Yunus A. Çengel
John M. Cimbala

per l'edizione italiana
Giuseppe Cozzo
Cinzia Santoro

Meccanica dei fluidi

Seconda edizione

Soluzione dei problemi
Capitolo 2

McGraw-Hill

Indice

PROPRIETÀ DEI FLUIDI 2

SOMMARIO

In questo capitolo sono esaminate alcune delle proprietà dei fluidi che intervengono più frequentemente nello studio del loro moto. Le proprietà che dipendono dalla massa di un sistema sono chiamate *proprietà estensive*, mentre le altre *proprietà intensive*.

La *densità* è la massa per unità di volume; il *volume specifico* è il volume per unità di massa. La *densità relativa* è definita come il rapporto tra la densità di una sostanza e quella dell'acqua a 4 °C.

L'equazione di stato dei gas ideali è $p = \rho RT$, dove p è la pressione, ρ la densità, T la temperatura assoluta ed R la costante del gas. A una data temperatura, la pressione alla quale una sostanza pura cambia fase è chiamata *pressione di saturazione*. Nei processi di cambiamento di fase tra le fasi liquida e di vapore di una sostanza pura, la pressione di saturazione è comunemente chiamata *tensione di vapore*. Le bolle di vapore che si formano nelle regioni a bassa pressione all'interno di un liquido (un fenomeno chiamato *cavitazione*), quando vengono spazzate via da tali regioni, collassano, dando luogo a onde di altissima pressione, molto dannose.

L'*energia* può esistere in numerose forme, la cui somma costituisce l'*energia totale* di un sistema. La somma di tutte le forme microscopiche di energia è chiamata *energia interna* del sistema. L'energia posseduta da un sistema per il fatto che si muove rispetto a un sistema di riferimento è chiamata *energia cinetica*; per unità di massa essa vale $e_c = V^2/2$. L'energia che un sistema possiede a causa della sua quota in un campo gravitazionale è chiamata *energia potenziale*; per unità di massa essa vale $e_p = gz$.

Il comportamento di un fluido sottoposto, a temperatura costante, a variazioni di pressione è rappresentato dal *coefficiente di comprimibilità* κ (chiamato anche *modulo di elasticità a compressione cubica*) definito come

$$\kappa = -W\left(\frac{\partial p}{\partial W}\right)_T = \rho\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_T \cong -\frac{\Delta p}{\Delta W/W} \qquad (2.20)$$

Il comportamento di un fluido sottoposto, a pressione costante, a variazioni di temperatura è rappresentato dal *coefficiente di dilatazione cubica* β definito come

$$\beta = \frac{1}{W}\left(\frac{\partial W}{\partial T}\right)_p = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p \cong -\frac{\Delta\rho/\rho}{\Delta T} \qquad (2.28)$$

La *celerità*, cioè la velocità con cui una perturbazione si propaga in un mezzo, è pari alla *velocità del suono*. In un mezzo liquido indefinito, essa vale

$$c = \sqrt{\frac{\kappa}{\rho}} \qquad (2.40)$$

mentre in un gas perfetto si ha

$$c = \sqrt{kRT} \qquad (2.41)$$

in cui k è il rapporto tra i calori specifici a pressione e a volume costanti.

Il *numero di Mach* è il rapporto tra la velocità del fluido e la velocità del suono nelle stesse condizioni

$$\mathrm{Ma} = \frac{V}{c} \qquad (2.42)$$

Un moto è definito *sonico* quando $\mathrm{Ma} = 1$; *subsonico* quando $\mathrm{Ma} < 1$; *supersonico* quando $\mathrm{Ma} > 1$; *ipersonico* quando $\mathrm{Ma} \gg 1$ e *transonico* quando $\mathrm{Ma} \cong 1$.

La *viscosità* di un fluido è una misura della resistenza che esso oppone alle forze che tendono a deformarlo con continuità. Lo *sforzo tangenziale*, per il caso semplice del moto laminare tra due lastre piane parallele (moto unidimensionale), vale

$$\tau = \mu\frac{dv_x}{dy} \qquad (2.48)$$

dove μ è la *viscosità dinamica* (o *assoluta*) del fluido, v_x è la componente di velocità nella direzione del moto e y è la direzione normale a quella del moto.

I fluidi che seguono questa legge (legge di Newton) sono chiamati *fluidi newtoniani*. Il rapporto tra viscosità dinamica e densità è chiamato *viscosità cinematica* ν.
La *tensione superficiale* σ_s misura lo stato di tensione delle molecole che si trovano su un'interfaccia liquido-gas causato dalle forze di attrazione delle molecole. Ha le dimensioni di una forza per unità di lunghezza. Benché sia di valore piuttosto piccolo, i suoi effetti diventano manifesti quando l'interfaccia assume curvature notevoli. Per esempio, per effetto della tensione superficiale, tra l'interno e l'esterno di una goccia di liquido o di una bolla di sapone di raggio R esiste, rispettivamente, una differenza di pressione

$$\Delta p = p_i - p_e = \frac{2\sigma_s}{R} \tag{2.55}$$

e

$$\Delta p = p_i - p_e = \frac{4\sigma_s}{R} \tag{2.56}$$

dove p_i e p_e sono le pressioni all'interno e all'esterno della goccia o della bolla. La tensione superficiale e le forze di adesione tra liquido e parete causano in tubi di piccolo diametro un fenomeno chiamato *effetto di capillarità*. Esso consiste nell'innalzamento o nell'abbassamento h che la superficie libera del liquido all'interno di un tubicino di diametro D subisce rispetto al livello della superficie libera del liquido in cui il tubo è parzialmente immerso. Esso vale

$$h = \frac{4\sigma_s}{\rho g D}\cos\phi \tag{2.57}$$

dove ϕ è l'angolo di contatto tra l'interfaccia liquido-gas e la parete. Il fenomeno è trascurabile per tubi con diametro superiore a qualche centimetro.

PROBLEMI

Densita

2.1 Qual è la differenza tra proprietà intensive e proprietà estensive?

Analisi Le proprietà intensive non dipendono dalle dimensioni del sistema; al contrario, le proprietà estensive sono proporzionali alla massa del sistema. Sono, ad esempio, proprietà intensive la temperatura, la pressione e la densità. Sono, invece, proprietà estensive la massa, il volume e la quantità di moto.

2.2 Cos'è la densità relativa? Che differenza c'è con la densità?

Analisi La densità relativa ρ_r di una sostanza è il rapporto tra la sua densità ρ e la densità ρ_a di una sostanza standard ad una temperatura specificata (di solito acqua a 4 °C, per la quale $\rho_a = 1\,000$ kg/m^3), scelta come densità di riferimento. Pertanto

$$\rho_r = \frac{\rho}{\rho_a}$$

La densità relativa è adimensionale.

2.3 Cos'è il postulato di stato?

Analisi Il postulato di stato stabilisce che *lo stato di un sistema semplice comprimibile è completamente specificato da due proprietà intensive indipendenti*.

2.4 In quali condizioni il comportamento dei gas reali può essere assimilabile a quello di un gas perfetto?

Analisi Un gas può essere trattato come *gas perfetto* quando è a temperatura alta e/o a pressione bassa rispetto ai suoi valori critici di temperatura e pressione. L'aria e molti altri gas a temperatura ambiente possono essere trattati come gas perfetti senza apprezzabile errore.

2.5 Che differenza c'è tra R e R_u? Che relazione c'è tra queste due grandezze?

Analisi Il simbolo R_u indica la *costante universale dei gas*, uguale per tutti i gas, il cui valore è

$$R_u = 8{,}314 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}$$

Il simbolo R indica la costante specifica di ciascun gas, data dal rapporto tra la costante universale e la massa molare del gas, espressa in kg/mol. Essa, pertanto, si esprime in $\text{J/(kg} \cdot \text{K)}$ o, essendo $1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}^3/\text{m}^2 = 1 \text{ Pa} \cdot \text{m}^3$, in $\text{Pa} \cdot \text{m}^3/(\text{kg} \cdot \text{K})$.

2.6 Un contenitore con un volume di 100 l è riempito da 1 kg di aria alla temperatura di 27 °C. Qual è la pressione nel contenitore?

Ipotesi L'aria si comporta come un gas perfetto.
Proprietà Per l'aria, la costante dell'equazione di stato dei gas perfetti è $R = 0{,}287 \text{ kPa} \cdot \text{m}^3/(\text{kg} \cdot \text{K})$.
Analisi Essendo il volume specifico

$$w = \frac{W}{m} = \frac{0{,}100}{1} = 0{,}100 \text{ m}^3/\text{kg}$$

per l'equazione di stato dei gas perfetti 2.4, si ha

$$p = \frac{RT}{w} = \frac{0{,}287 \times (273 + 27)}{0{,}100} = 861 \text{ kPa}$$

2.7 Un fluido che occupa un volume di 32 l pesa 280 N in un luogo in cui l'accelerazione di gravità vale $9{,}80 \text{ m/s}^2$. Calcolare la massa e la densità del fluido.

