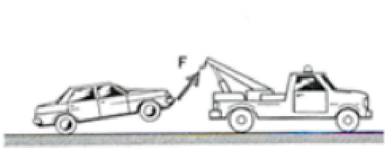
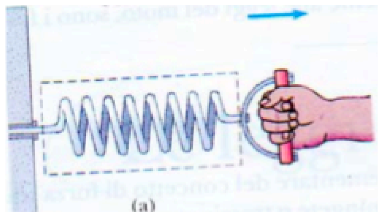
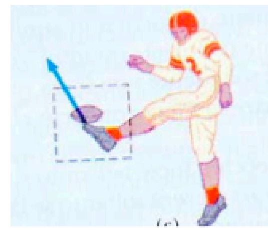
Dinamica

[studio delle cause del moto: forze]

Il termine **forza** nel senso comune indica una **trazione** o una **spinta**







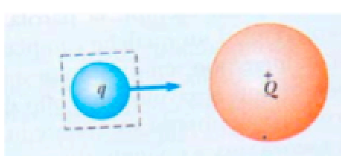
La forza è una grandezza **vettoriale**:
una trazione o spinta ha sempre

- ✗ una intensità (il modulo)
- ✗ una direzione
- ✗ un verso

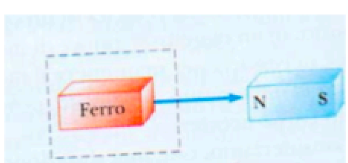
forze di **contatto**: esprimono risultato di **contatto fisico** tra corpi

forze a **distanza**: agiscono attraverso lo **spazio vuoto**
[campi di forze]

forza **gravitazionale**



forza **elettrica**



forza **magnetica**

se la forza è una **quantità reale** deve essere **misurabile**
$\Rightarrow$ deve indurre **effetti** che possono essere **quantificati**

1600 Newton: esperimenti concettuali
(oggetto in moto su superficie senza attrito)

$\Downarrow$

non è nella natura di un oggetto fermarsi una volta che sia posto in moto

Prima legge di Newton [legge di inerzia]

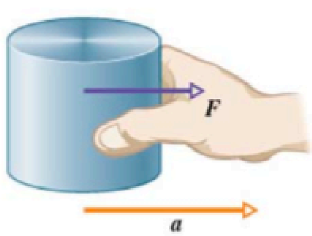
*Un corpo rimane nel suo stato di **quiete** o nel suo stato di **moto** rettilineo a **velocità costante** se una forza risultante non nulla non lo costringe a variare il suo stato di moto*

L'unico moto 'naturale' e' rettilineo a velocita' costante

Se forza nulla o forze bilanciate → moto rettilineo uniforme
(per esempio automobile: forza motrice = attrito)

- **assenza di forze** implica assenza di variazione di moto, cioè assenza di accelerazione

$$\Sigma\vec{F} = 0 \quad \Rightarrow \vec{a} = 0$$



una forza F applicata ad un corpo gli imprime una accelerazione

- un corpo senza accelerazione si dice in **equilibrio**

Sistemi di riferimento inerziali

La prima legge di Newton
non vale in tutti i sistemi di riferimento

*un sistema di riferimento è **inerziale***
se in esso vale la prima legge di Newton

qualunque** sistema di riferimento in **moto** con **velocità costante** rispetto ad un riferimento inerziale e anch'esso **inerziale

la **terra** **NON** è un sistema inerziale:

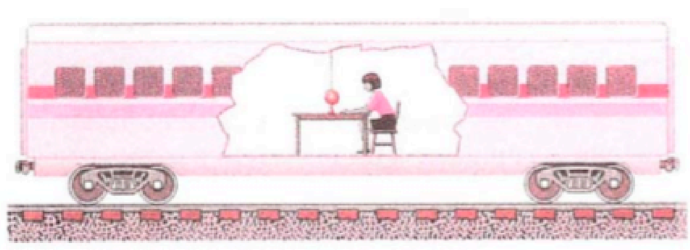
$a_c = 4.4\ 10^{-3}\ m/s^2$ accelerazione **centripeta** verso il Sole [moto attorno al sole]

$a_c = 3.37\ 10^{-2}\ m/s^2$ accelerazione **centripeta** verso il centro della terra [moto attorno all'asse terrestre]

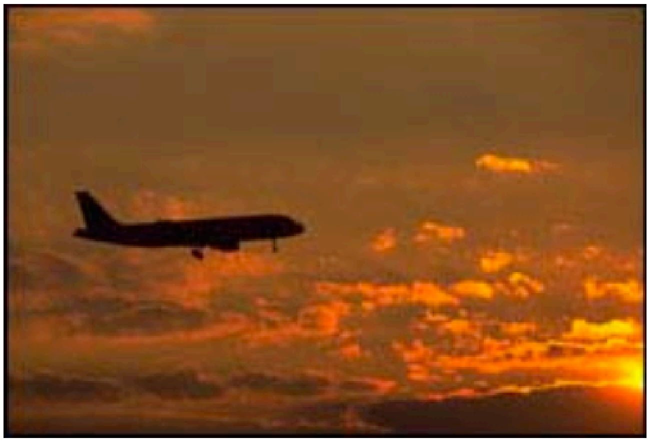
sono **accelerazioni piccole** rispetto a $g = 9.8\ m/s^2$

$\Rightarrow$ si suppone che un sistema di riferimento **vicino** alla superficie terrestre sia un riferimento inerziale

esempio:
prove su un vagone per verificare se è un sistema inerziale



principio di relatività galileiana



perché quando si viaggia in aereo sembra di muoversi lentamente?

aereo di linea:
velocità di crociera 800 km/h
atterraggio 200 km/h

è conseguenza del **principio di relatività galileiana**:

non esistono differenze fisiche avvertibili
*tra un **corpo in quiete** (perfettamente fermo)*
*e un **corpo che si muove**, anche a elevate velocità, con moto rettilineo uniforme (cioè a velocità e direzione costanti)*

In altre parole:
In aereo con finestrini chiusi e senza vibrazioni o rumori non si avrebbe nessuna possibilita'di capire se si e' fermi o in movimento

La massa inerziale

Osservazione: una forza produce accelerazioni di intensità diversa su corpi diversi

esempio:
stesso calcio a
palla da baseball → **grande** accelerazione
palla da bowling → **piccola** accelerazione

la differenza di accelerazione è dovuta alla **differenza di massa**

corpi **meno** massicci ricevono una accelerazione **maggiore**

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1}$$

massa

- proprietà **intrinseca** di un corpo
- indipendente da ciò che lo **circonda**
- indipendente dal **metodo** di misura
- grandezza **scalare**
- obbedisce alle regole di **aritmetica**

massa ≠ peso

massa: mette in relazione forza applicata al corpo e accelerazione subita

peso: modulo della forza esercitata dalla terra sul corpo (varia con la posizione)

esempio: Terra – Luna

$$peso_{luna} < peso_{terra}$$

Seconda legge di Newton

L'accelerazione di un oggetto è

- ***direttamente** proporzionale alla **forza** risultante su di esso*
- ***inversamente** proporzionale alla sua **massa***

$$\boxed{\vec{F} = m\vec{a}}$$

Se agisce forza → variazione del vettore velocita' nel tempo → accelerazione o decelerazione o cambio direzione nel moto curvilineo

$$\vec{F}_{net} = \Sigma\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\Sigma F_x = m\,a_x$$
$$\Sigma F_y = m\,a_y$$
$$\Sigma F_z = m\,a_z$$

Si considerano solo la somma della forze che agiscono sul corpo, non tutte le forze presenti nel problema

*un corpo è in **equilibrio** quando la somma di tutte le forze agenti è nulla*

$$\vec{F}_{net} = 0$$

Dimensioni e Unita'di misura

Dimensione $[F] = [MLT^{-2}]$

Unita' di misura nel MKS: Newton (N) = $kg\ m\ s^{-2}$
Unita' di misura nel CGS: dina = $gr\ cm\ s^{-2}$
1 N = 10^5 dine

1 N imprime ad una massa di 1 kg un'accelerazione di 1 $m\ s^{-2}$
1 kg_p imprime ad una massa di 1 kg un'accelerazione g = 9.8 $m\ s^{-2}$; 1 kg_p = 9.8 Newton

Si definisce la **quantita' di moto** di un corpo di massa m in moto con velocita' v la quantita':

$$\vec{q} = m\vec{v}$$

Introducendo la quantita' di moto la seconda legge si puo' scrivere come:

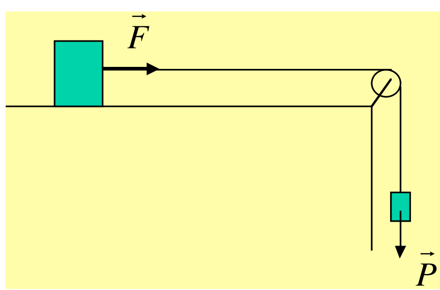
$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{q}}{dt}$$

La forza che agisce su un oggetto e' proporzionale alla derivata rispetto al tempo della quantita' di moto.

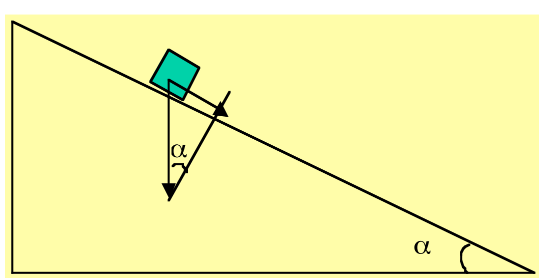
Se la forza e' nulla → la quantita' di moto e' costante

Forza peso $\vec{P} = m\vec{g}$

Esempio
Forza continua e costante



Esempio.
Grave lungo un piano inclinato → forza costante e continua



Forza peso e': $\vec{P} = m\vec{g}$
Componente forza peso che agisce sul moto dipende da α: $m\vec{g}sen\alpha$

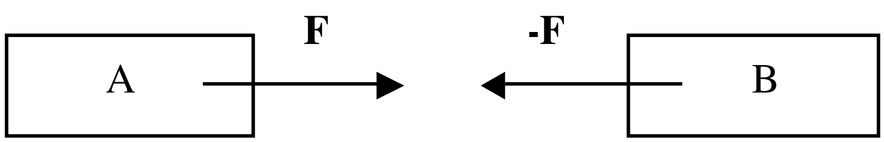
Terza legge di Newton

[principio di azione e reazione]

Se due corpi interagiscono le forze esercitate da un corpo sull'altro sono

- ***uguali** in modulo e direzione*
- ***opposte** in verso*

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

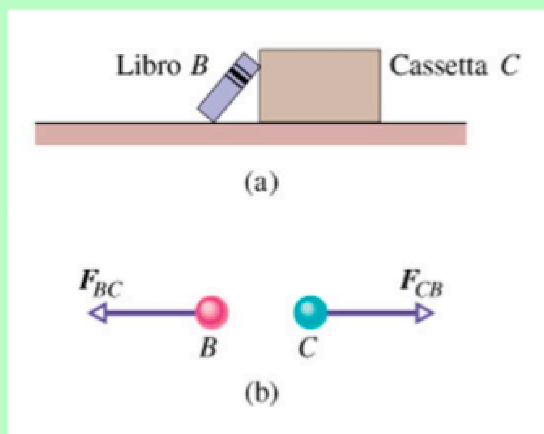


esempio:

libro B appoggiato su cassetta C

F_{CB} = forza esercitata da libro su cassetta

F_{BC} = forza esercitata da cassetta su libro



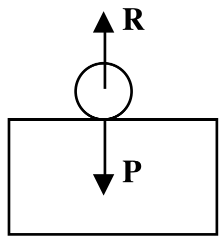
le forze di azione e reazione agiscono sempre su **corpi diversi:**

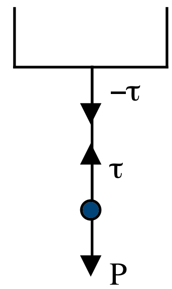
- non si combinano in una forza risultante;
- non si elidono a vicenda.

Esempi:

Reazione del vincolo (piano d'appoggio, gancio sospeso,….)

