

**Fisica della Materia Condensata I**  
Esercizi sui modelli di Drude e di Sommerfeld

1. Per elettroni liberi 3D, la conduttività si può scrivere come :
  - (a)  $\sigma = e^2 k_F^2 \ell / (3\pi^2 \hbar)$ .
  - (b)  $\sigma = ne^2 \tau / m^2$
  - (c)  $\sigma = e^2 k_F^2 \ell / \hbar$
  - (d)  $\sigma = 4\pi ne^2 \tau / m$
  
2. L'energia di Fermi per l'Alluminio è 11.7 eV. Considerare di poter trattare gli elettroni come liberi e che seguono la funzione di distribuzione di Fermi-Dirac. La probabilità che a T=300K un livello di energia a 11.85 eV sia occupato da un elettrone è:
  - (a) 0 %
  - (b) 0.25 %
  - (c) 0.0025 %
  - (d) Nessuna delle altre risposte (considerare un'accuratezza del 10% sui valori non nulli proposti)
  
3. La dimensione della densità di stati elettronici nel caso 1D è:
  - (a)  $[E]^{-1} [L]^{-3}$
  - (b)  $[E]^{-1} [V]^{-1}$
  - (c)  $[t]^2 [M]^{-1} [L]^{-3}$
  - (d) Nessuna delle altre risposte
  
4. Consideriamo elettroni liberi 2D, e in particolare un campione macroscopico a forma rettangolare con lati  $a$  e  $b$ . Considerando che questo campione macroscopico è rappresentativo delle proprietà di volume del materiale e non di effetti di superficie, la funzione d'onda corretta, con  $n_x$  e  $n_y$  interi, è:
  - (a)  $\psi(x, y) = A \exp(i2\pi n_x x/a) \exp(i2\pi n_y y/a)$
  - (b)  $\psi(x, y) = A \exp(i2\pi n_x x/b) \exp(i2\pi n_y y/b)$
  - (c)  $\psi(x, y) = A \exp(i2\pi n_x x/a) \exp(i2\pi n_y y/b)$
  - (d)  $\psi(x, y) = A \sin(2\pi n_x x/a) \sin(2\pi n_y y/b)$
  
5. In un metallo 1D, considerando condizioni periodiche al contorno su una lunghezza  $L$ , la spaziatura tra i vettori  $k$  permessi è:
  - (a)  $L/(2\pi)$
  - (b)  $(L/(2\pi))^2$
  - (c)  $(2\pi)/L$
  - (d)  $(\pi)/L$

6. In un metallo 1D, considerando condizioni periodiche al contorno su una lunghezza  $L$ , la densità dei vettori  $k$  permessi è:

- (a)  $L/(2\pi)$
- (b)  $(L/(2\pi))^2$
- (c)  $(2\pi)/L$
- (d)  $(\pi)/L$

7. In un gas di elettroni 1D, la dipendenza della densità di stati elettronici dall'energia è:

- (a)  $\propto E^{3/2}$
- (b)  $\propto E^{1/2}$
- (c)  $\propto E^0$
- (d)  $\propto E^{-1/2}$

8. L'energia di Fermi di un gas 1D di  $N$  elettroni su una lunghezza  $L$  al limite termodinamico è:

- (a)  $E_F = \frac{\hbar^2 \pi^2}{8m} \left(\frac{N}{L}\right)^2$
- (b)  $E_F = \frac{2\hbar^2 \pi^2}{m} \left(\frac{N}{L}\right)^2$
- (c)  $E_F = \frac{2\hbar^2 \pi^2}{m} \left(\frac{N}{L}\right)$
- (d)  $E_F = \frac{\hbar^2 \pi^2}{8m} \left(\frac{L}{N}\right)^2$

9. In un pezzo di argento di densità elettronica  $5.86 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$  l'energia di Fermi è:

- (a) 549.0 eV
- (b) 54.90 eV
- (c) 5.49 eV
- (d) 0.55 eV

10. Nel modello di Sommerfeld, per elettroni che sono soggetti ad un campo elettrico  $\vec{E}$  lungo una certa direzione e che hanno in media un tempo di rilassamento  $\tau$ , qual è in media il rapporto tra l'energia guadagnata grazie al campo elettrico e l'energia di Fermi  $E_F$ ?

- (a)  $eE v_F \tau / E_F$
- (b)  $eE \tau / E_F$
- (c)  $eE / E_F$
- (d)  $eE / \tau E_F$

11. La dimensione della densità di stati elettronici nel caso 2D è:

- (a)  $[\text{E}]^{-1} [\text{L}]^{-3}$
- (b)  $[\text{E}]^{-1} [\text{V}]^{-1}$
- (c)  $[\text{t}]^2 [\text{M}]^{-1} [\text{L}]^{-4}$
- (d) Nessuna delle altre risposte

12. La relazione tra energia di Fermi  $E_F$  per un gas di elettroni in 3D e densità elettronica  $n$  è:

(a)  $E_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{n}{3\pi^2} \right)^{2/3}$

(b)  $E_F = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n)^{1/3}$

(c)  $E_F = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n)^{2/3}$

(d)  $E_F = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n)^{3/2}$

13. L'equazione che descrive l'evoluzione temporale della quantità di moto media degli elettroni nel modello di Drude sotto l'azione di una forza esterna  $\mathbf{f}$  è:

(a)  $\frac{d\mathbf{p}(t)}{dt} = \frac{\mathbf{p}(t)}{\tau} + \mathbf{f}(t)$

(b)  $\frac{d\mathbf{p}(t)}{dt} = \frac{\mathbf{p}(t)}{\tau} - \mathbf{f}(t)$

(c)  $\frac{d\mathbf{p}(t)}{dt} = -\frac{\mathbf{p}(t)}{\tau} + \mathbf{f}(t)$

(d)  $\frac{d\mathbf{p}(t)}{dt} = -\frac{\mathbf{p}(t)}{\tau}$

14. La frequenza di plasma è:

(a)  $\frac{4\pi n e^2}{m}$

(b)  $\frac{n e^2 \tau}{m}$

(c)  $\left( \frac{4\pi n e^2}{m} \right)^{1/2}$

(d)  $\left( \frac{n e^2 \tau}{m} \right)^{1/2}$

15. Quale di queste relazioni NON è corretta per elettroni liberi in 3D nel modello di Sommerfeld? (il pedice F si riferisce a quantità al livello di Fermi)

(a)  $\sigma = n e^2 \ell / (m v_F)$

(b)  $v_F = \frac{\hbar}{m} (3\pi^2 n)^{1/3}$

(c)  $k_F^3 = 3\pi n$

(d)  $g(E_F) = 3n / (2E_F)$