MathCityMap - Liceo Matematico - Sample solution

Code: 1413844

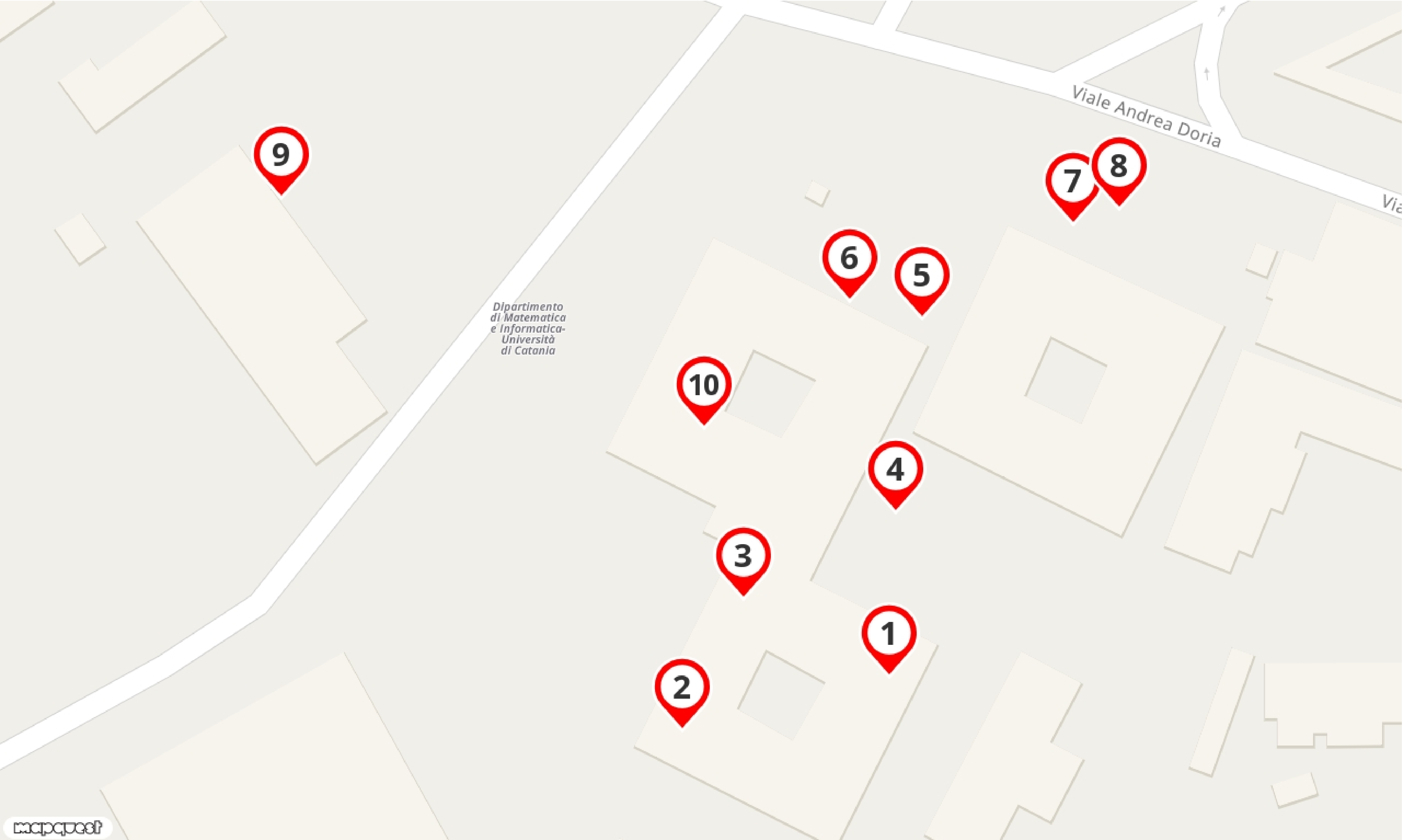
Emanuele Amico, Salvatore Andrea Frazzetta, Simona Costa, Luana Nicosia, Claudia Alfano, Francesco Pulvirenti, Antonino Casto, , Veronica Sambataro, Eugenia Taranto, Maria Flavia Mammana