Tensione della corda





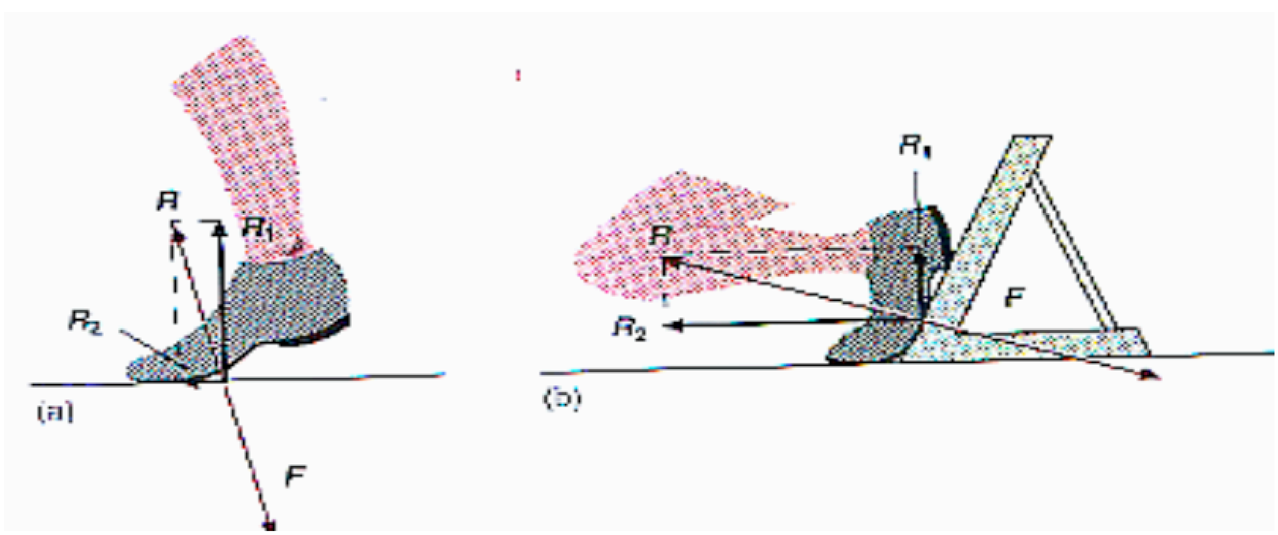
Rinculo del fucile quando spara

Saltando da una barca essa si allontana

Difficolta' nel spingere una cassa su un pavimento molto liscio

Ogni forma di locomozione e propulsione si basa su azione-reazione:

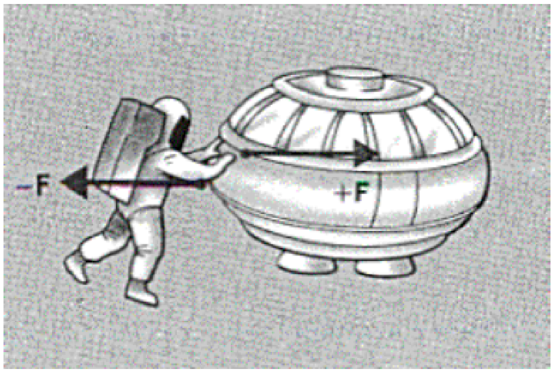
Esempi: pedone, sciatore, vogatore, nuotatore, elica.



effetto indotto dalle forze di azione e reazione può essere sensibilmente differente

esempio:

$F = 36$ N
$m_{astronave} = 11000$ kg
$m_{uomo} = 92$ kg



$$a_{astronave} = \frac{36}{11000} = 0.0033 \quad m/s^2$$

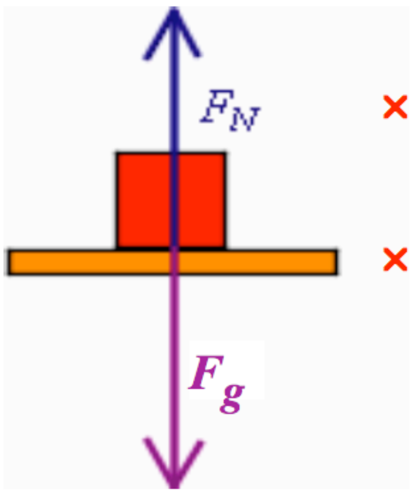
$$a_{uomo} = \frac{-36}{92} = -0.39 \quad m/s^2$$

Reazione del vincolo

Se un corpo ***preme*** *su una superficie:*

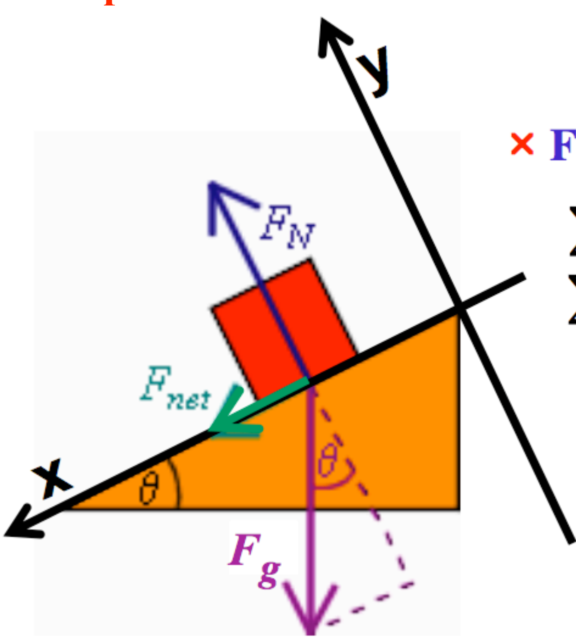
- *la superficie si deforma (anche se apparentemente rigida)*
- *spinge il corpo con forza normale* ***N***
- ***N*** *è sempre perpendicolare alla superficie stessa*

La reazione del vincolo bilancia il peso e determina l'equilibrio



- $\mathbf{F_N}$ è sempre **perpendicolare** alla superficie di **appoggio**
- $\mathbf{F_g}$ è sempre **perpendicolare** alla superficie della **terra**

Forza peso e reazione del vincolo sono sempre uguali?



- $\mathbf{F_N}$ **non** sempre bilancia $\mathbf{F_g}$

$$\sum F_x = F_g \sin\theta = ma_x \neq 0$$

$$\sum F_y = F_N - F_g \cos\theta = 0$$

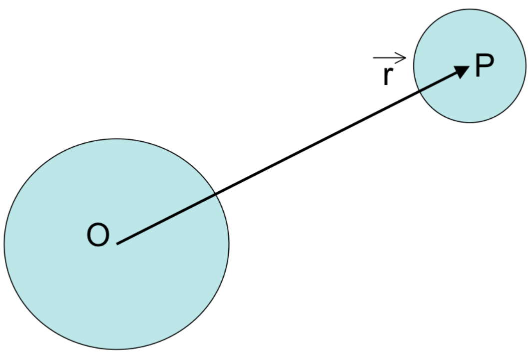
$\mathbf{F_N}$ bilancia **SOLO**
componente di $\mathbf{F_g}$
normale
al piano di appoggio

Forza di gravitazione universale

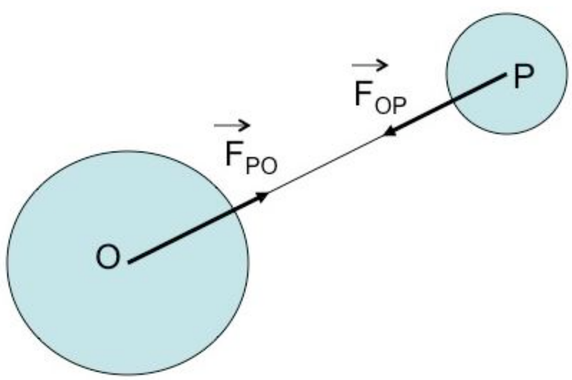
Ogni corpo attrae un altro corpo con una forza direttamente proporzionale al prodotto delle massa ed inversamente proporzionale al quadrato della distanza.

Cio' vale per particelle puntiformi. Se corpi sferici (Sole, Luna, Terra, ecc.) si ha che:
Nella sua azione gravitazionale un corpo sferico agisce come se tutta la massa fosse concentrata nel centro (se la massa ha simmetria sferica)
Forza di una sfera O su sfera P:

$$\vec{F}_{OP} = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}$$



$\vec{r}$ e' vettore posizione se l'origine e' in O



Segno "-" perche' la forza e' attrattiva cioe' va da P ad O (contraria ad $\vec{r}$)
Per il terzo principio anche sfera P esercita una forza su sfera O ($\vec{F}_{OP} = -\vec{F}_{PO}$)

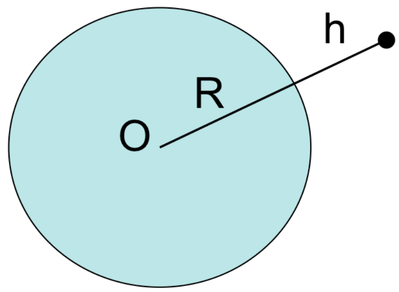
$$\vec{F}_{PO} = +G\frac{m_1 m_2}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}$$

G = costante gravitazionale
G = $6.67*10^{-11}$ N m^2 kg^{-2} (m^3 kg^{-1} s^{-1})

Relazione fra G e g

Consideriamo una massa m vicino alla Terra (massa M) posta ad altezza h dal suolo. E' soggetta alla forza:

$$F = G\frac{Mm}{r^2}$$



r = R + h
Poiche' R = $6.37 \cdot 10^6$ m → r ~ R

$$F = G\frac{Mm}{R^2}$$

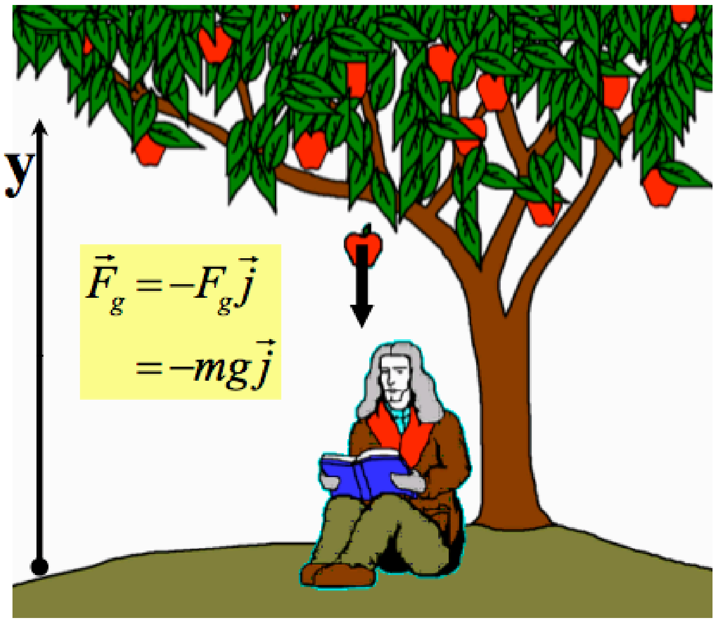
Per la seconda legge:

$$F = G\frac{Mm}{R^2} = mg$$

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

ogni corpo in caduta libera subisce accelerazione gravitazionale **g** diretta verso il centro della Terra.

Quindi il **peso** e' la forza esercitata dalla Terra su un corpo → per reazione anche il corpo esercita una forza sulla Terra, ma, considerando la massa della Terra in confronto a quella del corpo, l'effetto e' trascurabile.



se il secondo corpo è la **terra**:

$\vec{F}_g$ diretta verso il centro della terra

ogni corpo in **caduta libera** subisce accelerazione **g** diretta verso il centro della terra

- **g** varia con la posizione geografica
- diminuisce all'aumentare dell'altezza

$$g = G\frac{M_{terra}}{r^2}$$

N.B. $se \quad r = R_T = 6370\,km \Rightarrow g = G\frac{M_{terra}}{r^2} = 9.8m/s^2$

Altitudine (km)	g (m/s^2)	
0	9.83	superficie media terrestre
8.8	9.80	Everest
36.6	9.71	max quota pallone con equipaggio
400	8.70	navette spaziali

$$P = mg \qquad \vec{P} = -mg\,\vec{j} = m\vec{g}$$

peso dipende da **g** $\Rightarrow$ varia con la posizione geografica
massa **NON** dipende da **g** $\Rightarrow$ proprietà intrinseca

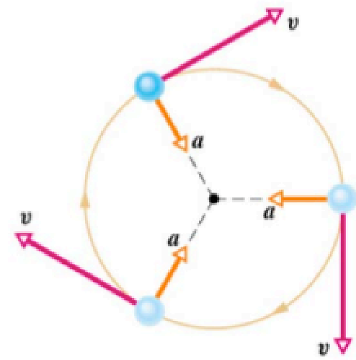
esempio:

$$g_{terra} = 9.8\, m/s^2 \qquad p_{terra} > p_{luna}$$
$$\Rightarrow$$
$$g_{luna} = 1.62\, m/s^2 \qquad m_{terra} = m_{luna}$$

$$g = G\frac{M_{terra}}{r^2} \Rightarrow \begin{array}{ll} R_T = 6370\,km, & M_T = 5.976\times 10^{24}\ \text{kg} \\ R_L = 1737\,km, & M_L = 7.349\times 10^{22}\ \text{kg} \end{array}$$