Analisi La massa m è data dal rapporto tra il peso P e l'accelerazione di gravità g. La densità ρ è la massa dell'unità di volume, cioè il rapporto tra massa m e volume W. Per cui

$$m = \frac{P}{g} = \frac{280}{9{,}80} = 28{,}6 \text{ kg}$$

$$\rho = \frac{m}{W} = \frac{28{,}6}{0{,}032} = 893 \text{ kg/m}^3$$

2.8 In una ruota d'automobile la pressione dipende dalla temperatura interna dell'aria. Quando la temperatura dell'aria è di 25 °C, il manometro segna

210 kPa. Essendo il volume della ruota 0,025 m^3, determinare l'aumento di pressione quando la temperatura dell'aria all'interno sale a 50 °C. Calcolare, inoltre, la quantità d'aria che deve essere spillata dalla ruota per riportare la pressione al valore iniziale, essendo la pressione atmosferica pari a 100 kPa.

Ipotesi **1** L'aria si comporta come un gas perfetto. **2** Il volume della ruota si mantiene costante.
Proprietà Per l'aria, la costante dell'equazione di stato dei gas perfetti è $R = 0{,}287\ \mathrm{kPa \cdot m^3/(kg \cdot K)}$.
Analisi La lettura manometrica fornisce, in genere, il valore della pressione relativa p_r, cioè la differenza tra il valore p della pressione e quello della pressione atmosferica p_{atm}. Pertanto, all'interno della ruota, la pressione dell'aria vale

$$p = p_r + p_{\mathrm{atm}} = 210 + 100 = 310\ \mathrm{kPa}$$

Supponendo che l'aria si comporti come un gas perfetto, per essa vale l'equazione di stato 2.4

$$pw = RT$$

in cui $w = W/m$ è il volume specifico (rapporto tra il volume W e la massa m) e T la temperatura assoluta. L'equazione di stato, scritta per le due situazioni ed eliminando la costante, fornisce

$$\frac{p_1 w_1}{T_1} = \frac{p_2 w_2}{T_2}$$

avendo indicato con i pedici 1 e 2 i valori che le varie grandezze assumono rispettivamente nelle due situazioni. Se, durante il riscaldamento, il volume dell'aria contenuta all'interno della ruota si mantiene costante (o la sua variazione può essere ritenuta trascurabile rispetto al volume originario), è anche

$$w_1 = w_2$$

per cui

$$p_2 = \frac{p_1 T_2}{T_1} = \frac{310 \times (50 + 273)}{25 + 273} = 336\ \mathrm{kPa}$$

L'aumento di pressione Δp vale, quindi,

$$\Delta p = p_2 - p_1 = 336 - 310 = 26\ \mathrm{kPa}$$

Alla temperatura di 25 °C, la massa d'aria m_1 contenuta nella ruota di volume W vale

$$m_1 = \frac{p_1 W}{R T_1} = \frac{310 \times 0{,}025}{0{,}287 \times (25 + 273)} = 0{,}0906\ \mathrm{kg}$$

Mantenendosi invariato il volume, per avere la stessa pressione p_1 alla temperatura di 50°C, all'interno della ruota deve esserci una massa d'aria

$$m_2 = \frac{p_1 W}{R T_2} = \frac{310 \times 0{,}025}{0{,}287 \times (50 + 273)} = 0{,}0836\ \mathrm{kg}$$

La massa d'aria da spillare vale, quindi,

$$\Delta m = m_2 - m_1 = 0{,}0906 - 0{,}0836 = 0{,}0070\ \mathrm{kg}$$

pari a poco più del 7% della massa originaria.

Tensione di vapore e cavitazione

2.9 Cos'è la tensione di vapore?

Analisi La pressione di una sostanza allo stato di vapore, sia essa da sola o in una miscela con altri gas, si chiama tensione di vapore. Quando, ad una data temperatura, il vapore è in equilibrio di fase col suo liquido, la tensione di vapore è uguale alla pressione di saturazione, cioè alla pressione in corrispondenza della quale, a quella temperatura, la sostanza cambia fase.

2.10 A pressione maggiore, l'acqua bolle a temperature più elevate? Perché?

Analisi La temperatura di saturazione, cioè la temperatura in corrispondenza della quale, ad una data pressione, una sostanza cambia fase, aumenta all'aumentare della pressione. Pertanto, al crescere della pressione, l'acqua bolle a temperature via via crescenti. Ad esempio, in una pentola a pressione l'acqua bolle a temperature maggiori di 100 °C. Ciò consente di cuocere i cibi in un tempo minore di quello necessario usando una pentola normale.

2.11 Se la pressione di una sostanza viene aumentata mentre essa sta bollendo, la temperatura di ebollizione aumenta anch'essa o rimane costante? Perché?

Analisi Se la pressione di una sostanza viene aumentata mentre essa sta bollendo, aumenta anche la temperatura di ebollizione perché essa è proporzionale alla pressione.

2.12 Cos'è la cavitazione? Quali problemi provoca?

Analisi Quando in qualche punto di un volume liquido la pressione scende al di sotto della tensione di vapore si formano delle bolle di vapore. Tale fenomeno, chiamato **cavitazione**, può dar luogo a fenomeni di erosione delle pareti solide in vicinanza delle quali dovesse verificarsi e, pertanto, va attentamente preso in considerazione nella progettazione di macchine idrauliche.

2.13 Calcolare il valore minimo che può assumere la pressione, senza dar luogo a fenomeni di cavitazione, in un sistema in cui circola acqua a temperatura non superiore a 40 °C .

Proprietà La tensione di vapore dell'acqua a 40 °C è $p_v = 7{,}38$ kPa (vedi Tabella 2.2).
Analisi Per evitare la cavitazione, la pressione non deve scendere al di sotto della tensione di vapore alla temperatura assegnata. Pertanto, per acqua alla temperatura massima di 40 °C, la pressione deve essere ovunque non inferiore al valore

$$p_{\min} = p_v = 7{,}38 \text{ kPa}$$

Discussione La tensione di vapore aumenta con la temperatura. Pertanto, al crescere della temperatura, il rischio di cavitazione aumenta.

2.14 Studiando un'elica che funziona in acqua a 20 °C si trova che alle alte velocità la pressione sui bordi dell'elica scende fino a 2 kPa. Determinare se c'è rischio di cavitazione.

Proprietà La tensione di vapore dell'acqua a 20 °C è $p_v = 2{,}34$ kPa (vedi Tabella 2.2).
Analisi Per evitare la cavitazione, la pressione non deve scendere al di sotto della tensione di vapore alla temperatura assegnata. Poiché la pressione al bordo dell'elica è inferiore alla tensione di vapore, **c'è rischio di cavitazione**.

2.15 Determinare il valore minimo che la pressione può assumere, senza dar luogo a fenomeni di cavitazione, all'interno di una pompa a servizio di un impianto di sollevamento di acqua a 25 °C.

Proprietà La tensione di vapore dell'acqua a 25 °C è $p_v = 3{,}17$ kPa (vedi Tabella 2.2).
Analisi Per evitare la cavitazione, la pressione non deve scendere al di sotto della tensione di vapore alla temperatura assegnata. Nel caso specifico, la pressione deve essere ovunque non inferiore a 3,17 kPa.

Energia specifica

2.16 Qual è la differenza tra la forma macroscopica e quella microscopica dell'energia?

Analisi Le forme *macroscopiche* di energia sono quelle possedute da un sistema nel suo insieme rispetto ad un sistema di riferimento esterno. Le forme *microscopiche* di energia, invece, sono quelle associate alla struttura molecolare del sistema e al grado di attività molecolare e non dipendono da sistemi di riferimento esterni.

2.17 Cos'è l'energia totale? Descrivere le diverse forme di energia che compongono l'energia totale.

Analisi L'*energia totale* è la somma di tutte le forme di energia possedute da un sistema. In assenza di effetti magnetici, elettrici e di tensione superficiale, l'energia totale di un sistema è la somma dell'energia cinetica, dell'energia potenziale e dell'energia interna.

2.18 Elencare le diverse forme di energia che contribuiscono all'energia interna di un sistema.

Analisi L'energia interna di un sistema è la somma di tutte le forme microscopiche di energia, cioè delle forme associate alla struttura molecolare del sistema e al grado di attività molecolare. Pertanto, ad essa contribuiscono l'energia termica, chimica, nucleare, ...

2.19 Che differenza c'è tra calore, energia interna e energia termica?

Analisi L'*energia termica* è una forma di energia interna, diversa da quella chimica o nucleare, rappresentativa dell'energia cinetica media delle molecole. La sua manifestazione percettibile è chiamata *calore*.

Comprimibilità e velocità del suono

2.20 Cos'è il coefficiente di comprimibilità di un fluido?

Analisi Applicando, a temperatura costante, ad un volume W di fluido un incremento di pressione Δp il volume diminuisce di una quantità ΔW che è proporzionale a W e a Δp ed inversamente proporzionale ad un coefficiente κ dipendente solo dalla natura del fluido. Per cui

$$\Delta W = -W \frac{\Delta p}{\kappa}$$

Il coefficiente κ prende il nome di *coefficiente di comprimibilità* (o di *modulo di elasticità a compressione cubica*). Esso rappresenta anche la variazione di pressione che corrisponde, a temperatura costante, ad una variazione relativa unitaria di volume o di densità. Cioè

$$\kappa = -W \left(\frac{\partial p}{\partial W} \right)_T = \rho \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_T$$

Il coefficiente di comprimibilità di una sostanza rigorosamente incomprimibile ($W =$ costante) è infinito.

