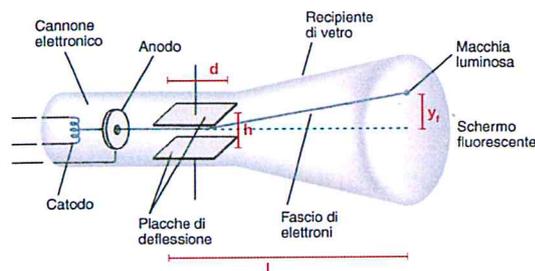


Cognome Nome

Istruzioni per gli esercizi:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e poi il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate.



1. Nel tubo catodico descritto dalla figura qui sopra vengono prodotti elettroni di energia cinetica $K=45.2$ eV. Questi elettroni passano tra due lastre conduttrici (a metà rispetto alla loro separazione), inizialmente scariche; le lastre sono a distanza $h=0.5$ cm e sono lunghe $d=3.2$ cm lungo la direzione del moto. In queste condizioni il fascio di elettroni arriva al centro dello schermo, che si trova a distanza $l=22.1$ cm.

Applichiamo un voltaggio V alle lastre, in modo che

quella superiore sia caricata positivamente; ipotizziamo che il campo elettrico sia esattamente costante tra le lastre e nullo altrove.

a. Che voltaggio dobbiamo imporre perché il fascio arrivi a $y_f=4.2$ cm sopra il centro dello schermo?

$$V = \frac{m_e v_0^2}{e} \frac{y_f h}{d^2} \frac{1}{(l/d - 1/2)} = \left(\frac{K}{1 \text{ eV}} \right) \frac{2 h y_f}{d^2} \frac{1}{(l/d - 1/2)} = 6.14 \text{ V}, \quad K_{\text{eV}} = \frac{K}{1 \text{ eV}} = 45.2$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2 e K_{\text{eV}}}{m_e}} = 3.98 \times 10^6 \text{ m s}^{-1}, \quad a = \frac{V}{h} \frac{e}{m_e} \text{ tra le lastre}$$

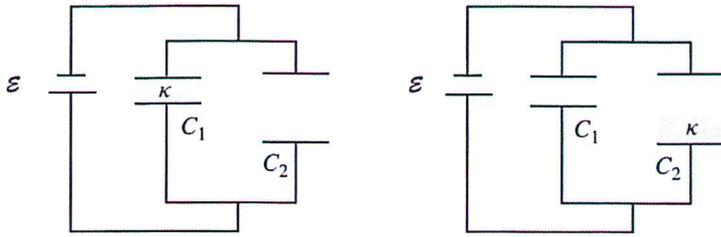
b. Calcolare in questo caso la posizione y_1 e la velocità v_1 dell'elettrone all'uscita dalle piastre. L'elettrone rischia di scontrarsi con il bordo della piastra?

$$y_1 = \frac{d^2}{2 h} \frac{e}{m_e v_0^2} V = \frac{d^2}{4 h} \frac{V}{K_{\text{eV}}} = 0.22 \text{ cm} < h/2$$

$$\vec{v}_1 = v_0 \hat{i} + \frac{V}{h} \frac{e}{m_e} \frac{d}{v_0} \hat{j} = (3.98 \hat{i} + 0.80 \hat{j}) \times 10^6 \text{ m s}^{-1}$$

c. Volendo traslare il fascio di -3.2 cm in orizzontale tramite un'altra coppia di lastre immediatamente successiva alla precedente, e supponendo di poter ignorare il precedente spostamento verticale in questo calcolo, quale voltaggio dovremmo imporre al secondo sistema di piastre?

$$V = K_{\text{eV}} \frac{2 h (-3.2 \text{ cm})}{d^2} \frac{1}{\left(\frac{l-d}{d} - \frac{1}{2} \right)} = -3.50 \text{ V}$$



2. Due condensatori piani, montati in parallelo come in figura, sono sottoposti ad una differenza di potenziale $E=45.2$ V. Entrambi i condensatori hanno piastre quadrate di lato $l=20$ cm; nel primo la distanza tra le piastre e' $d=4.3$ mm, e lo spazio e' riempito da un dielettrico di costante kappa;

nel secondo la distanza tra le piastre e' doppia, $2d$, e tra le piastre c'e' il vuoto. Il dielettrico viene quindi spostato dal condensatore 1 al condensatore 2, come mostrato in figura; il dielettrico in questo caso e' appoggiato a una delle due lastre.

a. Calcolare la capacita' equivalente iniziale del sistema.

$$C_i = \epsilon_0 k \frac{l^2}{d} + \frac{\epsilon_0 l^2}{2d} = 2.47 \cdot 10^{-10} \text{ F}$$

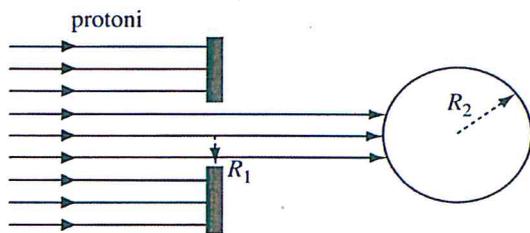
C_f

b. Calcolare la capacita' equivalente finale, dopo avere spostato il dielettrico.

$$C_f = \frac{\epsilon_0 l^2}{d} + C_2^* = 1.41 \cdot 10^{-10} \text{ F} \quad \frac{1}{C_2^*} = \left(\frac{1}{\epsilon_0 l^2} \right) + \left(\frac{1}{\epsilon_0 k l^2} \right)$$

c. Calcolare il lavoro totale fatto dall'agente esterno che ha spostato il dielettrico da un condensatore all'altro.

$$W_{\text{ext}} = \Delta \bar{U}_e = \frac{1}{2} C_f E^2 - \frac{1}{2} C_i E^2 = -1.08 \cdot 10^{-7} \text{ J}$$



3. Un fascio di protoni di energia $E=32$ MeV viene lanciato a intensita' costante su una lastra in grado di assorbirli, che ha un foro circolare di raggio $R_1=1.1$ cm. I protoni che passano oltre arrivano su una sfera metallica di raggio $R_2=3.4$ cm, inizialmente scarica, che li cattura istantaneamente. Dopo $t=3$ s si misura per la sfera un potenziale di $V=20$ kV rispetto all'infinito.

a. Calcolare la carica accumulata dalla sfera e il campo elettrico alla sua superficie.

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_2} \quad q = 4\pi\epsilon_0 R_2 V = 7.56 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

b. Calcolare l'intensita' e la densita' della corrente di protoni.

$$I = \frac{q}{\Delta t} = 2.52 \cdot 10^{-8} \text{ A}$$

$$j = \frac{I}{\pi R_1^2} = 6.63 \cdot 10^{-5} \text{ A/m}^2$$

c. Ricavare la densita' (in m^{-3}) dei protoni come portatori di carica.

$$j = n e v_p \quad n = 5.3 \cdot 10^{-6} \text{ m}^{-3}$$

$$\frac{1}{2} m_p v_p^2 = E$$

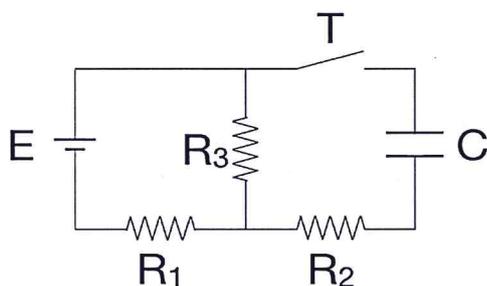
(NB in TOULE)

$$v_p = \sqrt{\frac{2E}{m_p}}$$

Cognome Nome

Istruzioni per gli esercizi:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e poi il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate.



