

## Capitolo 2

### Proposte di percorsi nella ricerca in Didattica della fisica

#### Analisi di percorsi elaborati nell'ambito della ricerca in didattica

Anche se la fisica dell'ultimo secolo non è ancora entrata a far parte della prassi dell'insegnamento secondario esiste tuttavia un'ampia letteratura che documenta numerose esperienze effettuate nelle classi. Queste esperienze sono impostate in modo differente, utilizzano le metodologie più varie e si basano su approcci diversi. Vediamo alcuni dei filoni principali.

A livello di scuola secondaria e nei libri di testo è molto diffuso un approccio storico che arriva ad una discussione dei modelli atomici passando attraverso riflessioni circa l'analisi di "episodi storici": dal problema della radiazione corpo nero, all'analisi dell'effetto fotoelettrico e dell'effetto Compton, all'atomo di Bohr fino ad arrivare all'enunciazione qualitativa del principio di indeterminazione e della complementarità.

Tale approccio può essere interessante ma presenta, come si è visto anche nel precedente capitolo, svariati problemi.

La mancanza di un formalismo matematico di base rischia infatti di ridurre l'insegnamento della meccanica quantistica ad una trattazione quasi discorsiva limitata alla "vecchia teoria dei quanti", basata ancora su modelli semiclassici. Una conseguenza riscontrata in diverse sperimentazioni (Giliberti, Lanz, 2004), e già discussa, è che presentazioni qualitative di una teoria che prevede "stranezze" come salti quantici, dualismo onda-corpuscolo e grandezze indeterminate possono ingenerare sensazioni di disagio.

Diventa quindi necessario porsi il problema di capire se è possibile introdurre una base formale accessibile che possa fornire un supporto rigoroso alla trattazione della teoria.

In merito a questo può essere interessante valutare la proposta di percorso di Gesche **Pospiech**, basata sulla convinzione che "E' impossibile capire la meccanica quantistica senza possederne le strutture matematiche." (Pospiech, 1999).

Anche se a scuola l'apparato matematico della meccanica quantistica non può essere del tutto sviluppato, secondo l'autrice le idee principali possono essere presentate considerando essenzialmente lo spin e trattandolo formalmente con le matrici di Pauli. Nel suo percorso di meccanica quantistica non è prevista nessuna introduzione storica e lo spin e la sua trattazione formale sono introdotti fin dall'inizio. I vantaggi di questa scelta, secondo l'autrice, sono i seguenti:

- Lo spin è una proprietà che non ha analoghi classici e, dunque, permette di arrivare direttamente al cuore della teoria senza passare attraverso quelle rappresentazioni semi-classiche, poi difficili da sradicare.
- La matematica degli spin è relativamente semplice, infatti le matrici di Pauli sono matrici 2x2 che solitamente studenti del liceo sanno trattare.
- Con l'uso di queste semplici matrici si può dare una base formale a molti concetti importanti della teoria quantistica. Ad esempio, il "principio" di indeterminazione di Heisenberg può essere fin da subito messo in relazione alla non-commutabilità degli operatori e, dunque, non presentato

come espressione della nostra incapacità di misurare accuratamente proprietà reali. Con le matrici di Pauli, inoltre, è possibile dare forma a cosa si intende quando si parla di stato, della sua preparazione, del fare una misura e, anche, se si considera un sistema di due spin, ad uno stato entangled.

- La trattazione dello spin è sufficiente per aprire la via alla discussione di aspetti filosofici della meccanica quantistica particolarmente importanti: la questione della misura, del rapporto micro-macro e della non-località.
- Lo spin è un fenomeno di speciale importanza nei moderni esperimenti, dalla risonanza magnetica nucleare usata in applicazioni mediche, alla realizzazione dell'esperimento di EPR.

Un altro approccio interessante è quello proposto da **Ghirardi**, tradotto in una proposta didattica dal gruppo di ricerca di Udine (Michelini, Stefanel, 2004). In questo approccio si propone un'introduzione alle idee della fisica quantistica a partire dal riconoscimento del ruolo del principio di sovrapposizione per la comprensione dello stato quantico.

Nello specifico si propone di iniziare analizzando la fenomenologia della polarizzazione della luce, da analizzare mediante semplici esperimenti con polaroid e materiali birifrangenti (cristalli di calcite).

"In questo quadro, esaminando situazioni specifiche con il bagaglio culturale di uno studente di scuola secondaria, si possono discutere a fondo nuclei fondanti della meccanica quantistica, come il concetto di stato ed indeterminismo quantico, proprietà incompatibili, non località e processo di misura." (Michelini Stefanel, 2004).

Anzitutto l'approccio attraverso la legge di Malus consente di evidenziare come l'interazione della luce con polaroid svolge il doppio ruolo di preparazione e misura rispetto ad uno stato di polarizzazione dei fotoni.

Dal punto di vista didattico i pregi di questo percorso risiedono nel fatto che l'analisi fenomenologica di semplici situazioni sperimentali motiva e sostiene gli studenti nella formulazione di ipotesi interpretative. Si riescono quindi a costruire con gradualità le caratteristiche degli enti formali, che entreranno a far parte del modello interpretativo.

In questo caso, però, la scelta di focalizzare l'attenzione sulla luce, e non su sistemi di spin  $\frac{1}{2}$  come ha fatto Pospiech, fa sì che di fatto il formalismo non possa essere sviluppato in modo coerente oltre al principio di sovrapposizione.

La scelta del formalismo matematico è cruciale in un percorso di meccanica quantistica, il rischio di scontrarsi con concetti matematici troppo complessi rispetto alle possibilità degli studenti è molto alto.

Come si è visto, l'opzione sulla scelta del formalismo da utilizzare non è quindi neutra né dal punto di vista disciplinare né da quello epistemologico, dal momento che è fortemente vincolata da quali aspetti si vogliono sottolineare della teoria.

Nei due percorsi appena visti la scelta è opposta: Pospiech è alla ricerca di un formalismo minimale, ed ottiene un ottimo risultato quanto a comprensibilità ed applicabilità, deve però rinunciare a considerare l'evoluzione temporale dei fenomeni. Al contrario il percorso di Udine ottiene un buon approccio sperimentale che implica un formalismo che non può essere molto sviluppato.

