041R - ANALISI DELLE STRUTTURE

Cenni di progettazione e richiami

ANALISI DELLE STRUTTURE

Si occupa dell'analisi tensionale e deformativa delle strutture, quando queste sono sollecitate da azioni esterne o interne, secondo le ipotesi e i teoremi della Scienza delle Costruzioni.

- è una disciplina integrata dalla Teoria dell'Elasticità, dalla Teoria della Plasticità e dalla Meccanica dei Materiali

- consente di dimensionare per via analitica elementi strutturali in situazioni estremamente semplici per condizioni di geometria, vincolo e carico

- Mediante l’analisi strutturale si calcolano i parametri di sollecitazione per ottenere lo stato tensionale e deformativo negli elementi strutturali

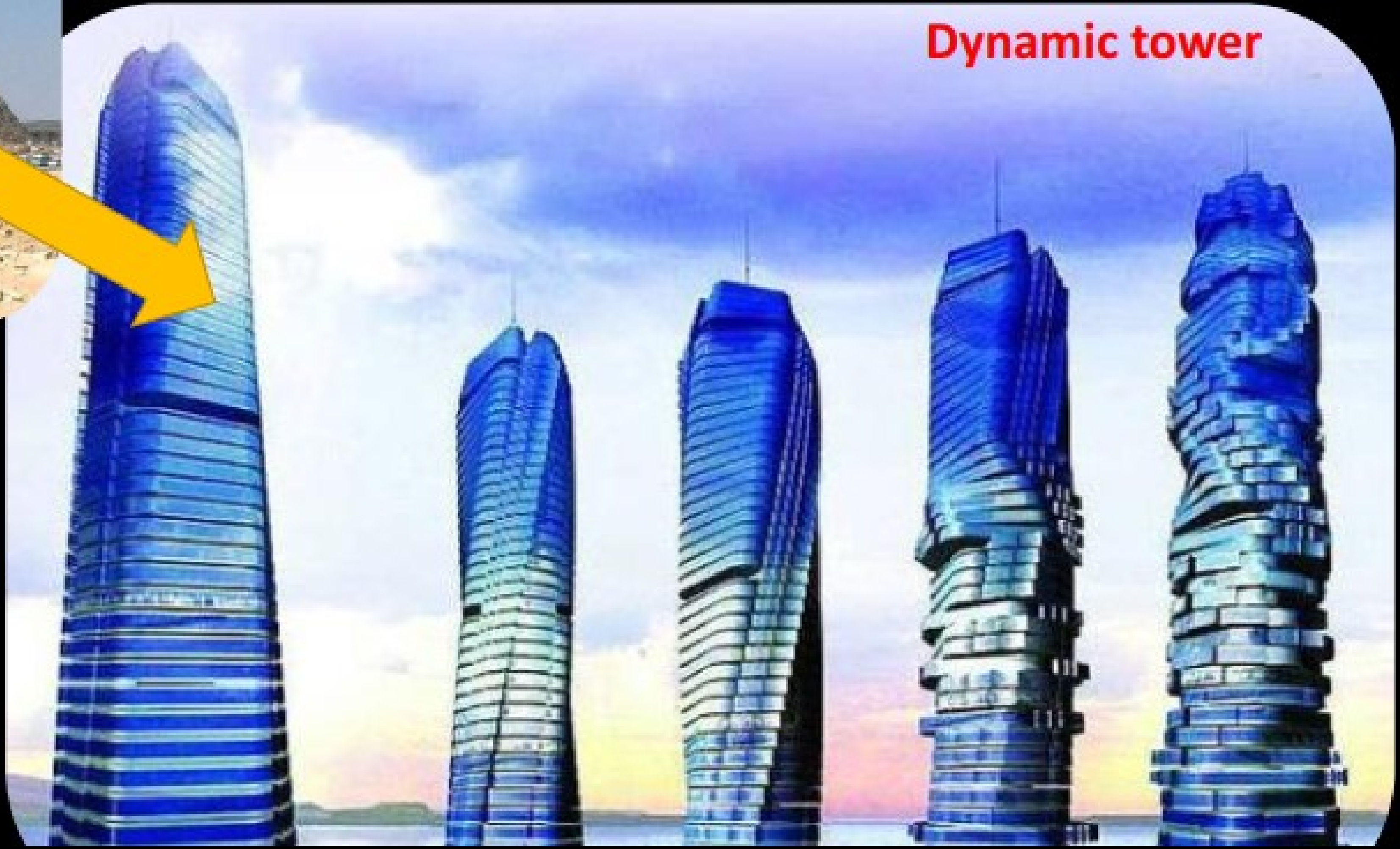
- L’analisi strutturale può essere svolta con il supporto e l’implementazione di modelli di calcolo in codici a soluzione numerica

Bio-mimetic architecture

Adaptive structures

Smart materials


1000m
800m
600m
400m
200m
Kingdom Tower
Burj Khalifa
World Financial Centre
ICC
Dubai Towers
Freedom Tower
1000m
Jeddah
828m
Dubai
492m
Shanghai
484m
Hong Kong
437m
Doha
417m
New York City


Dynamic tower

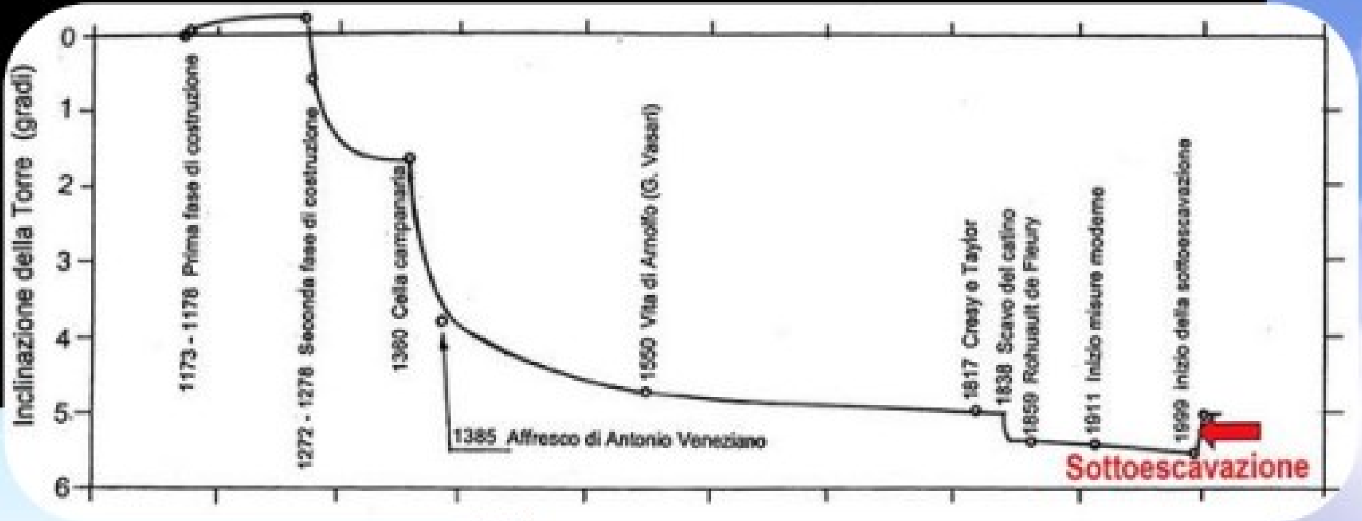

I'M A B&B

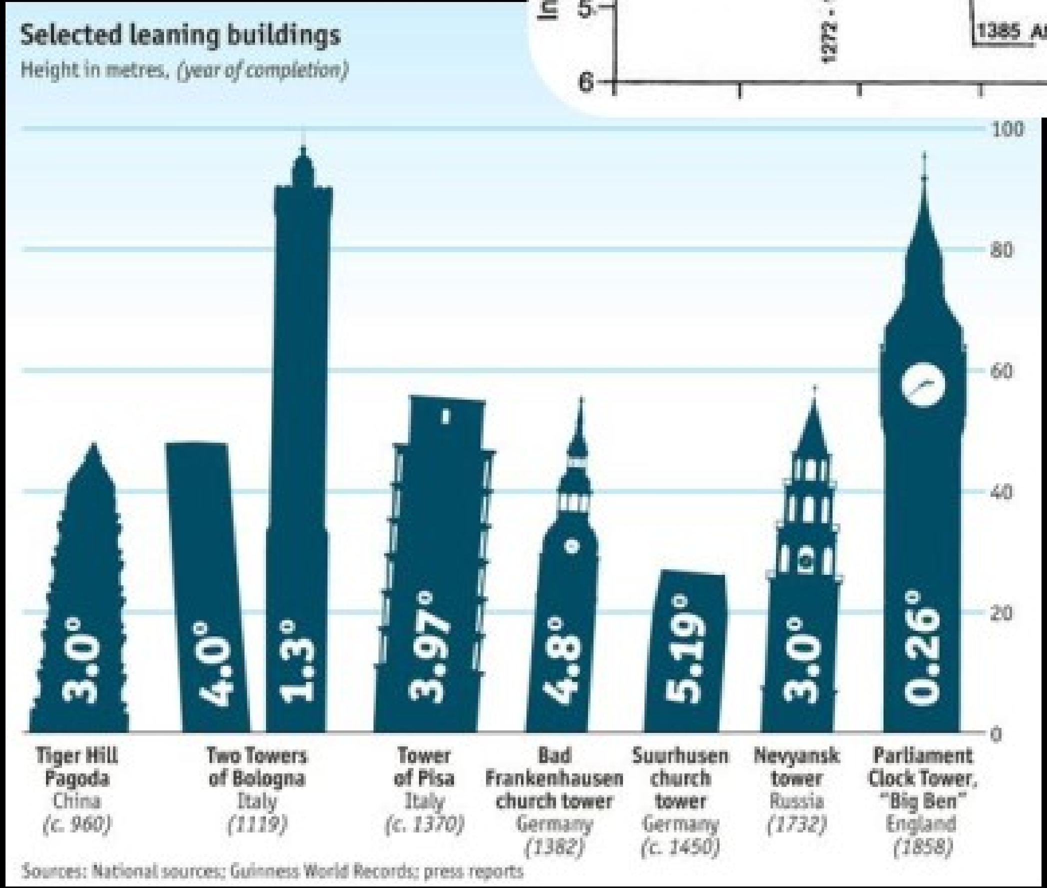
KRZYWY DOMEK

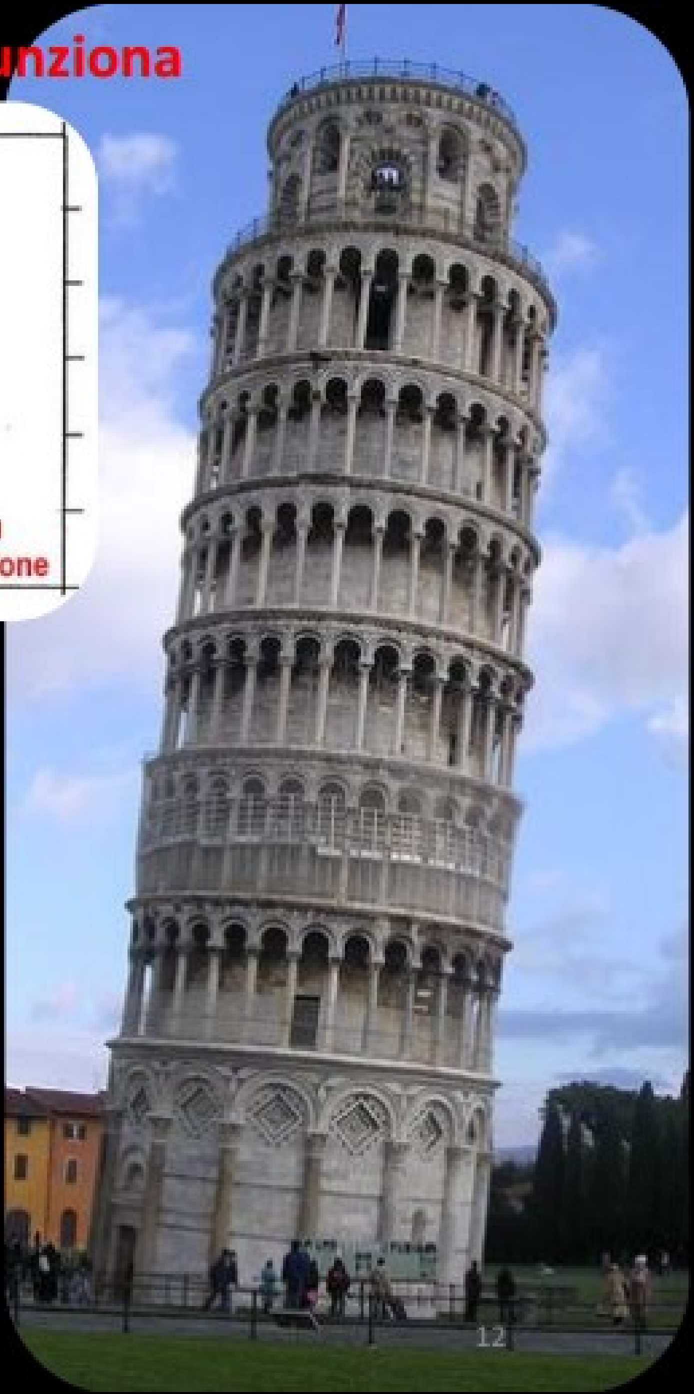

… pilastri isolati di un metro quadrato di sezione per un’altezza di cinquanta metri …