1. Considerate il circuito in figura, con $E=24\text{ V}$, $R_1=15.2\ \Omega$, $R_2=37.1\ \Omega$, $R_3=8.14\ \Omega$, $C=876\text{ nF}$. Al tempo $t=0$ l'interruttore T viene chiuso, e la corrente comincia a circolare nella maglia di destra.

a. Risolvete il circuito, applicando le leggi di Kirchhoff, in modo da ricavare la corrente i_2 che carica il condensatore.

$$-\frac{q}{C} - \dot{i}_2 \left(R_2 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} \right) + E \frac{R_3}{R_1 + R_3} = 0$$

b. Identificando i_2 come dq/dt (con q la carica del condensatore), scriverete la soluzione per i_2 come un'equazione differenziale per la carica q . Questa equazione si può ridurre all'equazione della carica di un condensatore in un circuito RC, definendo opportunamente una resistenza equivalente R_{eq} e una f.e.m. equivalente E_{eq} . Riportate l'equazione in termini di queste quantità, e i loro valori numerici.

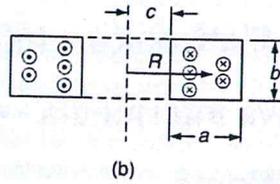
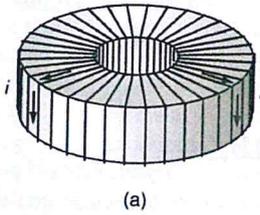
$$E_{eq} = E \frac{R_3}{R_1 + R_3} = 8.37\text{ V}, \quad R_{eq} = R_2 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} = 42.4\ \Omega$$

$$+ \frac{q}{C} + \frac{dq}{dt} R_{eq} = E_{eq}$$

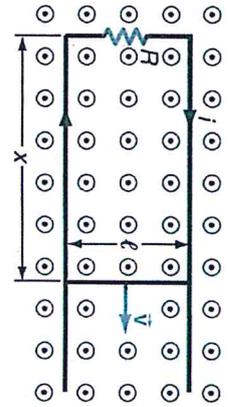
c. Scrivete la legge oraria della carica $q(t)$ in termini di un tempo scala τ_{RC} ; riportate l'espressione per τ_{RC} e il suo valore.

$$q(t) = E_{eq} C \left(1 - e^{-t/\tau_{RC}} \right)$$

$$\tau_{RC} = R_{eq} C = 37.1\ \mu\text{s}$$



2. Un grande solenoide toroidale, rappresentato nella figura a sinistra, ha dimensioni: raggio interno $c=1.10$ m, spessore radiale $a=42$ cm, altezza $b=2.0$ m. Il solenoide è composto da $N=65000$ spire, nelle quali scorre



una corrente di $I=110$ A. All'interno del solenoide abbiamo un circuito come nella figura a destra: un conduttore a U chiuso da un tratto di circuito che scorre verticalmente senza attrito, occupando radialmente tutto il solenoide (per cui $l=a=42$ cm), con resistenza complessiva $R=22$ m Ω ; questo tratto mobile di circuito è soggetto alla forza di gravità.

All'istante $t=0$ lasciamo cadere il tratto mobile; misuriamo che la sua velocità cresce fino ad assestarsi a $v=24.1$ cm/s, per poi toccare il fondo. La richiesta è quella di calcolare la massa del braccio mobile, seguendo questi passi.

a. Calcolate il modulo del campo magnetico B_{mid} generato dal solenoide toroidale al centro del circuito, ovvero a coordinata radiale $r=c+a/2$.

$$B_{mid} = \frac{\mu_0 N I}{2\pi (c + \frac{a}{2})} = 1.09 \text{ T}$$

b. Approssimate il campo magnetico come costante nella coordinata radiale r , $B(r) \approx B_{mid}$ e calcolate la corrente i_{ind} indotta nel circuito per la legge di Faraday quando la velocità $v(t)$ è costante al valore indicato sopra.

$$i_{ind} = \frac{B_{mid} a v}{R} = 5.02 \text{ A}$$

c. Calcolate in questo caso la forza di Lorentz F_{mid} esercitata dal campo magnetico sul conduttore mobile.

$$F_{mid} = \frac{(B_{mid} a)^2 v}{R} = 2.30 \text{ N}$$

d. Usando l'equazione delle forze per il conduttore mobile, che include la forza di Lorentz e la forza di gravità, ricavate la massa del conduttore mobile.

$$m = F_{mid} / g = 235 \text{ g}$$

e. Calcolate ora il flusso del campo magnetico quando il conduttore mobile è ad una generica posizione x , sia nell'ipotesi in cui $B(r) \approx B_{mid}$ (come prima) che tenendo conto della variazione radiale del campo magnetico col raggio. Riportate il rapporto K tra il flusso esatto e quello approssimato.

$$K = \frac{c + \frac{a}{2}}{a} \ln \frac{c+a}{c} = 1.01$$

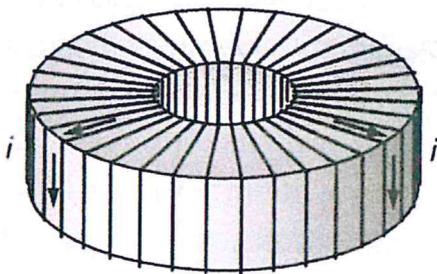
f. Ripercorrete i calcoli fatti, ricavando la corrente indotta, la forza sul conduttore e la sua massa tenendo conto della variazione radiale del campo magnetico. Riportate la massa in termini del risultato ottenuto in precedenza e del fattore K definito sopra, e il suo valore numerico.

$$m = \frac{K^2 F_{mid}}{g} = 239 \text{ g}$$

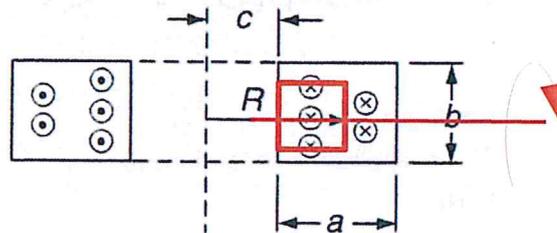
Cognome Nome

Istruzioni per gli esercizi:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e poi il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate.