Un terzo modo di affrontare il problema del formalismo è quello del gruppo di ricerca di Roma in una proposta rivolta soprattutto a futuri insegnanti di fisica laureati in Matematica (Giannelli, Tarsitani, 2003). Il percorso è fortemente caratterizzato da un'analisi formale dei sistemi lineari della fisica classica al fine ad introdurre il formalismo della meccanica quantistica "sfruttando l'analogia formale parziale con i sistemi classici che godono della stessa proprietà" (Giannelli, Tarsitani, 2003).

Il percorso prevede:

- un approfondimento dello studio dei sistemi armonici, descritti da equazioni del moto lineari e omogenee, sottolineando come il loro moto sia "retto dal principio di sovrapposizione" (Tarsitani, Giannelli, 2003). Già in questa prima fase si adotta una notazione alla Dirac per esprimere le proprietà del sistema, dopo aver associato ad ogni sistema armonico uno spazio vettoriale astratto con un numero di dimensioni pari al numero di gradi di libertà del sistema;
- un'introduzione dei "principali problemi teorici e sperimentali che producono le prime incrinature nel quadro classico: l'evidenza relativa alla radiazione termica, i calori specifici alle basse temperature, la dualità onda-corpuscolo e la struttura atomica" (Giannelli, Tarsitani, 2003), mostrando le prime ipotesi quantistiche come giustificazioni formali di alcuni aspetti dell'evidenza sperimentale, senza inserirle in un quadro teorico interpretativo;
- la costruzione di un quadro coerente evidenziando come il crollo dell'analogia stabilita tra formalismo classico e quantistico intervenga nel processo di misura, le cui conseguenze circa la connessione causale sono completamente diverse da quelle della fisica classica;
- l'applicazione del formalismo studiato ad altri fenomeni in cui l'interferenza assume un ruolo centrale, per esempio alla "classica" esperienza delle due fenditure;
- l'introduzione di ipotesi interpretative del formalismo ormai noto.

Le problematiche di questo percorso a cui il gruppo sta lavorando risiedono nelle possibili difficoltà del formalismo utilizzato. Sono infatti necessari prerequisiti matematici piuttosto alti che, per essere posseduti da studenti di scuola secondaria superiore, richiedono un ripensamento piuttosto sostanziale fin dall'insegnamento della fisica classica.

Un altro importante problema affrontato dalla ricerca, accanto a quello del formalismo ma non disgiunto da questo, è come guidare gli studenti ad entrare in una teoria in cui sembra essere bandita la visualizzazione degli oggetti e del loro comportamento.

La ricerca è quasi unanime nel ritenere che il percorso storico, se troppo enfatizzato, fornisce immagini semiclassicali che si fissano nella mente degli studenti.

Una strada che la ricerca sta esplorando è quella in fondo suggerita da Heisenberg, quando distingueva tra "visualizzazione" e "visualizzabilità". Per il fisico tedesco, infatti, gli oggetti quantistici sono descrivibili soltanto con la matematica e non con immagini, seppur metaforiche, derivanti dalla fisica classica

(si pensi ad esempio ai modelli a "panettone" di Thomson, a quello planetario di Rutherford, o alle onde e ai corpuscoli). Questo significa che la meccanica quantistica impone di rinunciare all'idea di una loro "visualizzazione" (*Anschauung*), ma non alla possibilità di una "visualizzabilità" (*Anschaulichkeit*) delle loro proprietà matematiche, come fanno, ad esempio, i diagrammi di Feynman.

Come dice Miller, "Nella fisica classica visualizzazione e visualizzabilità sono sinonimi, in meccanica quantistica diventano concetti differenti" (Miller, 1994).

Greco, in un suo articolo sulle "Metafore nella divulgazione scientifica", ricorda che "Negli anni trenta Heisenberg formula un'estensione del principio di complementarità di Bohr in cui sostiene che in meccanica quantistica visualizzazione e visibilità si escludono a vicenda. La visualizzazione è l'immagine o la metafora visiva prodotta dal nostro apparato cognitivo e imposta alla fisica classica; la visualizzabilità è (ri)definita come l'intuizione o la metafora prodotta dalla matematica della meccanica quantistica." (Greco, 1995).

Dunque, il problema della visualizzazione in meccanica quantistica, prima di essere un problema didattico, è un problema che tocca i fondamenti della teoria, e fu Schrödinger a sollevarlo, quando, nel 1926, proponendo un nuovo formalismo per la meccanica dei quanti, intendeva restituire all'atomo la sua immagine realista visualizzando gli elettroni come pacchetti d'onda, strettamente confinati, che si distribuiscono attorno al nucleo dell'atomo e si comportano come normali vibrazioni elettromagnetiche.

Sulla base anche di queste consapevolezza, la ricerca in didattica, quando accetta l'interpretazione di Copenaghen, si sta muovendo nella direzione di mettere in discussione ogni tentativo di visualizzazione (ad esempio ponendo attenzione all'utilizzo delle immagini semi-classiche della prima fisica quantistica), e di sottolineare il significato modellistico delle visualizzazioni che si possono fare oggi delle proprietà matematiche, utilizzando simulazioni al computer. Questa strada in Italia è oggi esplorata soprattutto dal gruppo di Trento, nell'ambito di un obiettivo più generale che è quello di fornire, ai futuri insegnanti e a studenti di scuola secondaria, strumenti adeguati per cogliere il ruolo delle nuove tecnologie nella ricerca in fisica, ad esempio, nelle modellizzazioni della attuale spettroscopia molecolare.

## Una proposta di percorso

### I presupposti

Il progetto che ora si descriverà è stato elaborato per essere svolto in classi quinte di liceo scientifico, indirizzo PNI. Pertanto ci si è mossi con l'obiettivo di capire soprattutto a quale livello di formalismo si può arrivare oggi a scuola.