...non sempre tutto funziona

…non sempre tutto funziona





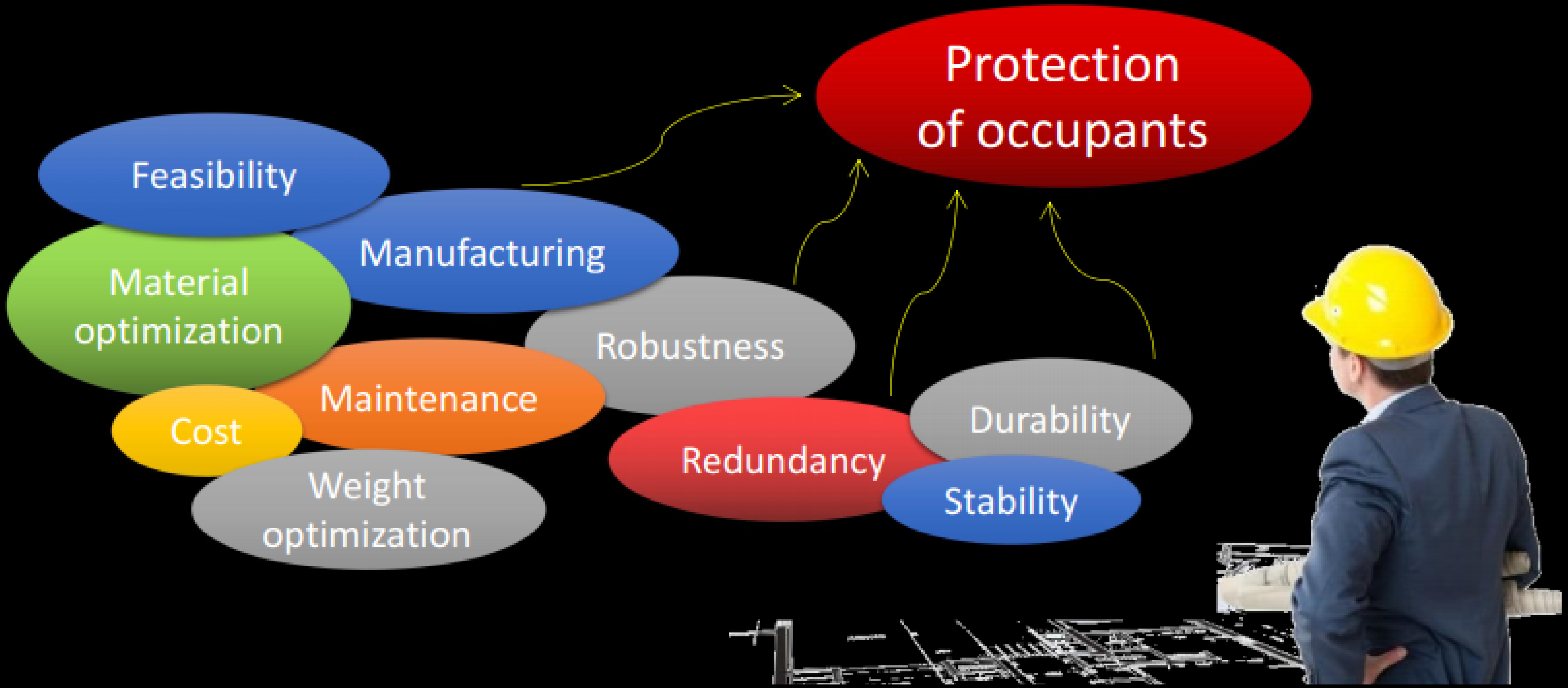


58m
3.9° di inclinazione
(max.5.5° nel 1993)

Azioni di procetto estreme
eventi eccezionali

...non sempre tutto funziona

ALCUNE VARIABILI DEL PROGETTO STRUTTURALE



L'acciaio è suscettibile alla corrosione nell'ambiente esterno

È talmente vulnerabile che oltre 1/5 della produzione annuale nel mondo viene utilizzato per sostituire elementi danneggiati dalla corrosione

Pioggia, umidità, temperature estreme, ma anche sale, anidride carbonica e radiazioni UV gravano sul materiale.

Ne derivano ruggine, vaiolatura e crepe

ALCUNI RICHIAMI DI STATICA

...EQUILIBRIO...

20


REALIA

Azioni del vento

Sisma

Carico da folla

Vibrazioni da traffico

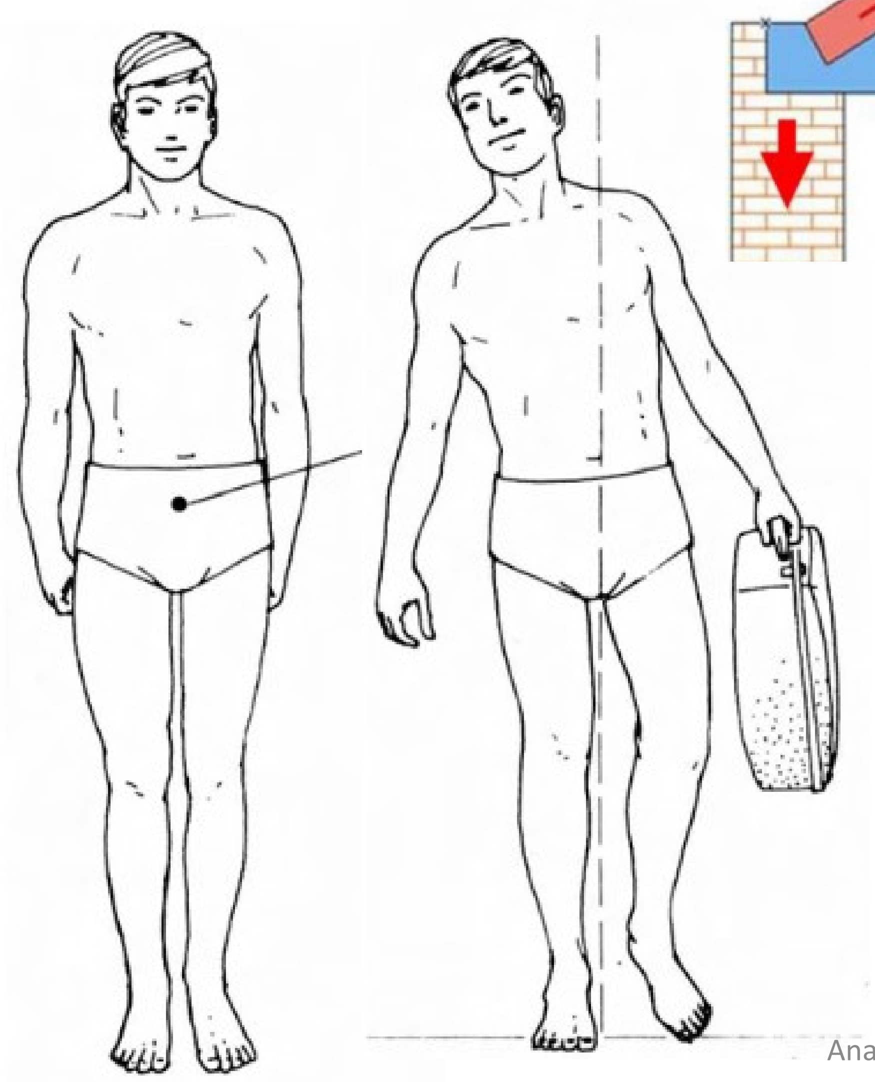
Urti

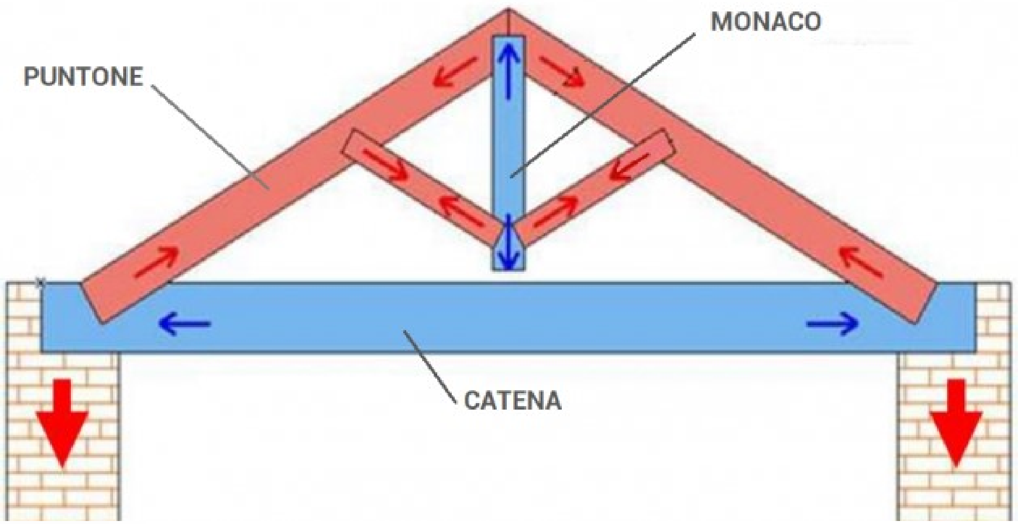
Cedimenti del terreno

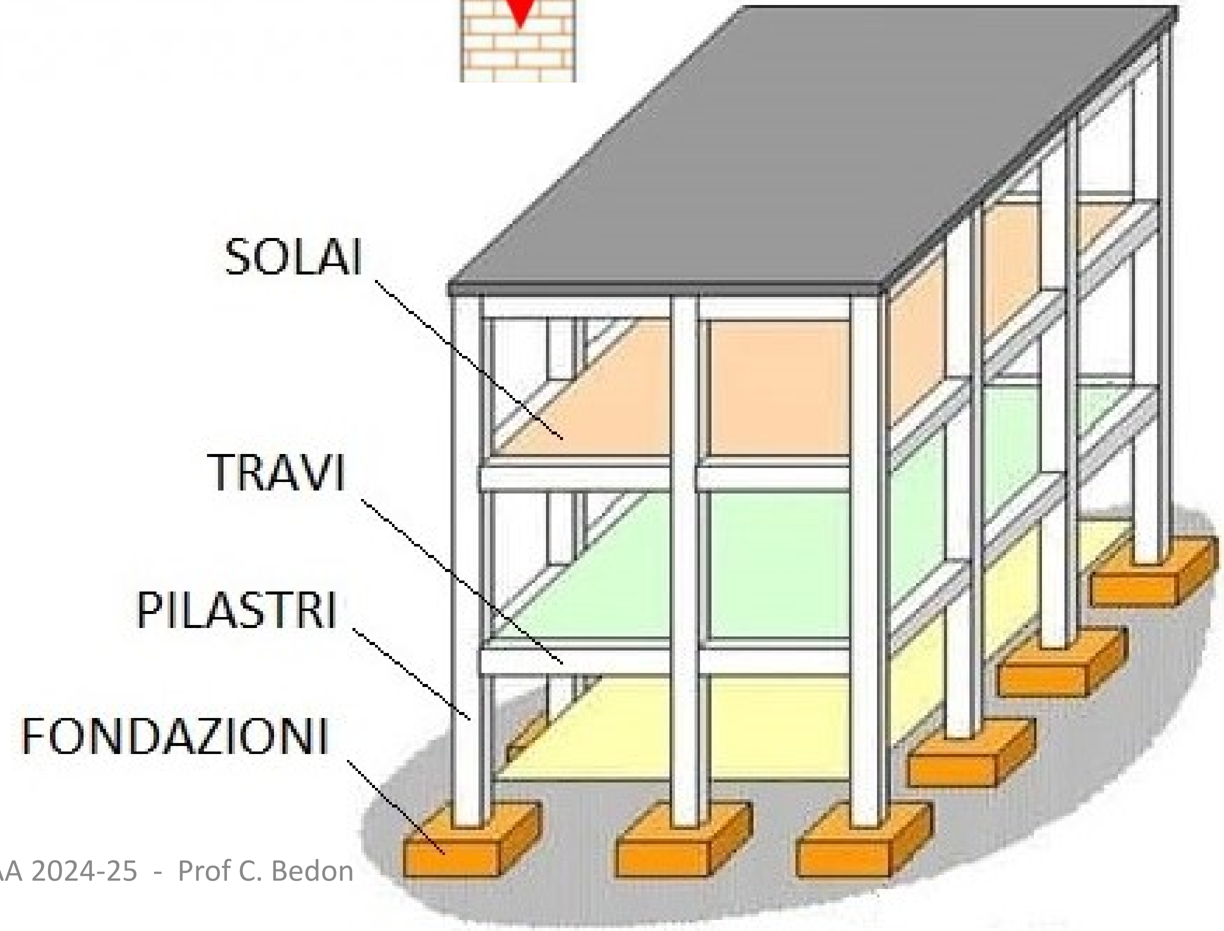
ecc.

