Lezione 30 settembre 24

lunedì 30 settembre 2024 09:58

LEZIONI: lunedì 10:15 – 11:45
12:0 – 12:45

martedì: 14:15 – 15:00 Teoria
15:00 – 16:30 TUTORATO a partire dell' 8 ottobre

DOMANI 1 ottobre: 14:15 – 15:45 Teoria

VENERDÌ: 8:15 – 10:00

* * *

MATEMATICA DI BASE

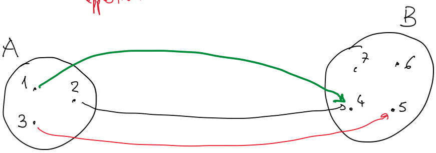
FUNZIONI:

Def.: Dati 2 insiemi A e B, una FUNZIONE $f: A \to B$ è una LEGGE che associa AD OGNI ELEMENTO DI A un UNICO ELEMENTO di B:

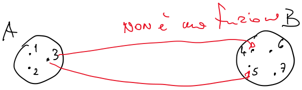
Scriviamo $f : \underset{\substack{\downarrow \\ \text{DOMINIO}}}{A} \longrightarrow \underset{\substack{\downarrow \\ \text{CODOMINIO}}}{B}$

per ogni $\boxed{a \in A}$, è definito $f(a) \in B$
$f(a) = b$

è elemento
appartiene



$f(1) = 4$
$f(2) = 4$
$f(3) = 5$


NON è una funzione

Def.: L'INSIEME IMMAGINE

$$f(A) = \{\text{tutti i possibili valori di } f\}$$

parentesi graffe
si usano per specificare
gli elementi di un insieme

$$= \{ f(a) \underset{\text{tale che}}{:} a \in A\} \underset{\text{contenuto}}{\subseteq} B$$

Esempio:

$f(1) = 4$
$f(2) = 4$
$f(3) = 5$

$A = \{1, 2, 3\}$

$$f(A) = \{4, 5\} \subseteq \{4, 5, 6, 7\} = B$$

Def.: Data $f: A \to B$, il

GRAFICO di f è l'insieme:

$$\underset{\text{GAMMA MAIUSCOLA}}{\Gamma_f} = \{(a, f(a)) : a \in A\} \overset{?}{\subseteq} A \times B$$

Parentesi: lettere greche

α	alfa	
β	beta	
γ	gamma	Γ
δ	delta	Δ
ε	epsilon	
φ	phi	
λ	lambda	Λ
μ	mu	
ν	ni	

ω	omega	Ω
π	pi	Π
ρ	rho	
σ	sigma	Σ
τ	tau	
θ	theta	
ψ	psi	
ξ	xi	

...

Def.: Dati A e B, il PRODOTTO CARTESIANO di A e B si indica con

$$A \times B$$

ed è l'insieme di tutte le coppie ordinate di elementi (a, b) con $a \in A$ e $b \in B$

$$A \times B = \{(a,b) : a \in A,\ b \in B\}$$

Esempio: $A = \mathbb{R}$ numeri reali

$B = \mathbb{R}$

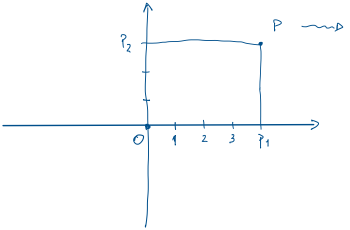
$$A \times B = \mathbb{R} \times \mathbb{R} = \underset{\text{R DUE}}{\mathbb{R}^2} = \{(x,y) : x \in \mathbb{R},\ y \in \mathbb{R}\}$$

PIANO REALE coppie ordinate, cioè

$$(x,y) \neq (y,x)$$

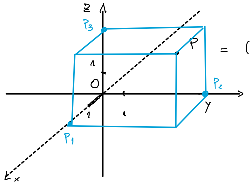
Se $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sin x$

$$\Gamma_f = \{(x, \sin x) : x \in \mathbb{R}\} \subseteq \mathbb{R}^2$$



$P \rightsquigarrow (p_1, p_2) \in \mathbb{R}^2$

Analogamente: Spazio euclideo



$= (p_1, p_2, p_3) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R} = \mathbb{R}^3$ R TRE