2.21 Cos'è il coefficiente di dilatazione cubica di un fluido?

Analisi Applicando, a pressione costante, ad un volume W di fluido un incremento di temperatura ΔT il volume aumenta di una quantità ΔW che è proporzionale a W e a ΔT attraverso un coefficiente β dipendente solo dalla natura del fluido. Per cui

$$\Delta W = \beta W \Delta T$$

Il coefficiente β prende il nome di *coefficiente di dilatazione cubica*. Esso rappresenta la variazione relativa di volume o di densità che corrisponde, a pressione costante, ad una variazione unitaria di temperatura. Cioè

$$\beta = \frac{1}{W} \left(\frac{\partial W}{\partial T} \right)_p = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$$

2.22 Il coefficiente di comprimibilità di un fluido può essere negativo? E il coefficiente di dilatazione cubica?

Analisi Il coefficiente di comprimibilità di un fluido non può essere negativo, mentre il coefficiente di dilatazione cubica può esserlo (per es. per l'acqua allo stato liquido ad una temperatura inferiore ai 4 °C).

2.23 Calcolare la variazione di pressione necessaria perchè, comprimendolo isotermicamente, il volume di un gas perfetto si dimezzi.

Ipotesi Il processo è isotermico, per cui la temperatura rimane costante.
Analisi Per un gas perfetto l'equazione di stato 2.4 fornisce

$$\frac{p_1 w_1}{T_1} = \frac{p_2 w_2}{T_2}$$

Essendo il processo isotermo, si ha

$$p_1 w_1 = p_2 w_2$$

da cui

$$p_2 = \frac{w_1}{w_2}\,p_1 = \frac{w_1}{0{,}5\,w_1}\,p_1 = 2\,p_1$$

Pertanto, la variazione di pressione necessaria è

$$\Delta p = p_2 - p_1 = 2\,p_1 - p_1 = p_1$$

2.24 Un volume di acqua alla pressione di 1 bar viene compresso isotermicamente fino a 200 bar. Determinare l'aumento della densità dell'acqua, essendo il coefficiente di comprimibilità dell'acqua $\kappa = 2{,}11 \times 10^9$ Pa.

Ipotesi All'interno del campo di pressione assegnato il coefficiente di comprimibilità è costante.
Proprietà La densità dell'acqua a 20 °C e alla pressione di 1 bar vale $\rho = 998\ \mathrm{kg/m^3}$.
Analisi Gli effetti combinati di variazioni di temperatura e pressione sul volume di un fluido possono essere determinati approssimativamente con la 2.32

$$\frac{dW}{W} = -\frac{d\rho}{\rho} \cong \beta\Delta T - \frac{\Delta p}{\kappa}$$

da cui

$$\Delta\rho \cong \rho\left(\frac{\Delta p}{\kappa} - \beta\Delta T\right)$$

Nel caso in esame, si ha solo una variazione di pressione da 1 a 200 bar a temperatura costante. Pertanto, la variazione di densità vale

$$\Delta\rho = \rho\frac{\Delta p}{\kappa} = 998 \times \frac{(200-1)\times 10^5}{2{,}11\times 10^9} = 9{,}41\ \mathrm{kg/m^3}$$

Discussione Un aumento della pressione di quasi 200 bar comporta un aumento di densità di poco inferiore all'1%. Ciò spiega perché abitualmente i liquidi vengano considerati praticamente incomprimibili.

2.25 Un volume di acqua alla pressione di 1 000 hPa e alla temperatura di 13 °C viene riscaldato a pressione costante fino a 85 °C. Calcolare la variazione di densità dell'acqua.

Proprietà La densità dell'acqua a 13 °C e alla pressione di 1 000 hPa è $\rho = 999{,}3$ kg/m^3. Il coefficiente di dilatazione cubica dell'acqua alla temperatura media di $(85 + 13)/2 = 49\,°\text{C}$ è $\beta = 0{,}45 \times 10^{-3}$ K^{-1}.
Analisi Gli effetti combinati di variazioni di temperatura e pressione sul volume di un fluido possono essere determinati approssimativamente con la 2.32

$$\frac{dW}{W} = -\frac{d\rho}{\rho} \cong \beta\Delta T - \frac{\Delta p}{\kappa}$$

da cui

$$\Delta\rho \cong \rho\left(\frac{\Delta p}{\kappa} - \beta\Delta T\right)$$

Nel caso in esame, si ha solo una variazione di temperatura da 13 a 85 °C a pressione costante. Pertanto, la variazione di densità vale

$$\Delta\rho \cong -\rho\beta\Delta T = -999{,}3 \times 0{,}45 \times 10^{-3} \times (85 - 13) = -32{,}4 \text{ kg/m}^3$$

Discussione Un aumento di temperatura di circa 70 °C comporta una diminuzione della densità di poco superiore al 3%. Variazioni di temperatura contenute nelle normali oscillazioni della temperatura ambiente (da 0 a 40 °C) danno luogo a variazioni di densità dell'ordine dell'1% e pertanto abitualmente trascurabili.

2.26 Un contenitore è completamente pieno di acqua a 20 °C. La tensione massima ammissibile del materiale di cui è composto il contenitore è pari a quella generata da un aumento di volume dell'acqua dell'1,2%. Calcolare l'aumento di temperatura per il quale viene raggiunta la tensione massima ammissibile. Si assuma, per semplicità, β = costante = β a 40 °C ($\beta = 0{,}377 \times 10^{-3}$ K^{-1}).

Ipotesi Gli effetti della pressione sono trascurabili.
Analisi Per la 2.32, la variazione ΔW di volume conseguente ad una variazione ΔT di temperatura e ad una variazione Δp di pressione, può essere espressa approssimativamente come

$$\Delta W = W(\beta\Delta T - \frac{\Delta p}{\kappa})$$

Essendo, per ipotesi, $\Delta p = 0$, si ha

$$\frac{\Delta W}{W} = \beta\Delta T$$

da cui

$$\Delta T = \frac{1}{\beta}\frac{\Delta W}{W} = \frac{1}{0{,}377 \times 10^{-3}} \times 0{,}012 = 31{,}8 \text{ K} = 31{,}8\ °\text{C}$$

2.27 Risolvere il problema precedente nell'ipotesi che la tensione massima ammissibile del materiale sia pari a quella generata da un aumento di volume dell'1,5%.

Analisi Si ha

$$\Delta T = \frac{1}{\beta}\frac{\Delta W}{W} = \frac{1}{0{,}377 \times 10^{-3}} \times 0{,}015 = 39{,}8\ \text{K} = 39{,}8\ °\text{C}$$

2.28 La densità dell'acqua di mare in corrispondenza della superficie libera, in un luogo in cui la pressione atmosferica vale 98 kPa, è di circa 1 030 kg/m^3. Determinare la densità e la pressione alla profondità di 2 500 m, assumendo che il modulo di elasticità a compressione cubica sia $\kappa = 2{,}34 \times 10^9$ N/m^2.

Ipotesi La temperatura e il modulo di elasticità a compressione cubica si mantengono costanti.
Analisi Il coefficiente di comprimibilità κ (o modulo di elasticità a compressione cubica) è definito dalla 2.20

$$\kappa = \rho\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_T$$

Attraverso uno strato infinitesimo di fluido di altezza dz si ha una variazione di pressione (vedi Cap. 3)

$$dp = \rho g dz$$

Combinando le due relazioni si ha

$$\kappa = \rho\frac{\rho g dz}{d\rho} = \rho^2 g\,\frac{dz}{d\rho}$$

Integrando tra la superficie libera, assunta come piano di quota $z = 0$, in cui $\rho = \rho_0$, e il piano orizzontale alla generica profondità z

$$\int_{\rho_0}^{\rho}\frac{1}{\rho^2}\,d\rho = \frac{1}{\kappa}g\int_0^z dz$$

si ha

$$\frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho} = \frac{1}{\kappa}\,gz$$

da cui

$$\rho = \frac{1}{\dfrac{1}{\rho_0} - \dfrac{1}{\kappa}\,gz}$$

Introducendo tale relazione nella $dp = \rho g dz$ e integrando tra $z = 0$, dove $p = p_0 = 98$ kPa, e il piano orizzontale alla generica profondità z

$$\int_{p_0}^{p} dp = \int_0^z \frac{1}{\dfrac{1}{\rho_0} - \dfrac{1}{\kappa}\,gz}\,g\,dz$$

si ottiene

$$p = p_0 + \kappa\ln\left(\frac{1}{1 - \rho_0\dfrac{1}{\kappa}\,gz}\right)$$

relazione che fornisce la variazione della pressione con la profondità. Alla profondità $z = 2\,500$ m, la densità e la pressione valgono, rispettivamente,

$$\rho = \frac{1}{\dfrac{1}{1\,030} - \dfrac{1}{2{,}34 \times 10^9} \times 9{,}81 \times 2\,500} = 1\,041 \text{ kg/m}^3$$

$$p = 98\,000 + 2{,}34 \times 10^9 \times \ln\left(\frac{1}{1 - \dfrac{1\,030}{2{,}34 \times 10^9} \times 9{,}81 \times 2\,500}\right) =$$
$$= 25\,500 \text{ kPa}$$