(a)



(b)

1. Consideriamo il grande solenoide toroidale già visto nella seconda prova intermedia: raggio interno $c=1.10$ m, spessore radiale $a=42$ cm, altezza $b=2.0$ m, composto da $N=65000$ spire nelle quali scorre una corrente continua di $i_{sol}=110$ A, guidata da una tensione continua di $V=12000$ V. All'interno del solenoide stavolta mettiamo una spira quadrata di lato $L=31$ cm (in rosso), appoggiata al lato interno del solenoide (che parte quindi da $r=c$), e posizionata a metà altezza. La spira ha una resistenza $R_{spira}=19.2 \Omega$ e può ruotare su un asse radiale; chiamiamo ϑ l'angolo tra il vettore superficie della spira e il campo magnetico, supponendo che siano inizialmente allineati.

a. Calcolate il coefficiente di mutua induzione tra la spira e il solenoide toroidale, in funzione dell'angolo ϑ , trascurando la curvatura delle linee del campo magnetico. Nella risposta mettere in evidenza (come formula e valore numerico) il suo valore massimo M_0 .

$$M = M_0 \cos \vartheta, \quad M_0 = \frac{\mu_0}{2\pi} N L \mu_r \frac{c+L}{c} = 1.00 \text{ mH}$$

b. La spira viene fatta ruotare da un agente esterno a frequenza $\nu=22$ Hz; chiamando $\vartheta = \omega t$ calcolate la corrente i_{spira} che circola nella spira.

$$i_{spira} = \frac{M_0 I_{sol} \omega}{R_{spira}} \sin \omega t = 0.73 \text{ A} \sin \omega t = 0.73 \text{ A} (-j e^{j\omega t})$$

c. Adesso teniamo la spira ferma a $\vartheta=0$ e facciamo circolare nel solenoide toroidale corrente alternata, sempre di frequenza $\nu=22\text{ Hz}$, con lo stesso valore efficace della corrente continua, $I_{\text{eff}}=110\text{ A}$; la resistenza R_{sol} del solenoide non cambia. Calcolate la corrente i_{spira} che circola nella spira in questo caso, e il suo sfasamento con la corrente del solenoide.

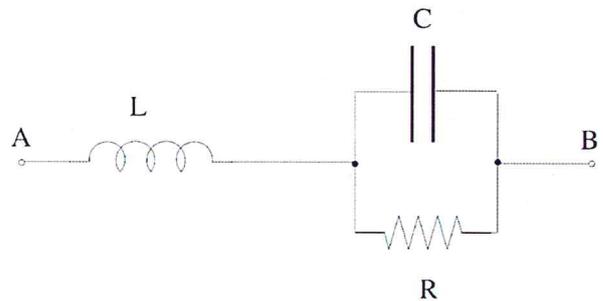
$$i_{\text{spira}} = \frac{M_0 \sqrt{2} I_{\text{eff}} \omega}{R_{\text{spira}}} \sin \vartheta = 1.12\text{ A } e^{j\omega t - j90^\circ}$$

d. Calcolate adesso la f.e.m. che la corrente della spira induce sul solenoide per mutua induzione, e dimostrate che è trascurabile per il solenoide stesso.

$$\mathcal{E}_{\text{ind, sol}} = - \frac{M_0^2 \sqrt{2} I_{\text{eff}} \omega^2}{R_{\text{spira}}} e^{j\omega t}$$

$$\mathcal{E}_{\text{ind, sol, eff}} = 0.110\text{ V} \ll 12000\text{ V}$$

2. Ai capi del tratto di circuito in figura, dove $L=1\text{ H}$, $R=500\ \Omega$, $C=5\ \mu\text{F}$, e' applicata una tensione di $V_{\text{eff}}=220\text{ V}$ e $\nu=50\text{ Hz}$.



a. Calcolate l'impedenza equivalente (complessa) del circuito, sia come parte reale e immaginaria (numeri e formule) che come modulo e fase (qui bastano i numeri).

$$Z = \frac{R}{1 + \omega^2 R^2 C^2} + j \left(\omega L - \frac{\omega R C}{1 + \omega^2 R^2 C^2} \right) = (309 + j71)\ \Omega$$

$$|Z| = 317\ \Omega, \quad \phi_z = 13.0^\circ$$

b. Usando queste quantità, calcolate la corrente efficace sull'induttanza e il suo sfasamento rispetto alla tensione.

$$i_z = \frac{\sqrt{2} V_{\text{eff}}}{|Z|} e^{j\omega t - j\phi_z}, \quad i_{z, \text{eff}} = 0.693\text{ A}, \quad \phi_i = -\phi_z = -13.0^\circ$$

c. Calcolate la potenza media dissipata sulla resistenza R.

$$\langle P \rangle = \frac{V_{\text{eff}}^2}{R} \left[\left(1 - \frac{\omega L}{|Z|} \sin \phi_z \right)^2 + \left(\frac{\omega L}{|Z|} \cos \phi_z \right)^2 \right] = 115\text{ W}$$

d. Supponiamo ora di cambiare la frequenza; mettendo a zero la parte immaginaria dell'impedenza complessa, calcolare la frequenza di risonanza del circuito e la sua impedenza in risonanza.

$$\omega_{\text{ris}} = \frac{1}{RC} \sqrt{\frac{R^2 C}{L} - 4} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{4}{R^2 C^2}} = 200\text{ rad s}^{-1}, \quad \nu_{\text{ris}} = 31.8\text{ Hz}$$

Domanda Jolly: esprimere l'impedenza in generale e l'impedenza alla risonanza in termini di tempi scala dei circuiti RL, RC e LC.

$$Z_{\text{ris}} = \frac{L}{RC} = 400\ \Omega$$

Università di Trieste, A.A. 2021/2022

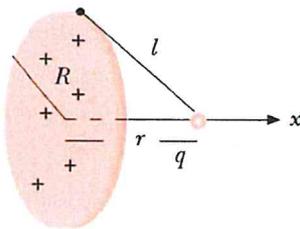
Laurea Triennale in Ingegneria Elettronica e Informatica

Fisica Generale 2 - Prima simulazione, 4/11/2021

Cognome Nome

Istruzioni per gli esercizi:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate.



1. Sul bordo di un disco isolante di raggio $R=10$ cm, uniformemente carico con densità superficiale σ , è appeso un filo di lunghezza l , al cui estremo è attaccata una pallina isolante di massa $m=2$ g e carica $q=4 \cdot 10^{-8}$ C. All'equilibrio la pallina si trova esattamente sull'asse x del disco (vedi figura) a distanza $r=2$ cm da esso.

a. Calcolate il campo elettrico nel punto di equilibrio in funzione della densità di carica σ , e confrontatelo con il campo di un piano indefinito.

