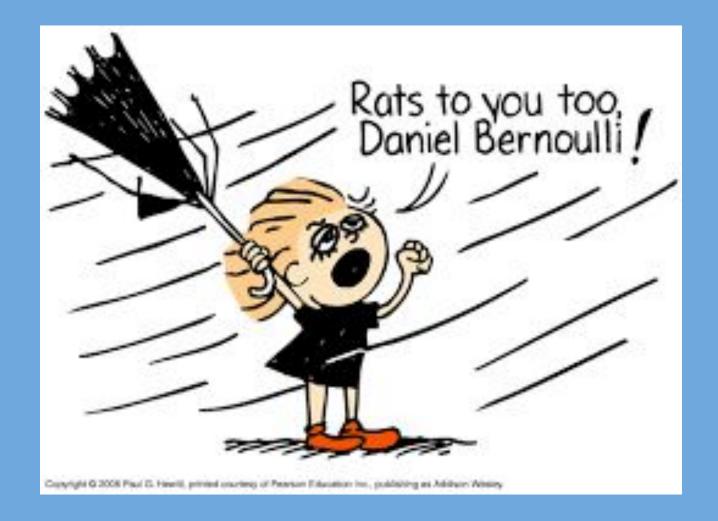
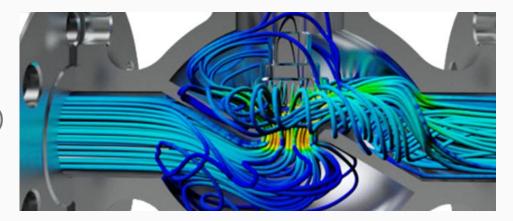
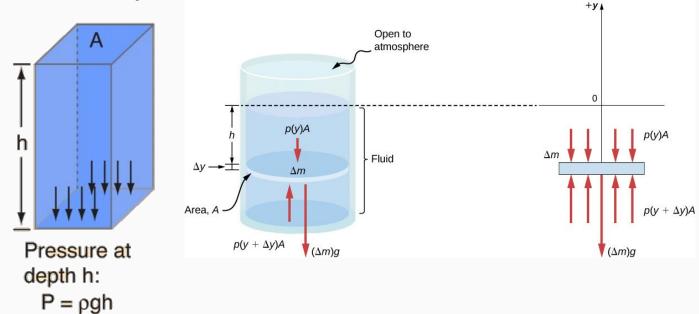
**Physics Education** Laboratory Lecture 11 **Content Knowledge for Fluidodynamics** Francesco Longo - 08/11/23

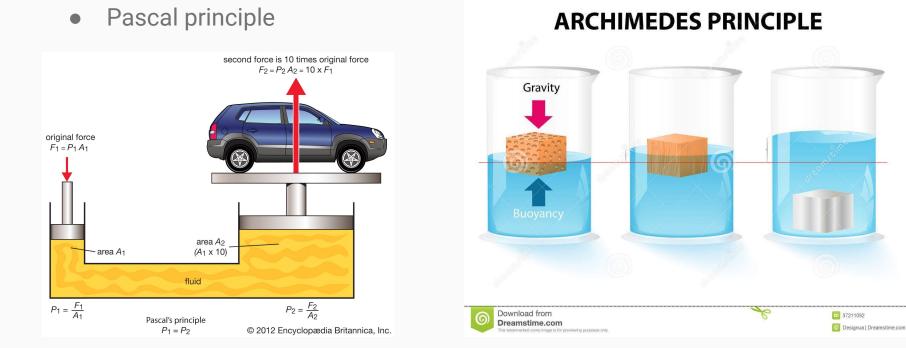


- Pressure, Volume, Density
- Archimedes Law
- Stevino Law
- Pascal principle
- Mass / Volume flow rate ("portata")
- Bernoulli Law
- Viscosity
- Turbolence

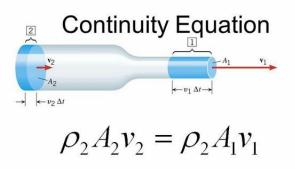


- Pressure, Volume, Density
- Stevino Law



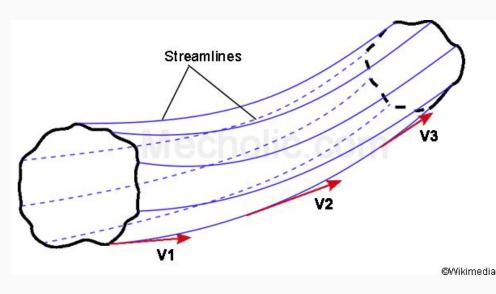


• Mass / Volume flow rate ("portata")

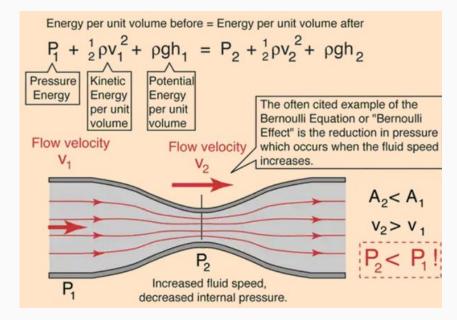


Same, incompressable, fluid so roe drops out!

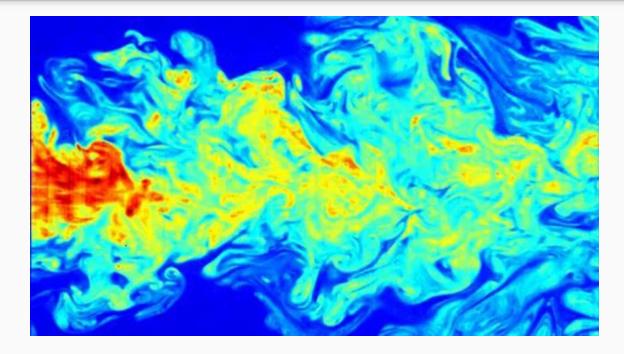
$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$



Bernoulli Law



• Turbolence





Il miele è un fluido altamente viscoso.



Il tranquillo corso di un fiume è un esempio di moto stazionario di un fluido pressoché ideale: l'acqua. Il moto turbolento è un moto non stazionario, irregolare e caratterizzato dalla presenza di vortici.

#### Fluidi reali e fluidi ideali

Nel primo biennio abbiamo definito i *fluidi* come sostanze che possono scorrere da un punto all'altro e che non hanno forma propria e ci siamo limitati a studiare il loro equilibrio. Per analizzare situazioni reali, come ad esempio una folata di vento o la benzina che esce da una pompa, diventa invece necessario studiare anche il loro movimento. Sebbene i fluidi siano costituiti microscopicamente da particelle, di cui conosciamo le semplici leggi dinamiche, non sempre – anzi solo in pochi casi – possiamo derivare da queste leggi fondamentali quelle che regolano il comportamento collettivo di un fluido. La parte della fisica che si occupa dello studio del moto dei fluidi si chiama **fluidodinamica**.

Per affrontare l'argomento, conviene introdurre un modello semplificativo, valido solo approssimativamente: il modello del **fluido ideale**.

Da un punto di vista statico fluidi reali e fluidi ideali si comportano nello stesso modo; la distinzione tra fluidi reali e ideali è importante quindi solo in un contesto dinamico. Un fluido ideale gode, per definizione, delle seguenti proprietà:

- 1) è incomprimibile, cioè il suo volume non varia in seguito a una variazione di pressione;
- è non viscoso, cioè le sue parti possono scorrere le une sulle altre senza attrito interno (viscosità).

#### Come si comportano invece i fluidi reali?

Per ciò che riguarda l'incomprimibilità, occorre distinguere tra liquidi e gas: i liquidi reali, infatti, sono con ottima approssimazione incomprimibili, mentre lo stesso non si può evidentemente dire dei gas.

I liquidi reali, inoltre, presentano sempre un certo grado di viscosità; solo quando la viscosità non influisce in maniera determinante sul loro moto essi si avvicinano al modello di fluido ideale. Dobbiamo infine fare un'ulteriore ipotesi semplificativa: supporre che il flusso del fluido sia *stazionario*, cioè che la velocità in ogni punto non vari nel tempo (ma sia in generale diversa da punto a punto). Sotto questa condizione è possibile ricavare alcune importanti relazioni che descrivono il moto di un fluido ideale.