Forza centripeta [moto circolare uniforme]

corpo con:
- velocità **v costante** in modulo
- lungo **traiettoria circolare**

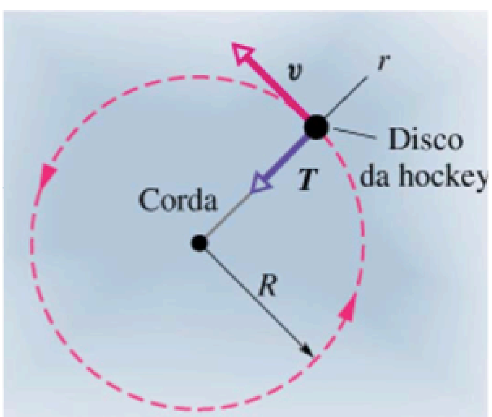


subisce accelerazione **centripeta**:

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$

- diretta verso il **centro** circonferenza
- sempre **perpendicolare** a **v**

esempio: disco su traiettoria **circolare**

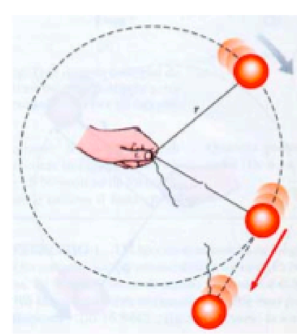


inerzia del disco: moto su linea retta
tensione del filo: mantiene traiettoria circolare

$$T = F_r = ma_r = m\frac{v^2}{r}$$

se **rompo** il filo il disco si muove lungo **linea retta** tangente alla circonferenza

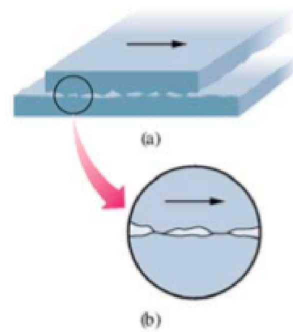
[**v** è infatti **costante**]



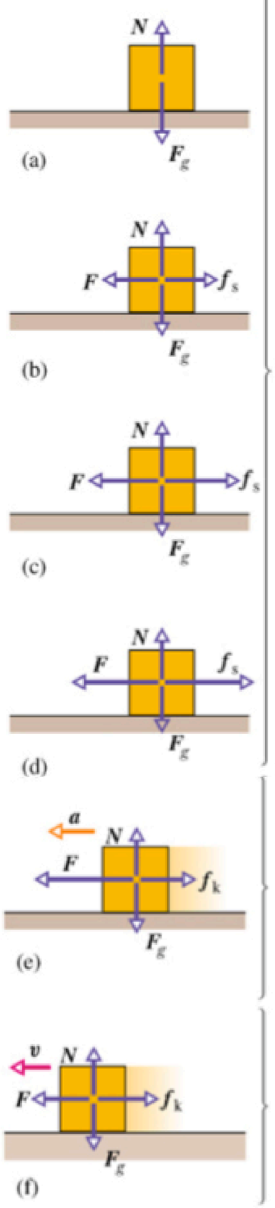
Forza centripeta e' qualunque forza che causa accelerazione centripeta

Forza di Attrito Statico

forza necessaria per ***mettere in moto***
un corpo di massa M su una superficie k



proviene dalla **scabrosità** delle superfici
[coinvolge anche forze elettrostatiche]



corpo in quiete
non applico nessuna forza.

applico forza $\mathbf{F < f_s}$
il corpo rimane fermo

quiete

aumento F ma sempre $\mathbf{F < f_s}$
il corpo rimane fermo

$\mathbf{F = f_s}$
il corpo rimane fermo

accel.

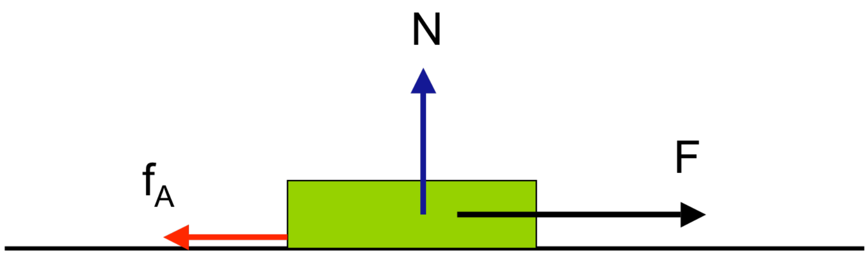
se $\mathbf{F > f_k}$
il corpo acquista accelerazione **a**

velocità costante

per mantenere **v** costante riduco **F**:
$\mathbf{F < F_{max}}$

Forza di Attrito Dinamico

*forza che si oppone a qualsiasi moto di un corpo che **striscia** su un materiale*



Principale causa di attrito e' forze intermolecolari tra due superfici solide a contatto (adesione). Causa di attrito e' anche rugosita'

Attrito e' fondamentale nella vita quotidiana

Corpo accelerato con forza F.
Forza di attrito F_a di oppone al moto

Equazione del moto: $\mathbf{F - F_a = m\, a}$

Se $F > F_a$ la risultante e' $(\mathbf{F - F_a})$ → il corpo ha accelerazione: $a = \dfrac{F - F_a}{m}$

Se il corpo si muove con velocita' costante allora $\mathbf{F = F_a}$ (in modulo) ed hanno verso opposto → risultante delle forze e' nulla → moto rettilineo uniforme

Supponiamo un corpo in movimento in presenza di forza di attrito F_a.
F_a si determina sperimentalmente:

$$\mathbf{F_a = \mu_c\, R}$$

μ_c = coefficiente di attrito cinetico

Proprieta' dell'attrito

Il modulo di F_a e' proporzionale alla reazione del vincolo N

(se il corpo e' semplicemente appoggiato e' forza normale al piano che equilibria la forza peso)

F_a e' parallela alla superficie a contatto e opposta al moto

$\mu_c < \mu_s$

F_a e' indipendente dall'estensione delle superfici a contatto

F_a dipende dalla natura delle superfici a contatto.

F_a indipendente dalla velocita' del corpo

coefficienti di attrito

Materiale	Statico	Dinamico o Radente
Acciaio su acciaio	0.74	0.57
Acciaio su acciaio lubrificato	0.11	0.05
Alluminio su acciaio	0.61	0.47
Rame su acciaio	0.53	0.36
Ottone su acciaio	0.51	0.44
Vetro su vetro	0.94	0.40
Rame su vetro	0.68	0.53
Teflon su teflon	0.04	0.04
Teflon su acciaio	0.04	0.04
Acciaio su aria	0.001	0.001
Acciaio su ghiaccio	0.027	0.014
Legno su pietra	0.7	0.3
Gomma su cemento asciutto	0.65	0.5
Gomma su cemento bagnato	0.4	0.35
Gomma su ghiaccio asciutto	0.2	0.15
Gomma su ghiaccio bagnato	0.1	0.08
Grafite su grafite	0.1	
Gomma su asfalto		0.97

Il lavoro meccanico

lavoro: *energia trasferita a un corpo o da un corpo per mezzo di una forza*

- *lavoro > 0   cedo energia*
- *lavoro < 0   prelevo energia*

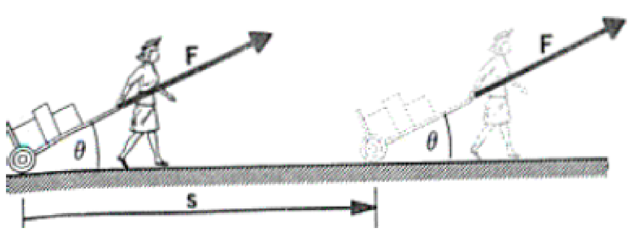
Supponiamo un corpo mosso su un piano da una forza F.
Supponiamo F parallela allo spostamento (stessa direzione dello spostamento)
Supponiamo che per azione della forza esso si sposti di una distanza s.

Il lavoro L e':

$$L = F\ s$$

Il punto di applicazione della forza si e' spostato di s.

espressione del lavoro [forza costante]:



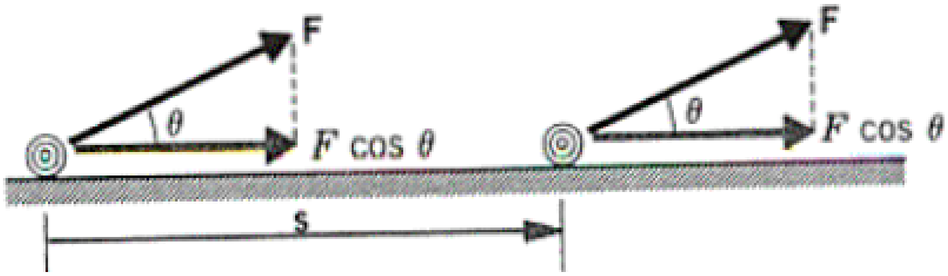
corpo → puntiforme
F → **costante**
s = spostamento finale
θ= angolo forza-spostamento

Se F forma un angolo θ con la direzione s il lavoro L e':

$$L = \vec{F} \bullet \vec{s}$$

Il lavoro e' il prodotto scalare della forza per lo spostamento

$L = F\ s \cos\theta$



Compie lavoro solo la componente della forza parallela allo spostamento

$L = (F \cos\theta)\ x = F\ (x \cos\theta)$

proprietà del lavoro:

- è un **numero** (non necessita di direzione e verso)
- è **nullo** se la forza è nulla
- è **nullo** se lo spostamento è nullo
  [spingere contro una cassa che rimane ferma non dà lavoro !!]
- è **nullo** se lo spostamento è **perpendicolare** alla forza
- è **positivo** se la forza è parallela e **concorde** allo spostamento
- è **negativo** se la forza è **opposta** allo spostamento

Se forza opposta allo spostamento si ha $\cos\theta < 1$
($\cos\theta = -1$ se la forza e' parallela ed opposta allo spostamento).
Se forza perpendicolare allo spostamento si ha $\cos\theta = 0$

Dimensioni $[W] = [ML^2T^{-2}]$
Unita' di misura: Joule (J) = N m (MKS)
erg = dina cm (CGS)

Potenza

rapidità con cui viene svolto il **lavoro**:

- potenza **media** $$\overline{P} = \frac{L}{\Delta t}$$
- potenza **istantanea** $$P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{L}{\Delta t} = \frac{dL}{dt}$$

rapidità con cui la **forza** sviluppa il **lavoro**:

$$P = \frac{dL}{dt} = \frac{d(\vec{F} \cdot \vec{s})}{dt} = \frac{F\cos\theta\, dx}{dt} = F\cos\theta \frac{dx}{dt} = Fv\cos\theta$$

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

dimensioni e **unità** di misura:

$$[P] = \frac{[L]}{[T]}$$

$$1\,Watt = 1W = \frac{J}{s}$$

$$1\,cavallo - vapore = 1\,CV = 735.5\,W$$

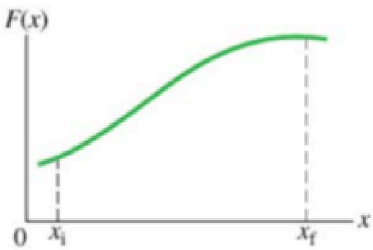
$$1\,Watt\,ora = 1W\,h = (1W)(3600s) = 3.6 \cdot 10^3\,J = 3.6\,kJ$$

in generale:

la **potenza** è definita per ogni trasferimento di **energia**

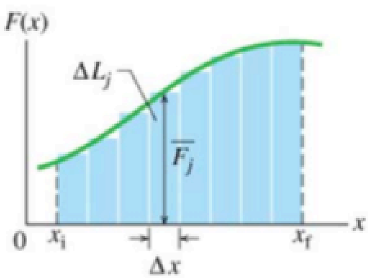
$$P = \frac{dE}{dt}$$

Lavoro svolto da Forza Variabile



(a)

- forza **F(x)** varia con la posizione x

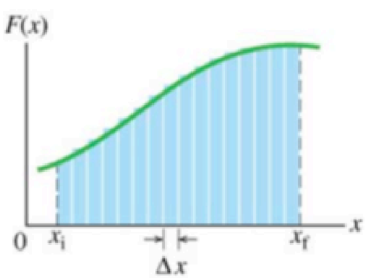


(b)

- **suddivido** il percorso in
  Δx piccoli, così che F(x) = costante in Δx

  $\overline{F}_j$ = valore medio di F(x) in Δx

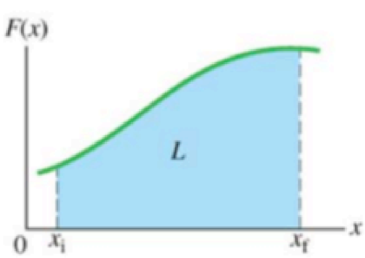
  $$\Delta L_j = \overline{F}_j \Delta x$$



(c)

- espressione **approssimata** del lavoro:

  $$L = \sum \Delta L_j = \sum \overline{F}_j \Delta x$$



(d)

- risultato **esatto**:

  $$L = \lim_{\Delta x \to 0} \sum \left[\overline{F}_j \Delta x\right] = \int_{x_i}^{x_f} F(x)\,dx$$

lavoro *=* ***area*** *sottesa dalla curva F(x) tra x_i e x_f*

energia cinetica:

energia associata
allo **stato di moto** del corpo

$$K \equiv \frac{1}{2} m v^2$$

[N.B. × più un corpo è **veloce**, maggiore è la sua energia
× corpo a **riposo** ha energia cinetica nulla]

dimensioni e unità di misura:

$$[K] = [m]\,[v]^2$$

$$1\,joule = 1\,J = 1\,kg\,\frac{m^2}{s^2}$$

Teorema dell'energia cinetica

*il **lavoro** svolto da una forza costante*
nello spostare un corpo puntiforme
*è pari alla **variazione** di **energia cinetica** del corpo*

$$K_i = \frac{1}{2}mv_i^2, \quad K_f = \frac{1}{2}mv_f^2 \qquad \Rightarrow \qquad \Delta K = K_f - K_i = L$$
$$L = F \cdot s = (ma) \cdot s \qquad\qquad K_f = K_i + L$$

Il lavoro e' una forma di trasferimento di energia meccanica da un sistema all'altro.