Discussione Se non si tiene conto della variazione di densità con la profondità, e quindi con la pressione, alla profondità di 2 500 m la pressione risulta

$$p = p_0 + \rho_0 g z = 98\,000 + 1\,030 \times 9{,}81 \times 2\,500 = 25\,360 \text{ kPa}$$

valore inferiore di appena lo 0,55% rispetto al valore effettivo. Nota la pressione, la densità può essere stimata attraverso il coefficiente di comprimibilità come

$$\rho = \rho_0 + \Delta\rho = \rho_0 + \rho_0 \frac{\Delta p}{\kappa} =$$
$$= 1\,030 \times \left[1 + \frac{(25\,360 - 98) \times 10^3}{2{,}34 \times 10^9}\right] = 1\,030 \times 1{,}018 = 1\,041 \text{ kg/m}^3$$

2.29 Cos'è il suono? Come viene generato? Come si propaga? Può propagarsi nel vuoto?

Analisi Il suono è un'onda di pressione infinitamente piccola. Esso è generato da una perturbazione infinitesima in un mezzo. Il suono si propaga nel mezzo come un'onda di pressione. Il suono non può propagarsi nel vuoto.

2.30 La velocità del suono in un mezzo è funzione delle proprietà del mezzo? Perché?

Analisi La velocità di propagazione del suono in un mezzo dipende dalle proprietà del mezzo. In particolare, in un mezzo liquido indefinito, secondo la 2.40, dipende solo dalla radice quadrata del rapporto tra il coefficiente di comprimibilità κ e la densità ρ. In un mezzo gassoso indefinito, secondo la 2.41, la velocità del suono dipende solo dalla temperatura e dalla natura del gas (in particolare, dal prodotto della costante R del gas e del rapporto k tra i calori specifici).

2.31 Il suono si propaga più velocemente in aria calda o in aria fredda?

Analisi In un mezzo gassoso indefinito la velocità c del suono dipende solo dalla temperatura T e dalla natura del gas, cioè dal prodotto della costante R

del gas e del rapporto k tra i calori specifici. Più precisamente, secondo la 2.41, si ha

$$c = \sqrt{kRT}$$

Pertanto, il suono si propaga più velocemente in aria calda.

2.32 Il suono si propaga più velocemente in aria a 20 °C alla pressione di 1 bar o in aria a 20 °C alla pressione di 5 bar?

Analisi Secondo la 2.41

$$c = \sqrt{kRT}$$

per cui la velocità c di propagazione del suono in un mezzo gassoso indefinito varia solo al variare della sua temperatura T. Pertanto, il suono si propaga alla stessa velocità in ambedue i mezzi.

2.33 Calcolare la velocità del suono (a) in aria alla temperatura di 300 K e (b) in aria alla temperatura di 1 000 K e il numero di Mach di un aereo che viaggia alla velocità di 240 m/s in tali condizioni.

Ipotesi L'aria a temperatura ambiente si comporta come un gas perfetto con calori specifici costanti.
Proprietà Per l'aria, la costante dell'equazione di stato dei gas perfetti è $R = 0{,}287\ \text{kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$. Il rapporto tra i calori specifici è $k = 1{,}4$.
Analisi (a) In aria alla temperatura di 300 K, per la 2.41, si ha

$$c = \sqrt{kRT} = \sqrt{1{,}4 \times 0{,}287 \times 1\,000 \times 300} = 347\ \text{m/s}$$

e per la 2.42

$$\text{Ma} = \frac{V}{c} = \frac{240}{347} = 0{,}692$$

(b) In aria alla temperatura di 1 000 K, si ha

$$c = \sqrt{kRT} = \sqrt{1{,}4 \times 0{,}287 \times 1\,000 \times 1\,000} = 634\ \text{m/s}$$

e

$$\text{Ma} = \frac{V}{c} = \frac{240}{634} = 0{,}379$$

Discussione Si noti che un numero di Mach costante non indica necessariamente che la velocità V sia costante. Il numero di Mach di un razzo, per esempio, va aumentando con la quota, anche se si muove a velocità V costante, per effetto della diminuzione di c dovuta alla diminuzione di temperatura.

2.34 Una corrente di anidride carbonica, che nella sezione iniziale di un ugello ha la temperatura di 1 200 K ed una velocità di 50 m/s, percorre adiabaticamente l'ugello assumendo nella sezione di uscita una temperatura di 400 K. Nell'ipotesi di calori specifici costanti (uguali ai valori alla temperatura ambiente), calcolare il numero di Mach nelle sezioni di ingresso e di uscita dell'ugello e stimare l'accuratezza dell'ipotesi.

Ipotesi Il moto è permanente.

Proprietà Per l'anidride carbonica, la costante dell'equazione di stato dei gas perfetti è $R = 0{,}1889$ kJ/(kg · K). Il calore specifico a pressione costante a temperatura ambiente è $c_p = 0{,}8438$ kJ/(kg · K). Il rapporto tra i calori specifici è $k = 1{,}288$.
Analisi Nella sezione iniziale si ha

$$c_1 = \sqrt{k_1 R T_1} = \sqrt{1{,}288 \times 0{,}1889 \times 1\,000 \times 1\,200} = 540{,}3 \text{ m/s}$$

e

$$\mathrm{Ma}_1 = \frac{V_1}{c_1} = \frac{50}{540{,}3} = 0{,}0925$$

Nella sezione di uscita si ha

$$c_2 = \sqrt{k_2 R T_2} = \sqrt{1{,}288 \times 0{,}1889 \times 1\,000 \times 400} = 312{,}0 \text{ m/s}$$

Per il calcolo della velocità, l'equazione dell'energia 12.75, scritta tra le due sezioni, fornisce

$$c_p T_1 + \frac{V_1^2}{2} = c_p T_2 + \frac{V_2^2}{2}$$

da cui

$$V_2 = \sqrt{V_1^2 + 2c_p(T_1 - T_2)} = \\ = \sqrt{50^2 + 2 \times 0{,}8438 \times 1\,000 \times (1\,200 - 400)} = 1\,163 \text{ m/s}$$

Conseguentemente,

$$\mathrm{Ma}_2 = \frac{V_2}{c_2} = \frac{1\,163}{312{,}0} = 3{,}73$$

Discussione I calori specifici e il loro rapporto variano con la temperatura. In particolare, si ha:

– per $T = 400$ K	$c_p = 0{,}9383$ kJ/(kg · K)	$k = 1{,}252$
– per $T = 1\,200$ K	$c_p = 1{,}278$ kJ/(kg · K)	$k = 1{,}173$

e, conseguentemente,

– $c_1 = 516$ m/s	$V_1 = 50$ m/s	$\mathrm{Ma}_1 = 0{,}0969$
– $c_2 = 308$ m/s	$V_2 = 1\,356$ m/s	$\mathrm{Ma}_2 = 4{,}41$

Pertanto, l'ipotesi di calori specifici costanti e uguali ai valori alla temperatura ambiente porta a sottostimare i valori del numero di Mach sia nella sezione iniziale (del 4,5%) che nella sezione finale (del 15,4%).

2.35 Calcolare il rapporto tra le velocità del suono iniziale e finale in aria inizialmente a 60 °C ed alla pressione di 1,5 MPa che si espande fino alla pressione di 0,4 MPa.

Ipotesi L'aria a temperatura ambiente si comporta come un gas perfetto con calori specifici costanti.
Proprietà Per l'aria, la costante dell'equazione di stato dei gas perfetti è $R = 0{,}287$ kJ/(kg · K). Il rapporto tra i calori specifici è $k = 1{,}4$. Tale valore varia con la temperatura, ma in questo caso in maniera trascurabile.

Analisi Una trasformazione isoentropica di un gas ideale con calori specifici costanti è descritta dall'equazione 12.6

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{k/(k-1)}$$

da cui

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(k-1)/k} = (60 + 273) \left(\frac{0{,}4}{1{,}5}\right)^{(1{,}4-1)/1{,}4} = 228{,}3 \text{ K}$$

Per la 2.41, nell'ipotesi di $k =$ costante, il rapporto r_c tra le velocità del suono iniziale e finale, è

$$r_c = \frac{c_1}{c_2} = \frac{\sqrt{k_1 R T_1}}{\sqrt{k_2 R T_2}} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} = \sqrt{\frac{60 + 273}{228{,}3}} = 1{,}21$$

Viscosità

2.36 Cos'è la viscosità? Da cosa ha origine nei liquidi e nei gas? La viscosità dinamica è maggiore nei liquidi o nei gas?

Analisi La viscosità è una sorta di misura di quanto è appiccicoso un fluido. Più precisamente, essa misura la resistenza che un fluido oppone alle forze che tendono a farlo scorrere. A causa della viscosità, infatti, tra strati di fluido contigui che scorrono l'uno rispetto all'altro nascono delle forze tangenziali di attrito interno. Nei liquidi la viscosità è causata dalle forze molecolari di coesione, nei gas dal moto di collisione molecolare. La viscosità dinamica è maggiore nei liquidi che nei gas.