# Continuity equation

#### Problem solving 1

## 6

#### Manichetta antincendio I

Dell'acqua scorre in una manichetta antincendio di diametro 9,6 cm con una velocità di 1,3 m/s. All'estremità del tubo l'acqua esce attraverso un ugello di diametro 2,5 cm. Qual è la velocità dell'acqua che esce dall'ugello?

| Descrizione<br>del<br>problema | Nella figura indichiamo il modulo della velocità dell'acqua nella manichetta con $v_1$ e quello della velocità dell'acqua che esce dall'ugello con $v_2$ .<br>Sappiamo che $v_1 = 1,3$ m/s. Conosciamo il diametro della manichetta, $D_1 = 9,6$ cm e il diametro dell'ugello, $D_2 = 2,5$ cm. |  |  |  |
|--------------------------------|--|--|--|--|
| Strategia                      | Per calcolare la velocità dell'acqua nell'ugello applichiamo l'equazione di continuità $A_1v_1 = A_2v_2$ .<br>Assumiamo che la manichetta e l'ugello abbiano sezione circolare; quindi la loro area è data da $A = \pi D^2/4$ , essendo D il diametro.   |  |  |  |
| Soluzione                      | Dall'equazione di continuità ricaviamo la velocità $v_2$ dell'acqua nell'ugello:<br>$v_2 = v_1 \frac{A_1}{A_2}$  |  |  |  |
|                                | Utilizziamo l'espressione delle aree $A = \pi D^2/4$ e sostituiamo i valori numerici:<br>$v_2 = v_1 \frac{\pi D_1^2/4}{\pi D_2^2/4} = v_1 \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 = (1,3 \text{ m/s}) \left(\frac{9.6 \text{ cm}}{2.5 \text{ cm}}\right)^2 = 19 \text{ m/s}$                            |  |  |  |
| Osservazioni                   | Notiamo che un ugello di piccolo diametro può dare una velocità molto alta; infatti la velocità è inversamente proporzionale al quadrato del diametro dell'ugello.   |  |  |  |
| Prova tu                       | Che diametro deve avere l'ugello perché l'acqua in uscita abbia una velocità di 21 m/s? [2.4 cm]   |  |  |  |

# Bernoulli's equation

# Problem solving 2 La pressione dell'acqua nel bagno Vacqua entra in una casa attraverso il condotto principale, di diametro interno 2,0 cm, a una pressione di 4,0 · 10<sup>5</sup> Pa. Un tubo di diametro 1,0 cm porta l'acqua nel bagno situato al primo piano, a un'altezza di 5,0 m. Se la velocità dell'acqua nella condotta principale è 1,5 m/s, calcola la velocità, la pressione e la portata nel tubo del bagno. Nella figura è riportato lo schema dell'impianto idrico della casa, con la condotta principale e la diramazione verso il bagno al primo piano. Poiché i tubi hanno un diametro relativamente grande si può trascurare l'attrito; inoltre l'acqua è un fluido incomprimibile, per cui possiamo usare l'equazione di Bernoulli. Indichiamo con 1 e 2 rispettivamente i punti di ingresso della conduttura principale e del bagno. Scegliamo il sistema di

 $h_1 = 0$ 

Serbatoio

Contatore

dell'acqua calda dell'acqua

Conduttore

principale

Soluzione

Strategia

Descrizione

problema

Calcoliamo la velocità v2 dell'acqua nel tubo del bagno con l'equazione di continuità;

$${}_{2} = \frac{A_{1}}{A_{2}}v_{1} = \frac{\pi(D_{1}/2)^{2}}{\pi(D_{2}/2)^{2}} = \frac{\pi(1.0 \text{ cm})^{2}}{\pi(0.50 \text{ cm})^{2}}(1.5 \text{ m/s}) = 6.0 \text{ m/s}$$

riferimento come in figura, in modo che  $h_1 = 0$  e  $h_2 = 5.0$  m.

Conosciamo v<sub>1</sub> e il diametro dei due tubi, quindi l'area della loro sezione. Utilizzando l'equazione di continuità possiamo calcolare v<sub>2</sub>. Noti p<sub>1</sub>, v<sub>1</sub> e le altezze, utilizzando

l'equazione di Bernoulli possiamo calcolare p2.

Dall'equazione di Bernoulli ricaviamo la pressione dell'acqua nel tubo del bagno p2 e sostituiamo i valori numerici:

$$p_2 = p_1 + dgh_1 - dgh_2 + \frac{1}{2}dv_1^2 - \frac{1}{2}dv_2^2 = p_1 - dg(h_2 - h_1) - \frac{1}{2}d(v_2^2 - v_1^2) = 4.0 \cdot 10^5 \text{ Pa} - (1.0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(5.0 \text{ m}) - \frac{1}{2}(1.0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3)(36 - 2.25) \text{ m}^2/\text{s}^2 = 3.3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Calcoliamo la portata nel tubo del bagno:

$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t} = A_2 v_2 = \pi (0.50 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2 (6.0 \text{ m/s}) = 4.7 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s} = 0.47 \text{ litri/s}$$

Osservazioni La pressione e la portata dell'acqua nel tubo del bagno sono sufficienti per alimentare la doccia.

Quale dovrebbe essere il diametro del tubo del bagno per avere una portata di 0,40 litri/s alla stessa velocità? [0,92 cm]

#### ESERCIZIO

1. Verifica che i termini che compaiono nell'equazione di Bernoulli hanno tutti la dimensione di un'energia per unità di volume.

Esprimendo ciascun termine in unità SI e trascurando i coefficienti, otteniamo:

$$p: \frac{N}{m^2} \cdot \frac{m}{m} = \frac{J}{m^3} \qquad dgh: \frac{kg}{m^3} \cdot \frac{m}{s^2} \cdot m = \frac{N \cdot m}{m^3} = \frac{J}{m^3} \qquad dv^2: \frac{kg}{m^3} \cdot \frac{m^2}{s^2} = \frac{N \cdot m}{m^3} = \frac{J}{m^3}$$

## Important cases

Constant height

- 2) Constant speed
- 3) Constant pressure

|                                | Problem solving 3   |  |  |
|--------------------------------|---|--|--|
|                                | Manichetta antincendio II<br>Considera la manichetta antincendio del <i>Problem solving</i> 1 e supponi che la pressione nella manichetta<br>sia 350 kPa. Calcola la pressione nell'ugello.   |  |  |
| Descrizione<br>del<br>problema | Nella figura utilizziamo ancora il sistema di<br>numerazione nel quale l'indice 1 si riferisce al<br>tubo e l'indice 2 all'ugello. Pertanto $p_1 = 350$<br>kPa e $p_2$ deve essere determinata.   |  |  |
| Strategia                      | Nel Problem solving 1 abbiamo utilizzato l'equazione di continuità $A_1v_1 = A_2v_2$ per determinare $v_2$ . Ora utilizzeremo il risultato ottenuto per determinare $p_2$ , mediante la relazione $p_1 + \frac{1}{2}dv_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}dv_2^2$ .   |  |  |
| Soluzione                      | Dall'equazione $p_1 + \frac{1}{2}dv_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}dv_2^2$ ricaviamo la pressione $p_2$ nell'ugello e sostituiamo i valori numerici, ricordando che $v_1 = 1,3$ m/s e $v_2 = 19$ m/s sono quelli del <i>Problem solving</i> 1:<br>$p_2 = p_1 + \frac{1}{2}d(v_1^2 - v_2^2) = 350$ kPa $+ \frac{1}{2}(1,0 \cdot 10^3$ kg/m <sup>3</sup> )[(1,3 m/s) <sup>2</sup> - (19 m/s) <sup>2</sup> ] = 170 kPa |  |  |
| Osservazioni                   | La pressione nell'ugello è minore di quella nel tubo. La differenza si deve al fatto che una parte dell'energia<br>immagazzinata sotto forma di pressione nel tubo è stata trasformata in energia cinetica quando l'acqua ha attra-<br>versato l'ugello.  |  |  |
| Prova tu                       | Quale deve essere la velocità nell'ugello affinché l'acqua nell'ugello abbia una pressione di 110 kPa? [v <sub>2</sub> = 22 m/s]  |  |  |

## Important cases

- 1) Constant height
- 2) Constant speed
- 3) Constant pressure

#### ESERCIZIO

**2.** In un oleodotto il petrolio (densità  $0,825 \text{ g/cm}^3$ ) scorre a una certa quota a una velocità costante di 6,8 m/s, e alla pressione di  $1,72 \cdot 10^5$  Pa. Determina la pressione del petrolio in un tratto in cui il tubo dell'oleodotto scorre a una quota più alta di 125 cm.