03.12.23

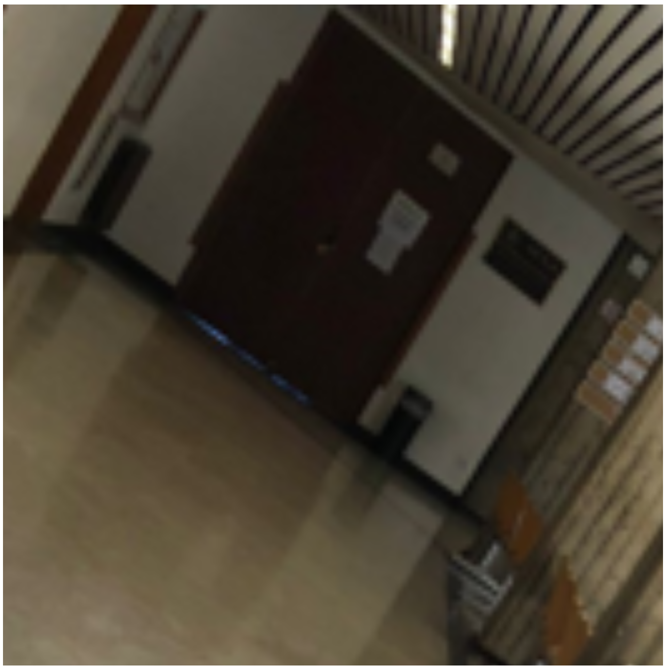
Information about this trail

Number of tasks:	10
Expected duration:	~ 02 h 10 min
Length:	~ 0.5 km
Recommended from class:	12
Recommended aids:	• Calculator • Goniometer • Measuring tape
Tags:	Calcolo combinatorio, Numeri, pendenza, trigonometria, tangente, triangolo rettangolo, Sequenze, Ripetizioni, Multipli, Misure, Modello di crescita, Potenze, Misurazioni, Frazioni, Riflessione, Rotazione, Frazioni, Simmetrie, Sezione aurea, Rettangoli aurei, Numeri primi, Parti di un intero, circonferenza, settore circolare, angoli, proporzione, Cerchio, Circonferenza, Diametro, Proporzioni

Percorso realizzato per i docenti del Liceo Matematico di Catania.


9
Dipartimento
di Matematica
e Informatica-
Università
di Catania
Viale Andrea Doria
Via
10
6
5
7
8
4
3
1
2
mapquest

1. Task: Prime aule o aule "prime"?



Definition of task

Considera tutte le aule dell'atrio del dipartimento in cui ti trovi. Ogni aula è indicata con un numero, scritto su un cartellino attaccato alla porta dell'aula.

Determina la frazione che indica il numero di aule "prime" (cioè di aule contrassegnate da un numero primo) rispetto al totale delle aule.

Answer

Numeratore:	3
Denominatore:	8

Sample solution:

Le aule da considerare sono le seguenti otto: 1,2,3,4,22,23,24,25.
Ricordando che 1 non è un numero primo, le aule "prime" saranno soltanto tre: la 2, la 3 e la 23.
Dunque la frazione richiesta sarà 3/8.

Hint 1

Ricorda che 1 non è un numero primo!

Hint 2

Quante aule sono contrassegnate da un numero primo?
(Un numero si dice primo se è divisibile sono per sè stesso e per 1)

Hint 3

La frazione richiesta presenta al numeratore il numero di aule "prime" e a denominatore il numero totale di aule.

2. Task: Settore Circolare nel Logo

Definition of task

Al DMI tra l'aula 1 e l'aula 2 si trova il logo dell'università di Catania.
Determinare l'area del settore circolare individuato dalla parola "STVDIVM" in cm² (considerando come centro il pallino alla sinistra della proboscide dell'elefante).

A) ☐ 625π

B) ☐ 139π

C) ☐ 11π

D) ☐ 150π

Answer

☐ 625π

☒ 139π

☐ 11π

☐ 150π

Sample solution:

- misurare l'angolo con un goniometro, considerando come centro il pallino alla sinistra della proboscide dell'elefante. $\alpha=80°$
- misurare il raggio e calcolare l'area del cerchio. $r=25$ cm²; $Ac=\pi \cdot r^2=\pi \cdot (25)^2=625\pi$ cm²
- effettuare la proporzione $Ac:360°=As:80°$ cioè $625\pi:360°=As:80°$, da cui $As=(625\pi \cdot 80°)/360°=139\pi$ cm².

Hint 1

Ricorda che l'area del cerchio è proporzionale ad un angolo giro (360°).

Hint 2

A che angolo è proporzionale l'area del settore circolare ?