Gli obiettivi generali del progetto riguardano l'immagine di fisica che si intende contribuire a trasmettere. Nello specifico il progetto è stato costruito per:

- guidare gli studenti ad analizzare criticamente la nascita di una teoria, mostrando il *contesto di ricerca* ed esplicitando tipici esempi di problemi e domande che hanno storicamente imposto un ripensamento ed una evoluzione della conoscenza;
- fornire esempi di *dibattiti scientifici* su alcuni problemi interpretativi con il duplice scopo di porre gli studenti di fronte a importanti "controversie scientifiche" e dare loro l'opportunità di riflettere su concetti chiave guardandoli da diverse prospettive;
- riflettere sulla *dinamica di costruzione* di una teoria, nel caso emblematico in cui il formalismo ha preceduto in modo significativo la sua fase interpretativa;
- mostrare che "la meccanica quantistica, pur così lontana dal senso comune e pur così dibattuta sul piano interpretativo, è comunque una teoria basata su una solida struttura formale che ha la caratteristica di essere "lineare" (Giannelli, Tarsitani, 2003).

Come obiettivi specifici, il progetto è stato pensato per:

- favorire la comprensione di *concetti chiave* come l'indeterminazione, la complementarità, il principio di sovrapposizione, la misura, la non-località, sia mediante una loro analisi epistemologica sia una loro trattazione formale che passava attraverso i concetti di sistema quantistico, stato, osservabile, probabilità epistemica e non-epistemica, autostato e autovalore;
- aiutare gli studenti a cogliere gli aspetti di rottura e di continuità tra fisica classica e fisica quantistica, riflettendo in particolare sulla crisi della possibilità di "visualizzare" l'*oggetto* quantistico e sulla necessità di riferirsi a modelli matematici per dare ad esso una forma intelligibile;
- fornire criteri per leggere in modo critico *testi divulgativi* e scrivere *saggi brevi*;
- fornire spunti per *aperture interdisciplinari*, anche in previsione del colloquio orale dell'esame di stato.

La scelta delle strategie didattiche da utilizzare e dei materiali di supporto è un aspetto rilevante da valutare fin dalla fase progettuale, soprattutto quando si è consapevoli che si intende chiedere agli studenti un alto livello d'impegno, attenzione e coinvolgimento. E' un fatto risaputo che la meccanica quantistica desta solitamente molto interesse in studenti dell'ultimo anno di liceo, tuttavia non è banale condurli oltre un livello narrativo, nella direzione di cogliere l'importanza culturale degli aspetti interpretativi e di sentire la necessità di

avventurarsi dentro alcune pieghe del formalismo. Per riuscire a dare al percorso un "tono" tale da tener alta l'attenzione e il coinvolgimento occorre innanzitutto porre molta attenzione a non scivolare dentro aspetti che possano risultare per gli studenti oziosi o troppo tecnicistici. La trattazione deve essere tale da poter essere vissuta come una sfida culturale di alto profilo, che richiede loro impegno, ma che vale la pena di essere accettata. E' stato pertanto ritenuto importante scegliere contenuti, letture e attività che mostrassero in modo esplicito agli studenti quanto i temi e i problemi trattati fossero importanti sia per la cultura *tout court* del XX secolo, sia per la loro crescita intellettuale. A tale scopo sono state fatte le seguenti scelte:

- testi di supporto "autorevoli", oltre che vari, al fine di mostrare la rilevanza culturale delle tematiche trattate (in particolare sono stati scelti brani da articoli di ricerca originali, saggi di critica storico-epistemologica, filmati di Rai-Educational, brani tratti da testi divulgativi e dall'opera teatrale Copenaghen di M. Frayn);
- attività differenziate in modo da poter coinvolgere tutti gli studenti (oltre allo svolgimento di esercizi e problemi qualitativi e quantitativi, sono state previste letture e discussioni in classe di saggi e di filmati, esercizi di scrittura);
- bilanciamento delle diverse fasi del percorso come tempi, ma soprattutto come contenuti.

Infatti, come si vedrà meglio nel paragrafo successivo, il percorso è articolato in quattro fasi caratterizzate da tagli fortemente diversi (rispettivamente storico, epistemologico, fenomenologico-descrittivo, formale) al fine di poter rispondere a esigenze differenziate degli studenti.

### Il percorso concettuale

Il percorso progettato è articolato in due parti, ognuna di esse divisa in due fasi. Il filo conduttore della prima parte è un'analisi storico-epistemologico di come cambia il concetto di oggetto nel passaggio dalla fisica classica alla fisica quantistica. La seconda parte va nella direzione di una sistematizzazione formale di concetti già introdotti, passando attraverso un'analisi fenomenologica di esperimenti alla Stern e Gerlach.

Fin dalla progettazione si è cercato che nessuna delle due parti fosse prevalente sull'altra e si è mirato a progettarle in modo tale che una contribuisse a dare significato all'altra.

In questo modo si pensava di poter coinvolgere sia quegli studenti che più facilmente seguono una trattazione filosofico-concettuale, perché hanno la possibilità di arrivare alla parte formale con un ricco bagaglio interpretativo, sia quegli studenti maggiormente attratti dagli aspetti formali, perché l'ultima parte li può aiutare a ripensare ai dibattiti già trattati.

Qui di seguito sono esplicitate le caratteristiche principali di ogni fase, mentre nel prossimo paragrafo si procederà ad una descrizione più dettagliata di alcuni contenuti trattati e di scelte specifiche effettuate.

Tratto da F. Tarozzi – Un progetto di insegnamento della meccanica quantistica a livello di scuola secondaria superiore: alla ricerca di un formalismo possibile – Tesi di laurea specialistica in Fisica, Relatore O. Levrini - Co-relatori: N. Grimellini Tomasini, P. Fantini (ottobre 2005).

## I parte

### I fase: Dalla fisica classica alla fisica quantistica

Questa fase rappresenta l'introduzione alla teoria e il taglio scelto è di tipo storico.

L'obiettivo principale è sottolineare come “alla fine dell’800 e ad inizio ‘900 la fisica conosciuta presentava importanti “problemi di confine”” (Tarsitani, 2004), come quello, già riconosciuto da Maxwell e ripreso da Einstein sul suo articolo del 1905, dell'inconciliabilità del modello discreto su cui si basava la meccanica statistica e di quello continuo dell'elettromagnetismo. Nel presentare le ipotesi di conciliazione, si affrontano il problema del corpo nero, l'effetto fotoelettrico, l'effetto Compton e si arriva al modello atomico di Bohr. Si pone inoltre l'accento sui presupposti della fisica via via messi in discussione, in particolare sui primi sintomi di crisi della concezione dell'oggetto (ora non più né onda né corpuscolo) e del principio di causalità.

