Istruzioni per gli esercizi:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: **la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate.**

1. Due sfere conduttrici, di raggi  $R_1=12.0\text{ cm}$  e  $R_2=4.5\text{ cm}$ , sono fisse a una certa distanza  $d$  (da intendere come distanza tra i due centri). Queste sono caricate con la stessa carica  $Q=7.4\text{ nC}$ .

a. Calcolate la differenza di potenziale tra le due sfere  $\Delta V=V_2-V_1$ , ipotizzando che la distanza  $d$  sia tale che le sfere non si influenzino.

$$\Delta V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) = 1678\text{ V} - 554\text{ V} = 324\text{ V}$$

b. Richiedendo che il campo elettrico che la sfera 2 esercita sulla superficie della sfera 1 sia molto più piccolo (per es.,  $< 1/100$ ) del campo elettrico sulla superficie della sfera grande, suggerite a quale distanza devono stare le due sfere per non influenzarsi.

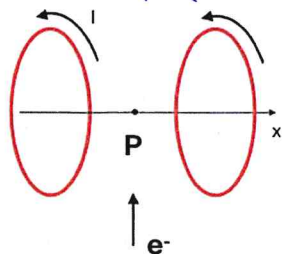
$$d > 11R_1 \approx 1.32\text{ m}$$

c. Le due sfere vengono collegate con un filo conduttore, per un tempo sufficientemente lungo da far tornare il sistema statico. Calcolare la differenza di energia potenziale

$\Delta U=U'-U$  tra le due configurazioni, prima (senza ') e dopo (con ') il collegamento del filo.

$$Q_1' = \frac{2R_1Q}{R_1+R_2} = 10.8\text{ nC}, \quad Q_2' = \frac{2R_2Q}{R_1+R_2} = 4.0\text{ nC}$$

$$\Delta U = \left( \frac{Q_1'^2}{R_1} + \frac{Q_2'^2}{R_2} \right) \frac{1}{8\pi\epsilon_0} - \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \left( \frac{Q^2}{R_1} + \frac{Q^2}{R_2} \right) = 5.97\text{ nJ} - 7.52\text{ nJ} = -1.55\text{ nJ}$$



2. Un elettrone ( $m_e=9.11 \times 10^{-31}\text{ kg}$ ) viene sparato tra due "bobine di Helmholtz" (Fig. 2), due bobine coassiali di  $N=50$  spire l'una, di raggio  $R=5.40\text{ cm}$ , separate da una distanza  $d=2R$  ed attraversate, nello stesso senso come in figura, da una corrente  $I=1.2\text{ A}$ . La velocità dell'elettrone è  $v=1.43 \times 10^8\text{ m/s}$ .

a. Calcolare il campo magnetico  $\vec{B}$  nel punto P a meta' tra i centri delle due bobine.

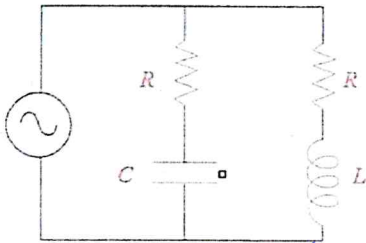
$$\vec{B} = \mu_0 \frac{\sqrt{2}}{4} \frac{NI}{R} \hat{i} = 6.93 \times 10^{-4} \text{ T } \hat{i}$$

b. Supponendo che il campo magnetico sia uniforme nel cilindro che ha le due bobine come basi, e nullo al di fuori, calcolate la forza  $\vec{F}$  esercitata sull'elettrone dal campo magnetico e il tempo  $\delta t$  di durata dell'interazione, supponendo che la traiettoria dell'elettrone sia approssimativamente imperturbata.

$$|\vec{F}| = eBv = 4.13 \times 10^{-14} \text{ N}, \quad \delta t = \frac{2R}{v} = 7.55 \times 10^{-10} \text{ s}$$

c. Eguagliando l'impulso  $\vec{F} \delta t$  alla variazione della quantita' di moto dell'elettrone, calcolare l'angolo di deflessione dello stesso. Quanto era buona l'ipotesi di traiettoria imperturbata?