Calcoliamo la relazione fra lavoro ed energia cinetica nel caso di forza costante cioe' accelerazione costante.
Il moto e' rettilineo lungo x.
La forza ha la direzione x del moto rettilineo.

Il lavoro fatto dalla forza nello spostamento da x_0 a x e':

$$\mathbf{L = F\,(x - x_0) = m\,a\,(x - x_0)}$$

Se a = cost. consideriamo leggi del moto uniformemente accelerato:

$v = v_0 + a\,t \qquad \rightarrow \qquad t = \dfrac{v - v_0}{a}$

$x = x_0 + v_0\,t + \frac{1}{2}\,a\,t^2$

Sostituendo il tempo t nella legge oraria:

$$x - x_0 = v_0 \frac{v - v_0}{a} + \frac{1}{2} a \frac{(v - v_0)^2}{a^2}$$

$$x - x_0 = \frac{v_0 v - v_0^{\,2}}{a} + \frac{v^2 - 2vv_0 + v_0^{\,2}}{2a}$$

$$x - x_0 = -\frac{v_0^{\,2}}{a} + \frac{v^2}{2a} + \frac{v_0^{\,2}}{2a} = \frac{v^2}{2a} - \frac{v_0^{\,2}}{2a}$$

Sostituendo nell'espressione del lavoro:

$$L = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^{\,2}$$

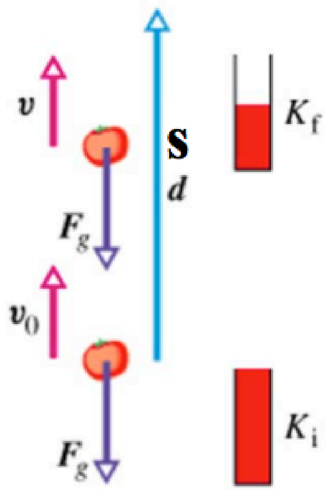
Principio lavoro-energia:
lavoro espresso come variazione dell'energia cinetica.

Il lavoro fatto da una forza agente su un corpo per un certo spostamento e' uguale alla variazione dell'energia cinetica del corpo in quel dato spostamento.

Si ha aumento di energia cinetica (variazione positiva) se la forza e' concorde con il moto (accelerazione positiva).

Si ha diminuizione di energia cinetica (variazione negativa) se la forza e' opposta al moto (accelerazione negativa).

Esempio: lavoro svolto dalla forza peso (forza costante)



- lancio in aria un **pomodoro** (particella di massa m)
- la velocità diminuisce ($v_0 \rightarrow v$) per effetto della forza peso

$$K_i = \frac{1}{2} m v_0^2 \qquad K_f = \frac{1}{2} m v^2 \quad \Rightarrow \quad K_i > K_f$$

- **lavoro** fatto dalla forza peso [in salita]:

$$L_g = \vec{F}_g \cdot \vec{s} = mg\, s \cos(180^0) = -mg\, s$$

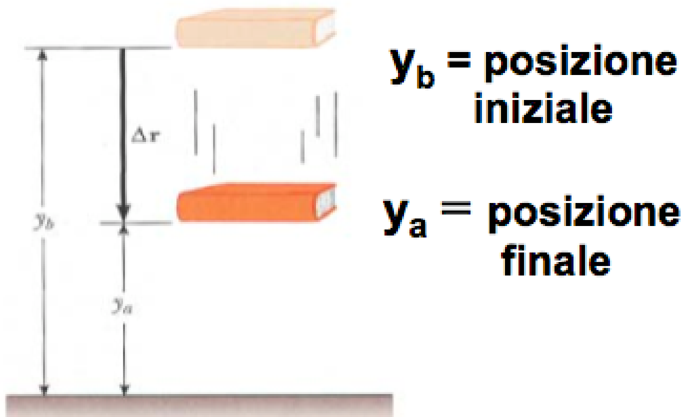
dopo avere raggiunto la **massima elevazione** il corpo cade:

- **lavoro** fatto dalla forza peso [in discesa]:

$$L_g = \vec{F}_g \cdot \vec{s} = mg\, s \cos(0^0) = +mg\, s$$

Studio lavoro svolto da forza peso sul libro quando cade

Sistema e' isolato



Lavoro della forza peso sul libro (lavoro di forza constante e parallela allo spostamento Δr):

$$L = mg\,\Delta r$$

Quindi se corpo cade da altezza h ad arriva ad altezza 0 il lavoro della forza di gravita' e':

$$\mathbf{L = P\,h = m\,g\,h}$$

Si ha aumento dell'energia cinetica:

Per teorema dell'energia cinetica si ha $L = \Delta K$:

$L = P\,h = m\,g\,h = \frac{1}{2}\,m\,v^2$.

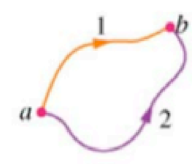
v e' la velocita' dell'oggetto al suolo → $v = \sqrt{2gh}$

Definizione forza conservativa

Definizione 1: una **forza** è **conservativa** se

- il lavoro svolto su una particella dalla forza è **indipendente** dalla **trattoria**
- dipende solo dal **punto iniziale** e **finale** del percorso

$$L_{ab,1} = L_{ab,2}$$

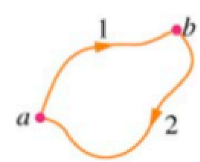


(a)

Definizione 2: una **forza** è **conservativa** se

- il lavoro svolto su una particella che si muove lungo un **percorso chiuso** è **nullo**

$$L_{ab,1} + L_{ba,2} = 0$$



(b)

$$\Rightarrow \quad L_{ab,1} = -L_{ba,2} = L_{ab,2}$$

[**N.B.** mi permette di risolvere problemi complessi, utilizzando percorsi semplici a piacere]

- *una forza **conservativa** conserva energia meccanica*
- *non causa trasformazione di energia meccanica in energia interna del sistema*

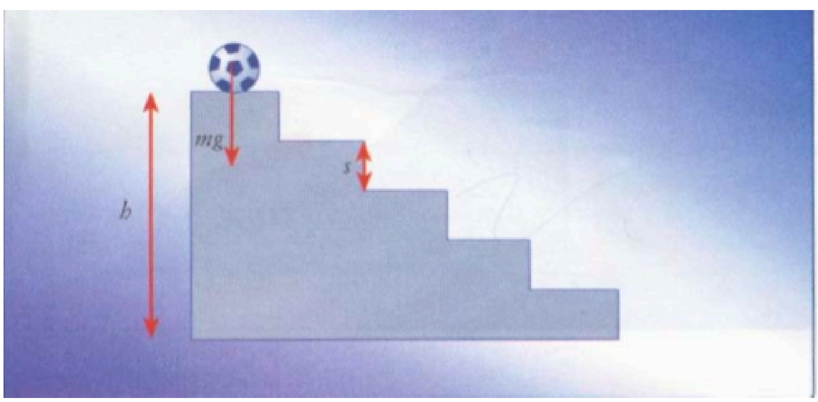
La forza gravitazionale e' forza conservativa

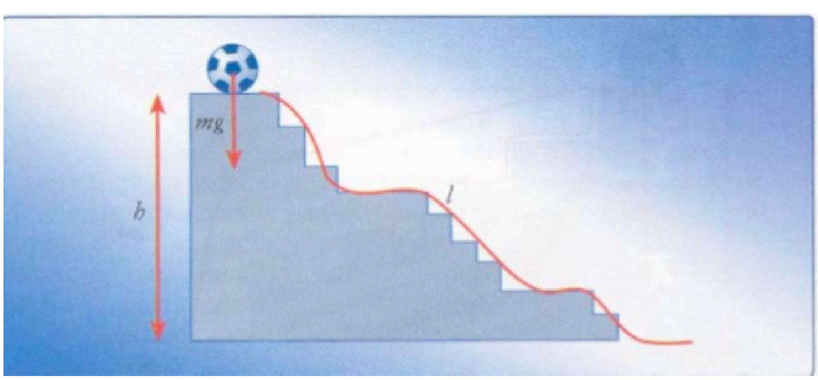
Il lavoro della forza peso NON dipende dal percorso ma solo dal dislivello complessivo.

Se una palla cade lungo una scala la forza peso fa lavoro solo sui tratti verticali (sugli scalini orizzontali il peso e' perpendicolare allo spostamento = lavoro nullo)
Lavoro complessivo e' dato dalla somma dei lavori fatti su ogni salto s

$$L = m\,g\,s + m\,g\,s + m\,g\,s + \ldots + m\,g\,s = m\,g\,h$$

Un qualunque cammino puo' essere scomposto in una scala di minuscoli gradini, quindi lavoro totale e' sempre $L = m\,g\,h$
(esempio piano inclinato)

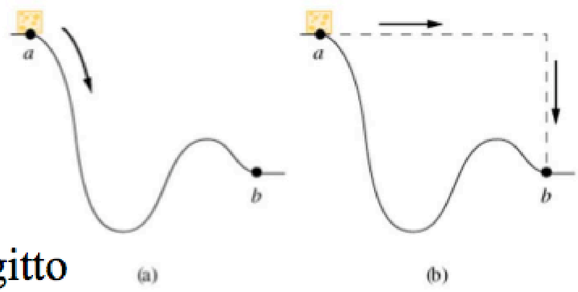




La palla cade lungo una discesa qualsiasi

applicazione: calcolo del lavoro utilizzando percorsi opportuni

corpo che scivola
su superficie senza attrito
da **a** a **b.**



percorre 2.0 m lungo tutto il tragitto
e copre dislivello verticale di 0.80 m.

quanto lavoro compie $\mathbf{F_g}$ sul corpo?

NON ultilizzo $L = F_g\ s\ \cos\theta$ perche' angolo θ cambia in continuazione

Poiche' forza peso e' conservativa scelgo percorso tratteggato:

Lavoro orizzontale = 0 perche' $\cos(90^0) = 0$

Resta solo lavoro verticale dove $\cos(0^0) = 1$

Quindi L = m g h dove h e' dislivello verticale

Se m e' massa di 1.0 kg si ha:
$L = (1.0\ kg)\ (9.8\ m/s^2)\ (0.80\ m) = 7.84\ J$

Energia potenziale

***energia potenziale**: energia **immagazzinata** dal sistema che può essere convertita in energia cinetica o altre forme di energia*

Una forza che compie un lavoro che dipende solo dalla posizione iniziale e da quella finale (e non dal percorso) si dice che e' una forza conservativa.

Se una forza e' **conservativa** il lavoro per andare da punto A a punto B puo' essere espresso come differenza dei valori assunti nelle due posizioni da una certa funzione U detta **energia potenziale:**

$$L = U(A) - U(B) = -(U(B)-U(A)) = -\Delta U$$

Solo per forze conservative ha senso parlare di energia potenziale.