Possiamo determinare la pressione  $p_2$  nel tratto del tubo a una quota maggiore utilizzando l'equazione di Bernoulli a velocità costante:

 $p_1 + dgh_1 = p_2 + dgh_2$ 

da cui si ricava p2:

 $p_2 = p_1 + dg(h_1 - h_2) = p_1 - dg(h_2 - h_1)$ 

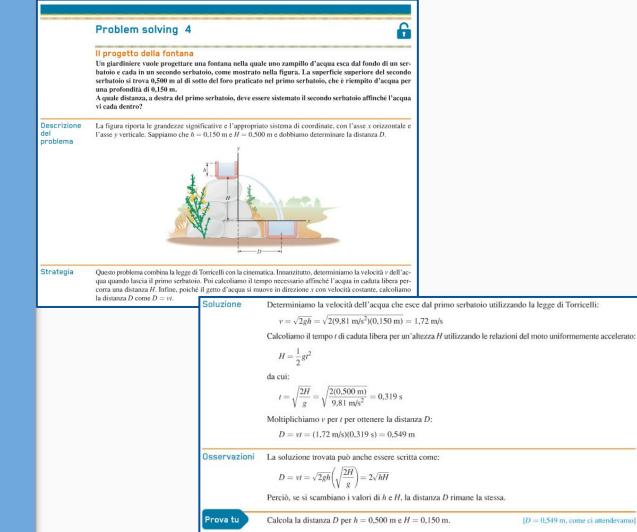
Sostituiamo i valori numerici:

 $p_2 = 1,72 \cdot 10^5 \text{ Pa} - (825 \text{ kg/dm}^3)(9,81 \text{ m/s}^2)1,25 \text{ m} = 1,62 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ 

Poiché l'altezza alla quale scorre il petrolio è aumentata, la pressione è diminuita. Osserviamo che la velocità del petrolio è un dato non necessario alla risoluzione dell'esercizio.

## Important cases

- 1) Constant height
- 2) Constant speed
- 3) Constant pressure



#### La velocità media di un fluido viscoso

Per approfondire il discorso consideriamo una situazione di grande importanza pratica: lo scorrimento di un fluido in un condotto, ad esempio l'acqua che scorre in un tubo metallico o il sangue che scorre in un'arteria o in una vena. Dobbiamo supporre che il fluido abbia un moto laminare, cioè che i suoi strati scorrano l'uno sull'altro con un semplice moto traslatorio senza formare vortici.

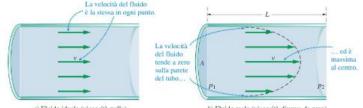
La viscosità di un olio lubrificante per motori a 30 °C è circa 0.250 N s/m2 e diminuisce con l'aumentare della temperatura.

Laminar Flow or

Streamline Flow

Se il fluido fosse ideale, cioè avesse viscosità nulla, scorrerebbe nel condotto con velocità uguale in tutti i punti, come mostrato in figura 10a. Un fluido reale con viscosità diversa da zero, scorre invece in modo simile a quello mostrato in figura 10b: il fluido è in quiete vicino alle pareti del tubo e scorre con la sua velocità massima al centro del tubo. Poiché porzioni adiacenti del fluido scorrono le une sulle altre con velocità diverse, per mantenere il flusso si deve esercitare una forza sul fluido, proprio come è necessario esercitare una forza per far scivolare un blocco su una superficie ruvida.

La forza che causa lo scorrimento di un fluido viscoso è fornita dalla differenza fra le pressioni,  $p_1 - p_2$ , in una data lunghezza L del tubo.



a) Fluido ideale (viscosità nulla)

b) Fluido reale (viscosità diversa da zero)

............ figura 10

> Velocità di un fluido che scorre in un tubo In un fluido con viscosità diversa da zero, la velocità media dipende dalla differenza di pressione fra i due estremi del tubo, dalla sua lunghezza L, dall'area A della sua sezione e dal coefficiente di viscosità del fluido.

> > of Viscosity

Sperimentalmente si può verificare che la differenza di pressione necessaria per mantenere il fluido in movimento è direttamente proporzionale alla lunghezza L del tubo e alla velocità media v del fluido ed è inversamente proporzionale all'area A della sezione del tubo. Tenendo presente tutte queste osservazioni, la differenza di pressione può essere scritta nella forma seguente:

$$p_1 - p_2 = \text{costante} \cdot \frac{vL}{A}$$

La costante di proporzionalità fra la differenza di pressione e vL/A è legata al coefficiente SV // Coefficient di viscosità, n, del fluido.

La velocità media di un fluido viscoso che scorre in un condotto è:

Velocità media di un fluido viscoso

 $v = \frac{(p_1 - p_2)A}{(p_1 - p_2)A}$ 8mn L

#### Problem solving 5

#### Velocità del sangue nell'arteria polmonare

L'arteria polmonare, che collega il cuore ai polmoni, è lunga 8,5 cm e ha una differenza di pressione ai suoi estremi di 450 Pa. Se il raggio interno dell'arteria è 2,4 mm, qual è la velocità media del sangue nell'arteria polmonare?

| Descrizione<br>del<br>problema | La figura mostra una rappresentazione schematica dell'arteria<br>polmonare, non in scala, nella quale sono indicate la lunghezza<br>(8,5 cm) e il raggio (2,4 mm) dell'arteria e la differenza di pres-<br>sione fra i due estremi (450 Pa).   |  |  |
|--------------------------------|--|--|--|
| Strategia                      | Possiamo determinare la velocità media del sangue utilizzando<br>l'equazione $v = \frac{(p_1 - p_2)A}{8\pi\eta L}$ . Osserviamo che la differenza di<br>pressione, $p_1 - p_2$ , è nota ed è 450 Pa = 450 N/m <sup>2</sup> e l'area della sezione del vaso sanguigno è $A = \pi r^2$ .   |  |  |
| Soluzione                      | Nell'equazione della velocità media v sostituiamo l'area A della sezione con $\pi r^2$ e semplifichiamo $\pi$ al nume-<br>ratore e al denominatore:<br>$v = \frac{(p_1 - p_2)A}{8\pi\eta L} = \frac{(p_1 - p_2)r^2}{8\eta L}$ Sostituiamo i valori numerici:<br>$v = \frac{(450 \text{ Pa})(0,0024 \text{ m})^2}{8(0,00272 \text{ N} \cdot \text{s/m}^2)(0,085 \text{ m})} = 1,4 \text{ m/s}$                                  |  |  |
| Osservazioni                   | La viscosità del sangue aumenta rapidamente con il valore del suo ematocrito, ovvero, con la concentrazione di globuli rossi nel sangue. Perciò un sangue denso, con valore alto dell'ematocrito, richiede una differenza di pressione significativamente maggiore per una determinata velocità del flusso sanguigno; questa pressione più alta deve essere fornita dal cuore, che lavora in modo più faticoso a ogni battito. |  |  |
| Prova tu                       | Qual è la differenza di pressione necessaria per fornire al sangue di questa arteria polmonare una velocità media<br>di 1,5 m/s? [480 Pa   |  |  |

# Ripassa i CONCETTI CHIAVE

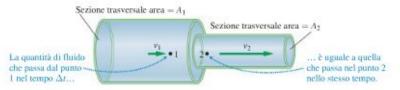
#### 1. Fluidi reali e fluidi ideali

Per studiare il moto di un fluido si introduce un modello: il fluido ideale.

Un **fluido ideale** è un fluido incomprimibile e non viscoso. Per semplificare ulteriormente si suppone che il flusso del fluido sia **stazionario**, cioè che la velocità in ogni punto del fluido non dipenda dal tempo.

#### 2. L'equazione di continuità

La velocità v di un fluido varia se varia la sezione A del condotto nel quale il fluido scorre.