2.37 Cos'è un fluido newtoniano? L'acqua è un fluido newtoniano?

Analisi Sono chiamati *fluidi newtoniani* quei fluidi per i quali la velocità di deformazione angolare è direttamente proporzionale allo sforzo tangenziale, per qualunque valore di esso. Per tali fluidi, la viscosità dinamica è il valore (costante) del rapporto tra sforzo tangenziale e velocità di deformazione angolare. Molti dei fluidi più comuni, come l'acqua, l'aria, la benzina e il petrolio, sono fluidi newtoniani.

2.38 Due piccole biglie di vetro identiche vengono fatte cadere in due contenitori uguali, uno pieno di acqua, l'altro di olio. Quale biglia raggiunge per prima il fondo del contenitore? Perché?

Analisi La biglia che cade in acqua raggiunge il fondo del contenitore per prima, perché l'acqua ha una viscosità molto minore di quella dell'olio e, quindi, offre una resistenza al moto minore.

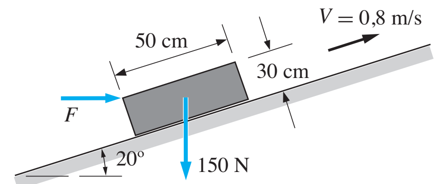
2.39 Come varia la viscosità dinamica dei liquidi e dei gas con la temperatura?

Analisi La viscosità dinamica dei liquidi diminuisce all'aumentare della temperatura; viceversa, quella dei gas aumenta all'aumentare della temperatura.

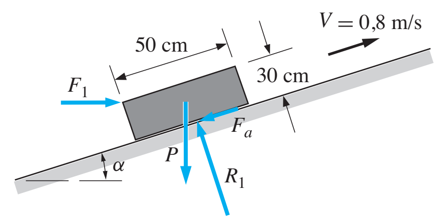
2.40 Come varia la viscosità cinematica dei liquidi e dei gas con la temperatura?

Analisi La viscosità cinematica è il rapporto tra la viscosità dinamica e la densità. Nei liquidi sia la viscosità dinamica che la densità diminuiscono all'aumentare della temperatura. Poiché, però, la prima diminuisce più della seconda, anche il loro rapporto diminuisce all'aumentare della temperatura. Nei gas, all'aumentare della temperatura, la viscosità dinamica aumenta mentre la densità diminuisce. Pertanto, la viscosità cinematica dei gas aumenta all'aumentare della temperatura.

2.41 Un blocco parallelepipedo (50 cm × 30 cm × 20 cm) del peso di 150 N deve scorrere a velocità costante di 0,8 m/s su un piano inclinato con un coefficiente di attrito di 0,27. Calcolare (a) la forza F che deve essere applicata nella direzione orizzontale e (b) di quanto diminuisce in percentuale tale forza se tra il blocco e il piano inclinato viene posto uno strato di olio, dello spessore di 0,4 mm, avente viscosità dinamica di 0,012 Pa · s.



Ipotesi Il coefficiente di attrito e lo spessore dello strato di olio si mantengono costanti.
Analisi (a) Sul blocco, oltre alla forza orizzontale incognita $\mathbf{F}_1$ e al peso proprio $\mathbf{P}$, agiscono la reazione d'appoggio $\mathbf{R}_1$ e la forza di attrito $\mathbf{F}_a$, in direzione, rispettivamente, ortogonale e parallela al piano di scorrimento, inclinato di α rispetto all'orizzontale. Se il blocco si muove a velocità costante, la sua accelerazione è nulla e quindi la somma delle forze ad esso applicate è anch'essa nulla. Pertanto, deve essere



$$\mathbf{F}_1 + \mathbf{P} + \mathbf{R}_1 + \mathbf{F}_a = 0$$

e, proiettando, rispettivamente, in direzione orizzontale e in direzione verticale

$$F_1 - R_1 \operatorname{sen}\alpha - F_a \cos\alpha = 0 \tag{1}$$

$$-P + R_1 \cos\alpha - F_a \operatorname{sen}\alpha = 0 \tag{2}$$

Esprimendo la forza di attrito come

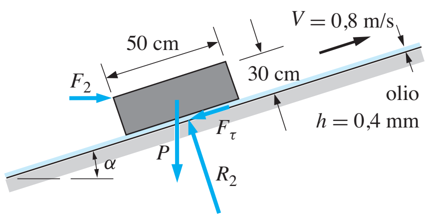
$$F_a = f R_1 \tag{3}$$

e sostituendo la (3) nella (2) si ottiene

$$R_1 = \frac{P}{\cos\alpha - f \operatorname{sen}\alpha} = \frac{150}{\cos 20° - 0{,}27 \times \operatorname{sen} 20°} = 177 \text{ N}$$

e, infine, dalla (1)

$$F_1 = R_1(\operatorname{sen}\alpha + f\cos\alpha) = 177 \times (\operatorname{sen} 20° + 0{,}27 \times \cos 20°) = 105 \text{ N}$$



(b) Nel caso in cui tra il blocco e il piano sia presente uno strato d'olio, nell'equilibrio delle forze, al posto della forza di attrito $\mathbf{F}_a$ compare la forza tangenziale $\mathbf{F}_\tau$ esercitata dall'olio sulla superficie di appoggio del blocco. Per la condizione di aderenza, l'olio aderisce sia alla superficie del piano inclinato, che è ferma, sia alla superficie di appoggio del blocco, che si muove con velocità V. Se h è lo spessore dello strato di olio, il gradiente di velocità è pari a V/h. Pertanto, per la legge di Newton 2.48, la forza tangenziale può essere espressa come

$$F_\tau = \tau A = \mu A \frac{V}{h} = 0{,}012 \times 0{,}5 \times 0{,}2 \times \frac{0{,}8}{0{,}4 \times 10^{-3}} = 2{,}4 \text{ N}$$

Introducendo nella (2) F_τ al posto di F_a ed esplicitando R, si ha

$$R_2 = \frac{P + F_\tau \operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha} = \frac{150 + 2{,}4 \times \operatorname{sen} 20°}{\cos 20°} = 160 \text{ N}$$

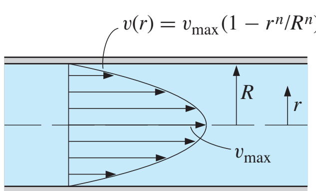
e dalla (1)

$$F_2 = R_2 \operatorname{sen}\alpha + F_\tau \cos\alpha = 160 \times \operatorname{sen} 20° + 2{,}4 \times \cos 20° = 57{,}0 \text{ N}$$

La riduzione percentuale della forza è

$$\frac{F_1 - F_2}{F_1} = \frac{105 - 57}{105} = 0{,}457 = 45{,}7\%$$

Discussione Lubrificando la superficie di contatto, la forza necessaria per spingere il blocco si riduce quasi della metà.



2.42 Un fluido di viscosità μ scorre all'interno di una tubazione circolare. Il profilo di velocità nella tubazione è dato dalla $v(r) = v_{\max}(1 - r^n/R^n)$, dove $v_{\max}$ è il valore massimo della velocità, che si ha in corrispondenza dell'asse, r è la distanza radiale dall'asse e $v(r)$ è la velocità alla distanza r. Esprimere la forza di trascinamento per unità di lunghezza che il fluido esercita sulla parete della tubazione.

Analisi Per la legge di Newton 2.48, lo sforzo tangenziale alla parete τ_0, considerando che $dv/dr < 0$, è

$$\tau_0 = -\mu \left(\frac{dv}{dr}\right)_{r=R} = -\mu\, v_{\max} \frac{d}{dr}\left(1 - \frac{r^n}{R^n}\right)_{r=R} =$$
$$= -\mu\, v_{\max}\left(-\frac{nr^{n-1}}{R^n}\right)_{r=R} = \frac{n\mu\, v_{\max}}{R}$$

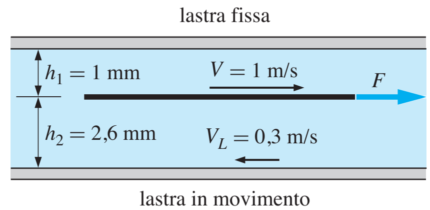
La forza di trascinamento esercitata dal fluido sulla parete interna della tubazione di lunghezza L risulta, quindi,

$$F = \tau_0 A_0 = \frac{n\mu\, v_{\max}}{R} 2\pi RL = 2n\pi\mu\, v_{\max} L$$

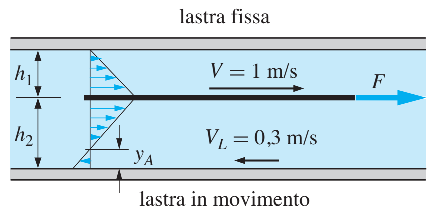
e, per unità di lunghezza,

$$F/L = 2n\pi\mu\, v_{\max}$$

2.43 Una lastra piana sottile di 20 cm × 20 cm è spinta orizzontalmente alla velocità di 1 m/s all'interno di uno strato di olio spesso 3,6 mm, posto tra due lastre piane parallele, una ferma e l'altra in movimento con velocità di 0,3 m/s. La viscosità dinamica dell'olio è 0,027 Pa · s. Supponendo che in ciascuno strato di olio la velocità vari linearmente, (*a*) tracciare il profilo di velocità, individuando il punto in cui la velocità è nulla, e (*b*) calcolare la forza che deve essere applicata alla lastra per mantenerla in moto.