…EQUILIBRIO…

EQUILIBRIO







EQUAZIONI CARDINALI DELLA STATICA

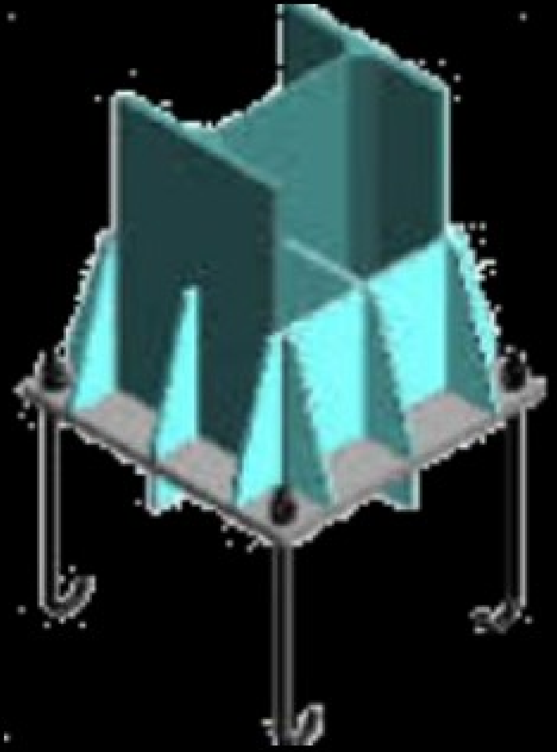
Se indichiamo con R la risultante delle forze attive applicate ad un corpo ed R' la risultante delle reazioni vincolari;
se M è il momento della forze attive applicate ed M' il momento delle reazioni vincolari;
affinché il corpo sia in equilibrio deve essere :

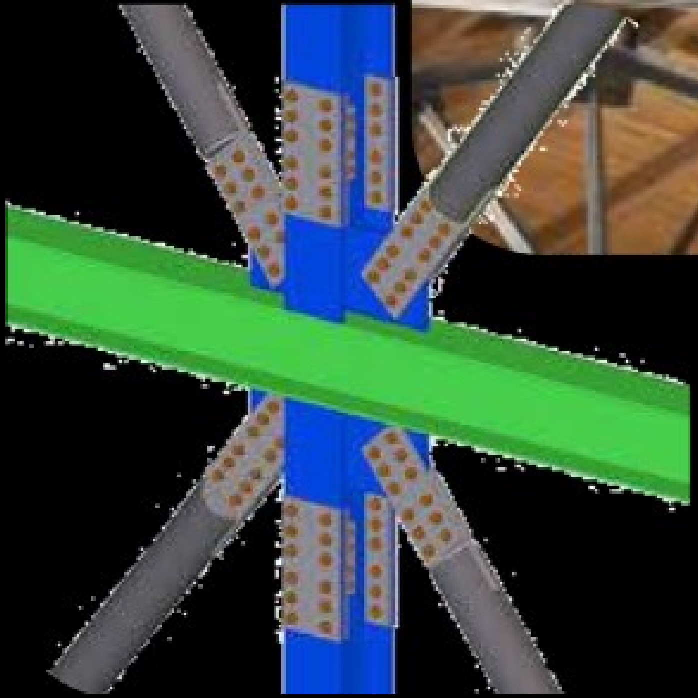
$$\boxed{\begin{cases} R + R' = 0 \\ M + M' = 0 \end{cases}}$$

Sono valide per qualunque sistema, per qualunque tipo di vincolo, per qualsiasi sistema di forze.
Sono necessarie per l'equilibrio di un sistema ma sono solo sufficienti per i corpi rigidi e non per quelli deformabili.

VINCOLI

...Come si comporta il sistema reale?





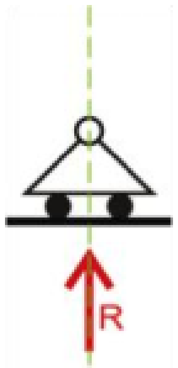
VINCOLI

...Come si comporta il sistema reale?

VINCOLI

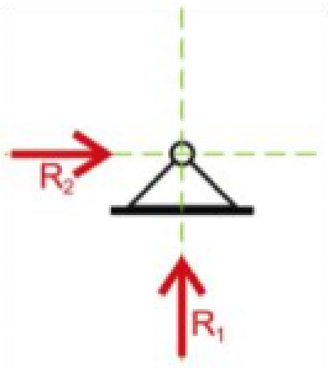
- ✓ Ogni corpo in natura (incluse strutture ed edifici) può liberamente muoversi in tutte le direzioni e ruotare su se stesso senza limiti
- ✓ Dato un sistema strutturale, un **vincolo ideale** (o **perfetto**) impone valore nullo a una (o più) componente/i di spostamento/rotazione
- ✓ Il numero di componenti di spostamento/rotazione impediti è detto **grado di vincolo (GdV)**
- ✓ Ad ogni grado di vincolo, corrisponde una **reazione vincolare**, che deve assicurare l'equilibrio con le azioni esterne (principio di azione-reazione)
- ✓ Il confronto tra **grado di vincolo** e **grado di libertà (GdL)** di una struttura indica se esiste equilibrio

VINCOLI



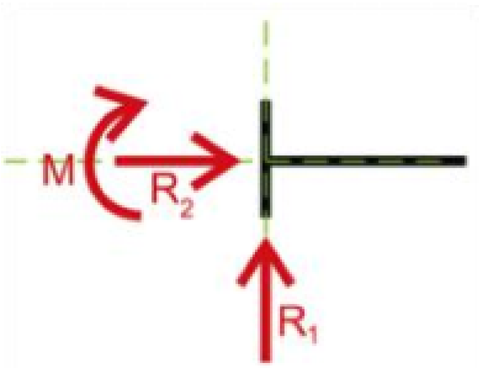
Il **carrello** è un vincolo semplice che, permette all'oggetto di ruotare e spostarsi (traslazione orizzontale) lungo l'asse orizzontale, impedendo invece la traslazione lungo l'asse perpendicolare (traslazione verticale).

GdV=1



La **cerniera** è un vincolo doppio che, permette all'oggetto vincolato soltanto rotazioni eliminando ogni possibile traslazione del corpo sia orizzontale che verticale.

GdV=2



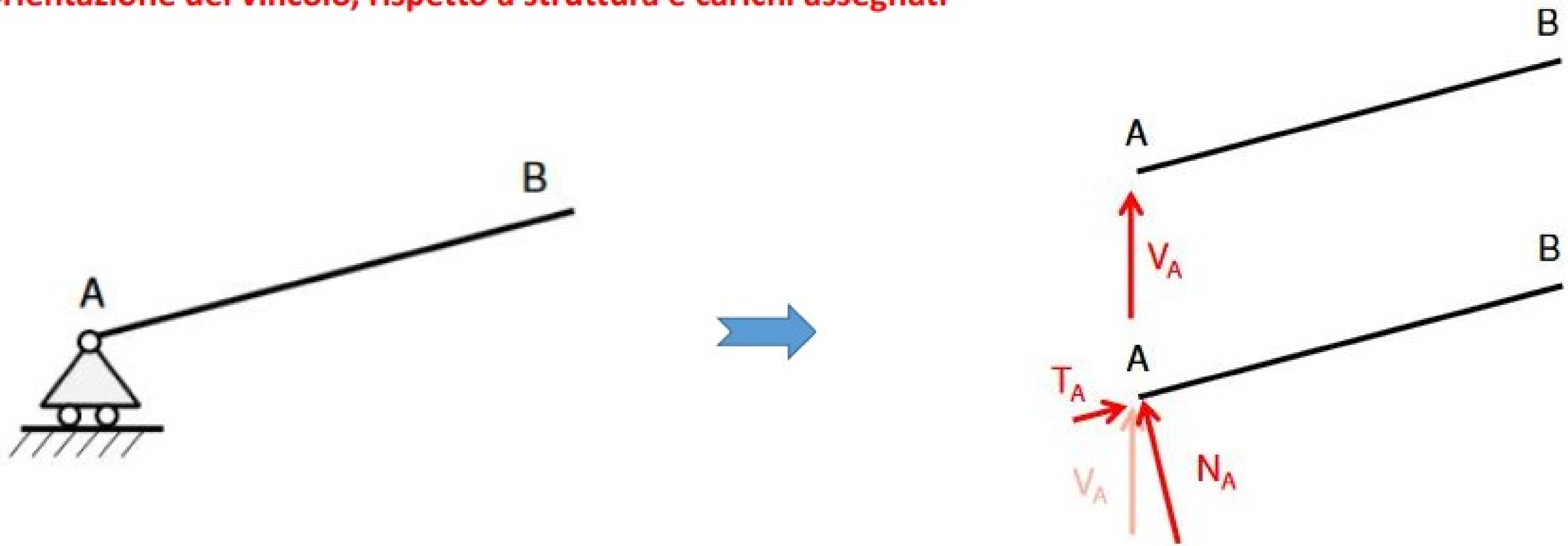
L'**incastro** è un vincolo triplo che, elimina tutti e tre i gradi di libertà: la rotazione attorno all'asse d'incastro + le 2 componenti traslazionali.

GdV=3

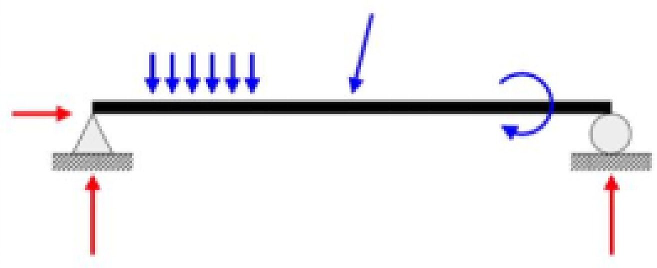
VINCOLI

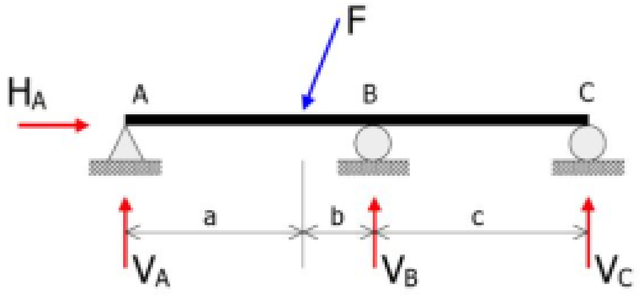
PRESTARE ATTENZIONE A:

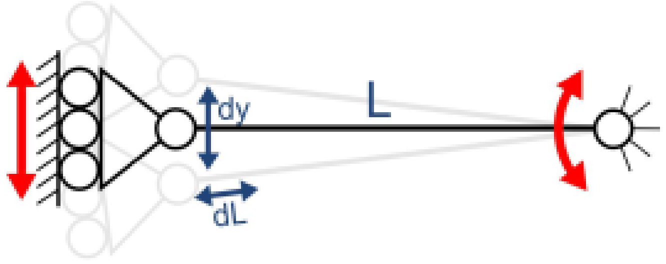
- ✓ **tipo di vincolo**
- ✓ **orientazione del vincolo, rispetto a struttura e carichi assegnati**



VINCOLI E REAZIONI VINCOLARI







SISTEMA ISOSTATICO

Nel sistema isostatico a qualsiasi valore dei carichi esterni sono associate reazioni vincolari che rendono il sistema **equilibrato** e i vincoli sono strettamente sufficienti a impedire ogni possibile moviemento.

GdV=GdL

SISTEMA IPERSTATICO

Nel sistema iperstatico i vincoli sono sovrabbondanti e i possibili movimenti del sistema sono sempre impediti. La struttura in questo caso risulta essere eccessivamente vincolata.

GdV > GdL

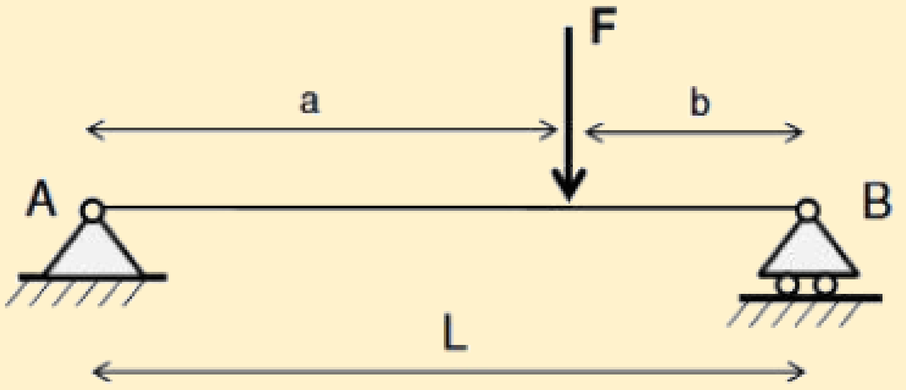
SISTEMA LABILE

Nel sistema labile i vincoli applicati, sono insufficienti a impedire tutti i possibili movimenti del sistema e la struttura non è in equilibrio.