TERNE ORDINATE

Spazio - tempo : particelle ⇝ $(x, y, z, \underset{\substack{\downarrow \\ \text{tempo}}}{t}) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R} = \mathbb{R}^4$

Def: Una n-pla è una stringa ordinata di n numeri: $n > 0$, $n \in \mathbb{N}$ naturale

$$(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$$

L'insieme di tutte le n-uple ordinate

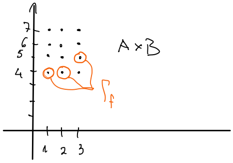
si indica: $\mathbb{R}^n = \underbrace{\mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \dots \times \mathbb{R}}_{n \text{ volte}}$

Esempio: $f : \{1,2,3\} \to \{4,5,6,7\}$, $f(1) = 4$
$= A$ $\qquad$ $= B$ $\qquad$ $f(2) = 4$
$f(3) = 5$

$A \times B = \{(1,4), (1,5), (1,6), (1,7), (2,4), (2,5), (2,6), (2,7),$
$(3,4), (3,5), (3,6), (3,7)\}$

$\Gamma_f = \{(1,4), (2,4), (3,5)\} \subseteq A \times B$

$= \{(a, f(a))\}$



Esercizio: Quali delle seguenti sono funzioni?

① Associare alla pressione sanguigna di di un paziente la sua temperatura corporea, entrambe misurate più volte

$A = \{$ valori delle possibili pressioni $\} = \mathbb{N}$

$B = \{$ valori delle possibili temperature corporee $\} = \mathbb{Q} = \{ p/q : \underset{\text{interi}}{p,q} \in \mathbb{Z} \}$

$q \neq 0$

$f : A \to B$

② Associare a ogni paziente del reparto di geriatria la sua pressione e temperatura di oggi alle 8:00.

Se intendo : paziente $\leadsto$ 2 valori numerici $\in \mathbb{Q}$

$\{$pazienti di geriatria$\} \longrightarrow \mathbb{Q}$

NON è funzione

Se invece MODIFICO IL CODOMINIO

$$A = \{\text{pazienti}\} \xrightarrow{f} B = \mathbb{N} \times \mathbb{Q}$$

$$= \{ (n,p) : n \in \mathbb{N}, p \in \mathbb{Q} \}$$

$f($pinco pallino$) = ($pressione (max) (pinco pallino), temp. (pincopal))

Sì è una funzione

* * *

INSIEMI NUMERICI

$\mathbb{N}$: insieme dei numeri naturali

$= \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots \}$

$\mathbb{Z}$: insieme dei numeri INTERI

$\{\ldots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$

$\mathbb{Q}$: insieme dei numeri RAZIONALI

$\mathbb{Q} = \{ p/q \ : p \in \mathbb{Z},\ q \in \mathbb{Z},\ q \neq 0 \}$

⇝ DENOMINATORE

↓

NUMERATORE

e tali se cons. p/q e p'/q', se $pq' = p'q$ allora $p/q = p'/q'$

$\boxed{\frac{1}{2} = \frac{2}{4}} = \frac{1\cdot 2}{2\cdot 2}$ $\qquad 1/2 \qquad 3/6$

$1 \cdot 4 = 2 \cdot 2 \qquad\qquad 1 \cdot 6 = 3 \cdot 2$

in generale : $\frac{p}{q} = \frac{p\cdot c}{q \cdot c}$ $\quad c \in \mathbb{Z}$

$p \cdot (q \cdot c) = p \cdot c \cdot q$

Viceversa: esercizio: se $\boxed{p \cdot q' = p' \cdot q}$

allora $\frac{p}{q} = \frac{p'}{q'}$ e la coppia (p', q') è

PROPORZIONALE alla (p, q)

$\mathbb{R}$: insieme dei numeri REALI