Forza peso, forza gravitazionale, forza elastica, forza elettrica sono forze conservative

Forza di attrito NON e' una forza conservativa

Energia potenziale gravitazionale

Supponiamo che un oggetto sia alzato dal suolo (punto 1) ad un'altezza h qualunque (punto 2)→ ci deve essere una forza esterna F che agisce contro la forza di gravita'

Si puo' calcolare che lavoro compiuto L_F di una forza esterna F per portare il corpo dal punto 1 al punto 2 (dislivello h) e':
$L_F = mgh$.

In pratica L_F e' il lavoro contro la forza di gravita' per innalzare il corpo ad altezza h (dal livello 0 di riferimento)

Energia potenziale gravitazionale U posseduta dal corpo ad altezza h e' definite come il lavoro compiuto da una forza esterna F contro la forza peso in un dislivello h:

$$U = m\,g\,h$$

Il lavoro speso da F contro forza peso e' immagazzinato come energia potenziale gravitazionale del corpo
E' capacita' "potenziale" di un corpo di compiere lavoro in virtu' della sua posizione.

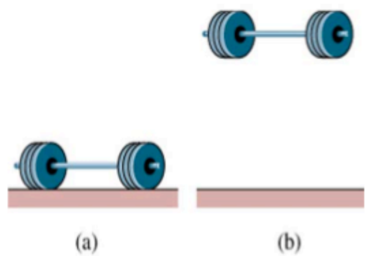
Convenzione naturale e' che energia potenziale al suolo e' 0.
In realta' la quota di riferimento puo' essere scelta a qualuque altezza.
Infatti il lavoro fatto contro la forza di gravita' dipende dalla differenza della quota di partenza ed di arrivo e non dal valore assoluto, quindi dalla differenza dell'energia potenziale.

× energia potenziale **gravitazionale**

*energia associata allo stato di **separazione** tra i corpi*
che si attirano reciprocamente
*per effetto della **forza** di **gravità***

esempio:

sollevando dei pesi
modifico le posizioni
relative del sistema Terra-pesi.
Il lavoro svolto aumenta
energia potenziale
gravitazionale



energia potenziale gravitazionale:

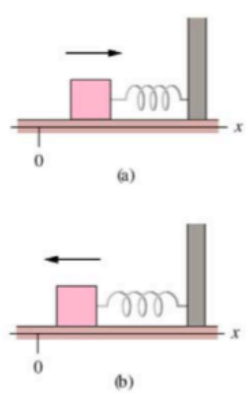
- × dipende da posizione verticale y [quota], rispetto a posizione di riferimento (y = 0)
- × non dipende dalla posizione orizzontale

× energia potenziale **elastica**

energia associata allo stato di
compressione** o **decompressione
*di un sistema elastico [tipo **molla**].*
*La **forza** in gioco è quella della **molla**.*

esempio:

stirando o comprimendo
una molla cambio le
posizioni relative delle spire
della molla.
Il lavoro svolto aumenta
energia potenziale
elastica della molla



Riassumendo:

Sistema Isolato:

3 differenti tecniche per calcolare il lavoro

1 definizione

$$L = \int_{l(A,B)} \overline{F} \cdot \overline{ds}$$

processo di integrazione in più dimensioni
(spesso complesso o
non risolvibile analiticamente)

2 teorema lavoro - energia cinetica

(per corpo puntiforme)

$$L = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2$$

banale se si conoscono
velocità iniziale e finale

3 mediante energia potenziale (per forze conservative)

$$L = -(U(B) - U(A))$$

devo sapere **solo** ed **esclusivamente**
il valore dell'energia potenziale
nei due punti A e B

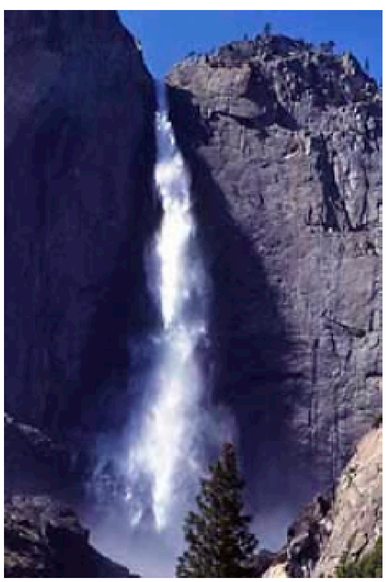
Perche' si dice forza conservativa?

Quando un oggetto e' sottoposto a forza conservativa la somma dell'energia potenziale e energia cinetica si mantiene costante

*in un sistema **isolato** in cui agiscono solo **forze conservative***
*l'**energia meccanica** di un corpo si **conserva***
in ogni punto della traiettoria

esempi: conservazione energia meccanica

in una cascata:



energia potenziale gravitazionale
del sistema acqua – Terra

si converte in

energia cinetica acqua

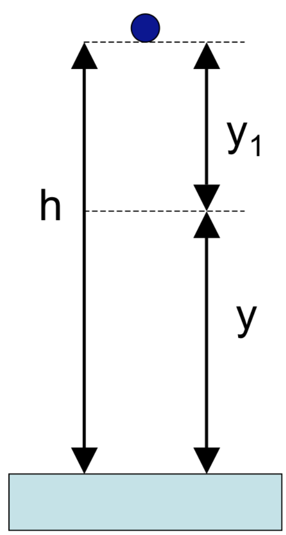
Conservazione dell'energia meccanica

Un corpo cade da fermo da un'altezza h.
Quando si trova al livello generico y dal suolo, lo spostamento y_1 (distanza di caduta dall'altezza h) e':

$$y_1 = (h-y)$$

Il lavoro compiuto dalla forza peso fino a questo punto e':

$$L = mg\, y_1 = m\, g\, (h-y)$$



Per teorema energia cinetica:

$$L = m\, g\, (h-y) = \Delta K = \frac{1}{2} mv^2 - 0$$

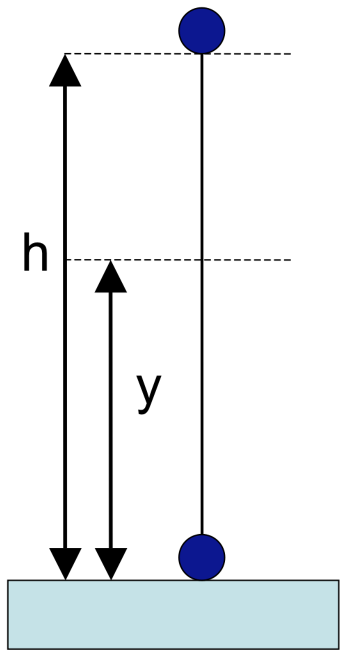
$$\frac{1}{2} mv^2 = m\, g\, h - m\, g\, y \rightarrow \frac{1}{2} mv^2 + m\, g\, y = m\, g\, h$$

energia potenziale ad altezza y e': $U = m\, g\, y$

Quindi in ogni posizione l'energia meccanica totale E:

$$E = K + U = m\, g\, h = costante$$

Conservazione dell'energia meccanica



$U = mgh; \quad K = 0$

$U = mgy; \quad K = 1/2\ m\ v^2 = mgh - mgy = E - U$

$U = 0; \quad K = 1/2\ m\ v_0^2$

Per conservazione energia: **U + K = E (costante)**

**Se altezza di caduta e' h, energia totale e' sempre E = mgh
Quindi nota altezza h si calcola velocita' al suolo v_0 dove
energia potenziale e' 0**

$$U+K = \frac{1}{2} m v_0^2 = E = mgh$$

$$v_0 = \sqrt{2gh}$$

Si puo' anche calcolare la velocita' v a qualunque altezza y :

$$U+K = m\,g\,y + \frac{1}{2} m v^2 = E = mgh$$

$$v^2 = \frac{2}{m}(E - U)$$

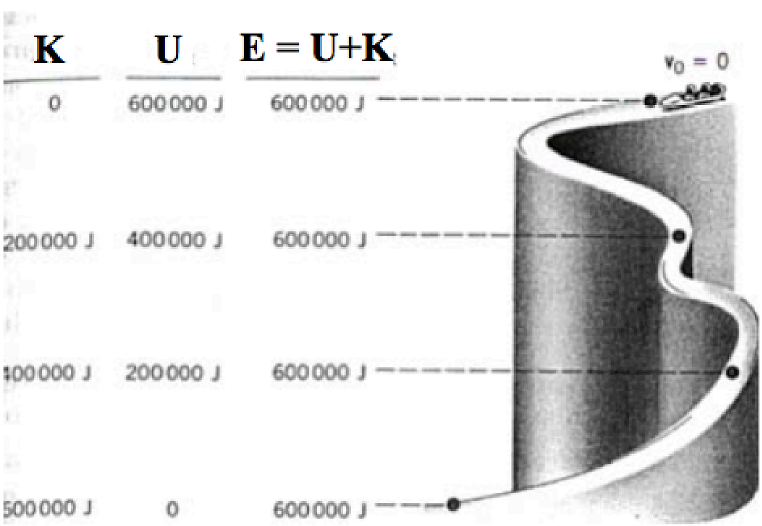
in un salto:

in **salita**:

converto
energia cinetica in
energia potenziale

in **discesa**:

converto
energia potenziale in
energia cinetica



corpo in caduta:

a mano a mano che diminuisce di quota

- × aumenta **velocità**
- × diminuisce **energia potenziale**

è come se l'energia potenziale si trasformasse in energia cinetica

$$E_{mecc} \underset{def}{=} K + U$$

energia meccanica

Forze NON Conservative

*una forza è **non conservativa** se il lavoro che compie su un corpo **dipende** dal cammino percorso*

o equivalentemente

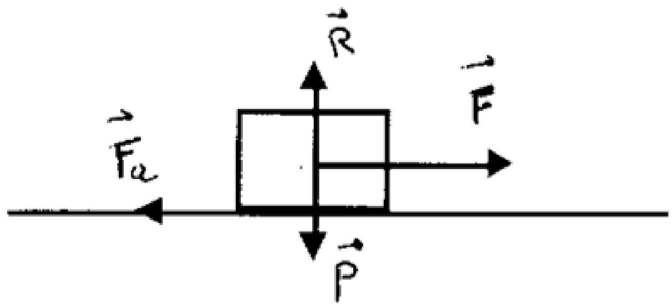
*una forza è **non conservativa** se **dissipa** energia meccanica in **energia interna** al sistema*

esempio:

La forza di **attrito** è **dissipativa**:

- trasforma energia meccanica in energia termica
  [non recupero mai l'energia trasformata in calore]
- il lavoro fatto dipende dal percorso

Lavoro in presenza di forze di attrito



Vale sempre il teorema dell'energia cinetica:

$$W = W_F + W_{Fa} = K_2 - K_1 = \Delta K$$

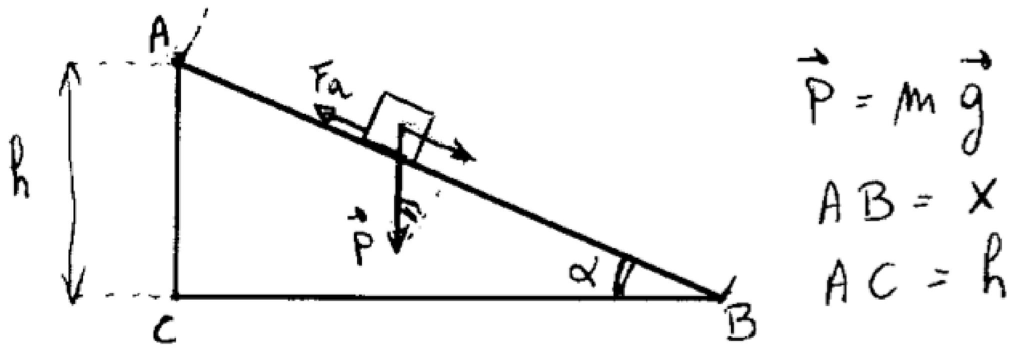
W_{Fa} e' un lavoro negativo perche' la forza di attrito si oppone al moto.

Quindi $W_F + W_{Fa} < W_F$

Quindi la variazione di energia cinetica e' inferiore in presenza di attrito.

Piano inclinato

Supponiamo corpo che scende da altezza h lungo piano inclinato lungo x.



Senza attrito il lavoro e':

$$W = m\,g\,\text{sen}\,\alpha\;x = m\,g\,h$$

m g sen α = componente forza peso lungo piano inclinato

Per teorema energia cinetica e':

$$W = m\,g\,h = \frac{1}{2}\,m\,v_0^2$$

Si trova che energia cinetica al suolo e' uguale all'energia potenziale posseduta nel punto di massima altezza h (conservazione dell'energia).