I testi di riferimento considerati sono: articoli originali (Einstein, 1905); articoli di ricerca in Didattica della Fisica di (Giannelli, Tarsitani, 2003).

Le attività previste in questa fase sono: lezioni frontali, analisi e discussioni in classe di brani tratti dai testi di riferimento; esercizi qualitativi e quantitativi tratti dai libri di testo.

### II fase: La nascita della teoria e dell'interpretazione di Copenaghen

In questa seconda fase sono introdotti e discussi principalmente i concetti di indeterminazione e di complementarità, analizzando alcuni dibattiti importanti che hanno accompagnato la nascita dell'interpretazione di Copenaghen:

- il dibattito tra Heisenberg e Bohr sull'indeterminazione;
- il dibattito tra Bohr e Einstein sulla complementarità, sul problema del realismo e sul rapporto macroscopico-microscopico;
- il dibattito tra Heisenberg e Schrödinger sulla visualizzabilità dell'oggetto.

In questa fase il taglio dato alla trattazione è soprattutto storico-epistemologico.

I testi e i materiali di riferimento considerati sono: articoli originali, saggi di critica storico-epistemologica, l'opera teatrale “Copenaghen”, filmati di Rai-Education “I grandi del Novecento” (Agapito et. al., 1996)

Le attività previste sono: lezioni frontali, analisi e discussione in classe di brani tratti dai testi; visione e commento dei filmati; esercizi di scrittura di saggi brevi.

## II parte

### III fase: Verso la formalizzazione

Obiettivo di questa fase è quello di preparare un terreno di tipo “fenomenologico” per la formalizzazione. Si riprendono i numeri quantici a partire da una rilettura delle proprietà chimiche degli elementi e della tavola periodica; si introduce il principio di esclusione di Pauli e si presenta l'apparato di Stern e Gerlach mostrando i risultati che si ottengono con atomi preparati in stati diversi che attraversano diverse successioni di dispositivi con differenti assi privilegiati.

In questa fase il taglio dato alla trattazione è volutamente “descrittivo”.

Tratto da F. Tarozzi – Un progetto di insegnamento della meccanica quantistica a livello di scuola secondaria superiore: alla ricerca di un formalismo possibile – Tesi di laurea specialistica in Fisica, Relatore O. Levrini - Co-relatori: N. Grimellini Tomasini, P. Fantini (ottobre 2005).

I testi e i materiali di riferimento sono: libri di testo di chimica e di fisica (Sakurai, 1996), testi divulgativi e semidivulgativi (Ghirardi, 1997).

Le attività previste sono: lezioni frontali, analisi e discussione in classe dei materiali.

### IV fase: Formalizzazione

In quest'ultima fase si introduce un formalismo matematico in grado di strutturare la fenomenologia presentata. L'idea di base è quella di enfatizzare le analogie tra il comportamento fenomenologico mostrato dagli atomi passando attraverso diverse serie di apparati di Stern e Gerlach e il comportamento formale di enti matematici come i vettori e le matrici. “Per sviluppare questa idea i concetti di sistema, stato, operatore, autostato e autovalore sono prima introdotti da un punto di vista puramente matematico e poi possono essere associati a grandezze fisiche” (Ghirardi, 2000).

La trattazione prevede sia una introduzione formale di carattere generale utilizzando una notazione alla Dirac, sia un ancoraggio all'esempio specifico della rappresentazione matriciale dello spin utilizzando le matrici di Pauli.

Sulla base di questi presupposti matematici si procede verso una traduzione formale del principio di indeterminazione, dell'interpretazione probabilistica, dell'entanglement.

Testi e materiali di riferimento: saggi di fisica (Dirac, 1976), testi divulgativi e semidivulgativi (Ghirardi, 1997, Penrose, 1992).

Attività previste: lezioni frontali, analisi e discussione in classe dei materiali.

## Discussione del percorso

In questo paragrafo si discuteranno più nel dettaglio alcuni aspetti salienti e peculiari delle singole fasi del progetto. Tale trattazione sarà particolarmente utile per comprendere, in rapporto con l'analisi dei risultati del progetto, dove possano risiedere le radici di eventuali fraintendimenti o errate concezioni.

### Prima fase: Dalla fisica classica alla fisica quantistica

La scelta di fondo di questa prima fase consiste nel collocare le “prime ipotesi quantistiche” (corpo nero, effetto fotoelettrico, effetto Compton, dualismo onda-corpuscolo, atomo di Bohr) nell'ambito del “dilemma onda-corpuscolo” dibattito tra XIX e XX secolo (Tarsitani, 1983; Giannelli, Tarsitani, 2003).

Si è scelto di dare all'introduzione storica un taglio molto particolare per riuscire a fare emergere le problematiche principali che hanno portato alla formulazione delle prime ipotesi quantistiche. In particolare, si voleva che gli studenti cogliessero come tali ipotesi permettessero di dare ragione di incongruenze presenti nella fisica che emergono quando si trattano tipici problemi di confine come, ad esempio, lo scambio di energia tra radiazione e materia.

A questo fine il progetto prevede di partire con un riesame delle conoscenze che si avevano nella seconda metà del XIX secolo, mettendo

soprattutto in luce che l'“universo invisibile” era costituito da due componenti principali: l'“etere” (idea suffragata dalla teoria di campo elettromagnetico) e le *particelle* (idea suffragata dalla teoria cinetica dei gas). La coesistenza di oggetti di natura così profondamente diversa ha stimolato storicamente la discussione per stabilire quale dei due enti fosse quello “fondamentale”, ovvero per stabilire quale teoria fosse da considerarsi alla base della conoscenza: se la meccanica (e in questo caso occorre trovare un fondamento meccanico all'elettromagnetismo, evidenziando nello specifico proprietà meccaniche dell'etere) oppure se l'elettromagnetismo (e in questo caso occorre ricondurre il mondo microscopico e, in particolare, le proprietà della materia alle leggi dell'elettromagnetismo).

