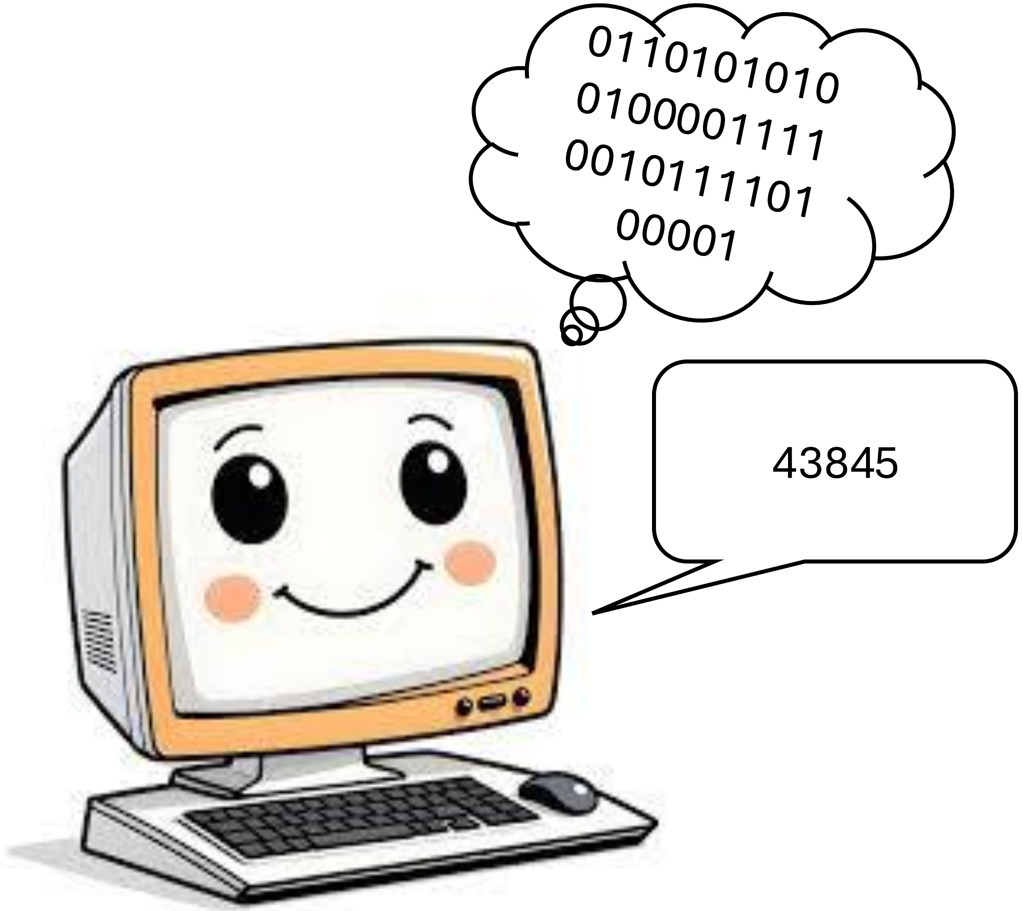
PROGRAMMAZIONE INFORMATICA

CODIFICA DELL'INFORMAZIONE

CODIFICA DELL’INFORMAZIONE



SISTEMI DI NUMERAZIONE

I **sistemi di numerazione** sono metodi o insiemi di regole utilizzati per rappresentare e manipolare i numeri.

Ogni sistema di numerazione si basa su un insieme di simboli (**cifre**) e una **base**, che determina quanti simboli possono essere utilizzati per rappresentare i numeri.

La **base** (**o radice**) indica il numero di simboli utilizzabili per rappresentare i numeri. Ad esempio, nel sistema decimale la base è 10, quindi ci sono 10 cifre.

Le **cifre** sono i simboli utilizzati per rappresentare i numeri. L'insieme di cifre di un sistema di numerazione è detto **alfabeto**, e viene rappresentato come $A = \{\dots\}$ e contiene un numero di caratteri pari alla base, corrispondente agli interi tra 0 e $b - 1$.

$$\boldsymbol{A = \{0, 1, \dots, b-1\}}$$

SISTEMI DI NUMERAZIONE

I sistemi di numerazione si possono distinguere in **posizionali** o **non posizionali**.

In un **sistema di numerazione non posizionale**, il valore di un numero non dipende dalla posizione delle cifre. Un esempio è il sistema di numerazione romano, in cui i simboli hanno valori fissi (es. I = 1, V = 5, X = 10), e la loro posizione non cambia il loro significato.