In presenza di attrito il lavoro e':

$$W = m\,g\,\text{sen}\,\alpha\;x - F_a\,x = m\,g\,h - F_a\,x$$

Per teorema dell'energia cinetica:

$$W = m\,g\,h - F_a\,x = \frac{1}{2}\,m\,v_1^2$$

Ora l'energia cinetica e' minore dell'energia potenziale m g h → energia totale non si conserva.
Al suolo si ha ora un'energia cinetica $\frac{1}{2}\,m\,v_1^2$ minore di $\frac{1}{2}\,m\,v_0^2$.
La forza di attrito e': $F_a = \mu_c\,R = \mu_c\,mg\cos\alpha$

Moto armonico semplice

Fenomeni periodici avvengono ad intervalli regolari e si ripetono in modo regolare rispetto alla variabile indipendente (spazio o tempo)
Moti periodici nel tempo → moti oscillatori
Il piu' semplice moto oscillatorio e' il **moto armonico semplice**:
vibrazione di un punto materiale sotto l'azione della forza di richiamo che segue la **legge di Hooke**.

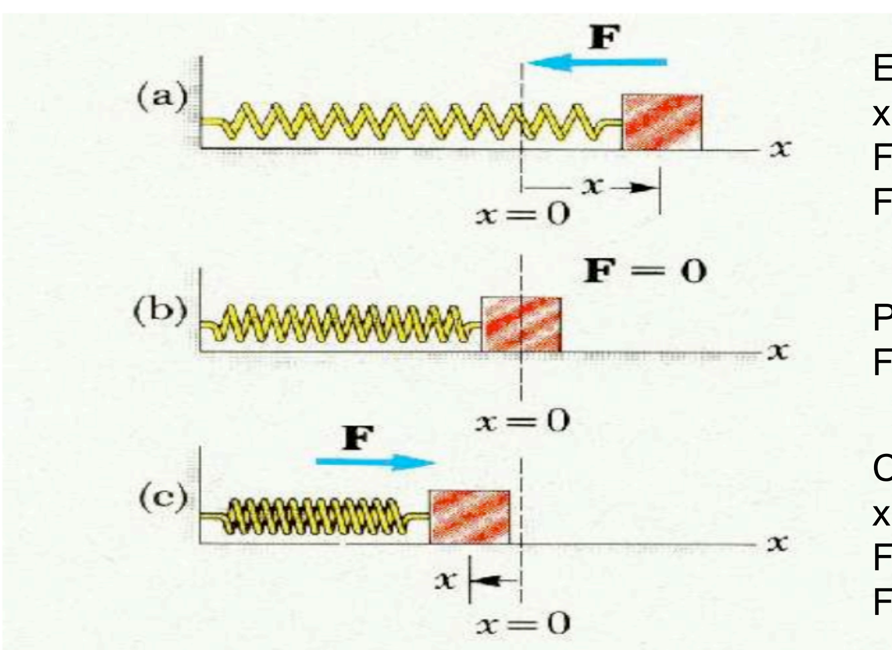
Caratteristiche della forza:

1) Modulo e' proporzionale allo spostamento $(x - x_0)$ rispetto la posizione di equilibrio x_0. Estensione molla NON soggetta a forze (a riposo) e' x_0 .
2) Forza tende a riportare il corpo nella posizione di equilibrio cioe' si oppone allo spostamento.

Legge di Hooke

$$\mathbf{F = - k\,(x - x_0)}$$

k = costante elastica di richiamo
Segno "-" perche' la forza si oppone allo spostamento



Estensione
$x > 0$
Forza negativa
$F = -k\,x$

Posizione di equilibrio
$F = 0$

Compressione
$x < 0$
Forza positiva
$F = k\,x$

Caratteristiche del sistema.

k = costante elastica di richiamo della molla
m = massa alla quale e' collegata la molla (molla si considera di massa 0)

Equazione del moto:

$$\mathbf{F = - k\, x = m\, a\ (se\ x_0 = 0)}$$

Accelerazione : $a = -\frac{k}{m}x = -\omega^2 x$

In generale, se x_0 diverso da 0:

$$\mathbf{a = - \omega^2 (x - x_0)}$$

Accelerazione ha segno negativo → e' sempre rivolta verso la posizione di equilibrio x_0.

La pulsazione del moto e' ω: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

dimensioni: $[\omega] = [T^{-1}]$
unita' di misura: s^{-1} (come la frequenza)

Il periodo del moto e' T: $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

La soluzione dell'equazione del moto e':

$$\mathbf{x = A\ sen\ (\omega\ t) + B\ cos\ (\omega\ t)}$$

Equivalente (e piu' usata) e' la soluzione:

$$\mathbf{x = C\ sen\ (\omega\ t + \gamma)}$$

$(\omega\ t + \gamma)$ e' detta fase. γ e ' la costante di fase.

Esempio

Oscillazioni del pendolo

l = lunghezza del pendolo
m = massa appesa

Forza di richiamo e'componente della forza peso: m g senα
Se l'angolo e' piccolo la forza e': m g α

Infatti sen α e' circa uguale ad angolo α in radianti se α e' piccolo
Consideriamo l'angolo α come variabile spostamento
La forza si oppone allo spostamento angolare α

L'equazione del moto e': **- m g α = m a**

L'accelerazione tangenziale e': $a = \dot{v} = \dot{\omega} l = \ddot{\alpha} l$

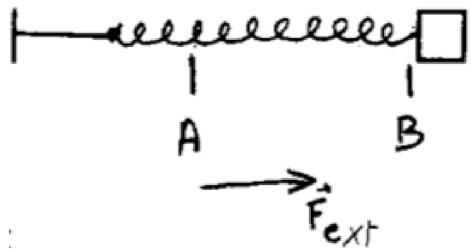
L'equazione del moto diventa : $-mg\alpha = m\ddot{\alpha}\, l$

$-\frac{g}{l}\alpha = \ddot{\alpha}$ → $-\omega^2\alpha = \ddot{\alpha}$ con $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$

Calcolo energia potenziale di oscillatore armonico

Un oscillatore armonico possiede energia potenziale

Energia potenziale = lavoro che una forza esterna F_{ext} deve compiere contro la forza elastica F per spostare l'oscillatore (per es. estendere la molla) di un tratto x oltre la lunghezza di equilibrio



Da teorema lavoro-energia:
Lavoro della risultante $(\vec{F}_{ext} + \vec{F})$= 0 perche' non c'e' variazione di energia cinetica (il corpo parte da fermo ed arriva fermo).

$$\int_A^B (\vec{F}_{ext} + \vec{F})\, dx = \int_A^B (F_{ext} - kx)\, dx = 0$$

$$\int_A^B F_{ext}\, dx = \int_A^B kx\, dx$$

Se posizione A ha coordinata 0 e B e' una posizione generica x:

$$U(x) = \int_0^x kx\, dx = \frac{1}{2}kx^2$$ **energia potenziale**

L'energia potenziale di una molla tesa con spostamento x rispetto la posizione di equilibrio equivale all'energia cinetica nella posizione $x_0 = 0$ se essa e' lasciata libera.

Forza elastica e' conservativa (in assenza di attrito) → conservazione dell'energia meccanica. In presenza attrito si ha smorzamento.

Energia meccanica totale:

$$\frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2 = E_0$$

Nei punti di massima oscillazione A l'energia potenziale e' massima ed energia cinetica e' 0. Se A e' massima oscillazione l'energia totale e' proporzionale al quadrato dell'ampiezza massima:

$$E_0 = \frac{1}{2}kA^2$$

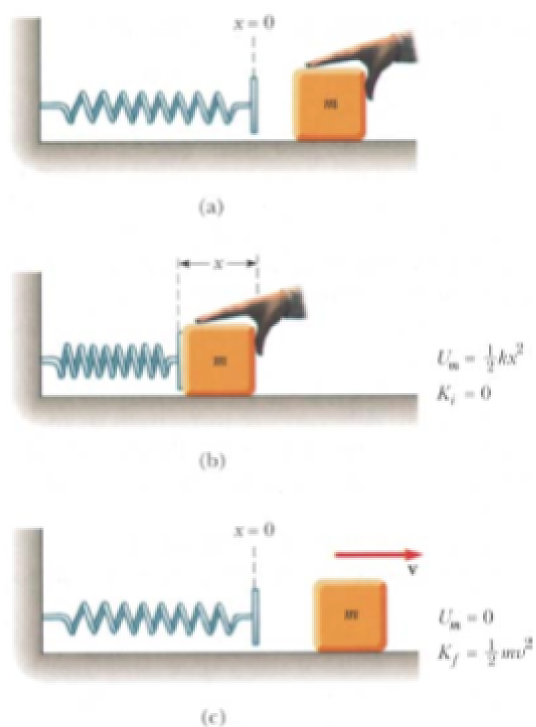
Nella posizione di equilibrio l'energia cinetica e' massima ed energia potenziale e' 0.

$$E_0 = E_C = \frac{1}{2}m{v_{max}}^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

$${v_{max}}^2 = \frac{k}{m}A^2 \qquad \rightarrow \qquad v_{max} = \pm\omega A$$

In generale in ogni punto l'energia totale e':

$$E_0 = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2$$



Meccanica dei corpi estesi

Corpo rigido = corpo esteso con distanza costante fra i sui punti

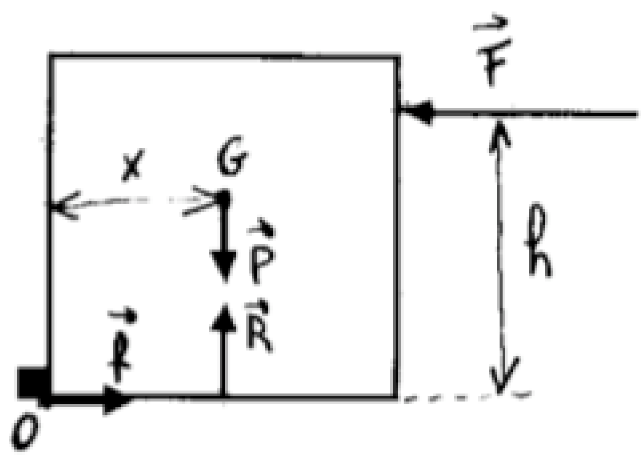
Va definito centro di massa o centro di gravita'

Non e' centro geometrico. Dipende da forma, ma anche dalla distribuzione della massa all'interno dell'oggetto. Se corpo e' simmetrico, il centro di massa e' il centro di geometria.

Ogni moto traslatorio e' pensato come se le forze siano applicate al centro di massa (come particella puntiforme di ugual massa posta nel centro di massa)

Momento della forza

Se corpo e' esteso una forza applicata puo' provocare rotazione del corpo → dipende dal punto di applicazione.



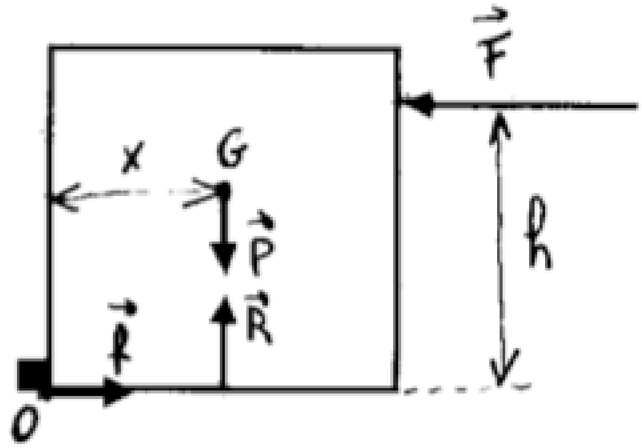
Condizione di equilibrio per traslazione: somma delle forze nello stesso punto di applicazione e' nulla.

Per moto traslatorio tutte le forze si considerano in G (baricentro).

In questo caso: peso P = reazione del vincolo R

F = f

Il corpo non puo' traslare.