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{r}{\sqrt{r^2 + R^2}}\right) \hat{i} \quad \text{contro} \quad \vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{i}, \quad 1 - \frac{r}{\sqrt{r^2 + R^2}} = 0.804$$

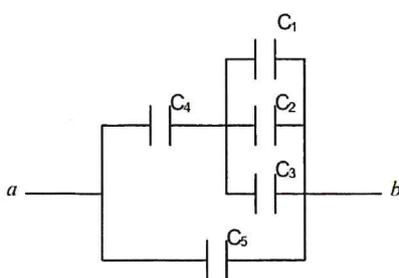
b. Da questo e dalla configurazione di equilibrio ricavate la carica Q del disco.

$$l = \sqrt{r^2 + R^2}$$

$$E = \frac{mg}{qR}, \quad Q = \frac{2\pi\epsilon_0 mgR}{q \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{l}\right)} = 6.79 \times 10^{-8} \text{ C}$$

c. Approssimando adesso il disco come una superficie piana indefinita, ipotizzate di portare la pallina a contatto col disco per poi rilasciarla. A che velocità passerà dal punto di equilibrio?

$$K = qEl - mg(l - R) = 5.88 \times 10^{-5} \text{ J}, \quad v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = 2.42 \times 10^{-1} \text{ m/s}$$



2. Il sistema di condensatori in figura, con $C_1 = 1$ pF, $C_2 = 2$ pF, $C_3 = 3$ pF, $C_4 = 4$ pF, $C_5 = 5$ pF, è soggetto a $V_{ab} = 100$ V.

a. Calcolate la capacità efficace del sistema.

$$C_{eq} = \frac{(C_1 + C_2 + C_3) C_4}{C_1 + C_2 + C_3 + C_4} + C_5 = 7.4 \text{ pF}$$

$$C_{1234} = \frac{(C_1 + C_2 + C_3)C_4}{C_1 + C_2 + C_3 + C_4}$$

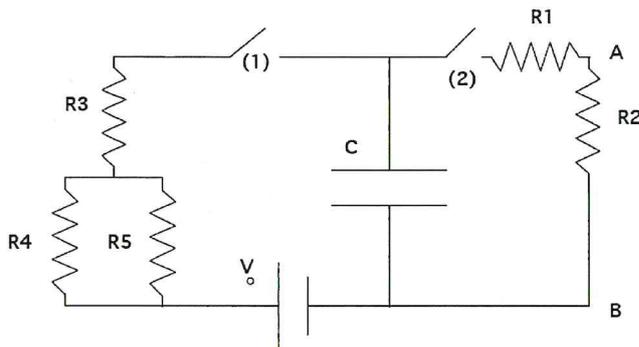
$$C_{123} = C_1 + C_2 + C_3$$

b. Calcolate l'energia elettrostatica del sistema.

$$U = \frac{1}{2} C_{eq} V_{ab}^2 = 3.70 \times 10^{-8} \text{ J}$$

c. Calcolate la carica e la tensione del condensatore 2.

$$V_2 = V_{ab} \frac{C_{1234}}{C_{123}} = 40 \text{ V}, \quad Q_2 = V_2 C_2 = 80 \text{ pC}$$



3. Un condensatore piano, tra le cui armature di superficie $A=1 \text{ m}^2$ e distanza $d=8.82 \text{ mm}$ è fatto il vuoto, è connesso a un generatore di forza elettromotrice $V_0=10 \text{ V}$ attraverso un interruttore (1) e tre resistenze uguali $R_3=R_4=R_5=2 \text{ k}\Omega$ disposte come in figura. Partendo da carica nulla, il condensatore viene caricato lasciando l'interruttore (1) chiuso per un tempo $t=1 \mu\text{s}$. Il condensatore può successivamente

scaricarsi attraverso un interruttore (2), su una maglia con resistenze $R_1=R_2=1 \text{ k}\Omega$.

a. Calcolate, a condensatore caricato, la tensione V ai suoi capi e la carica Q accumulata sulle armature dopo il tempo di carica.

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} = 1 \text{ nF}, \quad \tau_1 = \left(R_3 + \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5} \right) C = 3.01 \mu\text{s}, \quad Q = V_0 C (1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}) = 2.86 \text{ nC}$$

b. Il condensatore viene quindi riempito con un dielettrico di costante relativa $\kappa=5.1$. Calcolate la densità di energia del campo elettrico all'interno del condensatore.

$$u = \frac{1}{2} \kappa \epsilon_0 \left(\frac{V_0 (1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}})}{\kappa d} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{Q V_0 (1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}})}{\kappa A d} = 8.31 \times 10^{-8} \text{ J m}^{-3}$$

c. Ad un istante che chiamiamo $t_2=0$ l'interruttore (2) viene chiuso, calcolate la corrente che passa sulla resistenza R_1 dopo $t=3.5 \mu\text{s}$.

$$\tau_2 = (R_1 + R_2) C \kappa = 10.2 \mu\text{s}, \quad I = \frac{Q}{\tau_2} e^{-\frac{t}{\tau_2}} = 1.97 \times 10^{-4} \text{ A}$$

Universita` di Trieste, A.A. 2021/2022

Laurea Triennale in Ingegneria Elettronica e Informatica

Fisica Generale 2 - Seconda simulazione, 9/12/2021

Cognome Nome

Istruzioni per gli esercizi:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: **la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate.**

1. Un fascio di particelle di carica positiva composto da protoni ($m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg) e deutoni (costituiti da un protone e un neutrone, che per noi hanno la stessa massa) è accelerato mediante una differenza di potenziale $\Delta V = 10^6$ V. Una volta accelerate, le particelle si muovono in direzione dell'asse x del nostro sistema di riferimento, $\vec{v} \propto \hat{i}$, ed entrano in una regione, definita da $x \geq 0$, in cui è presente un campo magnetico $\vec{B} = (1.0 T) \hat{k}$ diretto lungo l'asse z. All'uscita delle particelle da questa regione determinate:

a. la distanza D tra i protoni e i deutoni del fascio; $R_p = \frac{m_p v_p}{eB} = 16.4 \text{ cm}$, $R_d = \sqrt{2} R_p$

$$D = 2(R_d - R_p) = 2(\sqrt{2} - 1) \frac{m_p}{eB} \sqrt{\frac{2e\Delta V}{m_p}} = 12,0 \text{ cm}$$

b. le velocità (vettore!) e di protoni e deutoni, sia all'entrata che all'uscita della regione.

INIZIO:

$$\vec{v}_p = \sqrt{\frac{2e\Delta V}{m_p}} \hat{i} = 1.38 \times 10^7 \text{ m/s } \hat{i}$$

$$\vec{v}_d = \sqrt{\frac{e\Delta V}{m_p}} \hat{i} = 9.79 \times 10^6 \text{ m/s } \hat{i}$$

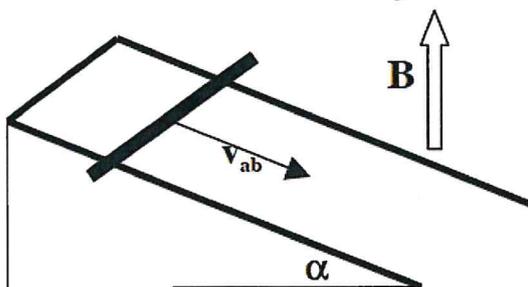
FINE:

$$\vec{v}_{p,f} = -\vec{v}_p$$

$$\vec{v}_{d,f} = -\vec{v}_d$$

c. Supponiamo che sia presente anche un campo elettrico $\vec{E} = (5 \cdot 10^5 \text{ V/m}) \hat{k}$, ricalcolate la velocità finale dei protoni in questo caso.

$$\vec{v}_p = -\sqrt{\frac{2e\Delta V}{m_p}} \hat{i} + \frac{e\vec{E}}{m_p} \frac{\pi R_p}{v_p} \hat{j} = (-1.38 \times 10^7 \hat{j} + 0.16 \times 10^7 \hat{k}) \text{ m/s}$$