In un **sistema posizionale**, il valore di una cifra dipende dalla sua posizione nel numero. Ad esempio, nel numero "345", il "3" rappresenta 300 (3×100) perché è nella posizione delle centinaia.

SISTEMI DI NUMERAZIONE

I sistemi di numerazione più usati sono:

- **Binario** (base 2): $B = \{0, 1\}$
- **Ottale** (base 8): $O = \{0,1,2,3,4,5,6,7\}$
- **Decimale** (base 10): $D = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$
- **Esadecimale** (base 16): $H = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9, A, B, C, D, E, F\}$

RAPPRESENTAZIONE POSIZIONALE

La **rappresentazione posizionale** di un numero è un metodo per esprimere i numeri in cui il valore di ogni cifra dipende non solo dal simbolo stesso, ma anche dalla **posizione** che occupa all'interno del numero. La posizione della cifra è conteggiata **da destra verso sinistra**, partendo dalla posizione zero.

Ogni cifra in una posizione specifica è moltiplicata per la **potenza della base** corrispondente alla sua posizione.

Un numero n in base b: $n = (a_k, a_{k-1}, \dots, a_1, a_0)$

dove a_i è la cifra nella posizione i e k è la posizione della cifra più a sinistra (più **significativa**), viene rappresentato come:

$$n = a_k \times b^k + a_{k-1} \times b^k + \dots + a_1 \times b^1 + a_0 \times b^0$$

ESEMPI

- **3456** in **base 10**:

$3\ x\ 103\ +\ 4\ x\ 102\ +\ 5\ x\ 101\ +\ 6\ x\ 100$

$3000\ +\ 400\ +\ 50\ +\ 6\ =\ \mathbf{3456}$

- **1011** in **base 2**:

$1\ x\ 23\ +\ 0\ x\ 22\ +\ 1\ x\ 21\ +\ 1\ x\ 20$

$8\ +\ 0\ +\ 2\ +\ 1\ =\ \mathbf{11}$

- **723** in **base 8**:

$7\ x\ 82\ +\ 2\ x\ 81\ +\ 3\ x\ 80$

$448\ +\ 16\ +\ 3\ =\ \mathbf{467}$

- **2A3** in **base 16**:

$2\ x\ 162\ +\ A\ x\ 161\ +\ 3\ x\ 160$

$512\ +\ 10\ x\ 161\ +\ 3$

$515\ +\ 160\ =\ \mathbf{675}$

ESTRAZIONE CIFRE

In un sistema posizionale a base b, un numero è rappresentato come una somma di potenze della base moltiplicate per le rispettive cifre. L'estrazione delle cifre consiste nel **determinare le singole cifre**.

Il metodo più comune usato per l'estrazione è **divisione e resto**, che consiste nell' eseguire divisioni successive del numero n per la base b, memorizzando i resti come cifre:

- La **cifra meno significativa** è ottenuta dal **resto** della divisione di n per la base b.
- Il **quoziente** della divisione viene quindi usato per calcolare la cifra successiva.
- Si ripete il processo fino a quando il quoziente diventa zero.

ESEMPIO

3456 in base 10:

$3456/10 = 345$ r = 6

$345/10 = 34$ r = 5

$34/10 = 3$ r = 4

$3 / 10 = 0$ r = 3

CONVERSIONE BASE

Il metodo divisione resto può essere usato per convertire i numeri in basi diverse.

$\mathbf{13_{10}}$ in base 2:

$13/2 = 6$ r = 1

$6/2 = 3$ r = 0

$3/2 = 1$ r = 1

$1/2 = 0$ r = 1

$\mathbf{1101_2}$

ALTRI ESEMPI

255_{10} in base 16:

255/16 = 15	r = F (15)
15/16 = 0	r = F (15)

FF_{16}

125_{10} in base 8:

125/8 = 15	r = 5
15/8 = 1	r = 7
1/8 = 0	r = 1

175

Per passare da una base diversa da 10 ad un'altra, si passa per la base 10.

CONVERSIONE BASE

La conversione tra **base 2** (binario) e **base 8** (ottale) o **base 16** (esadecimale) è facilitata dal fatto che 8 e 16 sono potenze di 2. Queste conversioni si possono eseguire facilmente raggruppando i bit in blocchi di 3 (per ottale) o 4 (per esadecimale) e poi convertendo ciascun blocco direttamente nella cifra corrispondente.

101110_2 in base 8:

CONVERSIONE BASE

La conversione tra **base 2** (binario) e **base 8** (ottale) o **base 16** (esadecimale) è facilitata dal fatto che 8 e 16 sono potenze di 2. Queste conversioni si possono eseguire facilmente raggruppando i bit in blocchi di 3 (per ottale) o 4 (per esadecimale) e poi convertendo ciascun blocco direttamente nella cifra corrispondente.