#### Equazione di continuità per i fluidi comprimibili

 $d_1A_1v_1 = d_2A_2v_2$ 

#### Equazione di continuità per i fluidi incomprimibili

$$A_1v_1 = A_2v_2$$

Da questa equazione si deduce che la velocità di un fluido incomprimibile che scorre in un condotto è maggiore dove la sezione del condotto è minore.

#### Portata

La portata è il volume di un fluido che passa attraverso la sezione di un condotto nell'unità di tempo:

$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t} = Av$$

L'equazione di continuità si può anche esprimere dicendo che la portata, cioè la quantità Q = Av, lungo un condotto è costante.

#### 3-4. L'equazione di Bernoulli

L'equazione di Bernoulli esprime la conservazione dell'energia per unità di volume di un fluido.

La relazione tra pressione, velocità e altezza in due punti di un fluido ideale è:

$$p_1 + dgh_1 + \frac{1}{2}dv_1^2 = p_2 + dgh_2 + \frac{1}{2}dv_2^2$$

che si può anche scrivere:

$$p + dgh + \frac{1}{2}dv^2 = \text{costante}$$

#### Effetto Venturi

Se un fluido scorre in un condotto orizzontale (quindi  $h_1 = h_2$ ) a sezione variabile, la pressione è maggiore dove l'area della sezione del condotto è maggiore.

#### Legge di Torricelli

Se viene praticato un foro in un recipiente a una profondità h sotto la superficie libera dell'acqua, il fluido esce dal foro con la stessa velocità che avrebbe se cadesse da un'altezza uguale a quella della sua superficie superiore, cioè:

 $v_{\rm eff} = \sqrt{2gh}$ 

#### 5. Il moto nei fluidi viscosi

#### Viscosità

La viscosità di un fluido è simile all'attrito tra due superfici solide e indica la resistenza di un fluido allo scorrimento.

#### Equazione di Poiseuille

Per mantenere in movimento un fluido a una velocità media costante occorre una differenza di pressione  $p_1 - p_2$ . La velocità media di un fluido di viscosità  $\eta$  che scorre in un condotto di sezione A e lunghezza L è:

$$P = \frac{(p_1 - p_2)}{8\pi\eta} \frac{A}{L}$$

La relazione fra la portata Q del fluido e il suo coefficiente di viscosità  $\eta$  è data dall'**equazione di Poiseuille**:

$$Q = \frac{(p_1 - p_2)\pi r^4}{8\eta L}$$

che si applica a un tubo di raggio r e lunghezza L.

#### Equazione di Stokes

Una sfera di raggio r che si muove con una velocità v non molto grande in un fluido il cui coefficiente di viscosità è  $\eta$  è soggetta a una forza di attrito la cui intensità è data dalla **legge di Stokes**:

 $F_v = -6\pi\eta rv$ 

#### Caduta di un corpo in un fluido viscoso

Un corpo in caduta libera in un fluido viscoso non cade con accelerazione costante perché la forza di attrito del fluido si

oppone al moto. Poiché la forza di attrito aumenta man mano che cresce la velocità del corpo, quest'ultimo raggiunge una velocità limite che dipende dalla sua massa e dalla sua forma:



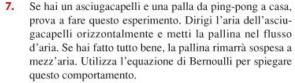


#### **RAGIONA e RISPONDI**

 Lo strato d'acqua di una cascata è più spesso in alto che non in basso. Analogamente, il getto d'acqua che esce da un rubinetto si restringe mentre cade. Perché?



- **2.** Quale caratteristica deve avere un fluido per il quale vale l'equazione di continuità nella forma Av = costante?
- **3.** Quale legge di conservazione è espressa dall'equazione di continuità?
- In una ciminiera il fumo sale più rapidamente quando soffia il vento. Perché?



Perché due convogli ferroviari che marciano in verso opposto su due binari paralleli devono rallentare la loro marcia quando si incrociano?





- È meglio per un aeroplano decollare controvento o in direzione del vento? Giustifica la risposta.
- Quale legge di conservazione è espressa dall'equazione di Bernoulli?

 Perché la pallina da tennis ha la superficie ricoperta da uno strato di feltro?



 Quali condizioni devono essere soddisfatte affinché valga la legge di Torricelli?

# Risolvi i PROBLEMI

#### L'equazione di continuità

#### 1. Il flusso nel tubo

Dell'acqua scorre in un tubo con una velocità di 2,1 m/s. Determina il flusso in kg/s, sapendo che il diametro del tubo è 3,8 cm. [2,4 kg/s]

#### 2. PREVEDI/SPIEGA

Osserva l'acqua che esce dal rubinetto di una fontanella e cade verso terra (il moto non deve essere turbolento).

- a) La sezione del "tubo d'acqua" si allarga, si restringe o resta costante mano a mano che l'acqua scende verso terra?
- b) Quale fra le seguenti è la spiegazione migliore per la risposta?
  - La velocità dell'acqua aumenta a causa dell'accelerazione di gravità e dunque, per l'equazione di continuità, la sezione del "tubo d'acqua" deve diminuire.
  - La pressione aumenta mano a mano che l'acqua si avvicina al suolo.
  - La velocità dell'acqua diminuisce a causa dell'attrito.

#### 3. Innaffiare il giardino

Per innaffiare il giardino usi un tubo di gomma del diametro di 3,4 cm. L'acqua esce dal tubo con una velocità di 1,1 m/s. Se blocchi parzialmente l'estremità del tubo in modo che il diametro effettivo diventi 0,57 cm, con quale velocità l'acqua verrà spruzzata dal tubo? [39 m/s]

#### 4. Giochi in piscina

Per riempire una piscina gonfiabile per bimbi, Corrado usa un tubo da giardino con un diametro di 2,9 cm. L'acqua fluisce dal tubo con una velocità di 1,3 m/s. Quanto tempo impiegherà Corrado a riempire la piscina, se questa ha forma circolare con diametro interno di 2,0 m ed è profonda 26 cm? [16 min]



#### 5. Quanto sangue pompa il cuore?

Quando sei a riposo, il tuo cuore pompa il sangue (densità 1060 kg/m<sup>3</sup>) con una portata di 5,00 litri al minuto. Calcola il volume e la massa di sangue pompato dal cuore in un giorno. [7200 litri e 7630 kg al giorno]

#### 6. PROBLEMA SVOLTO

Una tipica arteriola ha un diametro di 0,030 mm e trasporta sangue con una portata di 5,5  $\cdot$  10<sup>-6</sup> cm<sup>3</sup>/s.

- a) Qual è la velocità del sangue in un'arteriola?
- b) Supponi che un'arteriola si ramifichi in 340 capillari, ognuno dei quali ha un diametro di 4,0 · 10<sup>-6</sup> m. Qual è la velocità del sangue nei capillari?

#### SOLUZIONE

*a*) Poni  $Q = 5.5 \cdot 10^{-6}$  cm<sup>3</sup>/s e  $D_a = 0.030$  mm. Calcola la velocità del sangue all'interno dell'arteriola utilizzando la formula della portata:

$$v_{a} = \frac{Q}{A_{a}} = \frac{Q}{\pi \left(\frac{D_{a}}{2}\right)^{2}} = \frac{5.5 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^{3}/\text{s}}{\pi \left(\frac{3.0 \cdot 10^{-3} \text{ cm}}{2}\right)^{2}} = 0.78 \text{ cm/s}$$

b) Utilizza l'equazione di continuità per un fluido incomprimibile, tenendo conto che n = 340 e  $D_c = 4.0 \cdot 10^{-6}$  m:

$$Q = A_{\rm a} v_{\rm a} = n A_{\rm c} v_{\rm c}$$

e da essa ricava  $v_c$ :

$$v_{\rm c} = \frac{Q}{nA_{\rm c}} = \frac{Q}{n\pi \left(\frac{D_{\rm c}}{2}\right)^2} = \frac{5.5 \cdot 10^{-6} \,{\rm cm}^3/{\rm s}}{340\pi \left(\frac{4.0 \cdot 10^{-4} \,{\rm cm}}{2}\right)^2} = 0.13 \,{\rm cm/s}$$

#### 7. II kayak di Uncas

Uncas, l'ultimo dei mohicani, sta scendendo un fiume con il suo kayak. Il fiume nelle rapide si stringe e la sua larghezza si riduce da 12 m a 5,8 m. La profondità del fiume nel tratto prima delle rapide è 2,7 m, mentre nelle rapide diventa di 0,85 m. Calcola la velocità dell'acqua nel tratto delle rapide, sapendo che la velocità nel tratto precedente è 1,2 m/s. Assumi che la sezione del letto del fiume sia rettangolare. [7,9 m/s]



#### 8. Più veloce?

Dell'acqua scorre con un flusso di 3,11 kg/s in un tubo di gomma avente un diametro di 3,22 cm.

