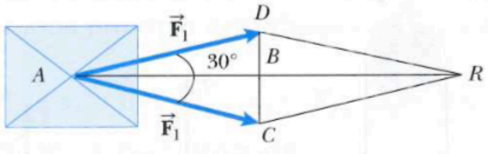
ESEMPIO 3.1

Ad un corpo C sono applicate simultaneamente due forze $\mathbf{F}_1$ ed $\mathbf{F}_2$ di pari intensità (10 N), le cui direzioni orientate formano un angolo $\theta = 30°$. Determinare l'intensità, la direzione e il verso della forza risultante. [R = 19.3 N]

Soluzione

Utilizziamo il metodo grafico per trovare il vettore risultante **R**. Si nota che il triangolo ACD è equilatero e che l'angolo DAB risulta essere la metà dell'angolo DAC.



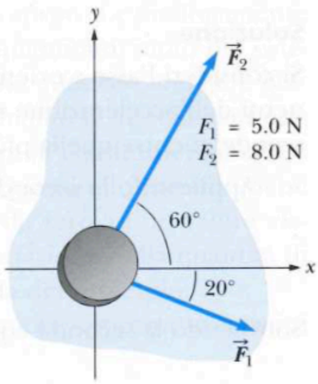
Risulta:

$$\overline{AB} = \overline{AC}\cos\frac{\theta}{2} = \left|\vec{F}_1\right| \cos 15° = 9.66\ \text{N}$$

L'intensità della risultante **R** è: $|\vec{R}| = 2 \cdot \overline{AB} = 19.3$ N

ESEMPIO 3.2

Un disco di massa 0.5 kg scorre su una superficie orizzontale priva di attrito individuata dal piano xy mostrato in figura. Nel caso si esercitino simultaneamente sul disco due forze di modulo $F_1 = 5$ N e $F_2 = 8$ N parallele alla superficie, si determini l'accelerazione del disco.



Soluzione

Si assimili il disco ad una particella e si disegni per prima cosa il diagramma delle forze o diagramma di corpo libero, riportato in figura. Di seguito, seguendo il diagramma di corpo libero, si determini la forza risultante su di esso nelle componenti x e y:

$$\Sigma F_x = F_{1x} + F_{2x} = F_1 \cos 20° + F_2 \cos 60° = 8.7\ \text{N}$$

$$\Sigma F_y = F_{1y} + F_{2y} = -F_1 \text{ sen } 20° + F_2 \text{ sen } 60° = 5.2\ \text{N}$$

Per la seconda legge di Newton:

$$a_x = \Sigma F_x / m = 8.7/0.5 = 17.4\ \text{m/s}^2$$

$$a_y = \Sigma F_y / m = 5.2/0.5 = 10.4\ \text{m/s}^2$$

da cui:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 20.3\ \text{m/s}^2$$

$$\theta = \text{tg}^{-1}\ (a_y/a_x) = 30.87° \text{ o } 0.54 \text{ rad}$$

(angolo formato dal vettore accelerazione con l'asse x)

ESEMPIO 3.4

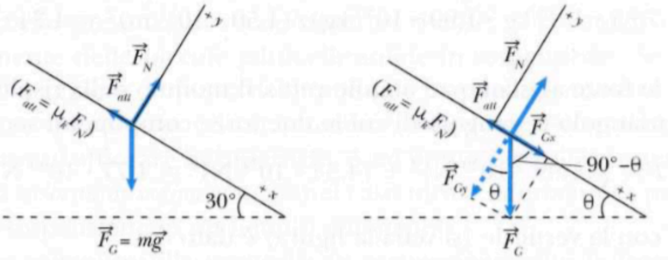
Lo sciatore rappresentato in figura ha appena iniziato una discesa con una pendenza di 30°. Supponendo che il coefficiente di attrito dinamico sia 0.12, calcolare: **(a)** la sua accelerazione; **(b)** la velocità che avrà raggiunto dopo 5.0 s partendo da fermo.

(a)

Soluzione

Segue: Esempio 3.4

Si sceglie l'asse x parallelo alla superficie nevosa con verso positivo verso il basso e l'asse y perpendicolare alla superficie e diretto verso l'alto. Le forze agenti sullo sciatore sono mostrate in figura.



Assumendo θ = 30°, le componenti della forza peso F_g sono:

$$F_{gx} = mg \operatorname{sen} \theta \quad F_{gy} = -mg \cos \theta$$

per calcolare a_x ($a_y = 0$ perché il corpo si sposta parallelamente a x) si scrive la seconda di Newton lungo x e lungo y:

$$\Sigma F_x = ma_x \quad mg \operatorname{sen} \theta - \mu_d F_N = ma_x$$
$$\Sigma F_y = ma_y \quad F_N - mg \cos \theta = ma_y = 0$$

Risolvendo rispetto a F_N che rappresenta la reazione vincolare uguale e contraria alla forza premente:

$$F_N = mg \cos \theta$$

e sostituendo nell'equazione di a_x:

$$mg \operatorname{sen} \theta - \mu_d \, mg \cos \theta = ma_x$$

cioè

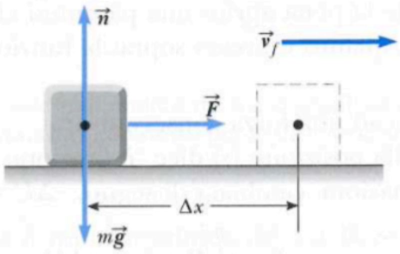
$$a_x = g \operatorname{sen} 30° - \mu_d \, g \cos 30° = 3.9 \text{ m/s}^2$$

La velocità a $t = 5s$ sarà data da:

$$v = v_i + a_x t = 0 + 3.9 \cdot 5 = 19.4 \text{ m/s}$$

ESEMPIO 5.3

Un blocco di 7 kg, inizialmente fermo, viene tirato verso destra su una superficie orizzontale senza attrito da una forza costante orizzontale di 15 N (si veda la figura). Calcolare la velocità dopo uno spostamento del blocco di 4 m.