Ipotesi All'interno di ciascuno strato di olio, il profilo di velocità è lineare.
Analisi (*a*) Per la condizione di aderenza e l'ipotesi di variazione lineare, i profili di velocità nei due strati di olio hanno l'andamento mostrato in figura. La distanza y_A dalla lastra inferiore del punto A in cui si annulla la velocità, essendo, per la similitudine tra i triangoli,



$$\frac{h_2 - y_A}{y_A} = \frac{V}{V_L}$$

vale

$$y_A = \frac{h_2}{\dfrac{V}{V_L} + 1} = \frac{2{,}6}{\dfrac{1}{0{,}3} + 1} = 0{,}60 \text{ mm}$$

(*b*) Le forze di trascinamento agenti sulle superfici superiore e inferiore della lastra sono, rispettivamente,

$$F_s = A_0\, \tau_{0s} = A_0\, \mu \left(\frac{dv}{dy}\right)_s = A_0\, \mu\, \frac{V - 0}{h_1} =$$
$$= 0{,}2 \times 0{,}2 \times 0{,}027 \times \frac{1}{0{,}001} = 1{,}08 \text{ N}$$

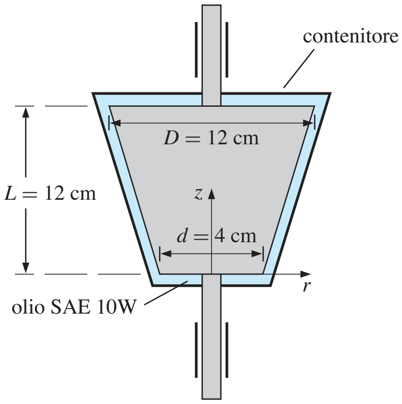
$$F_i = A_0\, \tau_{0i} = A_0\, \mu \left(\frac{dv}{dy}\right)_i = A_0\, \mu\, \frac{V_L}{y_A} =$$
$$= 0{,}2 \times 0{,}2 \times 0{,}027 \times \frac{0{,}3}{0{,}0006} = 0{,}54 \text{ N}$$

ed hanno ambedue verso opposto a quello del moto. Per l'equilibrio delle forze agenti sulla lastra, la forza F da applicare alla lastra per mantenerla in moto deve essere pari alla loro somma

$$F = F_s + F_i = 1{,}08 + 0{,}54 = 1{,}62 \text{ N}$$

2.44 Un corpo tronco-conico ruota a velocità angolare costante di 200 rad/s in un contenitore pieno di olio SAE 10W a 20 °C ($\mu = 0{,}1$ Pa · s). Calcolare la potenza necessaria per mantenere il moto, supponendo che lo spessore dell'olio sia ovunque di 1,2 mm. Calcolare, inoltre, la diminuzione di potenza richiesta quando la temperatura dell'olio aumenta a 80 °C ($\mu = 0{,}0078$ Pa · s).

Ipotesi Lo spessore dell'olio si mantiene costante.
Analisi In un punto qualunque di fluido, a distanza r dall'asse, a contatto con la superficie del corpo in rotazione, il gradiente di velocità è pari a V_r/h, essendo



h lo spessore dello strato di olio e $V_r = \omega r$ la velocità tangenziale in quel punto. Pertanto, lo sforzo tangenziale nel punto è

$$\tau_0 = \mu \frac{dv}{dr} = \mu \frac{V_r}{h} = \mu \frac{\omega r}{h}$$

Conseguentemente, la forza di trascinamento, il corrispondente momento rispetto all'asse di rotazione e la potenza associata valgono

$$dF = \tau_0 \, dA = \mu \, \frac{\omega r}{h} \, dA$$

$$dM = r \, dF = \mu \, \frac{\omega r^2}{h} \, dA$$

$$M = \frac{\mu\omega}{h} \int_A r^2 \, dA$$

$$P = \omega M = \frac{\mu\omega^2}{h} \int_A r^2 \, dA$$

Superficie superiore La superficie di una corona circolare di raggi r ed $r + dr$ è $dA = 2\pi r dr$. Per cui

$$P_s = \frac{\mu\omega^2}{h} \int_0^{D/2} r^2 \, 2\pi r \, dr = \frac{2\pi \, \mu\omega^2}{h} \int_0^{D/2} r^3 \, dr =$$
$$= \frac{2\pi \, \mu\omega^2}{h} \left(\frac{r^4}{4} \right)_0^{D/2} = \frac{\pi}{32} \frac{\mu\omega^2 D^4}{h}$$

Superficie inferiore Sostituendo d a D, si ha

$$P_i = \frac{\pi}{32} \frac{\mu\omega^2 d^4}{h}$$

Superficie laterale La superficie laterale di un anello tronco conico di raggio r e altezza dz è $dA = 2\pi r dz$. Il raggio del tronco di cono varia linearmente lungo la verticale z dal valore $d/2$ per $z = 0$ al valore $D/2$ per $z = L$, per cui

$$r = \frac{d}{2} + \frac{D-d}{2L} z$$

e, differenziando,

$$dr = \frac{D-d}{2L} dz$$

Esplicitando dz e sostituendo nell'espressione di dA, in definitiva, si ha

$$dA = 2\pi r \, dz = \frac{4\pi L}{D-d} r \, dr$$

per cui

$$P_l = \frac{\mu\omega^2}{h} \int_0^{D/2} r^2 \frac{4\pi L}{(D-d)} r \, dr = \frac{4\pi \, \mu\omega^2 L}{h(D-d)} \left(\frac{r^4}{4} \right)_{d/2}^{D/2} =$$
$$= \frac{\pi}{16} \frac{\mu\omega^2 L}{h} \frac{D^4 - d^4}{D-d}$$

La potenza totale vale quindi

$$P = P_s + P_i + P_l = \frac{\pi}{32}\frac{\mu\omega^2}{h}D^4\left[1+\left(\frac{d}{D}\right)^4 + 2L\,\frac{1-(d/D)^4}{D-d}\right]$$

in cui $d/D = 4/12 = 1/3$. Sostituendo

$$P = \frac{\pi}{32}\times\frac{0,1\times 200^2}{0,0012}\times 0,12^4\times\left[1+\left(\frac{1}{3}\right)^4 + 2\times 0,12\times\frac{1-(1/3)^4}{0,12-0,04}\right] =$$
$$= 270 \text{ W}$$

Poiché la potenza è proporzionale alla viscosità, la potenza richiesta a 80 °C è

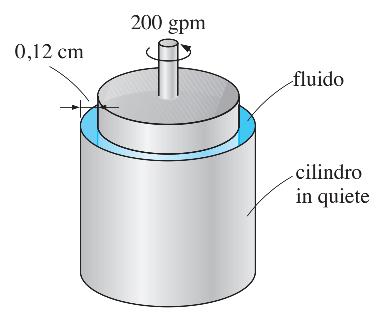
$$P_{80} = \frac{\mu_{80}}{\mu_{20}}P_{20} = \frac{0,0078}{0,1}\times 270 = 21,1 \text{ kW}$$

La riduzione di potenza ΔP è

$$\Delta P = P_{80} - P_{20} = 270 - 21,1 = 249 \text{ W}$$

pari al 92% di quella richiesta a 20 °C.

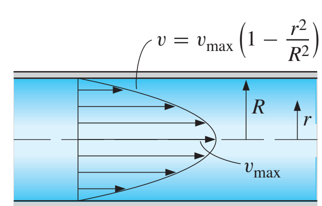
2.45 L'intercapedine tra i cilindri di un viscosimetro, alti 75 cm, è di 0,12 cm. Ponendo il cilindro interno, del diametro di 15 cm, in rotazione a 200 gpm, si misura un momento di $0,8 \text{ N}\cdot\text{m}$. Determinare la viscosità del fluido contenuto nell'intercapedine.



Ipotesi **1** Il cilindro interno è completamente immerso nell'olio. **2** Gli effetti viscosi alle due estremità del cilindro interno sono trascurabili. **3** Il fluido è newtoniano.
Analisi Indicando con M il momento, s lo spessore dell'intercapedine, h l'altezza del liquido nell'intercapedine, R il raggio del cilindro interno ed n il numero di giri al secondo, per la 2.53, si ha

$$\mu = \frac{Ms}{4\pi^2 hnR^3} = \frac{0,8\times 0,0012}{4\times\pi^2\times 0,75\times 200/60\times(0,15/2)^3} = 0,0231 \text{ Pa}\cdot\text{s}$$

2.46 Lontano dall'imbocco, il moto di un fluido in una tubazione circolare è unidimensionale e il profilo di velocità in regime laminare è $v(r) = v_{max}(1 - r^2/R^2)$, dove R è il raggio della tubazione, r è la distanza radiale dall'asse e v_{max} è il valore massimo della velocità, che si ha in corrispondenza dell'asse. Esprimere (a) la forza di trascinamento che il fluido esercita sulla parete di un tratto di tubazione di lunghezza L e (b) calcolarne il valore nel caso di acqua a 20 °C, $R = 0,08$ m, $L = 15$ m, $v_{max} = 3$ m/s e $\mu = 0,0010 \text{ Pa}\cdot\text{s}$.