- a) Qual è la velocità dell'acqua nel tubo?
- b) Se al tubo viene inserita una bocchetta con un diametro di 0,732 cm, qual è la velocità dell'acqua nella bocchetta?
- c) Il flusso attraverso la bocchetta è maggiore, minore o uguale a 3,11 kg/s? Giustifica la risposta.

[a) 3,82 m/s; b) 73,9 m/s]

#### IN ENGLISH

9.

A 1.1 cm diameter pipe widens to 2.5 cm. A liquid flows through the first segment at a speed of 4.3 m/s.

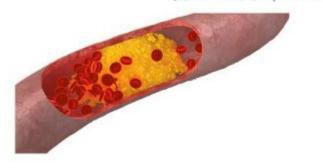
- a) What is the speed in the second segment?
- b) What is the volume flow rate in the pipe?

[a) 0.83 m/s; b)  $4.1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$ ]

#### 11. Le placche nelle arterie

- La formazione di placche sulle pareti delle arterie può diminuirne il diametro delle arterie da 1,1 cm a 0,75 cm. Se la velocità del flusso di sangue nei tratti di arteria non ostruiti è di 15 cm/s, determina:
- a) la velocità del flusso di sangue nei tratti in cui si sono formate le placche;
- b) la caduta di pressione in tali tratti.

[a) 32 cm/s; b)  $\Delta p = 42$  Pa]



#### 10. PROBLEMA SVOLTO

Un tubo orizzontale contiene acqua a una pressione di 110 kPa che scorre con una velocità di 1,6 m/s. Se, a un certo punto, il diametro del tubo si riduce della metà, qual è:

- a) la velocità dell'acqua nella parte di tubo di sezione minore?
- b) la pressione dell'acqua nella parte di tubo di sezione minore?

#### SOLUZIONE

a) Dall'equazione di continuità:

 $A_1v_1 = A_2v_2$ 

ricava la velocità  $v_2$  nella parte di tubo a sezione minore, tenendo conto che  $v_1 = 1,6$  m/s e che  $r_1 = 2r_2$ :

$$v_2 = \frac{A_1}{A_2}v_1 = \frac{\pi r_1^2}{\pi r_2^2}v_1 = 2^2v_1 = 4v_1 = 6,4 \text{ m/s}$$

b) Scrivi l'equazione di Bernoulli per un tubo orizzontale:

$$p_1 + \frac{1}{2}dv_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}dv_2^2$$

Poni  $p_1 = 110$  kPa,  $d = 1,00 \cdot 10^3$  kg/m<sup>3</sup> e calcola  $p_2$  sostituendo i valori numerici:

$$p_2 = p_1 + \frac{1}{2}d(v_1^2 - v_2^2) =$$
  
= 1,10 \cdot 10^5 Pa +  $\frac{1}{2}(1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3) \cdot$   
 $\cdot [(1,6 \text{ m/s})^2 - (6,4 \text{ m/s})^2] = 9,1 \cdot 10^4 \text{ Pa} = 91 \text{ kPa}$ 

#### 15. Falla nel serbatoio

In un serbatoio pieno d'acqua si apre una falla. Determina la velocità dell'acqua che esce dal buco se la falla si trova 2,7 m sotto la superficie dell'acqua, che è aperta all'atmosfera. [7,3 m/s]

#### 16. Il tubo bucato

Un tubo da giardino è attaccato a un rubinetto dell'acqua a un'estremità e a un ugello a spruzzatore all'altra. Il rubinetto è aperto, ma l'ugello è chiuso, cosicché l'acqua non può uscire dal tubo. Il tubo è posto orizzontalmente sul terreno e da un piccolo foro comincia a uscire uno zampillo di acqua in direzione verticale che raggiunge un'altezza di 0,68 m. Qual è la pressione all'interno del tubo? [1,08 · 10<sup>5</sup> Pa]



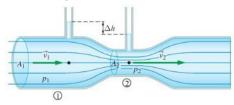
#### La pressione sulle ali di un aereo

- a) Determina la differenza di pressione sulle ali di un aereo, sapendo che il flusso dell'aria sulla superficie superiore dell'ala ha velocità 115 m/s e sulla superficie inferiore ha velocità 105 m/s.
- b) Se l'area dell'ala è 32 m<sup>2</sup>, qual è la forza risultante verso l'alto esercitata sulle ali dell'aereo?

#### [a) 1,42 kPa; b) 45 kN]

#### 18. PREVEDI/SPIEGA

- La figura mostra un venturimetro o tubo di Venturi, uno strumento utilizzato per misurare la velocità di un fluido in un condotto.
- a) La pressione p<sub>1</sub> nella sezione 1 del tubo è maggiore, uguale o minore della pressione p<sub>2</sub> nella sezione 2 del tubo?
- b) Quale fra le seguenti è la spiegazione migliore per la risposta?
  - Dove il tubo è più stretto la velocità del fluido è maggiore, quindi è maggiore anche la sua pressione.
  - Dove il tubo è più stretto l'altezza del fluido nella colonnina soprastante è minore e quindi, per la legge di Stevino, la pressione è minore.
  - Essendo il tubo orizzontale, la pressione è la stessa in tutti i punti.



#### 25. PROBLEMA SVOLTO

Superman osserva una piccola sfera di rame, di massa 0,20 g e densità 8900 kg/m<sup>3</sup>, che cade con una velocità limite di 6,0 cm/s in un vaso pieno di kryptonite liquida. Calcola il coefficiente di viscosità della kryptonite nell'ipotesi che la spinta di Archimede sia trascurabile.



#### SOLUZIONE

Per il primo principio della dinamica, se la sfera di raggio *r* si muove con velocità costante la somma delle forze a essa applicate, cioè la forza peso e la forza di Stokes, è nulla:

 $mg - 6\pi \eta rv = 0$ 

Ricava la viscosità dall'equazione precedente:

 $\eta = \frac{mg}{6\pi rv}$ 

Sai che m = 0,20 g, d = 8900 kg/m<sup>3</sup>, v = 6,0 cm/s. Puoi calcolare il raggio r della sfera dalla formula della densità. Infatti, poiché:

 $d = \frac{m}{V}$ 

puoi scrivere:

$$V = \frac{m}{d} \rightarrow \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{m}{d}$$

da cui ricavi il raggio:

$$r = \sqrt[3]{\frac{3m}{4\pi d}} = \sqrt[3]{\frac{3(0,00020 \text{ kg})}{4\pi (8900 \text{ kg/m}^3)}} = 1.8 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Sostituisci ora i valori nell'espressione della viscosità:

$$\eta = \frac{mg}{6\pi rv} = \frac{(0,00020 \text{ kg/m}^3)(9.8 \text{ m/s}^2)}{6\pi (1.8 \cdot 10^{-3} \text{ m})(0,060 \text{ m/s})} = 0.96 \text{ N s/m}^2$$

#### La sfera nell'olio

Quale velocità deve avere una sfera d'oro di raggio 3,00 mm immersa nell'olio di ricino affinché la forza di attrito viscoso sia pari a un quarto del peso della sfera? (La densità dell'oro è 19300 kg/m<sup>3</sup> e il coefficiente di viscosità dell'olio di ricino è 0,986 N s/m<sup>2</sup>). [9,59 cm/s]

#### **PROBLEMI** PER CONSOLIDARE LE ABILITÀ

Consolida le tecniche di risoluzione dei problemi utilizzando il modello proposto nei Problem Solving del testo. Puoi consultare anche le linee guida riportate nella scheda OperativaMente.