$$\Delta v = \frac{eB\delta t R}{m_e} = 9.36 \times 10^6 \text{ m/s}, \quad \theta \approx \frac{\Delta v}{v} \approx \frac{F\delta t}{m_e v} \approx 3.75^\circ$$



3. Un circuito e' composto dal parallelo di un RC serie e di un RL serie, con  $R=12.0\Omega$  uguale per le due resistenze,  $C=120\mu\text{F}$  e  $L=16.0\text{mH}$ . Viene attraversato da una corrente alternata di  $\nu=80.0\text{Hz}$  e  $V_{\text{eff}}=20.0\text{V}$ .

a. Calcolare l'impedenza totale del circuito.

$$Z = \frac{ZR(R^2 + L/C) + R(\omega L - 1/\omega C)}{iR^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2} + j \frac{(R^2 - L/C)(\omega L - 1/\omega C)}{iR^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2} = 11.6 - 0.14i \Omega$$

$$|Z| = 11.6 \Omega, \quad \phi_Z = -0.68^\circ$$

b. Calcolare il valore efficace della corrente che circola nei due rami e il suo sfasamento con la tensione.

$$i_{RC} = \frac{V_{\text{eff}}}{\sqrt{R^2 + 1/\omega^2 C^2}} = 0.98 \text{ A}, \quad \phi_{i_{RC}} = -\arctan \frac{1}{\omega RC} = +54.1^\circ$$

$$i_{RL} = \frac{V_{\text{eff}}}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} = 1.38 \text{ A}, \quad \phi_{i_{RL}} = -\arctan \frac{\omega L}{R} = -33.8^\circ$$

c. Calcolare la frequenza di risonanza del circuito e la sua impedenza in questo caso.

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 721 \text{ rad/s}, \quad \nu_0 = 115 \text{ Hz}, \quad Z_{\text{ris}} = \frac{R^2 + L/C}{2R} = 11.6 \Omega$$

Università di Trieste, A.A. 2020/2021

Laurea Triennale in Ingegneria Elettronica e Informatica

Fisica Generale 2 - Primo appello autunnale - 2/9/2021

Cognome ..... Nome .....

Istruzioni per gli esercizi:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: **la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate.**

1. Tre piccole sfere identiche di dimensioni trascurabili e massa  $m=3g$ , cariche con  $q_1=248nC$ ,  $q_2=240nC$  e  $q_3=62nC$ , giacciono allineate su un piano orizzontale, vincolate a mantenere la propria posizione. La sfera 2 sta in mezzo, la sua distanza dalle sfere 1 e 3 è rispettivamente  $d_{12}=0.8m$  e  $d_{23}=0.4m$ . Definiamo l'asse x come la retta che interseca le tre cariche (in direzione dalla 1 alla 3), e poniamo l'origine sulla carica 2.

a. Calcolate l'energia elettrostatica del sistema.

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q_1 q_2}{d_{12}} + \frac{q_2 q_3}{d_{23}} + \frac{q_1 q_3}{d_{12} + d_{23}} \right) = 1.12 \times 10^{-3} \text{ J}$$

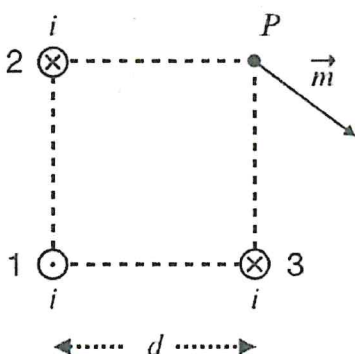
b. La sfera 2 viene lasciata libera di muoversi lungo l'asse y, e le viene dato un minuscolo impulso in direzione delle y positive. Calcolate la forza (vettore!) del campo elettrico quando la carica è a  $y=0.5m$ .

$$\alpha_1 = \arctan\left(\frac{y}{d_{12}}\right), \quad \alpha_3 = \arctan\left(\frac{y}{d_{23}}\right)$$

$$\vec{F} = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{q_1}{d_{12}^2 + y^2} (\cos\alpha_1 \hat{i} + \sin\alpha_1 \hat{j}) + \frac{q_3}{d_{23}^2 + y^2} (-\cos\alpha_3 \hat{i} + \sin\alpha_3 \hat{j}) \right] = (3.06 \hat{i} + 5.73 \hat{j}) \times 10^{-4} \text{ N}$$

c. Calcolate la velocità della carica dopo un tempo adeguatamente lungo.