2. In un piano inclinato di angolo $\alpha = 30^\circ$ sono poste due rotaie parallele di resistenza elettrica trascurabile, connesse elettricamente tra loro alla sommità e distanti $L = 10$ cm. Su di esse può scorrere senza attrito una sbarretta conduttrice ab , di massa $m = 10.0$ g e resistenza elettrica $R = 0.10 \Omega$. Il tutto è immerso in un campo magnetico uniforme e costante, diretto

verticalmente, di modulo $B=0.5$ T. All'istante $t=0$ la sbarretta ab viene lasciata libera di scivolare lungo il piano inclinato.

a. Calcolate la forza elettromotrice indotta nella sbarretta **ab** in funzione della velocità v_{ab} della sbarretta, quantificandola per $v_{ab}=1$ m/s. (Prendiamo come senso positivo della corrente quello antiorario quando il circuito è visto dall'alto).

$$\mathcal{E} = -LB \cos \alpha v_{ab} = -6.33 \times 10^{-2} \left(\frac{v_{ab}}{1 \text{ m/s}} \right) \text{ V}$$

b. Determinate il valore della velocità che realizza l'equilibrio dinamico tra forza magnetica e forza peso.

$$v_{ab} = \frac{mg \sin \alpha R}{L^2 B^2 \cos^2 \alpha} = 2.61 \text{ m/s}$$

c. Riportate la corrente (con segno!) che circola nel circuito in equilibrio dinamico.

$$i = - \frac{mg}{LB} \tan \alpha = -1.13 \text{ A}$$

3. Un circuito RLC serie ha $R=144 \Omega$, $L=124 \text{ mH}$ e $C=28 \mu\text{F}$, ed è alimentato da una f.e.m. alternata con $V_{\text{eff}}=220 \text{ V}$ e $\nu=50.0 \text{ Hz}$.

a. Calcolare la corrente che scorre nel circuito e il suo sfasamento con la tensione.

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = 164 \Omega, \quad X_L = 39 \Omega, \quad X_C = 114 \Omega, \quad \phi_z = 27^\circ$$

$$i = \frac{\sqrt{2} V_{\text{eff}}}{|Z|} e^{j(\omega t + \phi_i)}, \quad i_{\text{eff}} = 1.36 \text{ A}, \quad \phi_i = -\phi_z = 27^\circ$$

b. Calcolare la potenza dissipata nella resistenza utilizzando il fattore di potenza.

$$\cos \phi_z = \frac{R}{Z} = 0.83, \quad P = i_{\text{eff}} V_{\text{eff}} \cos \phi = 265 \text{ W}$$

c. Vogliamo portare il circuito alla risonanza, a parità di frequenza della tensione, aggiungendo in serie un altro elemento. Cosa dobbiamo aggiungere?

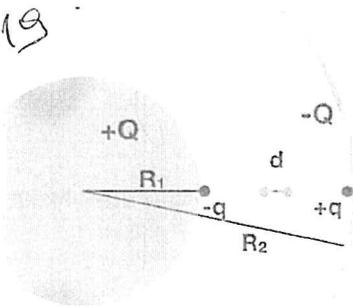
$$\text{Im}(Z_{\text{add}} + Z) = 0 \Rightarrow Z_{\text{add}} = -j(X_L - X_C) = j\omega L_{\text{add}}$$

$$L_{\text{add}} = \frac{X_C - X_L}{\omega} = 238 \text{ mH}$$

Istruzioni per gli esercizi:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: **la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate.**

10/11/2019



1. Una sfera metallica di raggio $R_1=9.7$ cm e` circondata da uno strato metallico sferico e concentrico, di raggio interno $R_2=22.1$ cm. Entrambi i conduttori sono caricati rispettivamente a $+Q$ e $-Q$, con $Q=1.24 \mu C$. Su di esse poggiano (allineate lungo una retta radiale) due sferette isolanti, di massa $m=1$ g e raggio trascurabile, caricate rispettivamente a $-q$ e $+q$, con $q=7.42$ nC.

a. Trascurando le sferette, calcolate il campo elettrico in ogni punto tra le due armature, specificando il suo valore numerico a R_1 .

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{r}, \quad \vec{E}(R_1) = 1.18 \times 10^6 \frac{V}{m} \hat{r}$$

b. Le sferette vengono avvicinate fino a distanza $d=4$ mm seguendo un cammino radiale di uguale lunghezza per entrambe, quindi collegate tra loro con un bastoncino rigido e isolante fino a formare un dipolo, e ruotate in modo che il bastoncino stia sulla superficie equipotenziale. Quanta energia serve per raggiungere questa configurazione? (Chiamate r_+ ed r_- le posizioni delle due cariche come in figura, r_m la posizione del centro di massa.)

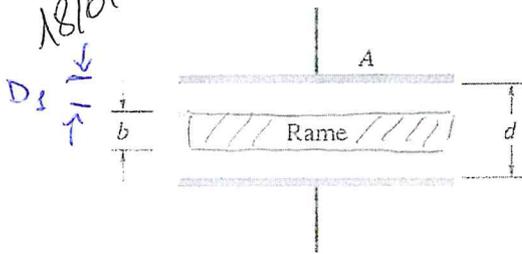
$$W = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \left[\left(\frac{1}{R_1 - r_-} \right) + \left(\frac{1}{r_+ - R_2} \right) + \frac{d}{r_m^2} \right] = 4.77 \times 10^{-4} J$$

c. Il dipolo viene lasciato libero e si allinea velocemente col campo elettrico. Approssimando la forza risultante come costante, quanto tempo ci mette il dipolo a toccare una delle due pareti? quale?

$$t = \sqrt{\frac{2m \cdot 4\pi\epsilon_0 \cdot (r_- - R_1)}{qQ \left(\frac{1}{r_-^2} - \frac{1}{r_+^2} \right)}} = 0.866 s$$

tocca la sfera

18/6/2018



2. In un condensatore piano, carico con $\Delta V = 400 \text{ V}$ e isolato, con armature di area $A = 200 \text{ cm}^2$ e distanti $d = 0.80 \text{ cm}$, viene inserita una lastra di rame di spessore $b = 0.20 \text{ cm}$ e di area identica a quella delle armature, in modo da stare a metà tra le stesse.

a. Calcolate la capacità del condensatore dopo aver introdotto la lastra.

$$C_{\text{fin}} = \frac{\epsilon_0 A}{(d-b)} = 28.5 \text{ pF}$$

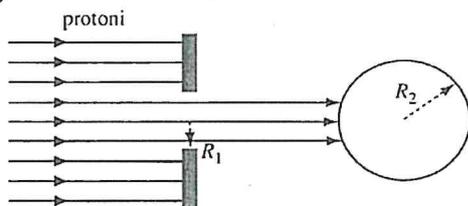
b. Calcolate il lavoro necessario per introdurre la lastra, con il suo segno.

$$W = -\frac{Q^2}{2} \left(\frac{1}{C_f} - \frac{1}{C_i} \right) = +\frac{\epsilon_0 \epsilon^2}{2} A b = 8.17 \times 10^{-7} \text{ J}$$

c. Come cambia la capacità se la lastra non è esattamente al centro delle due armature? Nella risposta, tenete conto del rischio di rottura del dielettrico.

$$D > \frac{\Delta V}{E_{\text{max}}} \sim 0.13 \text{ mm}$$

8/11/2018



3. Un fascio di protoni di energia $E = 32 \text{ MeV}$ viene lanciato a intensità costante su una lastra in grado di assorbirli, che ha un foro circolare di raggio $R_1 = 1.1 \text{ cm}$. I protoni che passano oltre arrivano su una sfera metallica di raggio $R_2 = 3.4 \text{ cm}$, inizialmente scarica, che li cattura istantaneamente. Dopo $t = 3 \text{ s}$ si misura per la sfera un potenziale di $V = 20 \text{ kV}$ rispetto all'infinito.

a. Calcolare la carica accumulata dalla sfera e il campo elettrico alla superficie.