Ma F e f NON hanno lo stesso punto di applicazione → F puo' provocare la rotazione del corpo attorno al vincolo O

Rotazione del corpo e' dovuta al momento M della forza F rispetto O:
M = F h
Dipende da h cioe' distanza punto di rotazione e retta della direzione della forza

Momento della forza peso rispetto ad O e': P x

Condizione di equilibrio per la rotazione della cassa si ha quando :

F h = P x

Quindi condizioni di equilibrio per un corpo rigido:

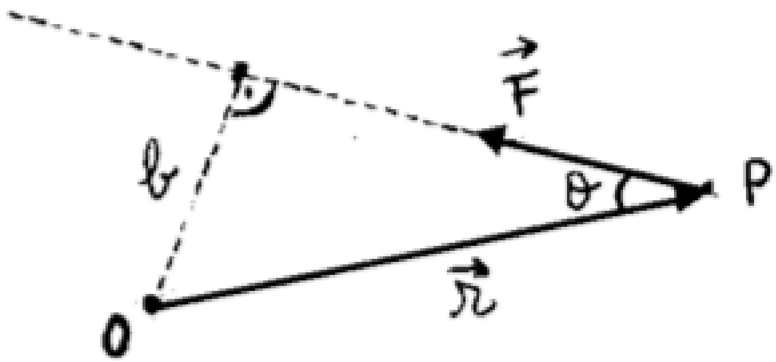
1) **risultante delle forze agenti su di esso e' nulla**

2) **momento risultante delle forze agenti e' nullo**

Statica punto materiale: $\sum_i F_i = 0$

Statica corpo rigido: $\sum_i F_i = 0$ e $\sum_i M_i = 0$

Momento di una forza in un piano applicata in un punto P rispetto ad un punto O



Momento = F b

M e’ il prodotto vettoriale fra il vettore posizione di P e la forza F

$$M = \vec{r} \wedge \vec{F}$$

Il modulo del momento e’: r F sen θ

b e’ detto **braccio** e risulta: b = r sen θ

Braccio e’ distanza della retta direzione della forza rispetto al punto O

Leve

Sistema rigido girevole attorno ad un punto fisso detto fulcro

Macchina semplice: dispositivo che permette di equilibrare una forza **R** (*resistenza*) con una forza **F** (*forza motrice*, o spesso semplicemente *forza*)

$V = \frac{R}{F}$ Vantaggio statico di una macchina

$V > 1$: macchina vantaggiosa
$V = 1$: macchina indifferente
$V < 1$: macchina svantaggiosa

La forza motrice F e la forza resistente R generano momenti rispetto ad fulcro

Condizione di equilibrio della leva:

Rotazioni opposte con momenti uguali in modulo → $\mathbf{F\, b_F = R\, b_R}$

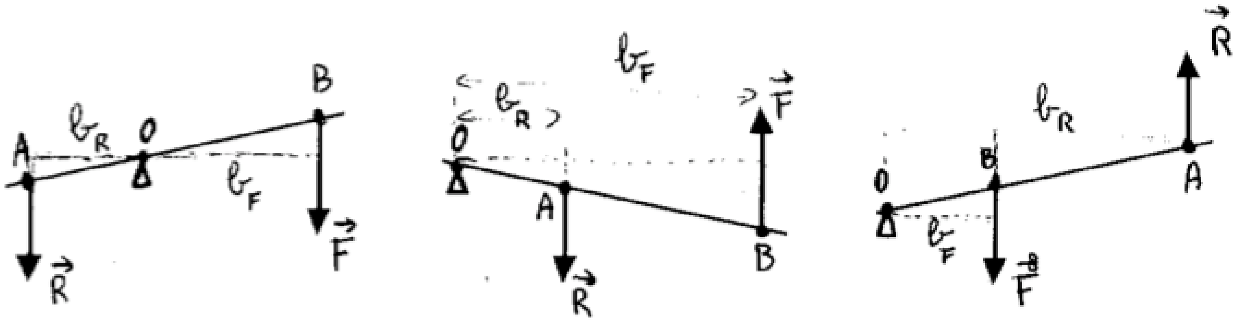
Forze inversamente proporzionali ai bracci

Momento e' positivo se rotazione e' antioraria, e' negativo se rotazione e'oraria

Amplificazione dinamica se : $\frac{R}{F} > 1 \rightarrow \frac{b_F}{b_R} > 1$

Amplificazione dinamica se resistenza > forza motrice

Se $\mathbf{b_F} > \mathbf{b_R}$ leva vantaggiosa
Se $\mathbf{b_F} < \mathbf{b_R}$ leva svantaggiosa
Se $\mathbf{b_F} = \mathbf{b_R}$ leva indifferente



Leva di 1^0genere　　Leva di 2^0genere　　Leva di 3^0genere

LEVA DI PRIMO TIPO:

una leva è di primo tipo o di prima specie se il fulcro si trova tra la forza motrice e la forza resistente. A sua volta la leva di primo tipo può essere vantaggiosa se la forza motrice è più distante dal fulcro della forza resistente oppure, nel caso contrario, svantaggiosa.

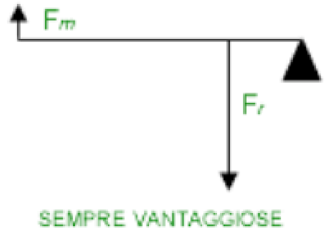
LEVE DI PRIMO TIPO

Sono leve di primo tipo il piede di porco, le forbici, le tenaglie ecc.

$\frac{b_F}{b_R}$ puo' essere maggiore, minore o uguale 1

LEVA DI SECONDO TIPO:

una leva si dice di secondo tipo o di seconda specie se il fulcro si trova dalla stessa parte della forza motrice e della forza resistente, allo stesso tempo occorre che la forza motrice sia più distante dal fulcro rispetto alla resistente. Si deduce quindi che le leve di secondo tipo sono sempre vantaggiose.



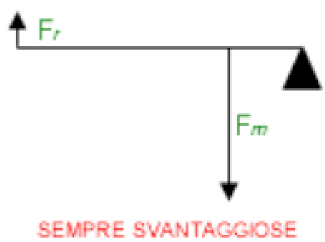
LEVE DI SECONDO TIPO

Sono leve di secondo tipo la carriola lo schiaccianoci l'apribottiglie.

$\frac{b_F}{b_R} > 1$ sempre

LEVA DI TERZO TIPO:

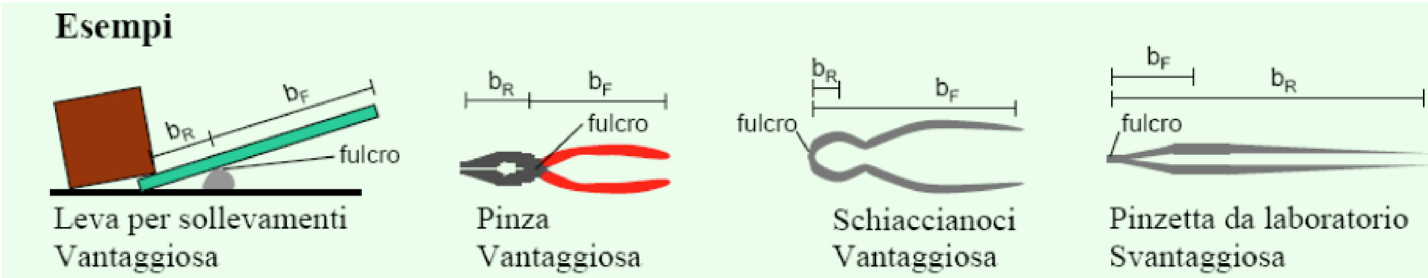
una leva è di terzo tipo o di terza specie se il fulcro si trova dalla stessa parte della forza motrice e della forza resistente, allo stesso tempo occorre che la forza motrice sia più vicina al fulcro rispetto alla resistente. Si deduce quindi che le leve di terzo tipo sono sempre svantaggiose.



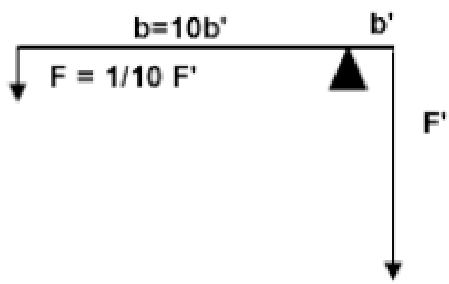
LEVE DI TERZO TIPO

Sono leve di terzo tipo le pinze.

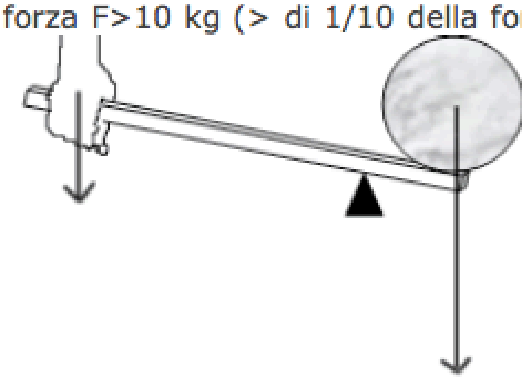
$\frac{b_F}{b_R} < 1$ sempre



Se b è 10 volte maggiore di b' (b=10b') affinché il sistema rimanga in equilibrio F dovrà essere 10 volte minore (F=1/10F').



Abbiamo dunque creato una leva vantaggiosa: immaginiamo che la forza F' sia rappresentata dalla forza peso di un masso di 100 kg, per sollevarlo occorrerà semplicemente applicare una forza F>10 kg (> di 1/10 della forza peso):



Una leva è incernierata in un punto distante 1/3 della sua lunghezza da un estremo. Indicando con F_1 e con F_2 le due forze agenti, perpendicolarmente alla leva, ai due estremi (F_1 sul braccio più corto ed F_2 sul braccio più lungo), indicare il valore del rapporto F_1/F_2 affinché la leva sia in equilibrio.

Soluzione:

detta L la lunghezza della leva,
il modulo del momento della forza F_1 con punto di applicazione sul fulcro (cerniera) è dato da

$$M_1 = (L/3)\, F_1\ ,$$

Il modulo del momento della forza F_2 con punto di applicazione sul fulcro è dato da

$$M_2 = (2L/3)\, F_2\ .$$

Per l'equilibrio deve essere $M_1 = M_2$ e quindi
$(L/3)\, F_1 = (2L/3)\, F_2$ da cui $F_1/F_2 = (2/3) / (1/3) = 2$.

Una leva è incernierata nel suo punto di mezzo. Su di un braccio sono sospesi due corpi di masse 5 kg e 3 kg a distanze dal fulcro di 75 cm e 120 cm, rispettivamente. Calcolare la massa che, sospesa sull'altro braccio ad una distanza di 100 cm, mantiene la leva in equilibrio orizzontale.

<u>Soluzione</u>:

posto $m_1 = 5$ kg , $m_2 = 3$ kg , g = 9,81 m/s2 ,

$L_1 = 0{,}75$ m , $L_2 = 1{,}2$ m , $L_2 = 1$ m ,

ed indicata con m_3 la massa incognita,

il modulo del momento della forza peso agente sulla i-esima massa risulta

$$M_i = m_i\, g\, L_i \,, \qquad \text{con } i = 1,2,3 \,.$$

Per l'equilibrio deve essere

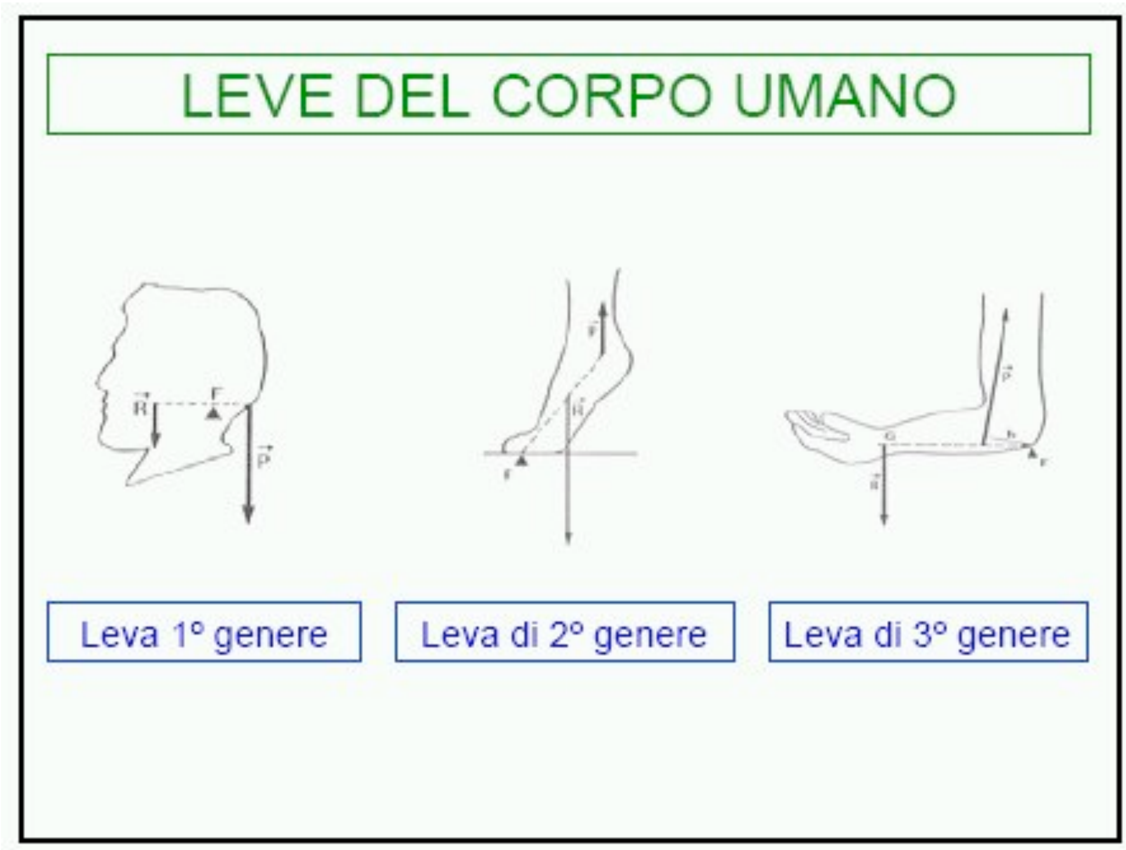
$$M_1 + M_2 = M_3$$

da cui

$$m_1\, g\, L_1 + m_2\, g\, L_2 = m_3\, g\, L_3$$

ed infine

$$m_3 = (m_1\, L_1 + m_2\, L_2)/L_3 = 7{,}35.$$

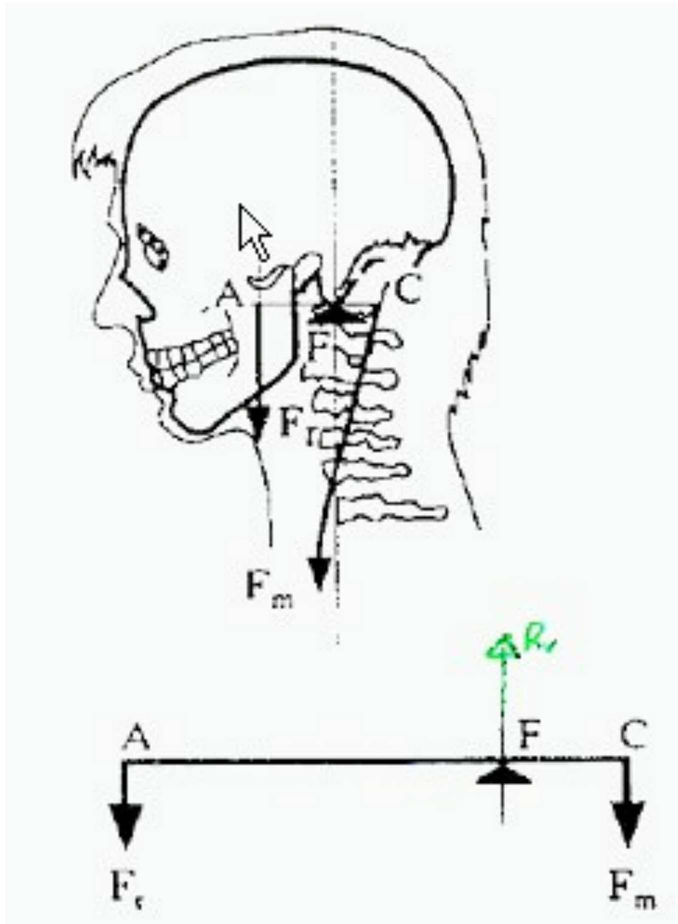


Nel nostro corpo tutte le articolazioni realizzano delle leve: quando sono in condizioni di equilibrio consentono il blocco dell'articolazione, in caso contrario ne consentono il movimento.

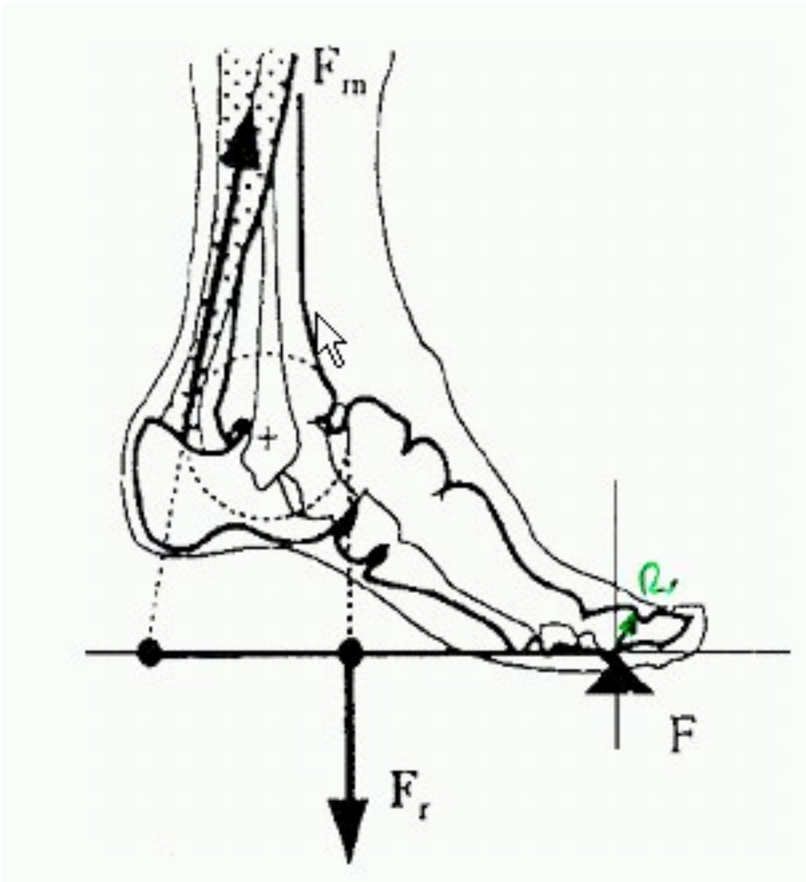
I muscoli scheletrici (che rappresentano l'elemento attivo del movimento), inserendosi sulle ossa (che rappresentano l'elemento passivo del movimento), per mezzo della contrazione muscolare determinano il movimento.
Le articolazioni rappresentano l'elemento di congiunzione e perno delle ossa.

Tutto l'apparato locomotore è basato su un sistema di leve. Questa situazione determina che, tutte le volte che c'è movimento, si produce una leva che può essere di primo, di secondo o di terzo tipo.

Il fulcro della leva è dato dall'asse di rotazione (di solito l'articolazione, ma può anche essere un punto di appoggio o di presa); la potenza è data dal punto in cui viene applicata la forza (di solito l'inserzione muscolare); la resistenza è data dal punto in cui viene generata la resistenza stessa (un peso, lo spostamento di un segmento corporeo, ecc.).



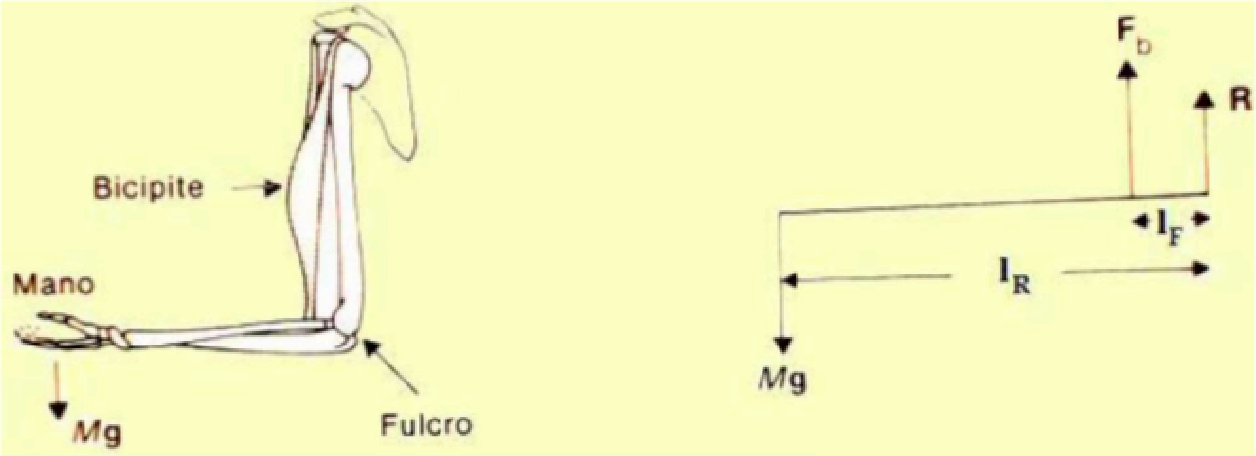
Il caso dell'articolazione di appoggio della testa è un esempio di leva del primo tipo.
Per bilanciare il peso del capo, applicato nel suo baricentro, ed evitare che la testa ciondoli in avanti, viene esercitata una potenza da parte dei muscoli nucali, che si trovano dall'altro lato rispetto al fulcro.
L'intensità della forza realizzata dal muscolo sarà tale da produrre un momento esattamente uguale a quello prodotto dalla resistenza.
Si noti anche che l'insieme delle due forze tenderebbe a causare un abbassamento del sistema: il fulcro realizza anche una reazione vincolare che si oppone alla traslazione: per questo dopo un certo tempo l'articolazione è affaticata.



Un esempio di leva del II genere è costituita dalla flessione plantare del piede da ritti;

il fulcro è dato dalla punta del piede, la resistenza è data dal nostro peso e la potenza è data dal muscolo tricipite sul calcagno.

Forza muscolare (potenza) e' piu' lontana rispetto al fulcro della resistenza.



$$Mg\, l_R = F_b\, l_F \Longrightarrow \frac{Mg}{F_b} = \frac{l_F}{l_R} < 1$$

Si tratta di una leva (molto) svantaggiosa

Un esempio di leva del III genere, infine, è costituita dall'avambraccio, dove la potenza (tensione muscolare del bicipite) è molto vicina al fulcro (gomito), mentre la resistenza (peso del braccio, più eventuale peso sostenuto dalla mano) è più distante.
Essendo più corto il braccio di leva, la forza sviluppata dal muscolo bicipite deve essere di gran lunga superiore rispetto alla forza peso della palla che si tiene sulla mano.
Questo tipo di leva, permette però una grande ampiezza e rapidità di movimento.
(vantaggio non statico ma vantaggio dinamico).

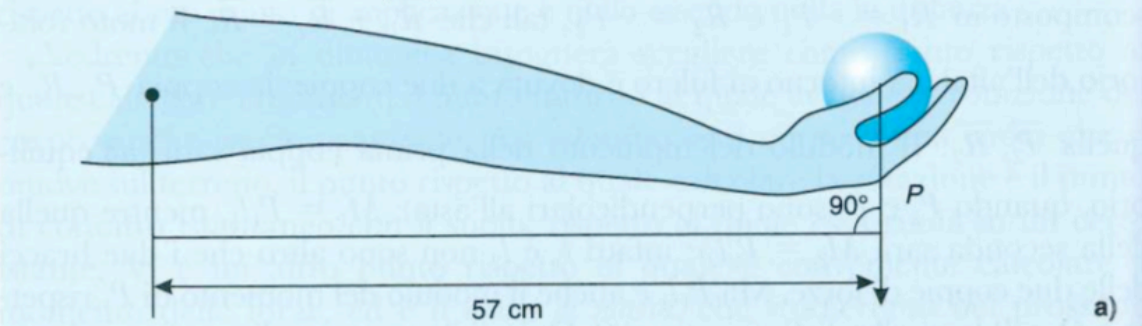
Quesito 1

Se noi manteniamo orizzontale il braccio con in mano un peso, sentiamo che lo sforzo muscolare è maggiore rispetto al caso in cui lo manteniamo ad esempio a 45° rispetto al busto (vedi Fig. M2.8 a,b). Come mai?

Risposta

Questo fenomeno può essere facilmente spiegato utilizzando i momenti.
Dobbiamo infatti ricordare che il momento ha modulo uguale a:

$$|\vec{M}| = |\vec{l} \wedge \vec{F}| = F \cdot l \cdot \text{sen}\,\theta$$



Nel primo caso sen 90° = 1 e quindi il braccio di leva è la distanza fra il palmo della mano e il punto fisso intorno al quale ruota il braccio, posizionato sulla testa dell'omero (supponiamo 57 cm).
Nel secondo caso sen 45° = 0,707; quindi il braccio di leva è 57 cm × 0,707 = 40,3 cm.
Poiché la forza $\vec{F}$ è uguale nei due casi (peso dell'oggetto che viene tenuto in mano), il momento nel caso del braccio orizzontale è maggiore di quello con il braccio a 45°. Sono questi i momenti che il muscolo deltoide, che si innesta sull'omero, deve contrastare.