101110_2 in base 8: $\underbrace{1\ 0\ 1}_{101_2}\ \underbrace{1\ 1\ 0}_{110_2} \Rightarrow 56_8$

Base 2	Base 10
1	1
10	2
11	3
100	4
101	5
110	6
111	7
1000	8
1001	9
1010	10
1011	11
1100	12
1101	13
1110	14
1111	15

CONVERSIONE BASE

1 101 101 101 011 011 011 011 011 011 111 111 111	Base 2
001 101 101 101 011 011 011 011 011 011 111 111 111	
1 5 5 5 3 3 3 3 3 3 7 7 7	Base 8

1 1011 0110 1011 0110 1101 1011 0111 1111 1111	Base 2
0001 1011 0110 1011 0110 1101 1011 0111 **1111 1111**	
1 B 6 B 6 D B 7 F F	Base 16

Base 2	
1	1
10	2
11	3
100	4
101	5
110	6
111	7
1000	8
1001	9
1010	A (10)
1011	B (11)
1100	C (12)
1101	D (13)
1110	E (14)
1111	F (15)

RAPPRESENTAZIONE NUMERI NON INTERI

I **numeri non interi** possono essere rappresentati in basi diverse da 10 utilizzando lo stesso principio della **rappresentazione posizionale**, ma con **potenze negative della base**. Le conversioni delle parti frazionarie si eseguono moltiplicando iterativamente per la base, estraendo la parte intera a ogni passo.

Un numero non intero n in base b: $n = (a_k, a_{k-1}, \ldots, a_1, a_0 \,.\, \boldsymbol{a_{-1}, a_{-2}, \ldots, a_{-h}})$

dove il punto `.` tra a_0 e a_1 è il **punto radice** (punto decimale in base 10), viene rappresentato come:

$$n = \underbrace{a_k \times b^k + a_{k-1} \times b^k + \ldots + a_1 \times b^1 + a_0}_{\textbf{Parte intera}} \times \underbrace{b^0 + a_1 \times b^{-1} + a_2 \times b^{-2} + \ldots + a_h \times b^{-h}}_{\textbf{Parte non intera}}$$

ESEMPI

0.75_{10} in base 2:

$0.75 \times 2 = \mathbf{1}.5$

$0.5 \times 2 = \mathbf{1}.0$

0.11_2

13.625_{10} in base 16:

$13 = \boldsymbol{D}$

$0.625 \times 16 = \mathbf{10}.0$

$D.A_{16}$

RAPPRESENTABILITA'

0.1_{10} in base 2:

$$0.1 \times 2 = \mathbf{0}.2$$
$$0.2 \times 2 = \mathbf{0}.4$$
$$0.4 \times 2 = \mathbf{0}.8$$
$$0.8 \times 2 = \mathbf{1}.6$$
$$0.6 \times 2 = \mathbf{1}.2$$
$$0.2 \times 2 = \mathbf{0}.4$$
$$\ldots$$

Alcuni numeri non interi non possono essere rappresentati esattamente con un numero finito di cifre in una base specifica.

Con la rappresentazione posizionale classica sii possono rappresentare tutti i numeri interi, ma si possono rappresentare solo alcuni numeri frazionari con esattezza e molti numeri reali devono essere approssimati, poiché richiederebbero infinite cifre.

VIRGOLA MOBILE

La virgola mobile è un sistema di **rappresentazione numerica** che permette di esprimere numeri reali su un'ampia gamma di valori, utilizzando una forma simile alla **notazione scientifica.**

Un numero a virgola mobile è espresso nella forma:

$$n = (-1)^s \times M \times b^E$$

dove s indica il segno (positivo o negativo), M è la mantissa (frazione normalizzata che rappresenta la parte significativa del numero) ed E è l'esponente, un valore che determina la posizione della virgola.

VIRGOLA MOBILE

Può rappresentare una **gamma più amplia di numeri**, sia molto grandi che molto piccoli, difficili da rappresentare con la rappresentazione posizionale.

Ha una **maggiore flessibilità**, in quanto permette di bilanciare la precisione con la capacità di rappresentare numeri su un ampio spettro, dai numeri estremamente piccoli ai numeri enormi.

Anche con la virgola mobile, però, non tutti i numeri reali possono essere rappresentati esattamente. Tuttavia, la virgola mobile offre una buona approssimazione di molti numeri frazionari che non potrebbero essere rappresentati facilmente con la notazione posizionale tradizionale.