Hint 3

3. Task: In quanti sulla panca?

Definition of task

Nell'atrio del DMI sono presenti delle panche a muro.
Alcuni studenti vogliono prendere posto sulla panca, e osservano che ciascuno di essi occupa uno spazio di 40 cm. I ragazzi per comodità vogliono tenere tra loro uno spazio di 20 cm, e si iniziano a posizionare dall'estremità a sinistra della panca, senza lasciare spazio, fino a riempire la panca.

Seguendo queste regole, qual è la frazione che esprime lo spazio rimasto libero sulla panca rispetto al totale? Esprimi il risultato con un numero decimale

Answer

0.28 0.285 0.305 0.31

Sample solution:

La panca è lunga 342 cm.
Se un ragazzo si posiziona all'estremità sinistra, l'alternanza di spazi occupati e liberi sarà:
(O=occupati, L=liberi)
40 cm O
20 cm L
40 cm O
20 cm L
40 cm O
20 cm L
40 cm O
20 cm L
40 cm O
20 cm L
40 cm O
2 cm L

Dunque avremo 102 cm liberi sui 342 totali. 102/342=0,298.

Hint 1

Rappresenta su un foglio la situazione...i primi 40 cm sono occupati, i successivi 20 cm sono liberi, poi 40 cm di nuovo occupati ....e fino alla fine

Hint 2

Quanti sono i cm della panca che in questo modo rimangono liberi?

Hint 3

Determina la frazione che esprime lo spazio libero rispetto alla lunghezza della panca, e convertila in numero decimale.

4. Task: Ha l'albero assistito ai mondiali ?

Definition of task

Se un albero di pino con un diametro di circa 40 cm (misurato in altezza 130 cm) ha circa 65 anni, sapendo che il diametro cresce proporzionalmente al numero di anni, sapresti determinare quanti anni ha il pino posizionato dinnanzi l'ingresso del Dipartimento di Matematica e Informatica? (indicare il risultato in anni con arrotondamento per difetto).

Answer

67 70 74 77

Sample solution:

Il tronco del pino, ad un'altezza di 100 cm, ha una circonferenza di 140 cm e quindi, si desume che il pino abbia un diametro di 44,59 cm.

Considerando che un albero di pino, con un diametro di 40 cm ha un'età di 65 anni circa, con la seguente proporzione 40:44,59=65:x il pino avrà un'età di x= (44,59 · 65)/40 ≈ 72 anni

Author: Claudia Alfano, Francesco Pulvirenti, Antonino Casto,

Hint 1

Il diametro del pino cresce quasi linearmente. Di conseguenza, un albero di pino guadagna ogni anno la stessa crescita.

Author: Claudia Alfano, Francesco Pulvirenti, Antonino Casto,

Hint 2

Il diametro di un pino può essere determinato dalla sua circonferenza.
Ricordiamo la formula $C = 2 \cdot r \cdot \pi$ (dove "C" è la circonferenza e "r" il raggio)

Hint 3

Considerando che un albero di pino, con un diametro di 40 cm. ha un'età di 65 anni circa, calcoliamo gli anni con una proporzione.

5. Task: Sicurezza al primo posto

Definition of task

Gli ispettori alla sicurezza del DMI hanno bisogno di calcolare la pendenza della pedana per disabili all'entrata del dipartimento di matematica per stabilire se essa sia a norma. Riusciresti ad aiutarli? (inserisci il valore trovato in percentuale)

Answer

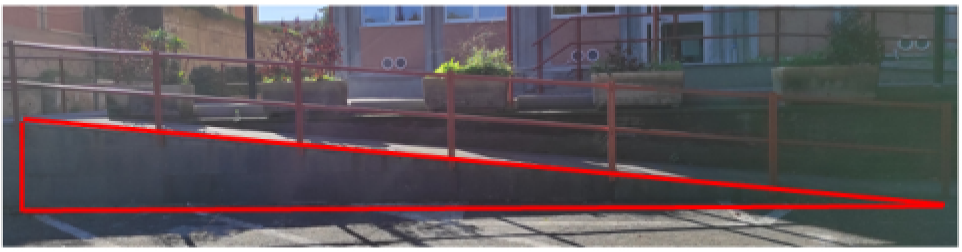
8.88 9.39 10.39 10.88

Sample solution:

Si considera il triangolo rettangolo che ha per ipotenusa la pedana, per altezza l'altezza misurata dal suolo al punto più in alto della pedana e per base la distanza orizzontale rispetto al suolo tra il punto dove comincia la pedana e il punto dove termina.
La pendenza della pedana coincide con la tangente dell'angolo opposto all'angolo retto di tale triangolo. Per calcolarla basta eseguire il rapporto altezza/base.