Soluzione

Il lavoro svolto dalla forza di 15 N si può scrivere:

$$L = F \cdot s = 15 \text{ N} \cdot 4 \text{ m} = 60 \text{ J}$$

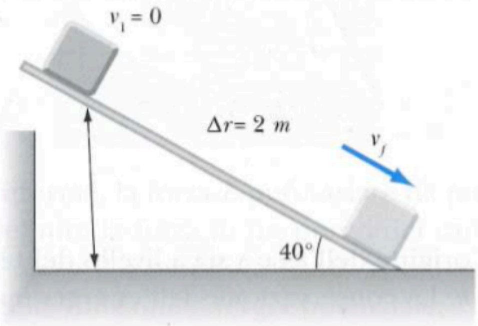
Siccome varia solo il modulo della velocità, si può usare il teorema dell'energia cinetica:

$$L = K_f - K_i = \frac{1}{2} m v_f^2 - 0$$

$$v_f = \sqrt{\frac{2L}{m}} = \sqrt{\frac{120}{7}} = 4.14 \text{ m/s}$$

ESEMPIO 5.5

Una cassa di 5 kg scivola giù da un piano, lungo 2 m, inclinato di un angolo di 40°, che esercita una forza di attrito di 7 N (si veda la figura). La cassa parte da ferma in cima al piano. Determinare la velocità della cassa alla base della rampa, un attimo prima di toccare terra.



Soluzione

Se si assume che il livello zero dell'energia potenziale sia a livello del terreno, l'energia meccanica iniziale è tutta potenziale (gravitazionale terrestre) e quella finale è tutta cinetica:

$E_{mecc,i} = U_i = mgy_i = 5 \times 9.81 \times 1.29 = 63\ \text{J}$ (dove $y_i = 2\,\text{sen}\,(40°) = 1.29\ \text{m}$)

$E_{mecc,f} = K_f = \frac{1}{2}mv_f^2$

Tuttavia, l'energia meccanica non si conserva perché è presente la forza d'attrito f_d non conservativa che sottrae energia meccanica al sistema. In tal caso si ha:

$$\Delta E_{mecc} = \frac{1}{2}mv_f^2 - mgy_i = -f_d \Delta r$$

dove Δr è il tratto di cui si sposta il corpo lungo il piano. Da quest'ultima equazione si ha:

$$\Delta E_{mecc} = -7 \times 2 = -14\ \text{J}$$

$$\frac{1}{2}mv_f^2 = mgy_i - f_d \Delta r = 63\ \text{J} - 14\ \text{J} = 49\ \text{J}$$

da cui:

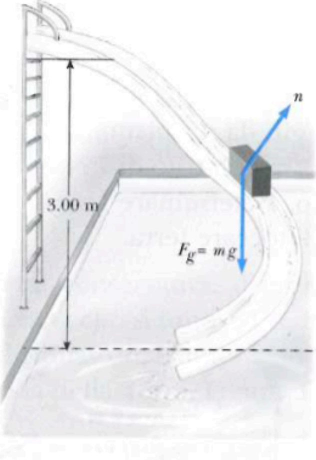
$$v_f = 4.4\ \text{m/s}$$

Un blocco di massa m scende lungo uno scivolo curvo di altezza $h = 3$ m. Il blocco parte da fermo dalla sommità e lo scivolo è senza attrito. **(a)** Determinare la velocità del blocco nel punto più basso, prima che il blocco tocchi terra. **(b)** Si supponga che sullo scivolo ci sia attrito; se il blocco pesa 15 kg e arriva

ESEMPIO 5.6

Segue: **Esempio 5.6**

in basso con velocità 4 m/s, quanta energia meccanica viene dissipata dalla forza d'attrito?



Soluzione

(a) Assumendo che l'origine dell'asse y sia a livello del terreno, si può scrivere che $y_f = 0$ e $y_i = h$. La conservazione dell'energia meccanica è pari a:

$$K_i + U_i = K_f + U_f \quad 0 + mgh = \frac{1}{2} mv_f^2 + 0$$

Si noti che questo risultato è lo stesso di quello ottenuto nel caso in cui il blocco cada direttamente a terra, verticalmente. Si ricava:

$$v_f = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9.81 \cdot 3} = 7.7 \text{ m/s}$$

cioè la velocità non dipende dalla massa del blocco.

(b) Se si considera il sistema come blocco + Terra + scivolo, la forza di attrito risulta interna al sistema ed è non conservativa, in quanto provoca dissipazione di energia meccanica in energia interna. In questo caso quindi si può scrivere:

$$\Delta E_{mecc} = K_f + U_f - K_i - U_i = \frac{1}{2} mv_f^2 + 0 - 0 - mgh =$$

$$= \frac{1}{2} \times 15 \times 4^2 - 15 \times 9.81 \times 3 = -321.5 \text{ J}$$

Tale variazione risulta negativa perché l'attrito fa diminuire l'energia meccanica e ciò determina un aumento dell'energia interna del sistema.