$$U_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q_1 q_2}{d_{12}} + \frac{q_2 q_3}{d_{23}} \right), \quad v = \sqrt{\frac{2U_2}{m}} = 0.82 \text{ m/s}$$



2. Tre fili indefiniti, paralleli tra di loro, sono disposti sui quattro vertici di un quadrato di lato  $d=2\text{ cm}$  (vedi figura) e sono percorsi da correnti  $i_1=0.48\text{ A}$  (uscende),  $i_2=0.22\text{ A}$  (entrante),  $i_3=0.76\text{ A}$  (entrante). Nel punto P della figura poniamo l'ago di una calamita, con momento magnetico  $\vec{m}=16(\hat{i}-\hat{j})\ \mu\text{Am}^2$ , dove  $\hat{i}$  e  $\hat{j}$  sono i versori degli assi x (orizzontale) e y (verticale) nella figura.



a. Determinare il campo magnetico  $\vec{B}$  nel punto P.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{2\pi d} \left[ \left( i_3 - \frac{i_2}{2} \right) \hat{i} + \left( \frac{i_4}{2} - i_2 \right) \hat{j} \right] = 5.2 \hat{i} + 0.2 \hat{j} \mu T$$

b. Quale momento meccanico dobbiamo esercitare sul magnete per mantenerlo in quella posizione?

$$\tau_{\text{mecc}} = -\vec{m} \times \vec{B} = -8.64 \times 10^{-11} \hat{k} \text{ Nm}$$

c. Lasciamo l'ago libero di ruotare senza attrito. Con quanta energia l'ago si ritrova riallineato con il campo magnetico?

$$U = |\vec{m} \cdot \vec{B}| = 8.0 \times 10^{-11} \text{ J}$$

3. Un circuito è composto dalla serie di un condensatore e del parallelo di una resistenza e un'induttanza, al quale è applicata una f.e.m. alternata. Si ha che  $V_0 = 350 \text{ V}$ ,  $\nu = 100 \text{ Hz}$ ,  $L = 0.4 \text{ H}$ ,  $R = 470 \Omega$ ,  $C = 7 \mu F$ .

a. Calcolare l'impedenza totale del circuito (sia complessa, riportando la formula, che come modulo, riportando solo il valore) e lo sfasamento della corrente sul capacitore rispetto alla tensione (solo il valore).

$$Z = \frac{RX_L^2}{R^2 + X_L^2} + j \left( \frac{R^2 X_L}{R^2 + X_L^2} - X_C \right) = 104 - 31j \Omega, |Z| = 108 \Omega$$

$$\phi_1 = -\phi_2 = 17.0^\circ$$

b. Calcolare a quale frequenza il circuito va in risonanza.

$$\nu_{\text{ris}} = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{LC - \frac{L^2}{R^2}}} = 110 \text{ Hz}$$

c. Calcolare la potenza dissipata sulla resistenza.

$$I_{\text{eff}}^2 = \frac{V_0^2}{2} \frac{1}{|Z|^2} \frac{X_L^4 + R^2 X_L^2}{(R^2 + X_L^2)^2} = (1.07 \text{ A})^2, P = I_{\text{eff}}^2 R = 536 \text{ W}$$

Università di Trieste, A.A. 2020/2021

Laurea Triennale in Ingegneria Elettronica e Informatica

Fisica Generale 2 - Primo appello autunnale - 17/9/2021

Cognome ..... Nome .....

Istruzioni per gli esercizi:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: **la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate.**

1. Un sistema di due condensatori in serie, di capacità  $C_1=46 \text{ pF}$  e  $C_2$ , è caricato a  $V=12 \text{ V}$  e isolato. Il secondo condensatore è composto da due lastre di  $A=220 \text{ mm}^2$  poste a distanza  $d=0.1 \text{ mm}$  e separate dal vuoto. Nel secondo condensatore viene inserito un dielettrico con  $\kappa=3.12$ .

a. Calcolate la differenza di potenziale ai capi del sistema dopo l'inserimento del dielettrico.