Alla fine del XIX secolo, il dibattito assunse nuove connotazioni quando ci si accorse di alcuni “problemi di confine” tra i due modelli, come il problema della radiazione di corpo nero, quello del calore specifico dei solidi e della radiazione (ovvero il problema di estendere una teoria del calore specifico costruita per i gas a sistemi che hanno sempre più gradi di libertà) o il problema della struttura atomica. Tali problemi trasformarono il dibattito da una ricerca su quale fosse l'ente fondamentale a come risolvere incoerenze tra i modelli.

Le prime ipotesi quantistiche vengono pertanto introdotte come ipotesi di conciliazione soprattutto mirate a dar conto delle fenomenologie individuate ma che portano al risultato che “In base ai fenomeni citati, il dilemma onda-corpuscolo assume la forma di un profondo contrasto tra il carattere “discreto” e “localizzato” dell'interazione dinamica (vista come scambio di energia-impulso) e il carattere “delocalizzato” della cinematica di ciò che si “propaga”. Entriamo così nel regno della “complementarità”, che vale non solo per la luce ma anche per le cosiddette “particelle elementari”: lo strumento rivela a quanti localizzati ciò che sembra propagarsi come un'onda” (Giannelli, Tarsitani, 2005, In viaggio verso la fisica quantistica, pre-print F21)

Dunque, “l'oggetto che si manifesta al mondo è un oggetto che urta e diffrange; le proprietà energia e quantità di moto sono osservate con valori discreti in un mondo in cui incomincia ad andare in crisi il principio di causalità.” (Giannelli, Tarsitani, 2005, In viaggio verso la fisica quantistica, pre-print F21)

Questa fase del percorso è cruciale per gli studenti che devono per primi “mettere in crisi” il loro stesso modo di intendere la fisica così come la hanno studiata nel corso del loro percorso formativo. La trattazione dei dibattiti sulle nascenti problematiche dovrebbe servire quindi a fornire delle basi da cui partire per dare un indirizzo ed una forma al proprio cambiamento concettuale.

Questa fase del percorso termina quindi aprendo un ampio ventaglio di problematiche che non possono trovare una risposta se non al di fuori della fisica classica. Il suo scopo principale consiste nel preparare il terreno su cui poi si dovrà inserire la trattazione di alcuni dei concetti chiave della teoria quantistica.

## II fase: la nascita della teoria e dell'interpretazione di Copenhagen

Questa fase è progettata con lo scopo principale di utilizzare alcuni dibattiti scientifici per:

- non far cadere gli studenti in fraintendimenti noti in letteratura di ricerca circa l'interpretazione dell'indeterminazione;
- introdurre una chiara differenziazione tra concetti basilari quali, ad esempio, incertezza e indeterminazione o limite teorico e limite sperimentale di una misura;
- guidarli a comprendere le differenti interpretazioni che di tale principio è possibile dare.

A questo fine si è proceduto innanzitutto ad un'analisi dell'articolo che nel marzo del 1927 Heisenberg spedisce alla “Zeitschrift fur Physik” intitolato “*Sul contenuto osservabile della cinematica e della meccanica quantistiche*”, per estrapolarne parti salienti da discutere con gli studenti.

Le parti individuate sono le seguenti:

1. Le difficoltà e i problemi che l'articolo intende affrontare.

“La difficoltà con cui è necessario confrontarsi in questo ambito è che non si può osservare ciò che accade all'interno dell'atomo, ma si possono osservare solo le proprietà esterne di un grande numero di atomi” (Heisenberg, 1927).

Il problema della determinazione simultanea di posizione e velocità di un particella, formalizzato da Heisenberg nelle due domande:

*I. Può il formalismo matematico tener conto che posizione e velocità di una particella sono determinabili, simultaneamente, solo con una precisione limitata?*

*II. Se la precisione limitata è ammessa dalla teoria, può essere compatibile con la massima accuratezza che si può ottenere in un esperimento di misura?*

2. La formulazione del principio di indeterminazione come risposta alle due domande e la presentazione dell'esperimento mentale del microscopio a raggi gamma ideato per fornire una risposta alla seconda domanda:

“Al momento della determinazione della posizione dell'elettrone, quando il quanto di luce è diffuso, cambia la quantità di moto in modo discontinuo. Questo cambiamento è tanto maggiore quanto minore è la lunghezza d'onda della luce cioè quanto maggiore è la precisione nel determinare la posizione. Quindi, nel momento in cui si sta determinando la posizione dell'elettrone la quantità di moto può essere conosciuta solo entro un valore che corrisponde al cambiamento discontinuo; allora, più esattamente si determina la posizione, tanto più imprecisa sarà, nello stesso istante, la determinazione della velocità e viceversa” (Heisenberg, 1927).

3. La crisi del principio di causalità come conseguenza del principio di indeterminazione:

“Il limite di precisione menzionato sopra, che è imposto dalla natura, ha l'importante conseguenza che in certo senso cessa di essere valida la legge di causalità” ...”nella formulazione rigorosa della legge causale - se conosciamo il presente possiamo calcolare il futuro - non è la conclusione ad essere sbagliata bensì la premessa....non si possono conoscere con certezza la posizione e la

Tratto da F. Tarozzi – Un progetto di insegnamento della meccanica quantistica a livello di scuola secondaria superiore: alla ricerca di un formalismo possibile – Tesi di laurea specialistica in Fisica, Relatore O. Levrini - Co-relatori: N. Grimellini Tomasini, P. Fantini (ottobre 2005).

velocità iniziale per cui si può calcolare solo un intervallo di possibilità per posizione e velocità in ogni istante futuro. A causa di questa indeterminazione sul moto futuro dell'elettrone le leggi e le predizioni della meccanica quantistica "sono in generale solo di tipo statistico". Non si può mai predire esattamente il risultato di una singola misura di un qualsiasi processo atomico, ma si può predire solo la probabilità di un risultato in un intervallo di possibilità." (Heisenberg, 1927).