GdV < GdL

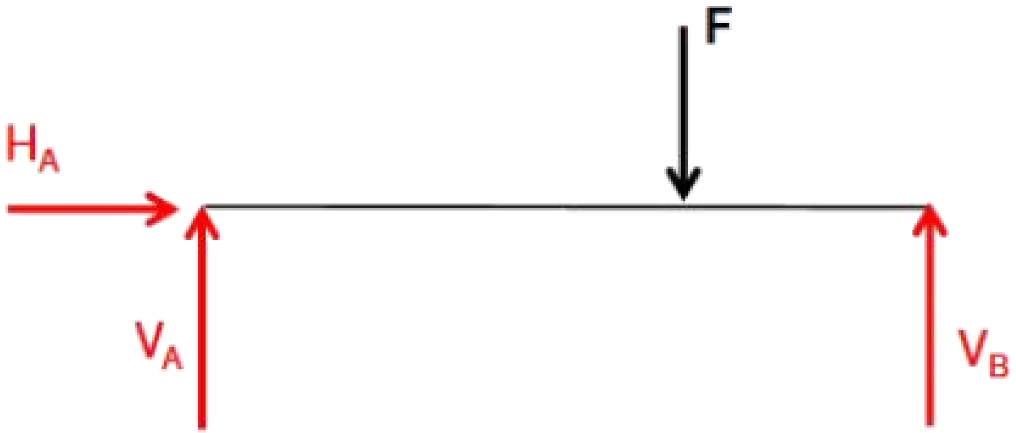
ESEMPIO DI CALCOLO - 1

Risolvere la struttura isostatica assegnata:



GdL = 3 (1 asta)
GdV = 2+1 = 3

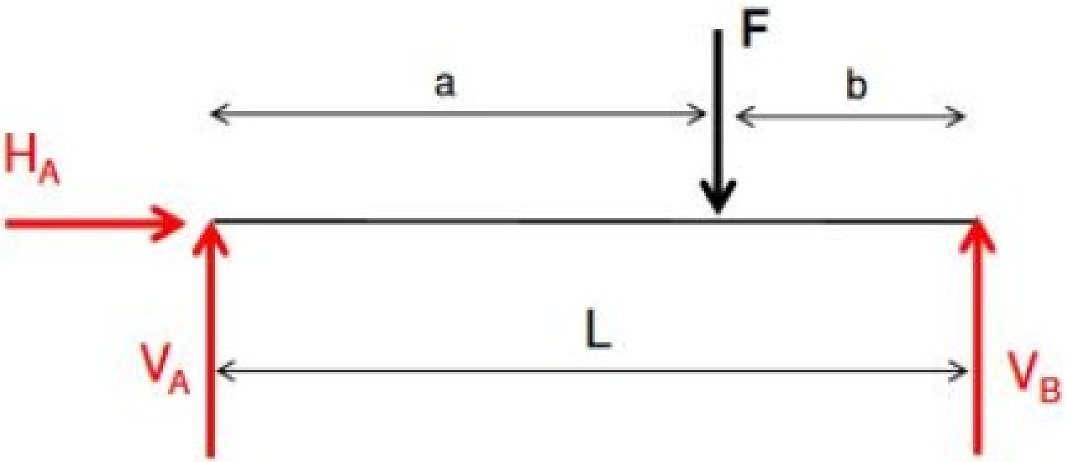
Il sistema è isostatico



Step 1

Sostituiamo ai vincoli le reazioni relative ai movimenti impediti

ESEMPIO DI CALCOLO - 1



Step 2

Scriviamo le equazioni di equilibrio

Traslazione orizzontale

$$\sum F_x = 0 \qquad H_A = 0$$

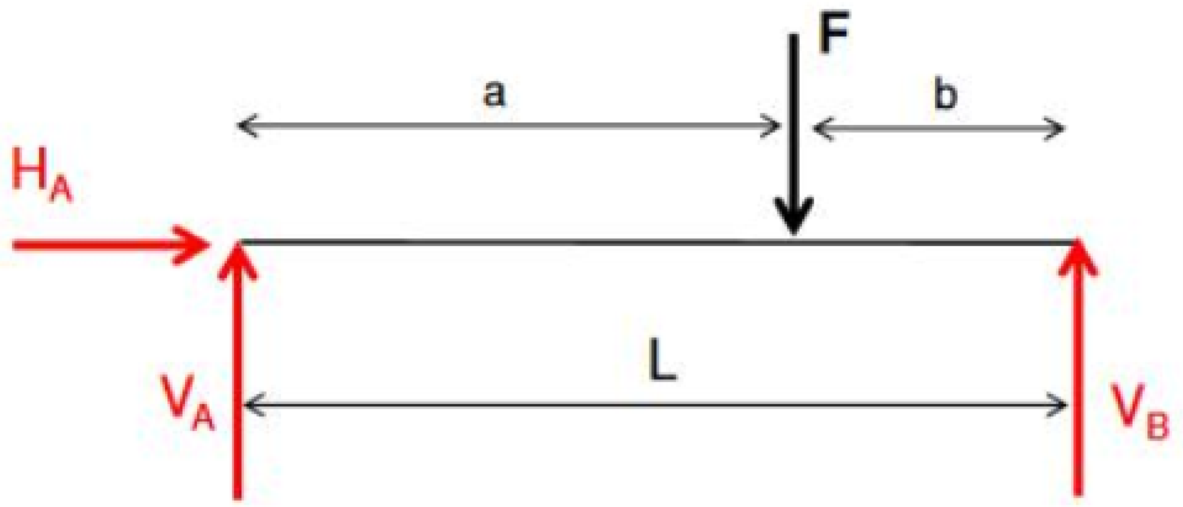
Traslazione verticale

$$\sum F_y = 0 \qquad V_A - F + V_B = 0 \;\Rightarrow\; V_A = F - V_B$$

Rotazione intorno al punto A

$$\sum M_A = 0 \qquad F \cdot a - V_B \cdot l = 0 \;\Rightarrow\; V_B = \frac{F \cdot a}{l}$$

ESEMPIO DI CALCOLO - 1



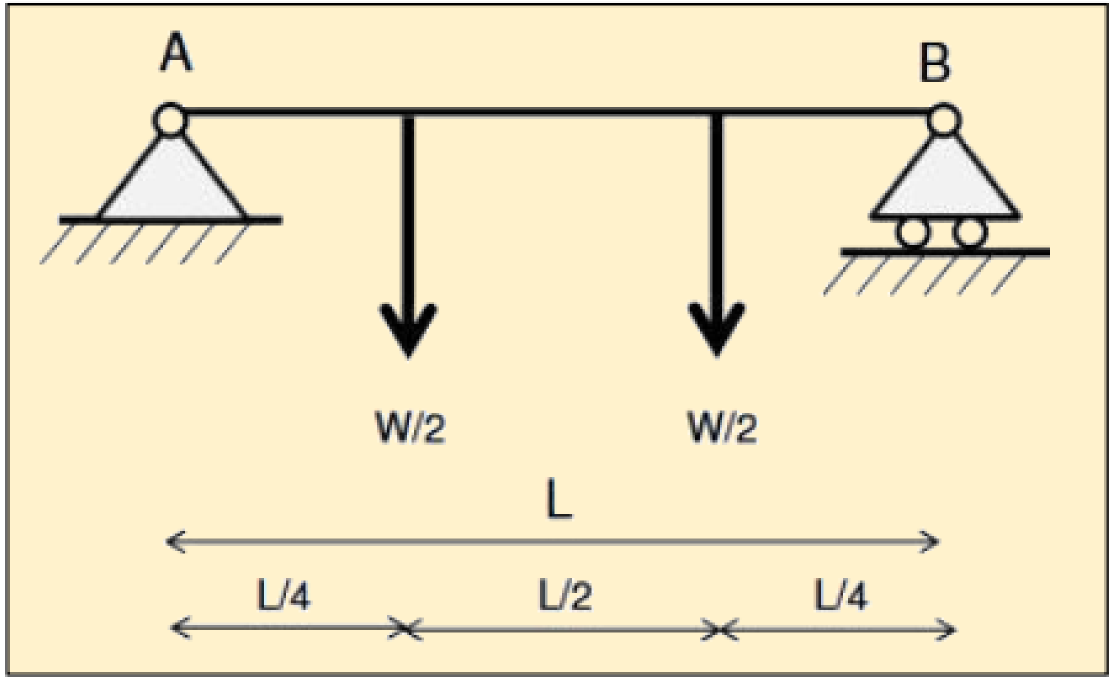
$$\begin{cases} V_A = F - V_B \\ V_B = \dfrac{F \cdot a}{l} \end{cases} \Rightarrow V_A = F - \frac{F \cdot a}{l} \Rightarrow V_A = F \cdot \left(1 - \frac{a}{l}\right) \Rightarrow V_A = F \cdot \left(\frac{l-a}{l}\right) \Rightarrow \boxed{V_A = \frac{F \cdot b}{l}}$$

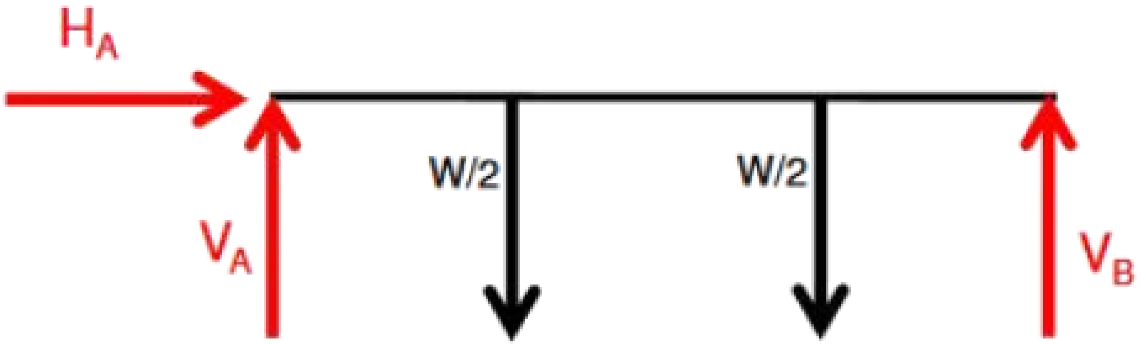
$$V_A = \frac{F \cdot b}{l} \qquad \boxed{V_B = \frac{F \cdot a}{l}}$$

ESEMPIO DI CALCOLO - 2

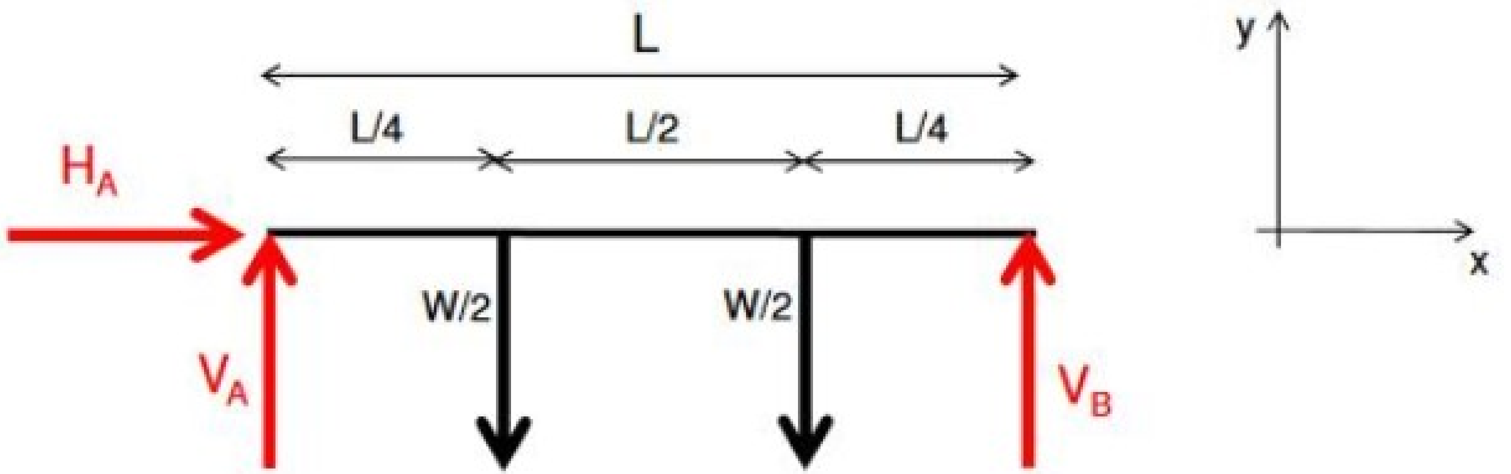
Risolvere la struttura isostatica assegnata:

