

Fisica della Materia Condensata I
Esercizi sui modelli di Drude e di Sommerfeld

1. Per elettroni liberi 3D, la conduttività si può scrivere come :
 - (a) $\sigma = e^2 k_F^2 \ell / (3\pi^2 \hbar)$.
 - (b) $\sigma = ne^2 \tau / m^2$
 - (c) $\sigma = e^2 k_F^2 \ell / \hbar$
 - (d) $\sigma = 4\pi ne^2 \tau / m$

2. L'energia di Fermi per l'Alluminio è 11.7 eV. Considerare di poter trattare gli elettroni come liberi e che seguono la funzione di distribuzione di Fermi-Dirac. La probabilità che a T=300K un livello di energia a 11.85 eV sia occupato da un elettrone è:
 - (a) 0 %
 - (b) 0.25 %
 - (c) 0.0025 %
 - (d) Nessuna delle altre risposte (considerare un'accuratezza del 10% sui valori non nulli proposti)

3. La dimensione della densità di stati elettronici nel caso 1D è:
 - (a) $[E]^{-1} [L]^{-3}$
 - (b) $[E]^{-1} [V]^{-1}$
 - (c) $[t]^2 [M]^{-1} [L]^{-3}$
 - (d) Nessuna delle altre risposte

4. Consideriamo elettroni liberi 2D, e in particolare un campione macroscopico a forma rettangolare con lati a e b . Considerando che questo campione macroscopico è rappresentativo delle proprietà di volume del materiale e non di effetti di superficie, la funzione d'onda corretta, con n_x e n_y interi, è:
 - (a) $\psi(x, y) = A \exp(i2\pi n_x x/a) \exp(i2\pi n_y y/a)$
 - (b) $\psi(x, y) = A \exp(i2\pi n_x x/b) \exp(i2\pi n_y y/b)$
 - (c) $\psi(x, y) = A \exp(i2\pi n_x x/a) \exp(i2\pi n_y y/b)$
 - (d) $\psi(x, y) = A \sin(2\pi n_x x/a) \sin(2\pi n_y y/b)$

5. In un metallo 1D, considerando condizioni periodiche al contorno su una lunghezza L , la spaziatura tra i vettori k permessi è:
 - (a) $L/(2\pi)$
 - (b) $(L/(2\pi))^2$
 - (c) $(2\pi)/L$
 - (d) $(\pi)/L$

6. In un metallo 1D, considerando condizioni periodiche al contorno su una lunghezza L , la densità dei vettori k permessi è:

- (a) $L/(2\pi)$
- (b) $(L/(2\pi))^2$
- (c) $(2\pi)/L$
- (d) $(\pi)/L$

7. In un gas di elettroni 1D, la dipendenza della densità di stati elettronici dall'energia è:

- (a) $\propto E^{3/2}$
- (b) $\propto E^{1/2}$
- (c) $\propto E^0$
- (d) $\propto E^{-1/2}$

8. L'energia di Fermi di un gas 1D di N elettroni su una lunghezza L al limite termodinamico è:

- (a) $E_F = \frac{\hbar^2 \pi^2}{8m} \left(\frac{N}{L}\right)^2$
- (b) $E_F = \frac{2\hbar^2 \pi^2}{m} \left(\frac{N}{L}\right)^2$
- (c) $E_F = \frac{2\hbar^2 \pi^2}{m} \left(\frac{N}{L}\right)$
- (d) $E_F = \frac{\hbar^2 \pi^2}{8m} \left(\frac{L}{N}\right)^2$

9. In un pezzo di argento di densità elettronica $5.86 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$ l'energia di Fermi è:

- (a) 549.0 eV
- (b) 54.90 eV
- (c) 5.49 eV
- (d) 0.55 eV

10. Nel modello di Sommerfeld, per elettroni che sono soggetti ad un campo elettrico \vec{E} lungo una certa direzione e che hanno in media un tempo di rilassamento τ , qual è in media il rapporto tra l'energia guadagnata grazie al campo elettrico e l'energia di Fermi E_F ?

- (a) $eE v_F \tau / E_F$
- (b) $eE \tau / E_F$
- (c) eE / E_F
- (d) $eE / \tau E_F$

11. La dimensione della densità di stati elettronici nel caso 2D è:

- (a) $[\text{E}]^{-1} [\text{L}]^{-3}$
- (b) $[\text{E}]^{-1} [\text{V}]^{-1}$
- (c) $[\text{t}]^2 [\text{M}]^{-1} [\text{L}]^{-4}$
- (d) Nessuna delle altre risposte

12. La relazione tra energia di Fermi E_F per un gas di elettroni in 3D e densità elettronica n è:

(a) $E_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{n}{3\pi^2} \right)^{2/3}$

(b) $E_F = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n)^{1/3}$

(c) $E_F = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n)^{2/3}$

(d) $E_F = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n)^{3/2}$

13. L'equazione che descrive l'evoluzione temporale della quantità di moto media degli elettroni nel modello di Drude sotto l'azione di una forza esterna \mathbf{f} è:

(a) $\frac{d\mathbf{p}(t)}{dt} = \frac{\mathbf{p}(t)}{\tau} + \mathbf{f}(t)$

(b) $\frac{d\mathbf{p}(t)}{dt} = \frac{\mathbf{p}(t)}{\tau} - \mathbf{f}(t)$

(c) $\frac{d\mathbf{p}(t)}{dt} = -\frac{\mathbf{p}(t)}{\tau} + \mathbf{f}(t)$

(d) $\frac{d\mathbf{p}(t)}{dt} = -\frac{\mathbf{p}(t)}{\tau}$

14. La frequenza di plasma è:

(a) $\frac{4\pi n e^2}{m}$

(b) $\frac{n e^2 \tau}{m}$

(c) $\left(\frac{4\pi n e^2}{m} \right)^{1/2}$

(d) $\left(\frac{n e^2 \tau}{m} \right)^{1/2}$

15. Quale di queste relazioni NON è corretta per elettroni liberi in 3D nel modello di Sommerfeld? (il pedice F si riferisce a quantità al livello di Fermi)

(a) $\sigma = n e^2 \ell / (m v_F)$

(b) $v_F = \frac{\hbar}{m} (3\pi^2 n)^{1/3}$

(c) $k_F^3 = 3\pi n$

(d) $g(E_F) = 3n / (2E_F)$