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_2} \quad q = 4\pi\epsilon_0 R_2 V = 7.56 \times 10^{-8} \text{ C} \quad E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_2^2} = 5.88 \times 10^4 \text{ V/m}$$

b. Calcolare l'intensità e la densità della corrente di protoni.

$$I = \frac{q}{\Delta t} = 2.52 \times 10^{-8} \text{ A}, \quad j = \frac{I}{\pi R_1^2} = 6.63 \times 10^{-5} \text{ A/m}^2$$

c. Ricavare la densità (in m^{-3}) dei protoni come portatori di carica.

$$\frac{1}{2} m_p v_p^2 = E \text{ (in J, non in eV)}, \quad v_p = \sqrt{\frac{2E}{m_p}}$$

$$n = \frac{j}{e v_p} = 5.3 \times 10^{-6} \text{ m}^{-3}$$

Universita` di Trieste, A.A. 2022/2023

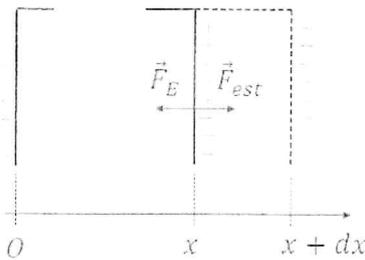
Laurea Triennale in Ingegneria Elettronica e Informatica

Fisica Generale 2 - Seconda simulazione di esame - 12/1/2023

Cognome Nome

Istruzioni per gli esercizi:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate.



1. Sulle armature di un condensatore a facce piane parallele distanti $x_1=5\text{ mm}$ e` depositata una carica $Q_1=2\mu\text{ C}$ ed e` applicata una differenza di potenziale $V=400\text{ V}$. Dopo avere isolato il condensatore, si porta molto lentamente la distanza fra le armature al valore $x_2=10\text{ mm}$. Si supponga per semplicita` che l'armatura di sinistra sia fissa, come in figura.

a. Calcolate il lavoro necessario ad allontanare le due lastre.

$$C_1 = Q/V = \epsilon_0 A/x_1 \Rightarrow A = \frac{Q_1 x_1}{\epsilon_0 V} = 7.87 \text{ m}^2$$

$$\int_{x_1}^{x_2} |\vec{F}_{Est}| dx = \Delta\left(\frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}\right) = \frac{Q^2}{2\epsilon_0 A} (x_2 - x_1) = 4.00 \times 10^{-4} \text{ J} = \frac{QV}{2} \frac{x_2 - x_1}{x_1}$$

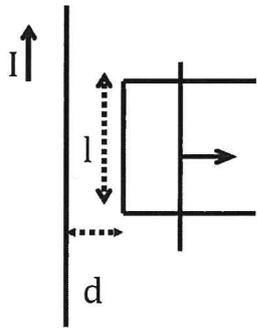
b. Utilizzate questa informazione per calcolare la forza \vec{F}_E che il campo elettrico esercita sulla lastra di destra. Provate a confrontarla con il valore che avreste calcolato direttamente.

$$\int_x^{x+\Delta x} |\vec{F}_E| dx = \frac{Q^2}{2\epsilon_0 A} \Delta x \Rightarrow |\vec{F}_E| = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{\epsilon_0 A} = \frac{1}{2} \frac{\sigma}{\epsilon_0} Q = 8.00 \times 10^{-2} \text{ N}$$

c. Adesso supponete che il condensatore rimanga collegato al generatore di f.e.m. durante lo spostamento delle lastre. Come cambia l'energia necessaria per operare questo spostamento? Suggerimento: nota la forza \vec{F}_E , calcolate la differenza di energia elettrostatica per un piccolo spostamento dx , tenendo conto che la tensione costante implica uno scambio di carica, ed integrate il risultato cosi` ottenuto.

$$\int_{x_1}^{x_2} |\vec{F}_E| dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{2 CV^2}{2\epsilon_0 A} dx = \frac{1}{2} \epsilon_0 A V^2 \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{x^2} = \frac{1}{2} \epsilon_0 A V^2 \left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2}\right) = 2.00 \times 10^{-4} \text{ J} \neq \Delta\left(\frac{1}{2} CV^2\right)!$$

2. Una sbarra conduttrice si appoggia a due rotaie conduttrici distanziate di $l=30\text{ cm}$, come in figura. La sbarra viene fatta muovere con velocita` costante v_0 rimanendo perpendicolare alle due rotaie. Il sistema e` immerso nel campo magnetico generato da un filo infinito percorso da corrente $I=45\text{ A}$ che giace sullo stesso piano delle rotaie e della sbarra. All'istante iniziale la sbarra e` a distanza $d=0.2\text{ m}$ dal filo, in coincidenza dell'inizio delle rotaie.



a) Sapendo che la forza elettromotrice misurata nel circuito quando la sbarra si trova a distanza $x_1 = 0.5 \text{ m}$ dal filo è di 0.002 V , determinate la velocità della sbarra.

$$v_0 \frac{d\phi_B}{dt} = \frac{d\phi_B}{dx} \frac{dx}{dt} = \ell \frac{\mu_0 I}{2\pi x} v_0 = |\mathcal{E}|$$

$$v_0 = \frac{2\pi x_1}{\mu_0 I \ell} |\mathcal{E}| = 370 \text{ m/s}$$

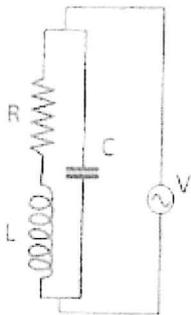
b) Sapendo che la sbarra è costituita da filo di rame di raggio $r = 1 \text{ mm}$ e la resistenza delle rotaie è trascurabile, calcolate il modulo della forza che agisce sulla sbarra nella posizione x_1 .

$$R = \frac{\rho \ell}{\pi r^2} = 1.60 \times 10^{-3} \Omega, \quad F = \frac{|\mathcal{E}|}{R} \ell \frac{\mu_0 I}{2\pi x_1} = 6.76 \times 10^{-6} \text{ N}$$

$$F = \frac{B^2 \ell^2 v_0}{R} = \frac{|\mathcal{E}|^2 \pi \ell^2}{R} B \quad \text{dove } B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x_1}$$

c) Calcolate il modulo della carica che ha attraversato il circuito durante il movimento della sbarra fino al punto x_1 .

$$i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\ell}{R} \frac{\mu_0 I v_0}{2\pi (d + v_0 t)}, \quad Q = \int_0^{x_1/v_0} i(t) dt = \frac{\ell}{R} \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \frac{x_1}{d} = 1.55 \text{ mC}$$



3. Il circuito riportato in figura ha: $V_{\text{eff}} = 100 \text{ V}$, $\nu = 50 \text{ Hz}$, $L = 0.5 \text{ H}$, $C = 20 \mu\text{F}$ e $R = 50 \Omega$.

a. Calcolate l'impedenza totale sia come parte reale e immaginaria che come modulo e fase.

$$Z = \frac{R X_c^2}{R^2 + (X_L - X_c)^2} - \frac{R^2 X_c + X_L X_c (X_L - X_c)}{R^2 + (X_L - X_c)^2} j = 506 - 138j \Omega$$

$$|Z| = 524 \Omega, \quad \phi_2 = -15.3^\circ$$

b. Calcolate la potenza dissipata sulla resistenza.

$$P = \frac{V_{\text{eff}}^2}{|Z|^2} R \left[\cos^2 \phi_2 + \left(\sin \phi_2 + \frac{|Z|}{X_c} \right)^2 \right] = 18.4 \text{ W}$$

c. A che frequenza il circuito va in risonanza?