Peso corporeo = W





ESEMPIO DI CALCOLO - 2



Scriviamo le equazioni di equilibrio

Traslazione orizzontale

$$\sum F_x = 0 \qquad \boxed{H_A = 0}$$

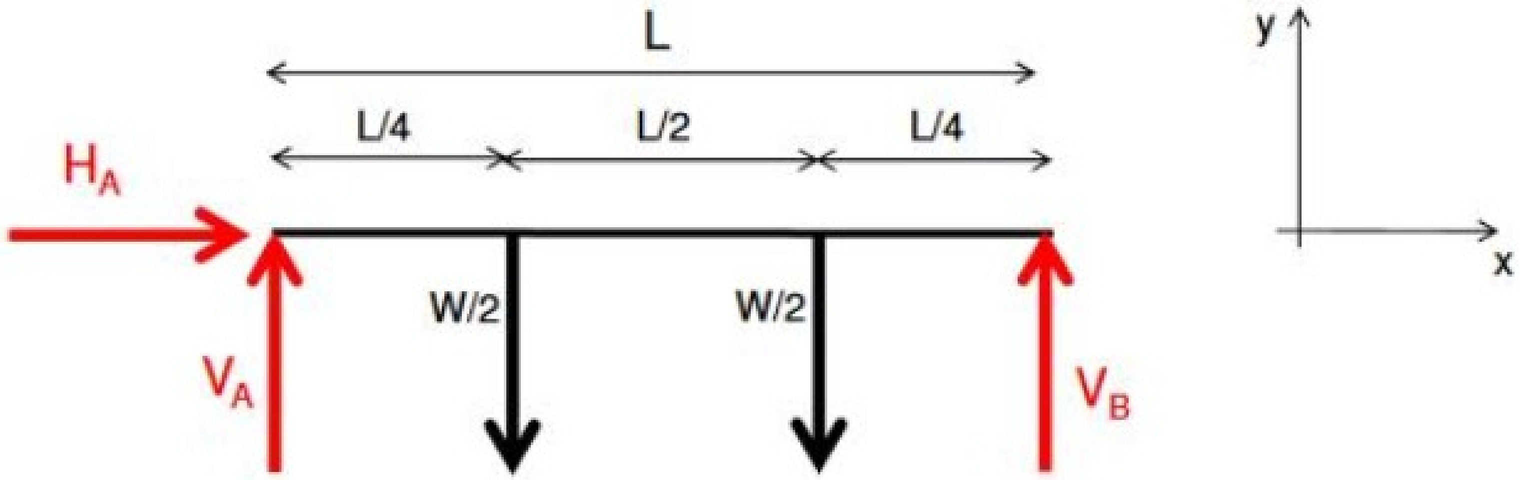
Traslazione verticale

$$\sum F_y = 0 \qquad \boxed{V_A - \frac{W}{2} - \frac{W}{2} + V_B = 0}$$

Rotazione intorno al punto A

$$\sum M_A = 0 \qquad \left(\frac{W}{2}\cdot\frac{L}{4}\right) + \left[\frac{W}{2}\cdot\left(\frac{L}{2}+\frac{L}{4}\right)\right] - V_B \cdot L = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{V_B = \frac{\left(\frac{W}{2}\cdot\frac{L}{4}\right) + \left[\frac{W}{2}\cdot\left(\frac{L}{2}+\frac{L}{4}\right)\right]}{L}}$$

ESEMPIO DI CALCOLO - 2



Traslazione verticale

$$\sum F_y = 0 \qquad V_A - \frac{W}{2} - \frac{W}{2} + V_B = 0 \;\Rightarrow\; V_A = W - V_B$$

Rotazione intorno al punto A

$$V_B = \frac{\left(\frac{W}{2}\cdot\frac{L}{4}\right) + \left[\frac{W}{2}\cdot\left(\frac{L}{2}+\frac{L}{4}\right)\right]}{L} \;\Rightarrow\; \frac{\frac{W\cdot L}{8} + \left(\frac{W}{2}\cdot\frac{3\cdot L}{4}\right)}{L} \;\Rightarrow\; \frac{\frac{W\cdot L}{8} + \frac{3\cdot W\cdot L}{8}}{L} \;\Rightarrow\; \frac{4\cdot W\cdot L}{8\cdot L}$$

$$\boxed{V_B = \frac{W}{2}} \qquad \boxed{V_A = \frac{W}{2}}$$

AZIONI INTERNE

- La schematizzazione delle strutture, oltre al calcolo delle reazioni vincolari, richiede che si individui il modo in cui le forze esterne applicate si trasmettono al loro interno
- la conoscenza delle forze interne è fondamentale per ilcalcolo delle **sollecitazioni,** che a loro volta, confrontate con le **caratteristiche dei materiali** impiegati per la realizzazione della struttura, forniscono la risposta che il progettista si aspetta:

✓ La struttura resiste? è ben dimensiona

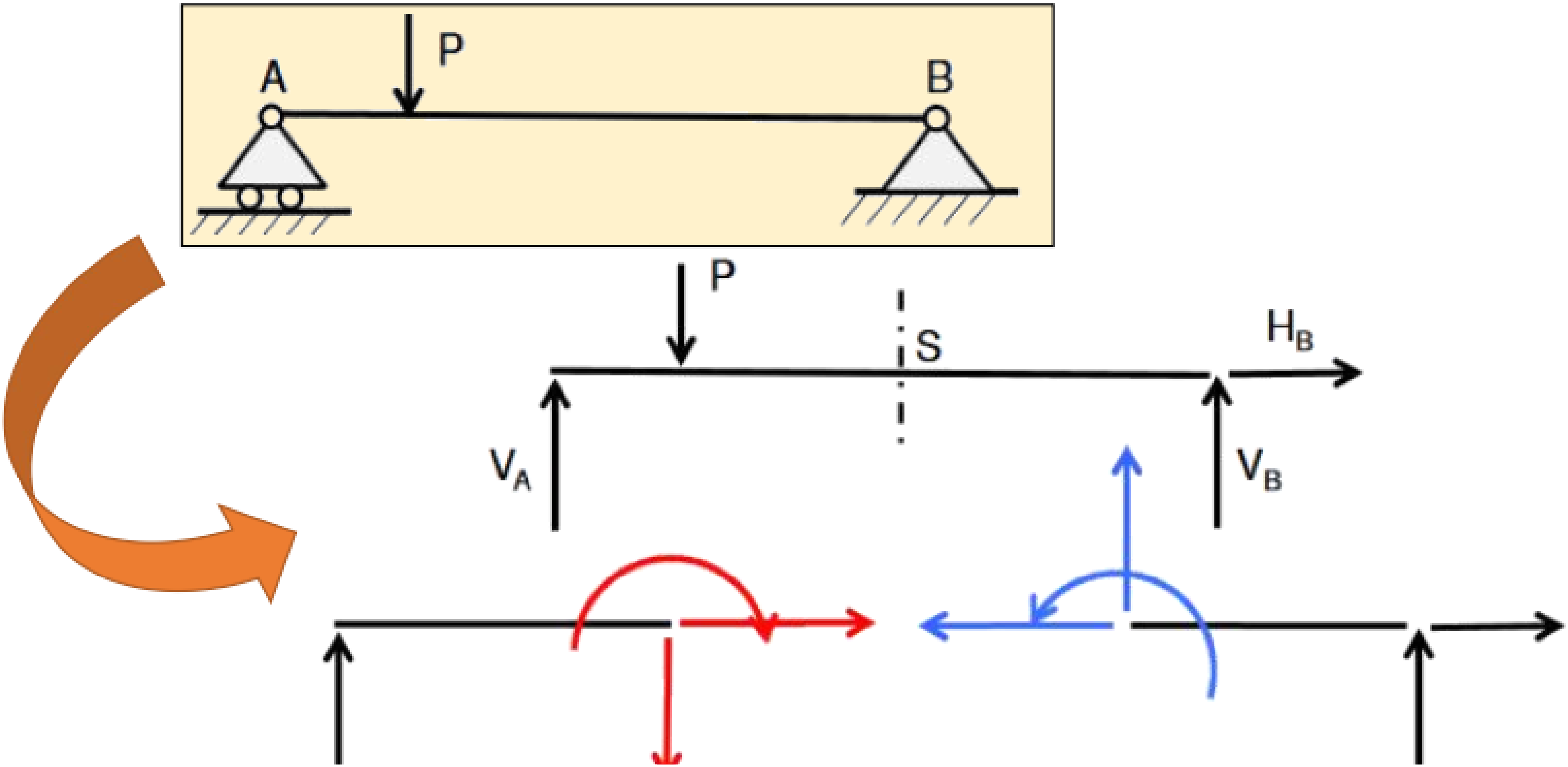
✓ É robusta? Troppo flessibile?

✓ É in grado di assolvere i compiti per i quali è stata progettata?

....

AZIONI INTERNE

- Le forze interne (chiamate azioni interne) possono essere messe in evidenza “tagliando” la struttura in un punto qualsiasi
- Questa operazione equivale all’eliminazione di un vincolo completo (incastro) che identifica la **continuità** dell’asta e si esplicita nel mettere in evidenza le forze (2, nel piano) e i momenti (1, nel piano) scambiati tra le due porzioni di struttura separate:

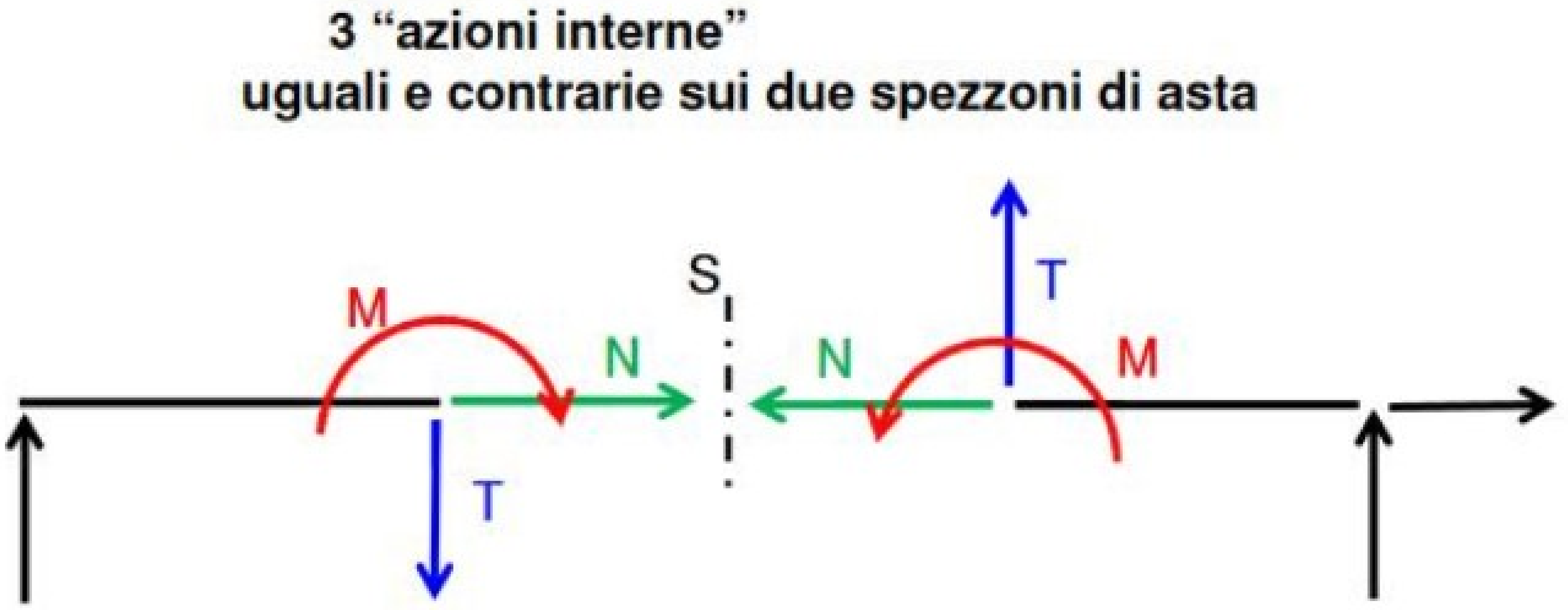


AZIONI INTERNE

RICORDARE CHE:

1. Vale il principio di azione e reazione, ossia le azioni presenti su una parte della struttura ottenuta dalla separazione sono uguali e contrarie alle azioni presenti sulla restante parte

2. Le due parti di struttura ottenute devono a loro volta essere **in equilibrio** sotto l'effetto delle azioni esterne che le competono e considerando le azioni interne scambiate



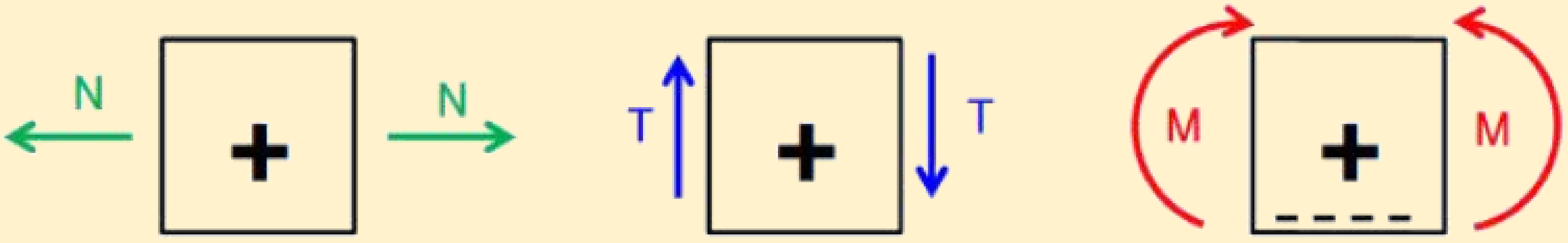
AZIONI INTERNE

Il calcolo delle azioni interne viene fatto in maniera semplice: **è sufficiente scrivere le equazioni di equilibrio delle forze agenti sulla porzione di corpo**.

- Nel caso in cui la struttura sia vincolata **è necessario prima individuare il valore delle reazioni vincolari** e successivamente calcolare il valore delle tre azioni incognite N, T e M.

- La porzione di corpo analizzata può essere considerata un corpo soggetto ad un sistema di forze nel quale tre sono incognite. Le equazioni cardinali della statica forniscono le tre equazioni necessarie alla risoluzione del problema.

- Le azioni interne ad un corpo sono considerate positive secondo i versi indicati in figura.