#### La potenza del cuore 1. ...

- La potenza sviluppata dal cuore è il prodotto della pressione media del sangue, pari a 1,33 N/cm<sup>2</sup>, e della portata, che è 105 cm<sup>3</sup>/s.
- a) Calcola la potenza del cuore (esprimila in watt).
- b) Quanta energia consuma il cuore in un giorno?
- c) Supponi che l'energia calcolata al punto b) sia utilizzata per sollevare una persona di 72 kg verticalmente fino a un'altezza h. Determina l'altezza h (in metri). [a) 1,40 W; b) 121 kJ; c) 171 m]

#### 2. Spinta sulle pareti ...

Una piscina fuori terra ha la forma di un grande cilindro, con un fondo circolare e una parete verticale che forma il bordo. Il diametro della vasca è 4,8 m e la sua profondità è 1.8 m. Determina la forza risultante verso l'esterno esercitata dall'acqua sulla parete verticale della vasca, nell'ipotesi che la piscina sia riempita completamente.  $[2.4 \cdot 10^5 \text{ N}]$ 



#### Latta bucata 3.

Una latta è riempita d'acqua fino a un'altezza di 39 cm. Da un buco praticato a 11 cm dal fondo della latta esce un getto d'acqua inclinato di 36º sopra l'orizzontale. Determina:

PLUS

OperativaMente Una

strategia per la risoluzione dei problemi di fisica

- a) la gittata del getto;
- b) la massima altezza del getto d'acqua.

#### [a) 0,66 m; b) 0,21 m]

#### Tubi dell'olio 4. ...

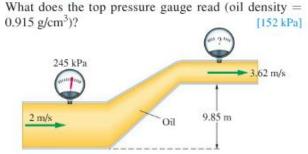
Un tubo orizzontale trasporta olio il cui coefficiente di viscosità è 1,2 · 10<sup>-4</sup> N s/m<sup>2</sup>. Il diametro del tubo è 5,2 cm e la sua lunghezza è 55 m.

- a) Quale differenza di pressione deve esistere fra le estremità del tubo perché l'olio fluisca con una velocità media di 1.2 m/s?
- b) Qual è la portata del tubo in questo caso?

#### [a) 94 Pa; b) 0,0025 m<sup>3</sup>/s]

#### IN ENGLISH ....

5.



# PROVA ESPERTA PER SVILUPPARE LE COMPETENZE

#### La pressione e il flusso del sangue

La pressione del sangue nel cuore umano è di circa 100 mmHg. Il sangue viene pompato dal ventricolo sinistro del cuore ed entra nel grande circolo attraverso l'aorta, un vaso sanguigno di circa 2,5 cm di diametro. La velocità del sangue nell'aorta è di circa 60 cm/s. Poiché il diametro dell'aorta è abbastanza grande da poter trascurare l'attrito viscoso, ogni cambiamento di pressione del sangue nell'aorta è dovuto a un cambiamento in altezza. Ciò determina un limite, ad esempio, della lunghezza del collo di una persona: se il collo fosse troppo lungo, non arriverebbe sangue al cervello!

Nel sistema circolatorio il sangue fluisce dall'aorta alle arterie e ai vasi sanguigni in vasi sanguigni sempre più piccoli, le arteriole, fino ad arrivare ai capillari. Nei capillari la velocità del sangue è di circa 0,70 mm/s, molto più bassa rispetto a quella nell'aorta in quanto la sezione complessiva delle ramificazioni è molto superiore alla sezione del vaso principale. Inoltre, il diametro dei capillari e degli altri vasi minori è così piccolo che la viscosità del sangue diventa un fattore importante.

Il sangue nell'aorta in condizioni normali è sottoposto a regime laminare. Se però l'individuo compie un notevole sforzo fisico, la portata del sangue nel vaso può aumentare anche di un fattore 5; superata la velocità critica media, espressa dalla formula  $\nu_c = \frac{1000 \,\eta}{\rho r}$ , dove  $\eta$  è la viscosità del sangue (0,040 poise),  $\rho$  la sua densità (1060 kg/m<sup>3</sup>) ed r il raggio del vaso sanguigno, il regime diventa turbolento.

- a) Trascurando ogni forza di attrito, qual è la massima distanza che può esserci fra il cervello e il cuore di un individuo perché il sangue possa raggiungere il cervello?
- b) Considerando che l'aorta si ramifichi direttamente in un fascio di capillari, stima il diametro che avrebbe un unico vaso sanguigno di area uguale a quella dell'insieme di capillari.
- c) Supponi che una piccola arteria si restringa al 90% del suo diametro. Considerando il sangue un fluido viscoso per il quale vale la legge di Poiseuille e nell'ipotesi che non varino gli altri parametri (differenza di pressione, lunghezza), di quanto si riduce la portata del sangue nell'arteria?
- d) Qual è la portata critica media per l'aorta all'uscita dal ventricolo?

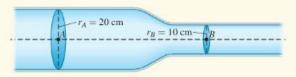
#### Scegli la risposta corretta

Tempo a disposizione: 40 minuti 2 punti per ogni domanda Punti totalizzati ....../20

- Un fluido si muove in un condotto se fra l'ingresso e l'uscita c'è una differenza di:

   A volume.
   B pressione.
   C massa.
   D sezione.
- 2. Il moto di un fluido ideale si dice stazionario quando:
  - A attraversando una sezione trasversale del condotto le molecole del fluido hanno sempre la stessa velocità.
  - B la sezione trasversale del condotto è costante.
  - C la pressione rimane costante in ogni punto del fluido.
  - in ogni punto del condotto le molecole del fluido hanno tutte la stessa velocità.
- Quale tra le seguenti rappresenta l'unità di misura della portata in volume di un condotto?
   A m<sup>3</sup>/s B kg/s C kg s D m<sup>3</sup> s
- 4. Il condotto in figura rappresenta un fluido che si muove di moto stazionario. Se la velocità del fluido nel punto A è 0,3 m/s, qual è la sua velocità nel punto B?

| 1.44 | and of dame a recom |  |
|------|---------------------|--|
| A    | 0,6 m/s             |  |
| B    | 0,15 m/s            |  |



C 1,2 m/s

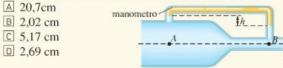
D 0,8 m/s

- Secondo l'equazione di continuità, l'area A della sezione di un condotto e la velocità v del fluido che scorre nel condotto:
  - A sono direttamente proporzionali.
  - B sono linearmente dipendenti.
  - C sono costanti in ogni punto del fluido.
  - D sono inversamente proporzionali.

6. Considera un contenitore cilindrico riempito con acqua nel quale viene praticato un foro a una profondità di 0,2 m dalla superficie dell'acqua. Qual è la velocità dell'acqua nell'istante in cui esce dal foro?

▲ 3,92 m/s B 1,40 m/s C 1,98 m/s D 0,63 m/s

7. Nel condotto orizzontale schematizzato in figura scorre dell'acqua e le aree delle sezioni nei punti B e A sono rispettivamente 16 cm<sup>2</sup> e 25 cm<sup>2</sup>. La velocità in A è di 0,75 m/s. Nel manometro è presente olio di densità 0,8 kg/dm<sup>3</sup>. Quanto vale il dislivello h misurato nel manometro?



- 8. Il poise è un'unità di misura del coefficiente di viscosità. Come si può esprimere il poise in unità fondamentali del SI?
  A 0,1 kg m s
  C 0,1 kg m/s
  0,1 kg s/m
  0,1 kg/(m s)
- Un fluido viscoso scorre in un tubo a sezione circolare. Raddoppiando il diametro del tubo la portata:
  - A resta costante. C quadruplica.
  - B raddoppia.
    D diventa 16 volte più grande.
- **10.** Due palline A e B, dello stesso materiale e di massa  $m_A$  e  $m_B = 2m_A$ , si muovono nello stesso fluido viscoso con la stessa velocità. Qual è la relazione tra le forze di attrito viscoso che il fluido esercita sulle due palline?