Analisi Per la legge di Newton 2.48, essendo $dv/dr < 0$, lo sforzo tangenziale alla parete della tubazione è

$$\tau_0 = -\mu\left(\frac{dv}{dr}\right)_{r=R} = -\mu v_{max}\frac{d}{dr}\left(1-\frac{r^2}{R^2}\right)_{r=R} =$$
$$= -\mu v_{max}\left(-\frac{2r}{R^2}\right)_{r=R} = \frac{2}{R}\mu v_{max}$$

Pertanto, la forza di trascinamento esercitata dal fluido sulla parete risulta

$$F = A_0 \tau_0 = 2\pi R L \frac{2}{R} \mu v_{\max} = 4\pi L \mu v_{\max} =$$
$$= 4 \times \pi \times 15 \times 0{,}001 \times 3 = 0{,}565 \text{ N}$$

Tensione superficiale e capillarità

2.47 Cos'è la tensione superficiale? Da cosa è causata?

Analisi La superficie di separazione tra un liquido e un altro liquido o tra un liquido e un gas, per effetto della differenza fra le forze di attrazione molecolare tra i due fluidi a contatto, è in uno stato tensionale simile a quello di una membrana. Immaginando di effettuare un taglio sulla superficie, la tensione superficiale è il modulo della forza, per unità di lunghezza, che bisogna applicare sui due lembi del taglio per mantenerli in contatto.

2.48 In una bolla di sapone è maggiore la pressione interna o quella esterna?

Analisi In una bolla di sapone è maggiore la pressione interna. Essa, infatti, tende la superficie della bolla.

2.49 Cos'è la capillarità? Da cosa è causata? Com'è influenzata dall'angolo di contatto?

Analisi Il fenomeno della **capillarità** è l'innalzamento o l'abbassamento che la superficie libera del liquido all'interno di un tubo di piccolo diametro subisce rispetto al livello della superficie libera del liquido in cui il tubo è parzialmente immerso. Il nome deriva dal fatto che tale effetto è di qualche rilevanza solo quando il diametro del tubo è molto piccolo, dell'ordine del diametro di un capello, e, pertanto, il tubo o canalicolo è chiamato **capillare**. Il fenomeno è causato dalla tensione superficiale che, in presenza di una superficie di separazione con forte curvatura, com'è quella che si crea all'interno di un tubo di piccolo diametro, dà luogo ad un salto di pressione tra intradosso ed estradosso della superficie. Tale differenza di pressione comporta, appunto, una differenza di livello con la superficie libera del liquido esterno al tubicino. La curvatura della superficie libera all'interno del tubicino (menisco) è determinata dalla risultante tra forze molecolari di adesione (tra le molecole del liquido e quelle della parete) e forze molecolari di coesione (tra le molecole del liquido). Se prevalgono le prime si dice che il liquido bagna la parete (caso dell'acqua); nel caso contrario, si dice che il liquido non bagna la parete (come nel caso del mercurio). L'angolo di contatto, cioè l'angolo che la tangente alla superficie del liquido forma con la parete in corrispondenza del punto di contatto, è minore di 90° nel primo caso e maggiore di 90° nel secondo. Essendo il salto di pressione funzione del coseno dell'angolo di contatto, esso risulta positivo nel primo caso e negativo nel secondo. Pertanto, nel primo caso il menisco si innalza rispetto alla superficie libera esterna, nel secondo si abbassa.

2.50 Inserendo un tubicino in un liquido si forma un angolo di contatto di 110°. Il livello del liquido nel tubicino si alza o si abbassa? Perché?

Analisi Il fenomeno è retto dalla 2.57

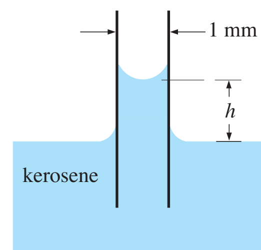
$$h = \frac{4\sigma_s}{\rho g D} \cos\phi$$

in cui h è la risalita capillare, σ_s la tensione superficiale, ϕ l'angolo di contatto, ρ la densità del liquido e D il diametro del tubicino. Pertanto, essendo $\cos 110° < 0$, il livello del liquido nel tubicino si abbassa.

2.51 La risalita capillare è maggiore in un tubo di grande o di piccolo diametro?

Analisi Per la 2.57, la risalita capillare è inversamente proporzionale al diametro del tubo e, quindi, è maggiore in un tubo di piccolo diametro.

2.52 Un tubicino di vetro con diametro di 1 mm è inserito in un volume di kerosene a 20 °C. L'angolo di contatto del kerosene con una superficie di vetro è 26°. Essendo la densità del kerosene di 820 kg/m^3, determinare la risalita nel tubicino.



Ipotesi Il kerosene è a contatto con aria a pressione atmosferica.
Proprietà La tensione superficiale del kerosene a contatto con aria a 20 °C è $\sigma_s = 0{,}028$ N/m.
Analisi Per la 2.57, si ha

$$h = \frac{4\sigma_s}{\rho g D} \cos\phi = \frac{4 \times 0{,}028}{820 \times 9{,}81 \times 0{,}001} \times \cos 26° = 0{,}0125 \text{ m} = 1{,}25 \text{ cm}$$

2.53 Inserendo un tubicino del diametro di 1,9 mm in un liquido di densità 960 kg/m^3 si osserva che il liquido risale di 5 mm, formando un angolo di contatto di 15°. Determinare la tensione superficiale del liquido.

Ipotesi Il liquido è a contatto con aria a pressione atmosferica.
Analisi Per la 2.57, si ha

$$\sigma_s = \frac{\rho g D h}{4 \cos\phi} = \frac{960 \times 9{,}81 \times 0{,}0019 \times 0{,}005}{4 \times \cos 15°} = 0{,}0232 \text{ N/m}$$

2.54 Le sostanze nutritive disciolte nell'acqua giungono fino alle parti più alte delle piante attraverso piccoli canalicoli in parte a causa della capillarità. Calcolare a quale altezza risale per capillarità la soluzione d'acqua in un canalicolo del diametro di 0,005 mm, supponendo che le caratteristiche della soluzione siano uguali a quelle dell'acqua a 20 °C e che l'angolo di contatto sia di 15°.

Proprietà La tensione superficiale dell'acqua a 20 °C è $\sigma_s = 0{,}073$ N/m. La densità della soluzione può essere assunta pari a $\rho = 1\,000$ kg/m^3.

Analisi Per la 2.57, si ha

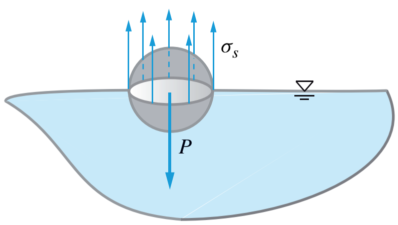
$$h = \frac{4\sigma_s}{\rho g D}\cos\phi = \frac{4 \times 0{,}073}{1\,000 \times 9{,}81 \times 0{,}000005} \times \cos 15° = 5{,}75 \text{ m}$$

Discussione Nella realtà altri effetti, come la differenza di potenziale chimico, contribuiscono alla risalita della soluzione nell'albero.

2.55 La tensione superficiale di un liquido viene misurata usando una pellicola di liquido sospesa su un filo rigido a U con un lato mobile lungo 8 cm. Determinare la tensione superficiale del liquido in aria, se la forza necessaria per spostare il filo è di 0,012 N.

Analisi Per la 2.54, si ha

$$\sigma_s = \frac{F}{2b} = \frac{0{,}012}{2 \times 0{,}08} = 0{,}075 \text{ N/m}$$



2.56 Per effetto della tensione superficiale una pallina di metallo può galleggiare sull'acqua. Calcolare il diametro massimo che può avere una pallina di acciaio avente densità di 7 800 kg/m^3 perché possa galleggiare in acqua a 20 °C.

Ipotesi **1** La pallina viene poggiata lentamente sulla superficie dell'acqua, così che gli effetti di inerzia risultino trascurabili. **2** In corrispondenza del massimo diametro, l'angolo di contatto è $\phi = 0°$.
Proprietà La tensione superficiale dell'acqua a 20°C è $\sigma_s = 0{,}073$ N/m.
Analisi La forza F esercitata dalla tensione superficiale sulla pallina di diametro D e il peso P della pallina di volume W possono essere espressi, rispettivamente, come

$$F = \pi D \sigma_s$$

e

$$P = mg = \rho g W = \rho g \pi D^3/6$$

In condizioni di equilibrio si ha $F = P$, per cui, eguagliando e ricavando il diametro, si ha

$$D = \sqrt{\frac{6\sigma_s}{\rho g}} = \sqrt{\frac{6 \times 0{,}073}{7\,800 \times 9{,}81}} = 0{,}00239 \text{ m} = 2{,}39 \text{ mm}$$

Riepilogo

2.57 La pressione assoluta in una ruota d'automobile è di 290 kPa all'inizio di un viaggio e di 310 kPa alla fine. Determinare l'aumento percentuale della temperatura assoluta dell'aria nella ruota, supponendo che il suo volume, pari a 0,022 m^3, rimanga costante.