AZIONE NORMALE
Positiva se uscente (di trazione)

TAGLIO
Positivo se induce una rotazione oraria della porzione considerata (concio)

MOMENTO FLETTENTE
Positivo se tende le fibre inferiori del corpo

AZIONI INTERNE

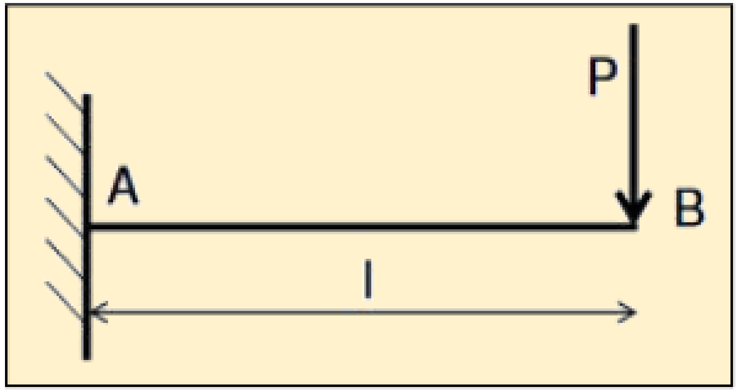
Le azioni interne, come detto, sono di fatto **forze e momenti** e dunque si misurano:

AZIONE NORMALE	in Newton [N]
TAGLIO	in Newton [N]
MOMENTO FLETTENTE	in Newton • metro [N m] o Newton • millimetro [N mm]

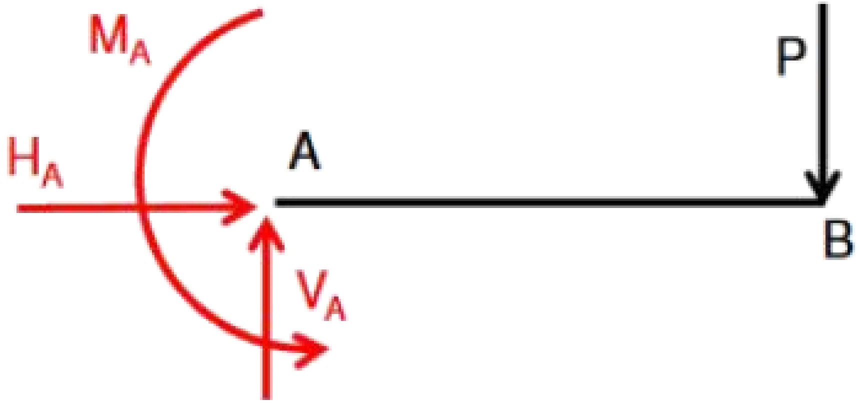
ATTENZIONE ALLE UNITÀ DI MISURA!!

- Sono dipendenti dalla sezione nella quale si considerano (quindi dipendono dalla coordinata x che si assume per il calcolo)
- Si possono determinare, ottenendo lo stesso risultato in termini di valore assoluto, nello spezzone di struttura a destra o a sinistra del taglio
- **Il calcolo delle azioni interne** assume un significato importante se esteso a tutto il corpo (o a tutta la struttura) perché **fornisce informazioni fondamentali per il progetto**
- L'entità e la tipologia delle azioni interne, nonché il loro andamento all'interno del corpo influenzano la progettazione della forma e dei materiali con i quali il corpo deve essere realizzato.
- **L'andamento delle azioni interne viene rappresentato mediante dei diagrammi**. I diagrammi vengono rappresentati lungo una linea che percorre il corpo nel suo sviluppo tridimensionale (o nel piano)

ESEMPIO 1



Mensola (trave incastrata ad una estremità) caricata con forza concentrata all'altro estremo



Reazioni Vincolari

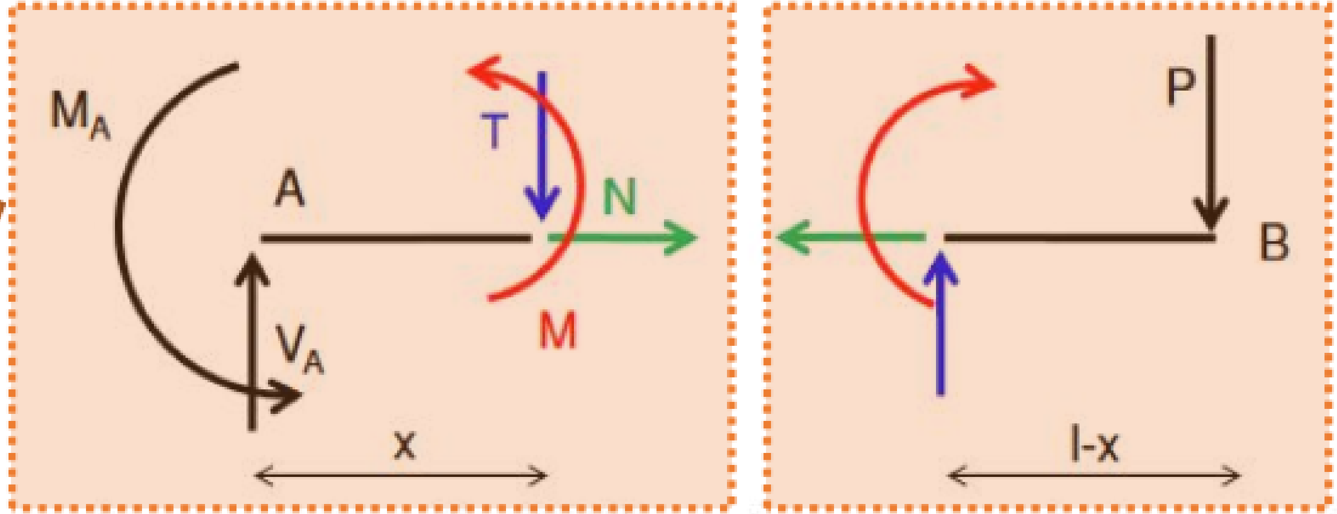
$$\boxed{\begin{aligned} H_A &= 0 \\ V_A &= P \\ M_A &= P \cdot l \end{aligned}}$$

- Per il calcolo delle azioni interne è sufficiente aprire il corpo in un punto qualunque (visti i vincoli e i carichi) e scrivere le equazioni di equilibrio per le forze agenti sulla porzione di struttura.

- Detta x la distanza tra il punto in cui si "apre" la struttura e il punto A, due sistemi sono equivalenti

ESEMPIO 1

Per il calcolo delle azioni interne è sufficiente aprire il corpo in un punto qualunque (visti i vincoli e i carichi) e scrivere le equazioni di equilibrio per le forze agenti sulla porzione di struttura.



Scriviamo le equazioni cardinali della statica per entrambe le porzioni di struttura

Sinistra

$$V_A - T = 0$$
$$N = 0$$
$$-M_A + V_A x - M = 0$$

$$P - T = 0$$
$$N = 0$$
$$-Pl + Px - M = 0$$

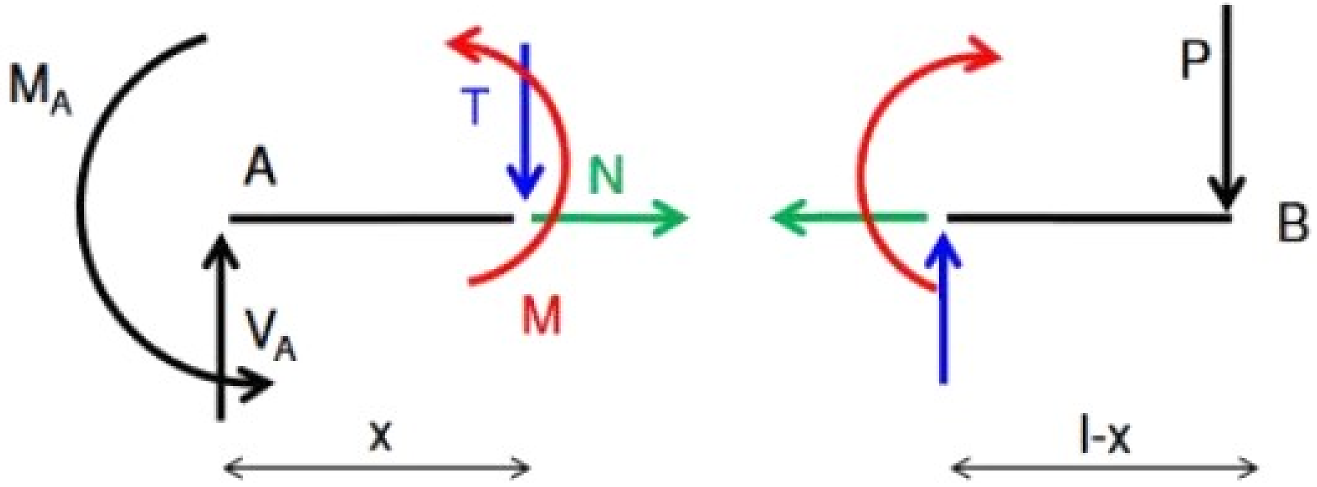
Destra

$$T - P = 0$$
$$-N = 0$$
$$M + P(l - x) = 0$$

NB I due sistemi sono EQUIVALENTI

ESEMPIO 1

Quindi la soluzione è:



$$N = 0$$

$$T = P$$

$$M = -P \cdot l + P \cdot x$$

- L’azione interna assiale è NULLA
- L’azione interna di taglio è COSTANTE
- L’azione interna di momento è VARIABILE LINEARMENTE

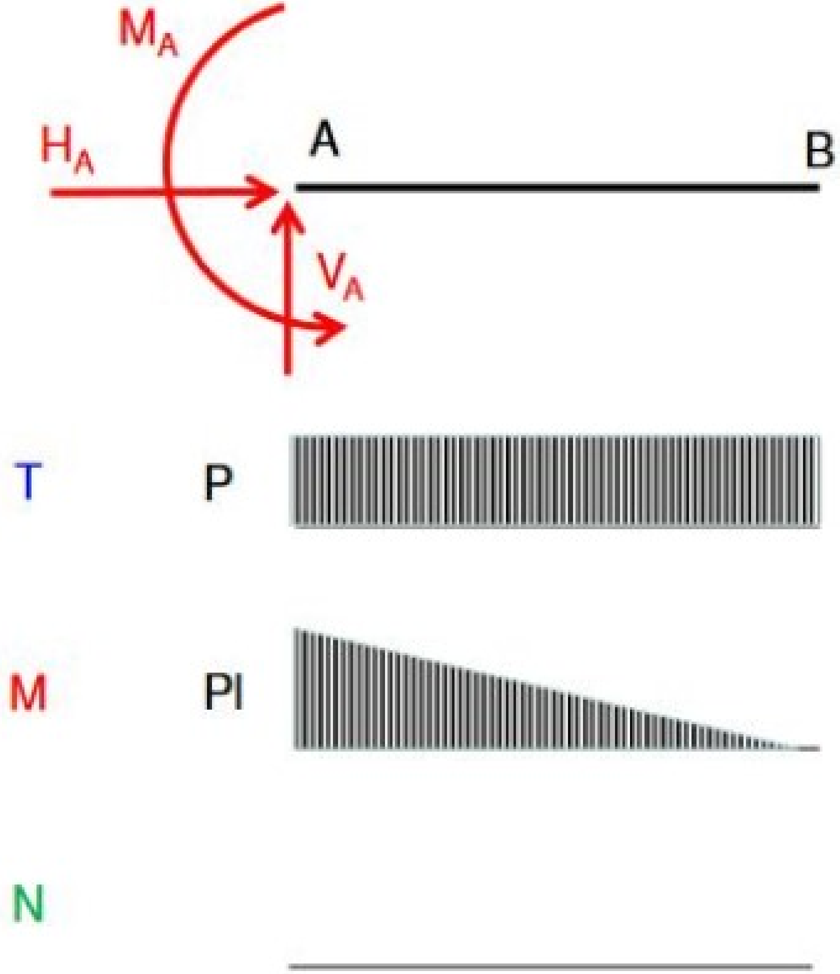
ESEMPIO 1

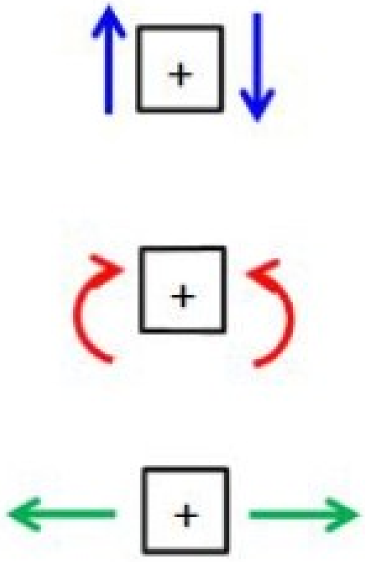
Convenzionalmente i diagrammi delle azioni interne si riportano al di sotto della struttura originaria (in genere si riporta prima T, poi M e infine N)

$$N = 0$$

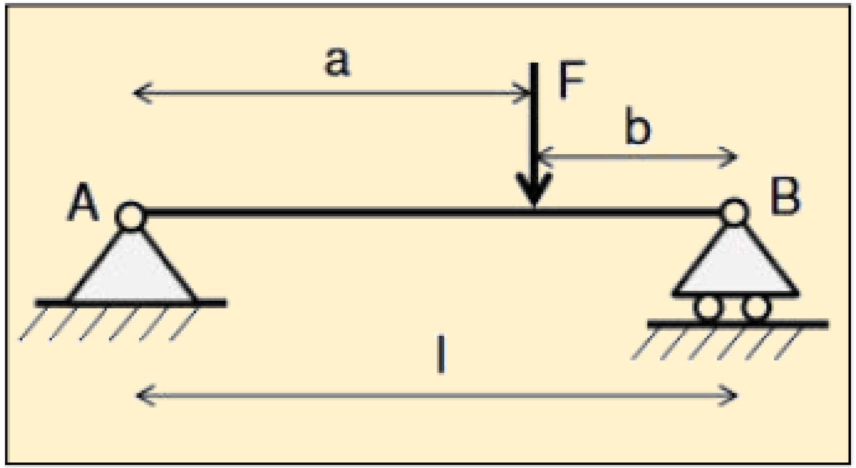
$$T = P$$

$$M = -P \cdot l + P \cdot x$$





ESEMPIO 2



Trave semplicemente appoggiata caricata con forza concentrata posta a distanza "a" dalla cerniera sinistra