Gli aspetti che si intende evidenziare a commento dei brani sono:

- la prospettiva "operazionista" scelta da Heisenberg nell'ideare l'esperimento mentale, ispirandosi a quello che fece Einstein quando pose le basi per la relatività ristretta: posizione e velocità hanno significato solo se riferite a, o definite da, procedure necessarie per misurarle. Il fisico non può conoscere nulla di più di ciò che è in grado di misurare;
- l'indeterminazione interpretata come perturbazione e sulla base di una visione puramente particellare della materia.

Una volta discusso l'articolo di Heisenberg, si inserisce il contributo di Bohr che mise in evidenza la presenza di un "errore" nell'esperimento ideale del microscopio: l'impossibilità di misurare simultaneamente posizione e velocità non dipende solamente dal rinculo dell'elettrone per l'urto con il raggio gamma, ma occorre tener conto anche dell'apertura finita del microscopio e quindi della diffrazione delle onde luminose nell'apertura dell'obiettivo del microscopio (limitazione intrinseca del potere risolutivo del microscopio).

E' quindi essenziale considerare, nell'analisi dell'esperimento, non solo la natura corpuscolare del raggio che urta la particella da rivelare ma anche la sua natura ondulatoria, dal momento che diffrange passando attraverso l'apertura finita dello strumento.

Un aspetto importante della posizione di Bohr, oltre la complementarità, riguarda il ruolo assunto dallo strumento di misura: un ruolo speciale, tanto speciale da giustificare la deroga dal principio di evoluzione del sistema normalmente valido.

Uno dei punti da sottolineare in classe è che il dibattito tra Heisenberg e Bohr non mette in discussione la validità del principio di indeterminazione ma il disaccordo tra i due fisici riguarda soltanto la sua interpretazione:

- Secondo Heisenberg il principio di indeterminazione è dovuto ad una perturbazione discontinua che si produce nell'atto della misura e la ragione dell'indeterminazione è individuata nella natura corpuscolare della materia.
- Secondo Bohr il principio di indeterminazione è una indicazione della impossibilità di usare simultaneamente caratteristiche ondulatorie e corpuscolari ed è una manifestazione che solo l'uso combinato di entrambe può dare una descrizione completa di un fenomeno fisico (*principio di complementarità*). La ragione della indeterminazione è, dunque, nel *dualismo onda – corpuscolo*.

Per far cogliere agli studenti in modo critico alcuni presupposti dell'interpretazione di Copenaghen si è utilizzato il dibattito Bohr-Einstein,

Tratto da F. Tarozzi – Un progetto di insegnamento della meccanica quantistica a livello di scuola secondaria superiore: alla ricerca di un formalismo possibile – Tesi di laurea specialistica in Fisica, Relatore O. Levrini - Co-relatori: N. Grimellini Tomasini, P. Fantini (ottobre 2005).

presentando agli studenti gli esperimenti mentali ideati dai due fisici nella famosa disputa che iniziò al Congresso Solvay del 1927.

Confrontando questo dibattito con quello tra Heisenberg e Bohr, si sottolinea che Einstein non intendeva proporre un'interpretazione diversa dell'indeterminazione e della complementarità, ma voleva mostrare la loro infondatezza.

Al termine dell'esposizione delle argomentazioni del dibattito si cercherà di porre in evidenza che, nonostante l'argomentazione di Bohr sia stata quella accettata dalla comunità, per svolgerla egli dovette estendere la trattazione quantomeccanica anche ad elementi macroscopici dell'apparato sperimentale. Si evidenzia quindi il problema dell'ambiguità di quali parti macroscopiche del sistema debbano essere trattate quantisticamente e quali invece no.

Si fa risaltare quindi come l'obiezione di Einstein, pur se controbuttata, abbia sollevato importanti interrogativi, del tipo: a quali criteri si deve ricorrere per stabilire quali parti di un sistema fisico ubbidiscono alle leggi classiche e quali alle leggi quantistiche? Qual è la linea di demarcazione tra classico e quantistico?

Anche in questo caso viene fatto notare agli studenti come dal dibattito scientifico, dallo scontro di differenti posizioni, possano emergere problematiche importanti e quindi ciò può favorire l'evolvere della teoria.

Conclude questa fase una riflessione sulla posizione di Schrödinger che, esprimendo perplessità non lontane da quelle di Einstein, commentava la complementarità dicendo:

"Per me si tratta di un'evasione. Si finisce per ammettere che abbiamo due teorie, due immagini della materia che non si accordano, di modo che qualche volta dobbiamo far uso dell'una, qualche volta dell'altra. Una volta, settanta o più anni fa, quando si verificava un tal fatto si concludeva che la ricerca non era ancora finita" (E. Schrödinger, 1952, "L'immagine attuale della materia").

Come commento o sintesi finale si sottolinea come lo stesso "fatto" (il principio di indeterminazione) possa diventare argomento a sostegno di tesi anche molto diverse tra loro:

- il mondo osservabile è corpuscolare e discreto (Heisenberg);
- il mondo osservabile mostra una natura "complementare" (né corpuscolare né ondulatoria) (Bohr);
- la meccanica quantistica non dice l'ultima parola sui meccanismi profondi che regolano l'universo (Einstein, Schrödinger).

### III e IV fase: alla ricerca di un formalismo possibile

L'obiettivo principale della seconda parte del percorso è condurre gli studenti a dare significato, attraverso un livello di formalizzazione minimale, ai seguenti punti:

- che cosa significa operare una misura in meccanica quantistica;
- quali esiti sono possibili;
- che cosa significa preparare un sistema;
- quali previsioni è possibile fare circa l'esito di una misura;
- quale è l'effetto di una misura;
- come evolve un sistema se non interviene un'operazione di misura;

Tratto da F. Tarozzi – Un progetto di insegnamento della meccanica quantistica a livello di scuola secondaria superiore: alla ricerca di un formalismo possibile – Tesi di laurea specialistica in Fisica, Relatore O. Levrini - Co-relatori: N. Grimellini Tomasini, P. Fantini (ottobre 2005).

- come è incorporato il principio di indeterminazione nella struttura formale della teoria.

Il raggiungimento di questi obiettivi presuppone l'introduzione dei concetti di sistema fisico, stato e variabile dinamica e la loro associazione ai corrispondenti enti matematici (spazio di Hilbert, vettore normalizzato in uno spazio di Hilbert e operatore autoaggiunto).