Ipotesi L'aria può essere trattata come un gas perfetto.

Analisi L'equazione di stato dei gas perfetti 2.4

$$pw = RT$$

in cui p è la pressione, w il volume specifico, R la costante del gas e T la temperatura assoluta, scritta per le due situazioni, eliminando la costante R, fornisce

$$\frac{pw_1}{T_1} = \frac{pw_2}{T_2}$$

da cui, rimanendo costante il volume

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2}{p_1} = \frac{310}{290} = 1{,}069$$

Pertanto, durante il viaggio, la temperatura assoluta dell'aria contenuta nella ruota è aumentata del 6,9%.

2.58 Un contenitore di 20 m^3 contiene azoto alla temperatura di 25 °C e alla pressione di 800 kPa. Facendo fuoriuscire una parte di azoto, la pressione nel contenitore scende a 600 kPa. Calcolare la quantità di azoto fuoriuscito, essendo la temperatura scesa a 20 °C.

Ipotesi L'azoto può essere trattato come un gas perfetto.
Proprietà Per l'azoto, la costante dell'equazione di stato dei gas perfetti è $R = 0{,}297$ kPa · m^3/(kg · K).
Analisi Per l'equazione di stato dei gas perfetti 2.4, essendo il volume specifico w pari al rapporto tra il volume W del contenitore e la massa m del gas, la massa iniziale e la massa finale valgono, rispettivamente,

$$m_1 = \frac{p_1 W}{RT_1}$$

e

$$m_2 = \frac{p_2 W}{RT_2}$$

per cui la massa di azoto fuoriuscito $\Delta m = m_1 - m_2$ è

$$\Delta m = \frac{p_1 W}{RT_1} - \frac{p_2 W}{RT_2} = \frac{W}{R}\left(\frac{p_1}{T_1} - \frac{p_2}{T_2}\right) =$$
$$= \frac{20}{0{,}297} \times \left(\frac{800}{25+273} - \frac{600}{20+273}\right) = 42{,}9 \text{ kg}$$

2.59 Nelle tubazioni di aspirazione degli impianti di sollevamento, essendo di solito la pressione piuttosto bassa, esiste rischio di cavitazione, particolarmente quando la temperatura del fluido è elevata. Determinare la temperatura massima che può avere l'acqua sollevata, per evitare la cavitazione, quando nella sezione subito a monte della pompa la pressione assoluta è di 6 500 Pa.

Proprietà La temperatura di saturazione dell'acqua alla pressione di 6 500 Pa è $T_s = 37{,}5$ °C.

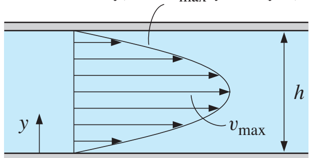
Analisi Per evitare la cavitazione, la temperatura deve rimanere ovunque al di sotto della temperatura di saturazione alla pressione assegnata. Pertanto, indicando con T la temperatura, deve ovunque essere

$$T < T_s = 37{,}5\ °\mathrm{C}$$

2.60 Un contenitore chiuso è parzialmente riempito di acqua a 60 °C. Se, mantenendo costante la temperatura, tutta l'aria al di sopra del volume d'acqua viene fatta fuoriuscire, quanto vale la pressione assoluta nello spazio che rimane?

Proprietà La pressione di saturazione dell'acqua a 60 °C è $p_s = 19{,}94$ kPa.
Analisi Quando tutta l'aria al di sopra del volume d'acqua viene fatta fuoriuscire, nello spazio rimane vapore d'acqua e nel contenitore si ha una miscela satura di acqua-vapore alla pressione assegnata. In una miscela bifase di una sostanza pura, la tensione di vapore è pari alla pressione di saturazione in corrispondenza della temperatura assegnata. Per cui, nello spazio al di sopra del volume d'acqua si ha una pressione

$$p = p_s = 19{,}94\ \mathrm{kPa}$$



2.61 Si consideri il moto laminare tra due lastre piane parallele orizzontali indefinite di un fluido newtoniano di viscosità μ. Il moto è unidimensionale e il profilo di velocità è dato dalla $v(y) = 4v_{max}[y/h - (y/h)^2]$, nella quale y è la distanza del generico punto dalla lastra inferiore, h la distanza tra le due lastre e v_{max} la velocità massima, che si ha in corrispondenza della mezzeria. Esprimere la forza di trascinamento per unità di area esercitata dal fluido su entrambe le lastre nella direzione del moto.

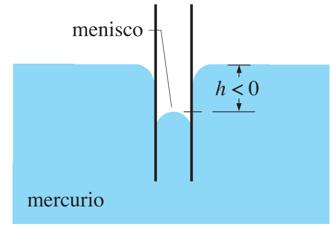
Analisi Per la legge di Newton 2.48, lo sforzo tangenziale sulla superficie della lastra inferiore può essere espresso come

$$\tau_0 = \mu \left(\frac{dv}{dy}\right)_{y=0} = 4\mu\, v_{max} \left[\frac{d}{dy}\left(\frac{y}{h} - \frac{y^2}{h^2}\right)\right]_{y=0} =$$
$$= 4\mu\, v_{max} \left(\frac{1}{h} - \frac{2y}{h^2}\right)_{y=0} = \frac{4\mu\, v_{max}}{h}$$

Per la simmetria, sulla superficie della lastra superiore lo sforzo tangenziale assume lo stesso valore. Essendo lo sforzo tangenziale, per definizione, il rapporto fra la forza che agisce tangenzialmente alla superficie e l'area della stessa, su entrambe le pareti si ha, dunque, una forza di trascinamento per unità di superficie pari a

$$\tau_0 = \frac{4\mu\, v_{max}}{h}$$

2.62 Un tubicino di vetro del diametro di 2 cm è inserito in un volume di mercurio a 20 °C. L'angolo di contatto del mercurio con il vetro è di 130°. Determinare l'abbassamento del mercurio all'interno del tubicino.



Ipotesi Il mercurio è a contatto con aria a pressione atmosferica.
Proprietà Alla temperatura di 20 °C la tensione superficiale del mercurio a contatto con aria a pressione atmosferica è $\sigma_s = 0{,}440$ N/m (vedi Tabella 2.4). La densità è $\rho = 13\,600$ kg/m^3.
Analisi Per la 2.57, la risalita capillare h in un tubicino di diametro D è

$$h = \frac{4\sigma_s}{\rho g D}\cos\phi = \frac{4 \times 440}{13\,600 \times 9{,}81 \times 0{,}02}\cos 130° = -0{,}00042 \text{ m}$$

Discussione Il risultato negativo indica che si tratta di un abbassamento invece che di una risalita. Tale abbassamento, in questo caso, è piuttosto modesto perché il diametro del tubo non è molto piccolo.

2.63 La combustione in un motore a scoppio può essere studiata, in prima approssimazione, come se si trattasse di aria a volume costante alla quale viene fornito calore. Calcolare la pressione alla fine di un processo di combustione, sapendo che la pressione iniziale è di 1,8 MPa, la temperatura iniziale è di 450 °C e la temperatura finale di 1 300 °C.

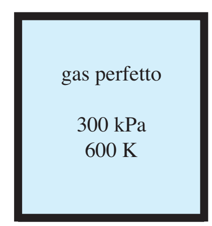
Ipotesi L'aria si comporta come un gas perfetto.
Analisi Dall'equazione di stato dei gas perfetti 2.4

$$pw = RT$$

essendo il volume specifico $w =$ costante, si ottiene

$$p_2 = p_1\frac{T_2}{T_1} = 1{,}8 \times \frac{1\,300 + 273}{450 + 273} = 3{,}92 \text{ MPa}$$

2.64 Un volume di gas perfetto è contenuto in un serbatoio con pareti rigide a 300 kPa e 600 K. Estraendo dal contenitore la metà del gas, la pressione scende a 100 kPa. Calcolare (*a*) la temperatura finale del gas e (*b*) la pressione, nell'ipotesi in cui si raggiungesse la stessa temperatura senza estrarre gas dal contenitore.



Analisi (*a*) Dall'equazione di stato dei gas perfetti 2.4, essendo il volume specifico $w = W/m$, si ha

$$\frac{p_1}{m_1 T_1} = \frac{p_2}{m_2 T_2}$$

da cui

$$T_2 = T_1\frac{p_2}{p_1}\frac{m_1}{m_2} = 600 \times \frac{100}{300} \times \frac{1}{0{,}5} = 400 \text{ K}$$

(*b*) Dall'equazione di stato dei gas perfetti 2.4, essendo in questo caso $w =$ costante, si ha

$$p_2 = p_1\frac{T_2}{T_1} = 300 \times \frac{400}{600} = 200 \text{ kPa}$$

maggio 2011