Reazioni Vincolari

$$\begin{cases} H_A = 0 \\ V_A + V_B = F \\ -V_B \cdot l + F \cdot a = 0 \quad \Rightarrow \quad V_B = \dfrac{F \cdot a}{l} \end{cases}$$

$$V_A = F - V_B \quad \Rightarrow \quad V_A = F - \frac{F \cdot a}{l}$$

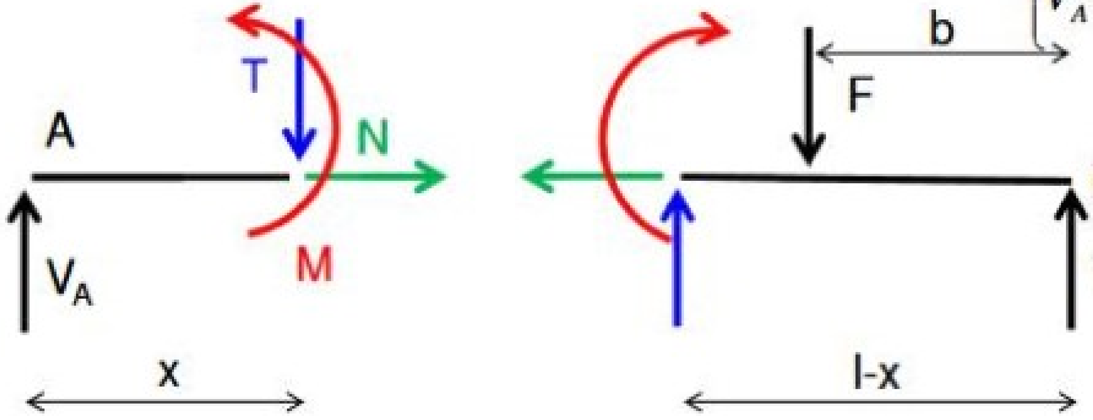
- Per il calcolo delle azioni interne è sufficiente aprire il corpo in un punto qualunque e scrivere le equazioni di equilibrio per le forze agenti sulla porzione di struttura considerata

ESEMPIO 2

$$\begin{cases} V_B = \dfrac{F \cdot a}{l} \\ V_A = \dfrac{F \cdot b}{l} \end{cases}$$

$$0 \le x \le a$$

$$\begin{cases} N = 0 \\ T = V_A = \dfrac{F \cdot b}{l} \\ M(x) = V_A \cdot x = \dfrac{F \cdot b}{l} \cdot x \end{cases}$$

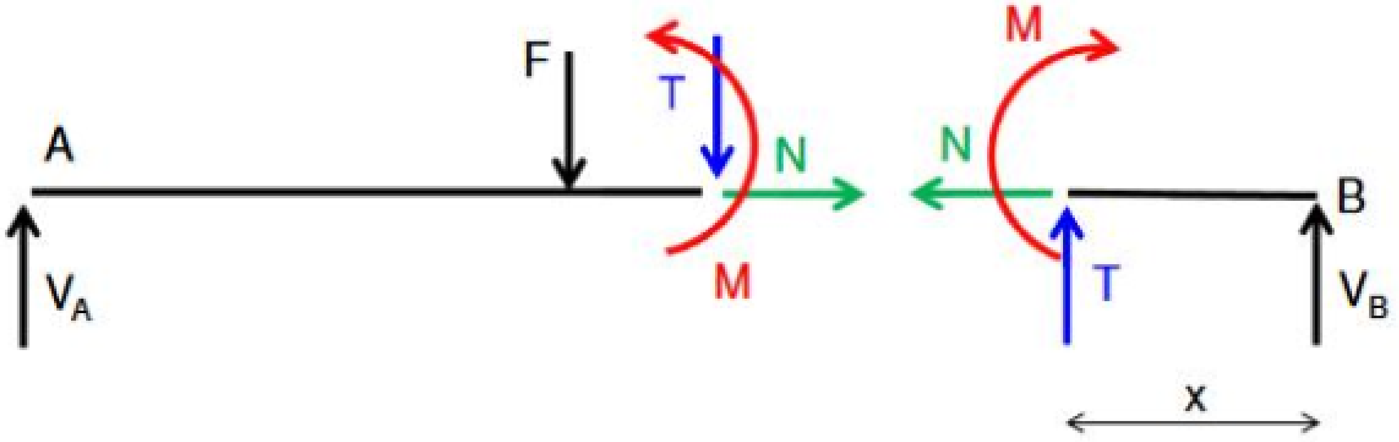


- Quando si arriva all'ascissa corrispondente alla posizione del carico concentrato F **si incontra una discontinuità nelle azioni interne** che riguarda sia l'azione di taglio sia il momento flettente
- Il calcolo delle azioni normali deve essere quindi fatto suddividendo l'asta in campi corrispondenti alla posizione dei carichi (questo vale in generale)
- L'origine del sistema di riferimento può essere cambiata (partire da destra o da sinistra). Resta inteso che, per una data posizione dell'asta, il valore delle azioni interne deve essere lo stesso qualunque sia l'origine scelta

ESEMPIO 2

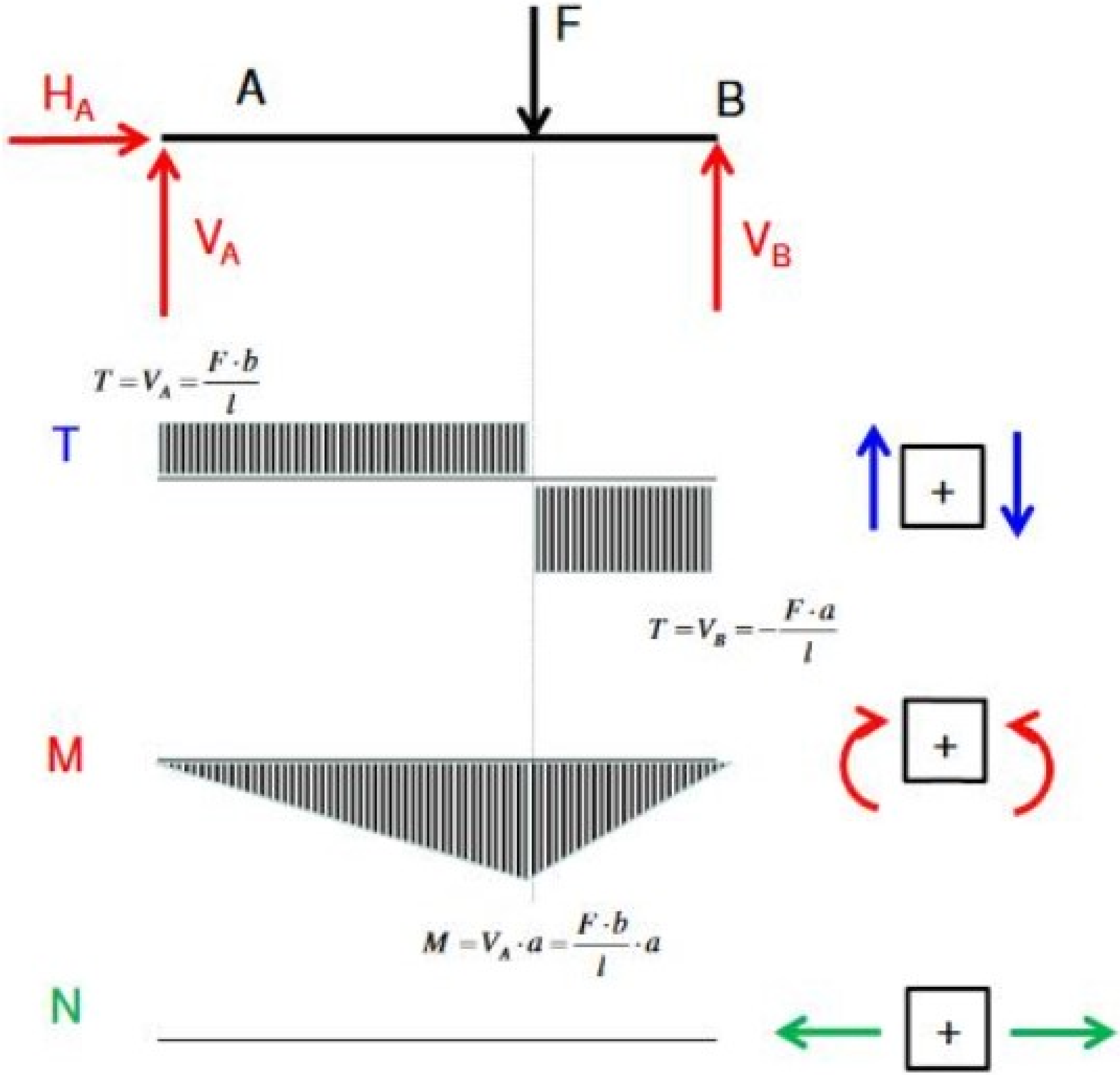
$$\begin{cases} V_B = \dfrac{F \cdot a}{l} \\ V_A = \dfrac{F \cdot b}{l} \end{cases}$$

$0 \leq x \leq b$ Fisso l'origine del sistema di riferimento nel punto B



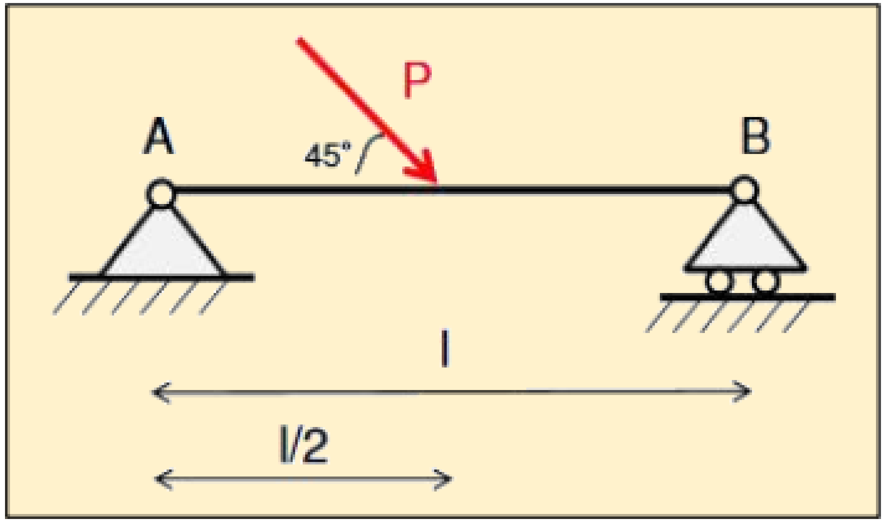
$$\begin{cases} N = 0 \\ T + V_B = 0 \;\Rightarrow\; T = -V_B \;\Rightarrow\; T = -F \cdot \dfrac{a}{l} \\ -V_B \cdot x + M = 0 \;\Rightarrow\; M = V_B \cdot x \;\Rightarrow\; M(x) = \left(\dfrac{F \cdot a}{l}\right) \cdot x \end{cases}$$

ESEMPIO 2

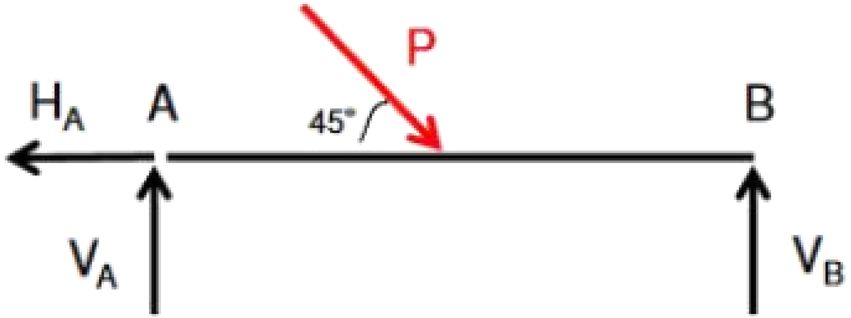


F
H_A
A
B
V_A
V_B
$T = V_A = \frac{F \cdot b}{l}$
T
+
$T = V_B = -\frac{F \cdot a}{l}$
M
+
$M = V_A \cdot a = \frac{F \cdot b}{l} \cdot a$
N
+