Dai valori misurati si ottiene: base=9metri; altezza= 0,89 metri e quindi la tangente risulta essere 0,0989 rad, cioè si ottiene che la pendenza è del 9,89%.

Hint 1



Hint 2

La pendenza coincide con la tangente all’angolo opposto all’angolo retto del triangolo rettangolo.

Hint 3

La tangente si può calcolare tramite la formula altezza/base. Per trovare il valore % basterà moltiplicare per 100 il risultato ottenuto.

6. Task: L'insegna del dipartimento

Definition of task

L'insegna presente in uno degli ingressi laterali del DMI presenta delle lettere che sono uguali sia per riflessione che per rotazione.
Determina una frazione che esprima il numero di queste lettere rispetto al totale delle lettere dell'insegna. (Le stesse lettere, maiuscole e minuscole, hanno simboli diversi...)

Answer

Numeratore:	7
Denominatore:	36

Sample solution:

Le lettere simmetriche sia per riflessione che per rotazione sono soltanto la O (presente 2 volte) e la I (presente 5 volte).
Non si considera la i minuscola, che non è simmetrica per rotazione.
Le lettere in totale sono 36. Dunque la frazione cercata sarà 7/36.

Lettere diversi	Frequenza della lettera	Lettera senza simmetrie	Lettera uguale per riflessione	Lettera uguale per rotazione
D	1		x	
I	5		x	x
P	1	x		
A	6		x	
R	2	x		
T	5		x	
M	4		x	
E	2		x	
N	2	x		
O	2		x	x
d	1	x		
i	1		x	
C	2		x	
e	1	x		
F	1	x		

Hint 1

Una lettera dell'alfabeto si dice uguale per riflessione se ha un asse di simmetria, cioè se applicando una riflessione rispetto a quell'asse si ottiene esattamente la stessa figura.

Hint 2

Una lettera dell'alfabeto si dice uguale per rotazione se applicando una rotazione rispetto a un centro e un certo angolo si ottiene esattamente la stessa figura.

Hint 3

Conta le figure uguali per riflessione e rotazione e rapportale al numero di lettere totali...

7. Task: Il parcheggio

Definition of task

Tre automobili devono essere parcheggiate negli spazi disponibili nel parcheggio di matematica (considera solo quello che vedi in foto). Quante possibilità esistono per poterle parcheggiare?
Si può presumere che il parcheggio sia completamente vuoto (non vanno considerati i parcheggi individuati da strisce gialle).

Answer

2730

Sample solution:

Il parcheggio dispone di 15 spazi (non si considerano i parcheggi gialli e quelli per le moto).
Per la prima auto ci sono 15 possibilità, per la seconda auto 14 e per la terza 13.
Queste possibilità devono essere moltiplicate.
Questo porta al seguente calcolo:
$15 \cdot 14 \cdot 13 = 2730$

Hint 1

Non devi considerare i parcheggi per le moto!

Hint 2

Hint 3

Quante possibilità esistono per parcheggiare la prima auto?
E allora quante possibilità rimangono per parcheggiare la seconda auto?

8. Task: Sequenza di alberi

Definition of task

Il parcheggio del Dipartimento di Matematica e Informatica si compone di due parti separate da tre aiuole. L'aiuola centrale contiene degli alberi: Se il primo albero (quello più vicino all'edificio) è un termine della sequenza di alberi, a quale distanza dovrebbe essere il ventesimo termine (albero) dal primo (in metri)-supponendo che gli alberi siano a distanza costante e uguale a quella tra il primo e il secondo?

Answer

87.4 91.2 106.4 110.2

Sample solution:

Puoi identificare la sequenza con un semplice schema di ripetizione (AAAA...). Misura la distanza tra i primi due alberi (circa 5,20 m). Fai una tabella, come in figura, mettendo in relazione la distanza tra il primo albero, il secondo, ... con il primo albero: e prova a trovare una regola che traduca la distanza tra il primo termine e qualsiasi altro termine. In particolare per il ventesimo la distanza sarà 19x5,20 = 98,8 m.

Termini	Distanza di ogni termine dal primo
1	0
2	5,20 = 1 x 5,20
3	5,20+ 5,20= 2 x 5,20
4	5,20+ 5,20+ 5,20= 3 x 5,20
5	4 x 5,20
...	
n	(n-1) x 5,20
20	19 x 5,20

Hint 1

Misura la distanza tra i primi due alberi consecutivi.