#### Risolvi i seguenti problemi

- L'aorta ha un diametro interno di circa 2,1 cm mentre il diametro di un capillare è di circa 10,0 μm. La velocità media del flusso sanguigno è approssimativamente 1,0 m/s nell'aorta e 1,0 cm/s in un capillare.
  - a) Qual è la portata dell'aorta?
  - b) Qual è la portata di ciascun capillare?
- 2. L'acqua dell'impianto di riscaldamento di una casa viene pompata, a una velocità di 0,48 m/s e a una pressione di 3,2 atm, attraverso un tubo del diametro di 3,5 cm dalla cantina al primo piano, che si trova a un'altezza di 5,2 m rispetto alla cantina. Se il tubo dell'impianto del primo piano ha un diametro di 2,6 cm, determina:
  - a) la velocità dell'acqua nel tubo al primo piano;
  - b) la pressione dell'acqua nel tubo al primo piano.

Punti ...../4

Tempo a disposizione: 40 minuti Punti totalizzati ......./20

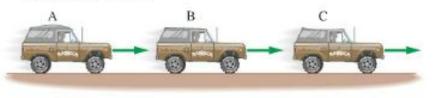
- In un tubo da giardino di diametro 1,60 cm scorre acqua con una velocità di 0,78 m/s e una pressione di 1,2 atmosfere. All'estremità del tubo è inserita una bocchetta di diametro 0,64 cm.
  - a) Determina la velocità dell'acqua nella bocchetta.
  - b) Scrivi e commenta i termini dell'equazione di Bernoulli.

  - Quando il nostro corpo richiede un maggiore apporto di sangue in un particolare organo o muscolo, il diametro delle arteriole in quella zona aumenta (vasodilatazione).
    - *a*) Esprimi la portata del sangue in un'arteriola mediante l'equazione di Poiseuille.
    - b) Determina di quanto deve aumentare in percentuale il diametro di un'arteriola per raddoppiare la portata, se tutti gli altri fattori non variano.

# QUESITI PER CONSOLIDARE LE CONOSCENZE

Rispondi alle seguenti domande riflettendo sui concetti

 Un piccolo veicolo fuoristrada ha il tettuccio fatto con un telo impermeabile. Quando l'auto è ferma, il tettuccio è piatto. Quando l'auto è in movimento a velocità di crociera, con i finestrini chiusi, il tettuccio si gonfia verso l'alto, rimane piatto o si gonfia verso il basso. Motiva la risposta.



 Perché per un ciclista è pericoloso essere sorpassato a distanza ravvicinata da un camion che viaggia a velocità elevata? 3. Un esame Doppler consente di visualizzare i flussi sanguigni nel nostro apparato circolatorio. Durante un esame Doppler viene misurata la velocità del sangue in diverse sezioni di un vaso sanguigno e risulta che in una zona il sangue scorre più lentamente che altrove. Spiega che cosa si può ipotizzare.

#### Rispondi in 10 righe a ciascuna delle seguenti domande

- Descrivi le differenze fra regime laminare e regime turbolento di un fluido in movimento.
- 5. Enuncia e deriva l'equazione di continuità.
- Spiega l'equazione di Bernoulli e ricava il caso particolare a pressione costante.

# VERSO L'UNIVERSITÀ

- Un bambino, dopo una corsa, presenta 120 battiti cardiaci al minuto e a ognuno di essi l'arteria aortica riceve 40 ml di sangue, per cui:
  - A il cuore batte 120 · 3600 volte all'ora.
  - B la portata media dell'aorta è 80 cm<sup>3</sup>/s.
  - C la portata media dell'aorta è 40 cm3/s.
  - D il cuore batte 20 volte al secondo.
  - E l'aorta riceve 800 ml di sangue al secondo.

[Prova di ammissione ai corsi di laurea in Medicina, Odontoiatria, Veterinaria]

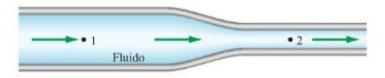
 Un geyser emette periodicamente un getto d'acqua che arriva fino a un'altezza di 35 m. L'eccesso di pressione che deve prodursi nel geyser per avere una tale emissione è pari a circa:  $\bigcirc$  3,5  $\cdot$  10<sup>5</sup> Pa  $\bigcirc$  4,5  $\cdot$  10<sup>3</sup> Pa  $\bigcirc$  3,5  $\cdot$  10<sup>3</sup> Pa  $\bigcirc$  4,5  $\cdot$  10<sup>5</sup> Pa  $\bigcirc$  nessuna delle precedenti risposte è corretta.

[Prova di ammissione al corso di laurea in Ingegneria]

- Il teorema di Bernoulli consente di formulare previsioni attendibili se applicato:
  - A qualsiasi fluido.
  - B alla circolazione del sangue nei grossi vasi.
  - C alla circolazione del sangue nei capillari.
  - ai regimi turbolenti.
  - E ai regimi nei materiali filtranti.
  - [Prova di ammissione al corso di laurea in Ingegneria]

# DALLE OLIMPIADI DELLA FISICA

 Un fluido omogeneo e non comprimibile scorre in regime stazionario entro una tubazione disposta orizzontalmente che, come in figura, presenta un restringimento.



Quali, tra le seguenti relazioni di velocità e pressione, nei due punti indicati in figura, sono entrambe corrette?

$$\begin{array}{cccc} \mathbb{A} & v_1 < v_2 & e & p_1 = p_2 \\ \mathbb{B} & v_1 < v_2 & e & p_1 > p_2 \\ \mathbb{C} & v_1 = v_2 & e & p_1 < p_2 \end{array}$$

$$\square v_1 > v_2 \quad e \quad p_1 = p_2$$

[Olimpiadi della Fisica 2011, Gara di I livello]

- 5. Un paracadutista sta scendendo verticalmente alla velocità di regime (v<sub>lim</sub>), con il paracadute ancora chiuso. A un certo istante apre il paracadute e, dopo un breve intervallo di tempo, raggiunge una nuova velocità di regime, molto più bassa. Si confrontino le intensità della forza di resistenza dell'aria sul paracadutista nelle due situazioni a regime, rispettivamente con il paracadute aperto e chiuso. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?
  - Il rapporto tra le due intensità è uguale al rapporto tra le due velocità.
  - Il rapporto tra le due intensità è uguale all'inverso del rapporto tra le due velocità.
  - C L'intensità della forza a paracadute aperto dipende dalle dimensioni del paracadute.
  - La forza a paracadute chiuso è più intensa a causa della maggiore velocità.
  - E Le due intensità sono uguali.

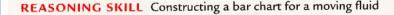
[Olimpiadi della Fisica 2005, Gara di I livello]

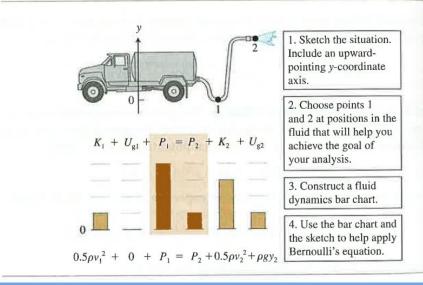
IN ENGLISH

- 6. The non-fundamental unit "poise" is given by:  $\triangle L^2 T^{-1}$ 
  - $\mathbb{B}$   $MLT^{-1}$
  - C  $ML^{-1}T^{-1}$ D  $ML^{2}T^{-2}$
  - $\mathbb{E} LT^{-1}$

- 7. A cylindrical pipe has a radius of 12 cm in one region where the fluid speed is 0.2 m/s. In another region, the pipe is narrower with a radius of 4 cm. The fluid speed in this region is most nearly:
  - A 9 m/s B 0.6 m/s C 1.8 m/s

D 0.011 m/s E 0.067 m/s Bernoulli's equation looks fairly complex and might be difficult to use for visualizing fluid dynamics processes. However, since Bernoulli's equation is based on the work-energy principle, we can represent such processes using energy bar charts similar to the ones used in Chapter 6 (here the bars represent pressures and energy densities). The following Reasoning Skill box describes how to construct a fluid dynamics bar chart for a process. The procedure is illustrated for the following process: A fire truck pumps water through a big hose up to a smaller hose on the ledge of a building. Water sprays out of the smaller hose onto a fire in the building. Compare the pressure in the hose just after leaving the pump to the pressure at the exit of the small hose.





#### PROBLEM-SOLVING STRATEGY Applying Bernoulli's Equation

#### EXAMPLE 11.3 Removing a tack from a water bottle

What is the speed with which water flows from a hole punched in the side of an open plastic bottle? The hole is 10 cm below the water surface.