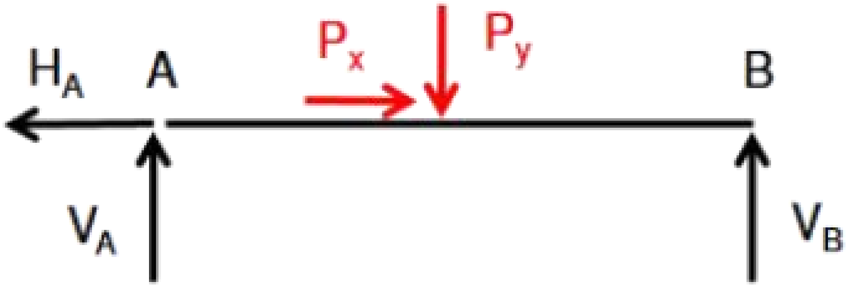
ESEMPIO 3



Trave appoggiata agli estremi caricata con forza concentrata inclinata di 45° applicata in mezzeria



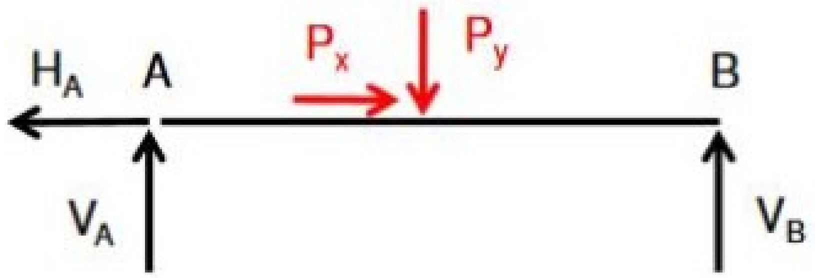
La forza applicata alla struttura può essere scomposta secondo le direzioni orizzontale e verticale



$$P_x = P\cos 45° = P\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$P_x = P\,sen\,45° = P\frac{\sqrt{2}}{2}$$

ESEMPIO 3



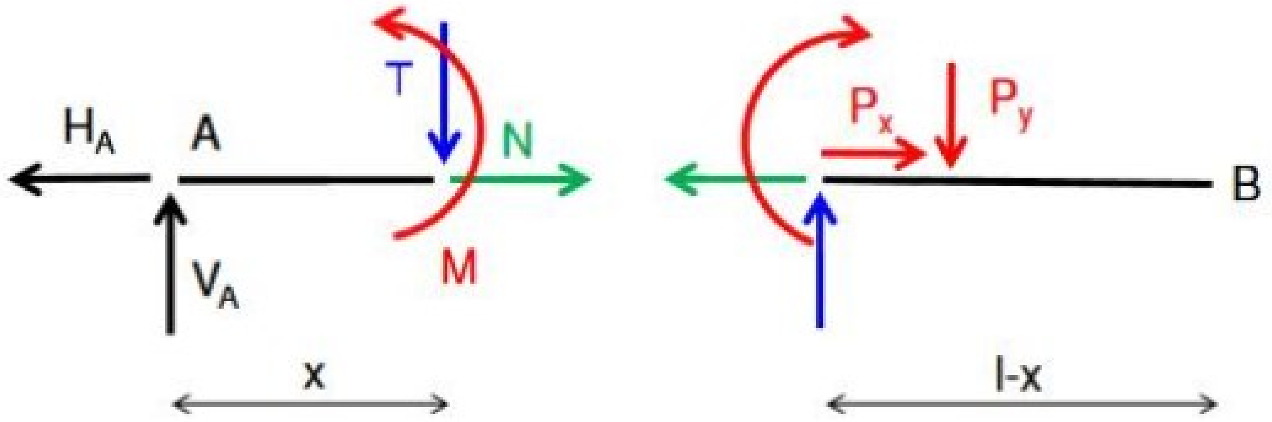
Reazioni Vincolari

$$H_A = P\frac{\sqrt{2}}{2}$$

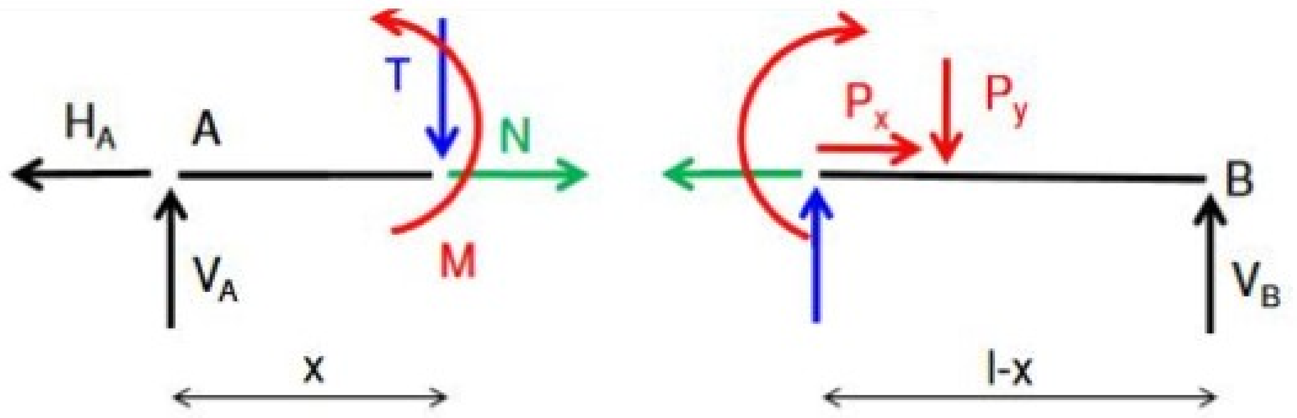
$$V_A = P\frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$V_B = P\frac{\sqrt{2}}{4}$$

Per il calcolo delle azioni interne si può aprire il corpo in due punti: a sinistra e a destra del carico applicato. Supponiamo inizialmente di aprire a sinistra



ESEMPIO 3

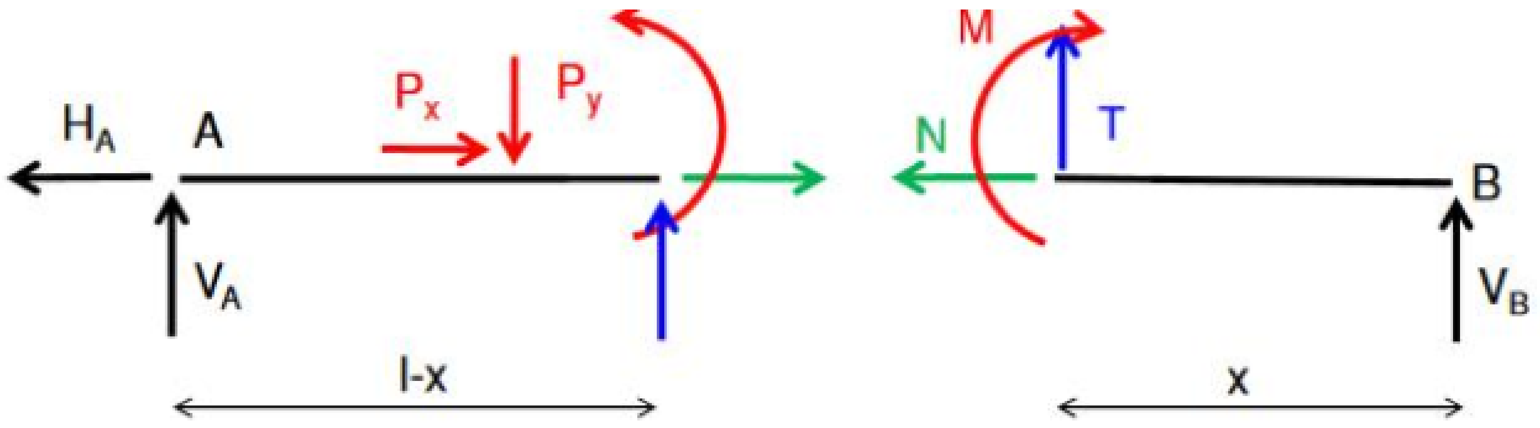


Imponendo l'equilibrio alla porzione di struttura a sinistra si ottiene:

$$V_A - T = 0 \qquad T = V_A$$
$$N - H_A = 0 \quad \Rightarrow \quad N = H_A$$
$$V_A \cdot x - M = 0 \qquad M = V_A \cdot x$$

Supponiamo ora di aprire in un punto a destra della forza applicata e ripetiamo il calcolo. Ora l'origine degli assi si trova in corrispondenza dell'estremo B

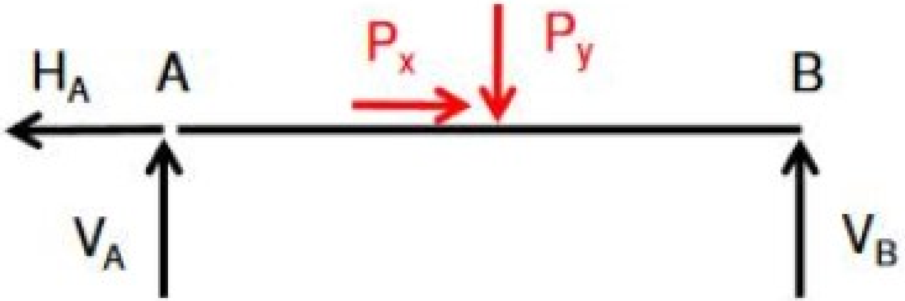
ESEMPIO 3



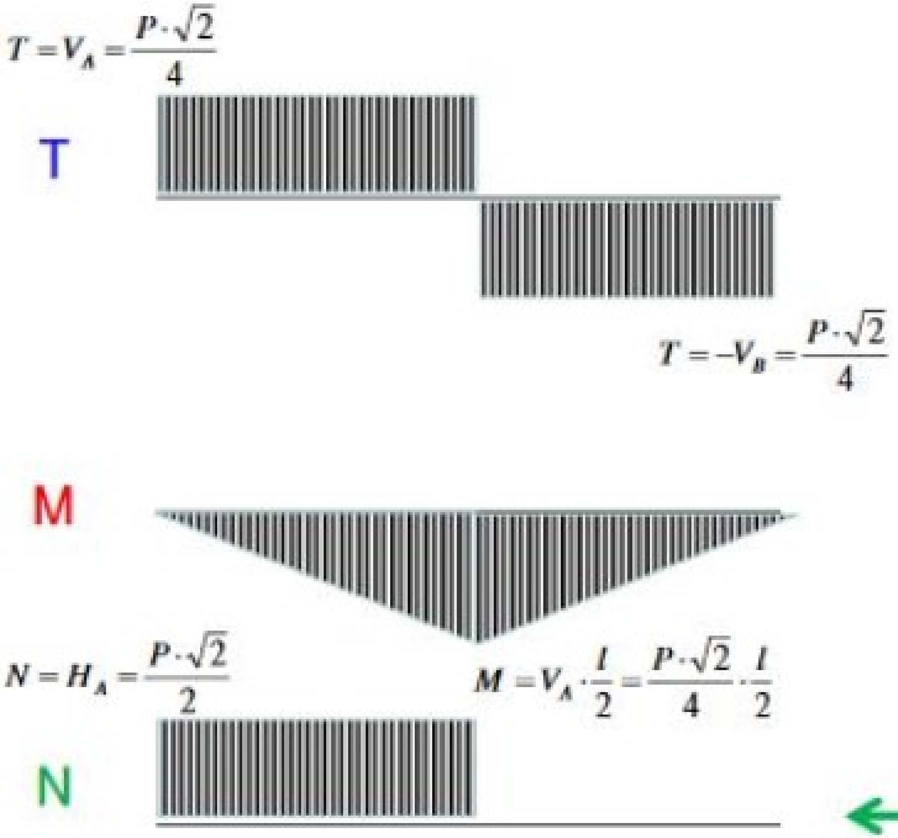
$$V_B + T = 0 \qquad\Rightarrow\qquad T = -V_B$$
$$N = 0 \qquad\Rightarrow\qquad N = 0$$
$$M - V_B \cdot x = 0 \qquad\Rightarrow\qquad M = V_B \cdot x$$

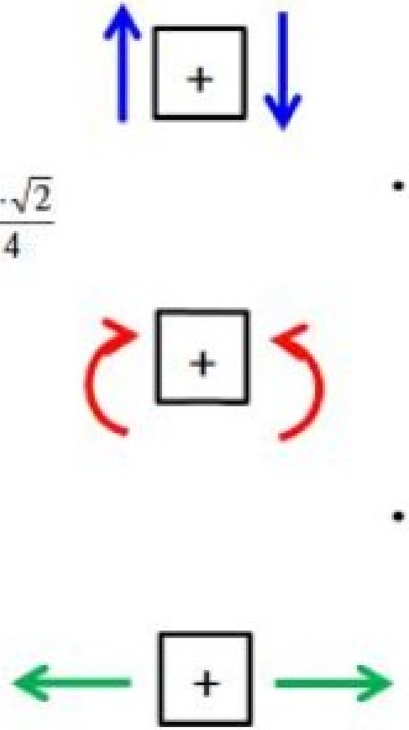
Facendo variare x tra 0 e l/2 nei due casi, possiamo tracciare i diagrammi delle azioni interne

ESEMPIO 3



Aprendo a sinistra del carico	Aprendo a destra del carico
$T = V_A$	$T = -V_B$
$N = H_A$	$N = 0$
$M = V_A \cdot x$	$M = V_B \cdot x$





IMPORTANTE

- Il punto in cui è applicata la forza verticale (orizzontale), rappresenta un punto di DISCONTINUITA' per l'andamento del taglio (azione normale)
- Tratti contigui devono avere uguali valori del momento flettente (se non sono presenti coppie concentrate)