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}} \quad \text{se } R < \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad \omega_0 = 300 \text{ rad/s}$$

Universita` di Trieste, A.A. 2023/2024

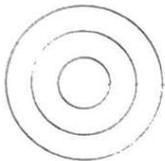
Laurea Triennale in Ingegneria Elettronica e Informatica

Fisica Generale 2 - Pima simulazione - 30/10/2023

Cognome Nome

Istruzioni per gli esercizi:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: **la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate.**



1. Un conduttore sferico cavo di raggio interno $R_2=2$ cm e raggio esterno $R_3=3$ cm ha una carica pari a $Q_0=3 \cdot 10^{-4}$ C. All'interno viene posto un conduttore sferico di raggio $R_1=1$ cm, con un'ulteriore carica pari a Q_0 . Ad una distanza $L=3$ m dal centro dei conduttori è posta una piccola carica puntiforme $q_0=-2 \cdot 10^{-7}$ C.

a. Calcolate la forza del campo elettrico (vettore!) esercitata sulla carica q_0 .

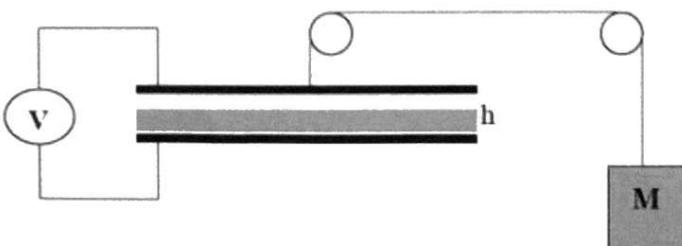
$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q_0 q_0}{L^2} \hat{i} = -0.120 \hat{i} \text{ N}$$

b. La carica q_0 viene portata all'infinito, qual'è il lavoro compiuto dalle forze elettrostatiche?

$$W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q_0 q_0}{L} = -0.360 \text{ J}$$

c. In seguito i due conduttori vengono connessi con un filo metallico. Quale è l'energia dissipata nel processo?

$$\Delta U = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = 2.02 \times 10^6 \text{ J}$$



2. Un condensatore piano è formato da due lastre metalliche piane, di area pari a $A=0.8$ m², poste alla distanza di $h=4$ mm e caricate con tensione V . L'armatura inferiore è fissa, quella superiore è mantenuta in equilibrio meccanico da una massa $M=0.8$ kg; le masse di tutti gli altri elementi sono trascurabili.

a. Calcolate la tensione V alla quale il sistema e' in equilibrio.

$$V = \sqrt{\frac{2h^2 Mg}{\epsilon_0 A}} = 5.95 \times 10^3 \text{ V}$$

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{h} = 1.77 \text{ nF}$$

$$F = \frac{C^2 V^2}{2\epsilon_0 A} = \frac{V^2 \epsilon_0 A}{2h^2} = Mg = 7.86 \text{ N}$$

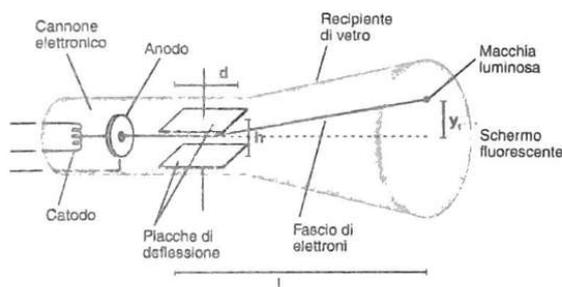
b. Successivamente, dopo aver bloccato la carrucola, tra le lastre viene inserito un dielettrico di spessore $d=2 \text{ mm}$ e costante dielettrica relativa $\kappa=2.5$. Calcolate la nuova capacita'.

$$C_{\text{new}} = \frac{\epsilon_0 A}{h - \left(\frac{\kappa-1}{\kappa}\right)d} = 2.53 \text{ nF}$$

c. Determinate quanto e' variata la forza tra le armature. Se sbloccate la carrucola, le armature si allontanano o si avvicinano?

$$F_{\text{new}} = \frac{C_{\text{new}}^2 V^2}{2\epsilon_0 A} = 16.0 \text{ N}, \Delta F = F_{\text{new}} - Mg = 8.16 \text{ N}$$

Le armature si avvicinano



3. In un tubo catodico vengono prodotti elettroni di energia cinetica $K=45.2 \text{ eV}$. Questi passano tra due lastre conduttrici separate da una distanza $h=0.5 \text{ cm}$ e lunghe $d=3.2 \text{ cm}$ lungo la direzione del moto. Con le lastre scariche il fascio di elettroni arriva al centro dello schermo ($x_f=y_f=0$), che si trova a distanza $l=22.1 \text{ cm}$, come in figura.

a. Calcolate la velocita' (vettore!) dell'elettrone prima di entrare tra le due lastre.

$$\vec{v}_0 = \sqrt{\frac{2ek}{m_e}} \hat{k} = 3.98 \times 10^6 \hat{k} \text{ m/s}$$

b. Calcolate la y_u dell'elettrone all'uscita delle lastre e l'angolo di deflessione (solo formula).

$$st = \frac{d}{v_0}, \quad a = \frac{V}{h} \frac{e}{m_e}, \quad y_u = \frac{1}{2} a \frac{d^2}{v_0^2}, \quad \theta = \arctan\left(\frac{ad}{v_0^2}\right)$$

c. Che voltaggio dobbiamo imporre perche' il fascio arrivi a $y_f=4.2 \text{ cm}$ sopra il centro dello schermo?

$$V = \frac{m_e v_0^2}{e} \frac{h g_f}{d^2} \frac{1}{\left(\frac{l}{d} - \frac{1}{2}\right)} = 7.83 \text{ V}$$

Università di Trieste, A.A. 2023/2024

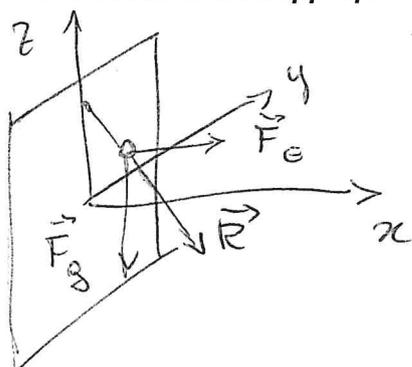
Laurea Triennale in Ingegneria Elettronica e Informatica

Fisica Generale 2 - Seconda simulazione - 20/12/2023

Cognome Nome

Istruzioni per gli esercizi:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate.