Hint 2

Compila una tabella, come quella in figura, mettendo in relazione la distanza tra il primo albero, il secondo, il terzo … con il primo.

Termini	Distanza di ogni termine dal primo
1	0
2	5,20 = 1 x 5,20
3	5,20 + ……= …. x 5,20
4	5,20+ ………………+ ………= ….. x 5,20
5	4 x 5,20
…	
19	……………
20	……………

Hint 3

Individua la regola che determina la distanza per ogni termine (n-simo) e applicala al ventesimo.

9. Task: La torre di monete

Definition of task

Tra il campo di calcetto e il palazzetto del basket al CUS Catania si trova una panchina per gli spettatori. La panchina è costituita da due file di mattonelle quadrate. Costruisci delle torri con monete da €1, posizionandole in ogni piccolo quadrato di una fila della panchina. Disponi le monete in ogni quadrato nel seguente modo: una da €1 nel primo quadrato di una fila, due da €1 nel secondo quadrato della stessa fila, quattro da €1 nel terzo quadrato della stessa fila, otto da €1 nel quarto quadrato e così via. Misura l'altezza, in km, della torre di monete nell'ultimo quadrato della panchina.

Answer

1.782579 1.992294 2.202010 2.411725

Sample solution:

La panchina ha 21 quadrati in ogni fila. Inizia posizionando le monete nei quadrati di una fila e contale. Allo stesso tempo registra i dati in una tabella (vedi la figura). Osserva la tabella e identifica lo schema per generalizzare una regola che permetta di scoprire il numero di monete nell'ultimo quadrato, senza continuare a posizionare le monete fino all'ultimo quadrato. Si trova che il numero di monete è una potenza di 2. L'esponente è lo stesso numero dell'ordine del quadrato diminuito di 1. Nel 21° quadrato la torre ha 1048576 monete. Dato che ogni moneta ha 2mm di spessore, la torre avrà un'altezza di 221 mm. Quindi, l'altezza della torre è 2097152 mm, ovvero 2,097152 km.

Ordine del quadrato	Numero di monete	Lunghezza della torre (mm)
1	1	1x2=2
2	2	$2\times2=2^2=4$
3	2^2	$2^2\times2=2^3=8$
4	2^3	$2^3\times2=2^4=16$
5	2^4	$2^4\times2=2^5=32$
6	2^5	$2^5\times2=2^6=64$
7	2^6	$2^6\times2=2^7=128$
8	2^7	$2^7\times2=2^8=256$
9	2^8	$2^8\times2=2^9=512$
...		
21	$2^{20}=1048576$	$2^{20}\times2=2^{21}=2097152$

Hint 1

Conta il numero di monete nel primo, secondo, terzo, ... quadrato e misura lo spessore di una moneta da €1.

Hint 2

Organizza i dati in una tabella e generalizza la lunghezza della torre nel 21° quadrato.

Hint 3

Trova la lunghezza della torre in km.

10. Task: Rettangoli aurei

Definition of task

La porta di ingresso dell'aula studio del DMI presenta una vetrata costituita da più superfici rettangolari.
Qual è il rettangolo che più si avvicina a un rettangolo aureo?

A) ☐ Il rettangolo in alto a destra

B) ☐ Il rettangolo in basso a sinistra

C) ☐ Il rettangolo in alto a sinistra

Answer

☐ Il rettangolo in alto a destra

☐ Il rettangolo in basso a sinistra

☒ Il rettangolo in alto a sinistra

Sample solution:

Un rettangolo si dice aureo quando il rapporto dei suoi lati si avvicina al numero di Fidia, circa 1,61.

Determiniamo le misure dei lati dei rettangoli richiesti:

Rettangolo in alto a destra: 126 cm x 50 cm. 126/50=2,52
Rettangolo in alto a sinistra:130 cm x 218 cm. 218/130=1,67
Rettangolo in basso a sinistra: 91 cm x 218 cm. 218/91=2,39

Dunque il rettangolo più simile a un rettangolo aureo è quello in alto a sinista.

Hint 1

Un rettangolo si dice aureo quando il rapporto dei suoi lati si avvicina al numero di Fidia, circa 1,61.

Hint 2

Determina le misure dei lati dei rettangoli richiesti, e calcolane il rapporto (tra il maggiore e il minore)

Hint 3