$$V' = V \frac{C_1 + \kappa C_2}{\kappa(C_1 + C_2)} = 6.27 \text{ V}, \quad C_2 = \frac{\epsilon_0 A}{d} = 19.5 \text{ pF}$$

b. Calcolate la differenza di energia elettrostatica causata dall'inserimento del dielettrico.

$$\Delta U = \frac{1}{2} Q^2 \left[ \frac{1}{C'} - \frac{1}{C} \right] = \frac{V^2}{2} \frac{C_1^2 C_2}{(C_1 + C_2)^2} \frac{1 - \kappa}{\kappa} = -4.7 \times 10^{-10} \text{ J}$$

$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}, \quad C' = \frac{\kappa C_1 C_2}{C_1 + \kappa C_2}$

c. Chi inserisce il dielettrico deve esercitare una forza per farlo entrare?

No,  $\Delta U < 0$

2. Una bobina quadrata, di  $N=20$  spire e di lato  $d=10 \text{ cm}$ , è vincolata a ruotare (con frequenza  $\omega=510 \text{ rad s}^{-1}$ ) attorno ad un asse che coincide con l'asse  $x$  del nostro sistema di riferimento, e quando è sul piano  $xy$  si estende da  $x=0$  a  $x=d$ , e da  $y=-d/2$  a  $y=d/2$ . La bobina è immersa in un campo magnetico statico, allineato con l'asse  $z$  e di modulo variabile  $\vec{B}(x) = \alpha x \hat{k}$  dove il coefficiente vale  $\alpha=3.2 \text{ T m}^{-1}$ . La resistenza complessiva della bobina è  $R=0.12 \Omega$ .

*bobina*

a. Calcolate il flusso del campo magnetico sulla spira per un generico angolo di rotazione  $\theta(t) = \omega t$ , riportando la formula in funzione del tempo e quantificandone il valore massimo.

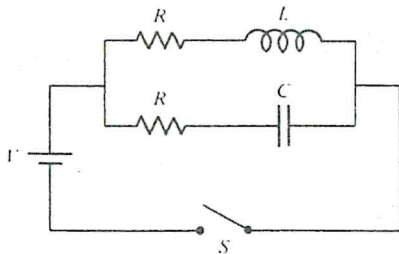
$$\phi(t) = N \frac{\alpha d^3}{2} \cos \omega t, \quad \phi(t=0) = 3.2 \times 10^{-2} \text{ Wb}$$

b. Calcolate la corrente indotta sulla bobina in funzione del tempo, quantificandone il valore effettivo. *efficace*

$$I = \frac{1}{R} \omega N \frac{\alpha d^3}{2} \sin \omega t, \quad I_{\text{eff}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\omega}{R} \frac{\alpha d^3}{2} = 96.2 \text{ A}$$

c. Calcolate il momento meccanico necessario per mantenere il moto in funzione del tempo, quantificandone il valore massimo.

$$\vec{\tau} = \frac{\omega}{R} \left( N \frac{\alpha d^3}{2} \right)^2 \sin^2 \omega t \hat{z}, \quad |\vec{\tau}_{\text{max}}| = 6.35 \text{ Nm}$$



3. Nel circuito in figura si ha  $R=10\Omega$ ,  $C=120\mu\text{F}$  e  $L=16.0\text{mH}$ , mentre la f.e.m. è di  $V=12\text{V}$ . L'interruttore viene chiuso all'istante  $t=0$ .

a. Trovare l'espressione della corrente, in funzione del tempo, che circola sul ramo dell'induttore.

$$i_L(t) = \frac{V}{R} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_L}} \right) = 1.2 \left( 1 - e^{-\frac{t}{1.6\text{ms}}} \right) \text{ A}$$

b. Trovare l'espressione della corrente, in funzione del tempo, che circola sul ramo del condensatore.

$$i_C(t) = \frac{V}{R} e^{-\frac{t}{\tau_C}} = 1.2 e^{-\frac{t}{1.2\text{ms}}} \text{ A}$$

c. Per quale valore della resistenza la corrente del ramo che contiene la batteria e l'interruttore parte istantaneamente?

$$\tau_L = \tau_C \Rightarrow R' = \sqrt{\frac{L}{C}} = 11.55 \Omega$$