1. Su una superficie piana isolante, disposta verticalmente sul piano yz (con z l'asse verticale), e' distribuita una carica elettrica positiva con densita' superficiale $\sigma = 14.2 \mu\text{C}/\text{m}^2$. Una piccola sfera, di massa $m = 1.08 \text{ g}$ e carica q , e' fissata ad un filo di seta lungo $l = 44 \text{ cm}$ con un'estremita' incollata alla superficie. In condizioni di equilibrio il filo forma con la superficie un angolo $\alpha_0 = 0.55 \text{ rad}$.

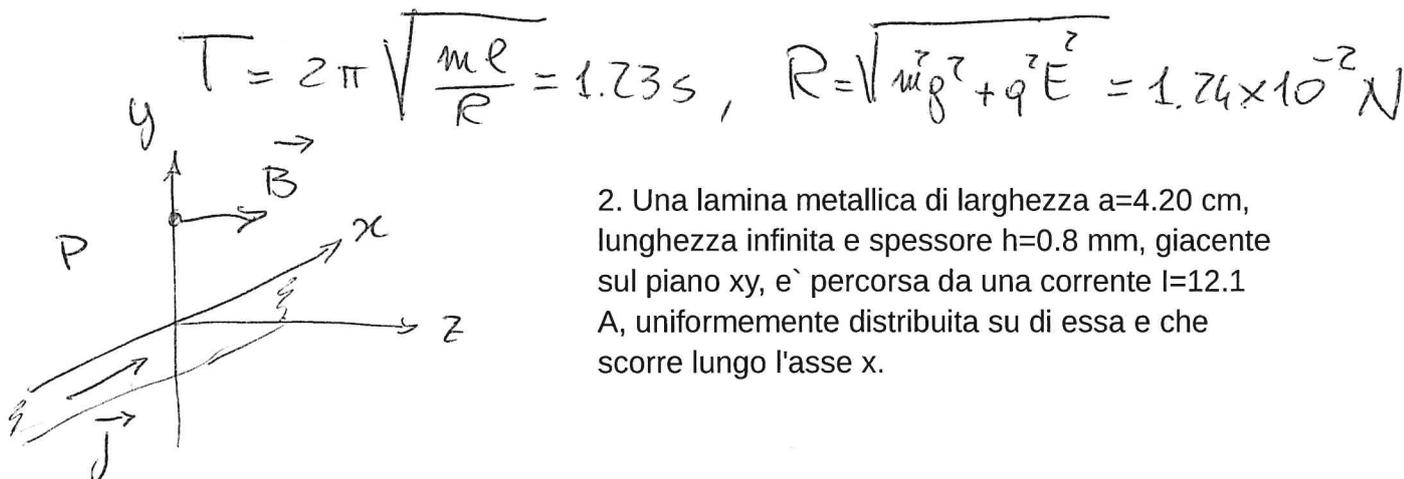
a. Calcolate il vettore campo elettrico \vec{E} nella posizione della carica q .

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{i} = 8.03 \times 10^5 \frac{\text{V}}{\text{m}} \hat{i}$$

b. Ricavate il valore della carica q .

$$q = \frac{2\epsilon_0 m g}{\sigma} \tan \alpha_0 = 8.03 \text{ nC}$$

c. Calcolate il periodo di oscillazione della pallina attorno alla posizione di equilibrio.



$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m l}{R}} = 1.23 \text{ s}, \quad R = \sqrt{m^2 g^2 + q^2 E^2} = 1.74 \times 10^{-2} \text{ N}$$

2. Una lamina metallica di larghezza $a = 4.20 \text{ cm}$, lunghezza infinita e spessore $h = 0.8 \text{ mm}$, giacente sul piano xy, e' percorsa da una corrente $I = 12.1 \text{ A}$, uniformemente distribuita su di essa e che scorre lungo l'asse x.

a. Calcolate la densità di corrente \vec{j} nella lamina.

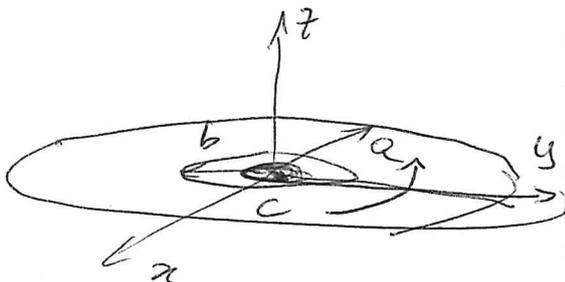
$$\vec{j} = \frac{I}{ah} \hat{i} = 3.60 \times 10^5 \text{ A m}^{-2} \hat{i}$$

b. Calcolate il campo magnetico \vec{B} nel punto $P=(0,b,0)$ cm, dove $b=14.3$ cm.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \ln\left(1 + \frac{a}{b}\right) \hat{k} = 1.48 \times 10^{-5} \hat{k} \text{ T}$$

c. Come possiamo approssimare il campo magnetico se scegliamo $b \gg a$? (solo formula)

$$\vec{B} \approx \frac{\mu_0 I}{2\pi b} \hat{k} \text{ perche' } \ln\left(1 + \frac{a}{b}\right) \approx \frac{a}{b}$$



3. Su una corona circolare di raggi esterno $a=28.2$ cm e interno $b=21.0$ cm è distribuita una carica con densità superficiale $\sigma = -2.69 \cdot 10^{-3} \text{ C/m}^2$. Nel centro della corona, complanare ad essa, è posta una bobina circolare di raggio $c=4.6$ cm, formata da $N=40$ spire con resistenza totale $R=0.320 \text{ m}\Omega$ e autoinduzione $L=0.29 \text{ mH}$. A $t=0$ la corona viene messa in rotazione attorno al proprio asse (come un disco di vinile) in senso orario, con velocità

angolare crescente linearmente col tempo: $\omega(t) = 200t \text{ rad/s}$, con t in secondi. Ipotizziamo che una corrente positiva abbia senso antiorario.

a. Calcolate il campo magnetico al centro della corona (e della bobina) in funzione del tempo, dandone il valore numerico a $t_1=2$ s.

$$\omega(t) = \omega' t, \quad \omega' = 200 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

$$\vec{B}(t_1) = -\frac{\mu_0 \sigma \omega'}{2} (a-b) t_1 \hat{k} = 4.87 \times 10^{-8} \hat{k} \text{ T}$$

b. Approssimando come costante il campo magnetico concatenato alla bobina, calcolate la corrente indotta, compreso il segno, trascurando l'autoinduzione.

$$I = -\frac{1}{R} \frac{\mu_0 k \omega'}{2} (a-b) N \pi c^2 = -2.02 \times 10^{-5} \text{ A}$$

$$= I_0$$

c. Calcolate adesso la corrente a $t_1=2$ s, tenendo conto dell'autoinduzione.

$$I(t) = I_0 \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) = -1.80 \times 10^{-5} \text{ A}$$