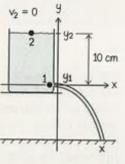
#### Sketch and translate

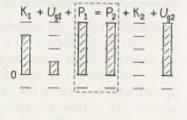
- Sketch the situation. Include an upwardpointing y-coordinate axis. Choose an origin for the axis.
- Choose points 1 and 2 at positions in the fluid where you know the pressure/ speed/position or which involve the quantity you are trying to determine.
- Choose a system.

- Choose the origin of the vertical y-axis to be the location of the hole.
- Choose position 1 to be the place where the water leaves the hole and position 2 to be a place where the pressure, elevation, and water speed are known—at the water surface y<sub>2</sub> = 0.10 m and v<sub>2</sub> = 0. The pressure in Bernoulli's equation at both positions 1 and 2 is atmospheric pressure, since both positions are exposed to the atmosphere (P<sub>1</sub> = P<sub>2</sub> = P<sub>atm</sub>).
- Choose Earth and the water as the system.

#### Simplify and diagram

- Identify any assumptions you are making. For example, can we assume flow without friction?
- Construct a Bernoulli bar chart.
- Assume that the fluid flows without friction.
- Assume that y<sub>2</sub> and y<sub>1</sub> stay constant during the process, since the elevation of the surface decreases slowly compared to the speed of the water as it leaves the tiny hole.
- Draw a bar chart that represents the process.





#### **Represent mathematically**

- Use the sketch and bar chart to help apply Bernoulli's equation.
- You may need to combine Bernoulli's equation with other equations, such as the equation of continuity  $Q = v_1 A_1 = v_2 A_2$  and the definition of pressure  $P = \frac{F}{A}$ .

#### Solve and evaluate

- Solve the equations for an unknown quantity.
- Evaluate the results to see if they are reasonable (the magnitude of the answer, its units, how the answer changes in limiting cases, and so forth).

 We see from the sketch and the bar chart that the speed of the fluid at position 2 is zero (zero kinetic energy density) and that the elevation is zero at position 1 (zero gravitational potential energy density). Also, the pressure is atmospheric at both 1 and 2. Thus,

$$(1/2)\rho(0)^{2} + \rho g y_{2} + P_{atm} = P_{atm} + (1/2)\rho v_{1}^{2} + \rho g(0)$$
  
$$\Rightarrow \rho g y_{2} = (1/2)\rho v_{1}^{2}$$

Solve for v<sub>1</sub>

$$v_1 = \sqrt{2gy_2}$$

Substituting for g and  $y_2$ , and  $y_2$ , we find that

 $v_1 = \sqrt{2(9.8 \text{ m/s}^2)(0.10 \text{ m})} = 1.4 \text{ m/s}$ 

The unit m/s is the correct unit for speed. The magnitude seems reasonable for water streaming from a bottle (if we obtained 120 m/s it would be unreasonably high).

#### Active Learning Guide >

**Try it yourself:** In the above situation the water streams out of the bottle onto the floor a certain horizontal distance away from the bottle. The floor is 1.0 m below the hole. Predict this horizontal distance using your knowledge of projectile motion. [*Hint:* Use Eqs. (3.7) and (3.8).]

Answer: The equations yield a result of 0.63 m. However, if we were to actually perform this experiment with a tack-sized hole, the water would land short of our prediction because there is friction between a small hole and the water. In order to make the water land 0.63 m from the bottle, we must increase the diameter of the hole to about 3 mm. We discuss the effect of friction on fluid flow later in the chapter.

#### **Conceptual Questions**

- 13. A hair dryer blowing air over a ping-pong ball will support it, as shown in Figure Q11.13. Construct a force diagram for the ball. Explain in terms of forces how the ball can remain in equilibrium.
- 14. You have two identical large jugs with small holes on the side near the bottom. One jug is filled with water and the other with liquid mercury. The liquid

in each jug, sitting on a table, squirts out the side hole into a container on the floor. Which container, the one catching the water or the one catching the mercury, must be closer to the table in order to catch the fluid? Or should they be placed at the same distance? Which jug will empty first, or do they empty at the same time? Explain.

- 15. Why does much of the pressure drop in the circulatory system occur across the arterioles (small vessels carrying blood to the capillaries) and capillaries as opposed to across the much larger diameter arteries?
- 16. If you partly close the end of a hose with your thumb, the water squirts out farther. Give at least one explanation for why this phenomenon occurs.

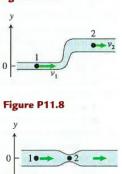
#### 11.1 and 11.2 Fluids moving across surfaces-qualitative analysis and Flow rate and fluid speed

- Watering plants You water flowers outside your house. (a) Determine the flow rate of water moving at an average speed of 32 cm/s through a garden hose of radius 1.2 cm. (b) Determine the speed of the water in a second hose of radius 1.0 cm that is connected to the first hose.
- 2. Irrigation canal You live near an irrigation canal that is filled to the top with water. (a) It has a rectangular cross section of 5.0-m width and 1.2-m depth. If water flows at a speed of 0.80 m/s, what is its flow rate? (b) If the width of the stream is reduced to 3.0 m and the depth to 1.0 m as the water passes a flow-control gate, what is the speed of the water past the gate?
- 3. Fire hose During a fire, a firefighter holds a hose through which 0.070 m<sup>3</sup> of water flows each second. The water leaves the nozzle at an average speed of 25 m/s. What information about the hose can you determine using these data?
- 4. The main waterline for a neighborhood delivers water at a maximum flow rate of 0.010 m<sup>3</sup>/s. If the speed of this water is 0.30 m/s, what is the pipe's radius?

#### 11.4 Bernoulli's equation

#### Figure P11.7

 Represent the process sketched in Figure P11.7 using a qualitative Bernoulli bar chart and an equation (include only terms that are not zero).
 Represent the process sketched in Figure P11.8 using a qualitative Bernoulli bar chart and an equation (include only terms that are not zero).
 Fluid flow problem Write a symbolic equation (include only terms that are not zero) and draw a sketch of a situation



that could be represented by the qualitative Bernoulli bar chart shown in Figure P11.9 (there are many possibilities).
10. Repeat Problem 9 using the bar chart in Figure

#### P11.10.

- Repeat Problem 9 using the bar chart in Figure P11.11.
- 12. Repeat Problem 9 using the bar chart in **Figure**

#### P11.12.

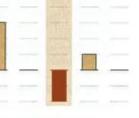
- 13. An application of Bernoulli's equation is shown below. Construct a qualitative Bernoulli bar chart that is consistent with the equation and draw a sketch of a situation that could be represented by the equation (there are many possibilities).  $\rho g y_2 = 0.5 \rho v_1^2$
- 14. Repeat Problem 13 using the equation below. The size of the symbols represents the relative magnitudes of the physical quantities at two points.  $0.5\rho v_1^2 + (P_1 - P_2) =$  $0.5 \rho v_2^2$



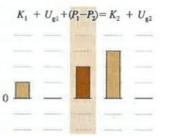
# $K_1 + U_{g1} + (P_1 - P_2) = K_2 + U_{g2}$

#### Figure P11.10

 $K_1 + U_{g1} + (P_1 - P_2) = K_2 + U_{g2}$ 



#### Figure P11.11



15. Repeat Problem 13 using the equation below. The size of the symbols represents the relative magnitudes of the physical quantities at two points.  $0.5\rho v_1^2 + (P_1 - P_2) =$  $0.5\rho v_2^2 + \rho g v_2$ 

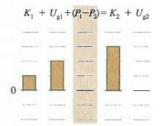
16. \* Wine flow from barrel

While visiting a winery,

you observe wine shoot-

ing out of a hole in the

#### Figure P11.12



bottom of a barrel. The top of the barrel is open. The hole is 0.80 m below the top surface of the wine. Represent this process in multiple ways (a sketch, a bar chart, and an equation) and apply Bernoulli's equation to a point at the top surface of the wine and another point at the hole in the barrel.

17. Water flow in city water system Water is pumped at high speed from a reservoir into a large-diameter pipe. This pipe connects to a smaller diameter pipe. There is no change in elevation. Represent the water flow from the large pipe to the smaller pipe in multiple ways—a sketch, a bar chart, and an equation.