Questo punto è estremamente problematico se lo si vuole affrontare con l'obiettivo di fornire agli studenti una giustificazione fisica significativa per ogni passaggio. Ne è una dimostrazione lo studio che sta svolgendo il gruppo di ricerca di Roma che, per affrontare questo nodo, si sta muovendo nella direzione di ritrovare i criteri su cui si basa la rappresentazione matematica della meccanica quantistica nello studio dei sistemi 'armonici' classici. I risultati di tale indagine stanno facendo emergere aspetti interessanti anche a livello di critica dei fondamenti, ma indicano, come già detto, la necessità di un profondo ripensamento dell'intero curriculum di studi sia di fisica sia di matematica, se li si vuole trasporre sul piano didattico.

Poiché il nostro progetto è pensato per studiare a quale livello di formalizzazione si può arrivare senza prevedere un percorso specifico di matematica e fisica, sono state necessarie alcune scelte molto radicali:

- un'introduzione "assiomatica" degli enti matematici e della loro associazione a grandezze fisiche, seguendo i testi di Dirac e Ghirardi;
- la ricerca di un criterio di plausibilità a posteriori per gli enti matematici che potesse comunque essere sufficientemente significativo per dare "concretezza" alla trattazione.

A questo fine si è scelto, come suggerisce Pospiech, di limitare la trattazione formale al caso specifico dello spin mediante le matrici di Pauli e di anticipare la trattazione formale costruendo un terreno fenomenologico con esperimenti alla Stern e Gerlach. In questo modo il "criterio di plausibilità" diventa la ricerca di enti matematici che diano ragione del comportamento di atomi preparati in stati diversi che attraversano diverse successioni di dispositivi di Stern e Gerlach con differenti assi privilegiati.

Per quanto concerne il problema dell'introduzione del concetto di spin si è mirato ad evitare le più comuni visualizzazioni che lo propongono come una rotazione intrinseca facendo molta attenzione a non utilizzare la corrispondente simbologia e terminologia.

Lo spin è dunque introdotto partendo dal modello atomico, sottolineando come la discretizzazione delle proprietà permetta di interpretare alcune fenomenologie come le proprietà chimiche degli elementi e quelle evidenziate dalla spettroscopia.

Come strumento di lavoro si utilizza il testo di Chimica adottato nella classe proponendo un'analisi di rappresentazioni delle configurazioni elettroniche riportate e cercando di dare un significato ai numeri e ai simboli utilizzati. Quindi si ripercorre la storia dell'interpretazione della spettroscopia partendo dall'introduzione del numero quantico principale dal modello 'semiclassico' dell'atomo di Bohr (1913) fino all'ipotesi che l'elettrone possieda uno spin

Tratto da F. Tarozzi – Un progetto di insegnamento della meccanica quantistica a livello di scuola secondaria superiore: alla ricerca di un formalismo possibile – Tesi di laurea specialistica in Fisica, Relatore O. Levrini - Co-relatori: N. Grimellini Tomasini, P. Fantini (ottobre 2005).

formulata nel 1925 da Pauli per rendere conto di caratteristiche delle righe spettrali degli atomi osservate con spettroscopi ad alta risoluzione.

Per introdurre la descrizione dello spin si segue la strada di ipotizzare un'"analogia formale" con il momento angolare: chiamando  $S$  l'analogo della quantità  $L$  e con  $s$  l'analogo della quantità  $l$ , si arriva ad introdurre la relazione  $S = \sqrt{s(s+1)} \hbar$ .

Introdotta l'analogia, occorre poi mettere in luce le differenze:  $s$  può assumere sia valori interi  $0, 1, 2, \dots$  sia valori semi-interi  $1/2, 3/2, 5/2, \dots$ ; il valore assoluto dello spin è una caratteristica di ogni particella come la sua massa e la sua carica.

Tutti gli elettroni, protoni e neutroni hanno una proprietà specifica che corrisponde ad un determinato valore di  $s$ ,  $s=1/2$ , e pertanto il valore del loro **momento di spin** risulta

$$S = \sqrt{s(s+1)} \hbar = \sqrt{\frac{3}{4}} \hbar$$

Questo implica che essi possono "orientarsi" rispetto ad una direzione qualsiasi solo in due modi corrispondenti alle proiezioni uguali a  $+\hbar/2$  e  $-\hbar/2$  (in unità  $\hbar$  da  $-s$  a  $+s$  saltando di una unità così come per il momento angolare da  $-l$  a  $+l$  saltando di una unità).

Quindi, in unità  $\hbar$ , il valore del momento di spin dell'elettrone è uguale a  $\sqrt{\frac{3}{4}}$

mentre le sue "proiezioni" risultano avere solo due possibili valori  $m_s = +\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$ .

Se consideriamo una direzione privilegiata, particelle di questo tipo possono allora avere solo **spin "in su"** e **spin "in giù"**

Stabiliti i numeri quantici che individuano i possibili stati elettronici e il valore dell'energia associata a ciascuno stato, è possibile introdurre il principio di esclusione di Pauli fissando così il criterio con cui gli elettroni sono distribuiti negli stati permessi.

A questo punto le nozioni introdotte dovrebbero essere sufficienti per la trattazione del problema scelto che consiste nell'analisi di un apparato di Stern e Gerlach. Si analizzano i risultati che si ottengono con atomi preparati in stati diversi che attraversano varie successioni di dispositivi con differenti assi privilegiati.

Si illustra la preparazione degli atomi di argento scaldati in un forno e fatti passare in seguito attraverso un collimatore per entrare nell'apparato di Stern Gerlach ( $A_{SG}$ ) costituito da un magnete sagomato che ha l'asse  $z$  come asse privilegiato orientato verso l'alto. Si è scelto di spiegare solo che il campo magnetico ha un effetto sugli atomi di argento a causa del momento di spin dell'ultimo elettrone ( $47^\circ$  elettrone) senza entrare nel dettaglio dell'esposizione del processo fisico. Non si vuole, infatti, complicare la trattazione distogliendo l'attenzione degli studenti dalla vera finalità che si persegue nello studio dell'apparato.

Si osserva come il dispositivo  $A_{SG}$  suddivide il fascio originale d'argento proveniente dal forno in due distinte componenti: la direzione verticale è fisicamente privilegiata e l'atomo di argento si orienta solo in uno dei due modi

che gli sono consentiti rispetto alla verticale cioè “in su” o “in giù”. Indichiamo le due possibilità come  $|z\text{-su}\rangle$  e  $|z\text{-giù}\rangle$  e diciamo che la particella, a seconda di

In Fig.1 è rappresentato il secondo dispositivo  $A_{SG}$  che devia verso l'alto cioè nella direzione positiva dell'asse z., *con certezza*, gli atomi che entrano nello stato  $|z\text{-su}\rangle$

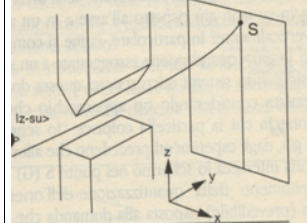


Fig. 1

In fig.2 (verranno deflessi, *con certezza*, verso il basso cioè nella direzione negativa dell'asse z.)

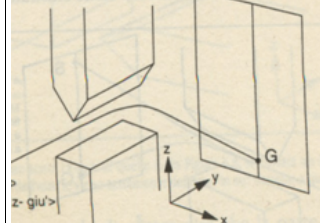


Fig.2

come è stata deviata, si trova nello stato  $|z\text{-su}\rangle$  o  $|z\text{-giù}\rangle$ .

Questa prima operazione ci consente di “preparare” lo stato iniziale del sistema, tale preparazione è uno dei due momenti essenziali di ogni esperimento, il secondo è lo studio dell'evoluzione temporale del sistema: occorrerà quindi verificare se la conoscenza dello stato del sistema a un certo istante ci consente di fare previsioni circa gli esiti di successivi “processi di misura”.

Facciamo passare ora atomi nello stato  $|z\text{-su}\rangle$  attraverso un altro dispositivo  $A_{SG}$  identico (asse z come asse privilegiato orientato verso l'alto) e in successione al precedente. Tutti gli atomi d'argento che passano nel dispositivo rimangono nello stato  $|z\text{-su}\rangle$  (Fig.1)

Facciamo passare ora atomi nello stato  $|z\text{-giù}\rangle$  attraverso questo secondo dispositivo. Tutti gli atomi d'argento che passano nel dispositivo rimangono nello stato  $|z\text{-giù}\rangle$  (Fig.2).

In questi due casi possiamo conoscere con certezza il risultato della successiva misurazione.

Si schematizzano quindi le due situazioni descritte: si è scelto di rappresentare i dispositivi  $A_{SG}$  con delle *scatole nere* sulle quali è indicata la direzione privilegiata (in questo caso z) e focalizzando l'attenzione sugli stati degli atomi che emergono da “ciascuna scatola”.

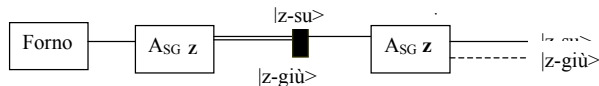


Fig. 1

Tale schematizzazione ha lo scopo di puntare l'interesse dello studente sui risultati che si ottengono in uscita dai differenti dispositivi, spostandolo dal processo che avviene all'interno della scatola. In questo modo è possibile formarsi un quadro riassuntivo dei risultati in esame valutandone più lucidamente gli elementi di novità.

Si considerano quindi diverse successioni di dispositivi  $A_{SG}$  ma con direzioni privilegiate diversamente orientate (direzione z o direzione x) come nella figura sotto riportata.

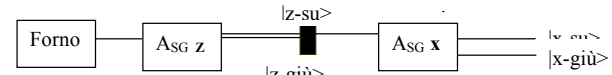


Fig.2

Si osserva quindi che atomi preparati nello stato ad esempio  $|z\text{-su}\rangle$  entrano in un dispositivo  $A_{SG}$  che ha come privilegiato ad esempio l'asse x : metà atomi escono nello stato  $|x\text{-su}\rangle$  e metà nello stato  $|x\text{-giù}\rangle$ . I due esiti si presenteranno per i singoli atomi in modo del tutto *casuale*.

Estrema attenzione deve essere posta nella descrizione di questi esperimenti, cercando di utilizzare un linguaggio preciso nella terminologia. Ad esempio si parla sempre di esiti di misura e mai di proprietà delle particelle.

Come si diceva, l'analisi del comportamento degli atomi nei dispositivi di Stern e Gerlach è stato appositamente scelto come terreno su cui introdurre un formalismo matematico capace di spiegare la fenomenologia studiata. A questo punto il problema si traduce nell'arrivare nel modo più diretto possibile a poter associare:

- gli apparati di Stern e Gerlach alle osservabili espresse mediante le matrici di Pauli;
- un generico stato ad una sovrapposizione di autostati;
- i possibili esiti della misura agli autovalori;
- gli effetti della misura al collasso del generico stato su un possibile autostato;
- la probabilità di ottenere una misura al quadrato del coefficiente corrispondente all'autostato.

Grazie alle matrici di Pauli è possibile inoltre associare il principio di indeterminazione alla non-commutabilità di operatori e, eventualmente, aprire verso il concetto di entanglement.

Per mostrare agli studenti le conseguenze dell'applicazione del principio di sovrapposizione in un modo più facilmente fruibile è poi possibile proporre la lettura di alcuni passi di "Alice nel paese dei quanti" (Gilmore, 1996) dove tale principio è svolto nelle sue conseguenze.

Uno degli aspetti del percorso che vale la pena valorizzare in classe con strategie e dinamiche opportune è il suo progressivo “ripulirsi”: man mano si procede nella trattazione, emerge una struttura formale, limpida e razionale (lineare), in grado di assorbire in sé le problematiche affrontate, dal principio di indeterminazione al nesso tra causalità e probabilità, al problema di cosa significa misurare. Se ben gestito, questo aspetto può creare nella classe una tensione e una curiosità crescente che permette di superare con pazienza lo scoglio più difficile: quella parentesi matematica che precede l'introduzione delle matrici di Pauli in cui si riprendono le conoscenze possedute dagli studenti di algebra matriciale e si definiscono tutti gli ingredienti necessari.