Matematica egizia

Il **Papiro di Rhind**, conosciuto anche come Papiro di Ahmes, è il più esteso papiro egizio di argomento matematico giunto fino a noi.

Deve il nome Ahmes allo scriba che lo trascrisse verso il **1650 a.C.** durante il regno di Aauserra Ipepi (quinto sovrano della XV dinastia), traendolo da un papiro precedente composto fra il 2000 e il 1800 a.C.

Il nome Rhind, invece, fa riferimento ad Alexander Henry Rhind, un antiquario scozzese, che acquistò il papiro nel 1858 a Tebe, in Egitto; pare sia stato trovato durante scavi illegali all'interno o nei pressi del Ramesseum.

Si trova attualmente al British Museum, che lo acquistò nel 1865; alcuni piccoli frammenti sono conservati al Brooklyn Museum di New York.

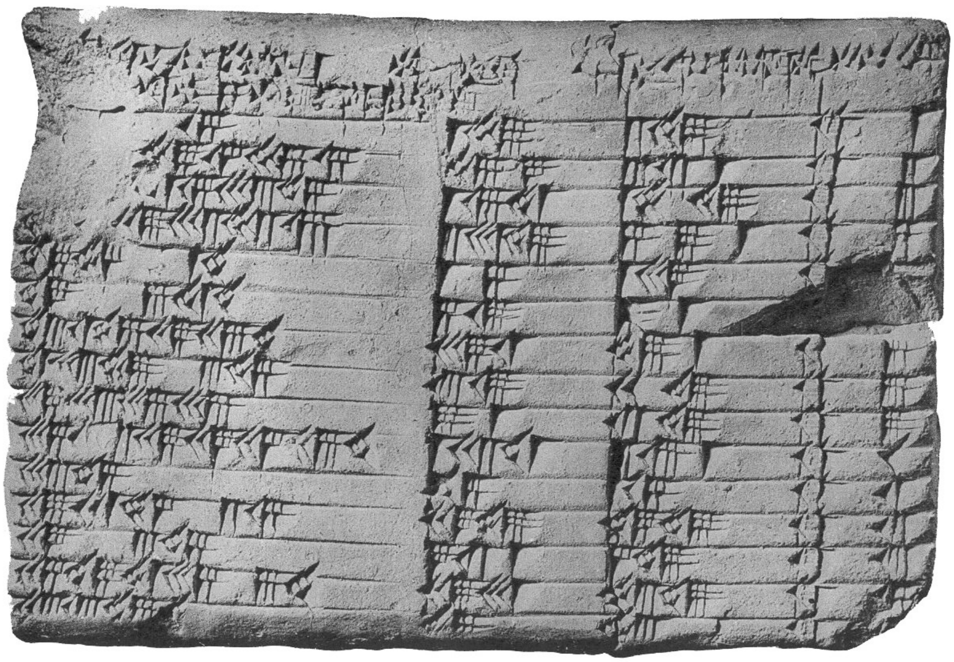
È uno dei due noti papiri matematici insieme al Papiro di Mosca. Il Papiro di Rhind è più grande del Papiro di Mosca, ma quest'ultimo è più antico.

È scritto in ieratico, lungo 216 centimetri e largo 32 centimetri e una sezione centrale di 18 cm è mancante.

Contiene tabelle di frazioni e 84 problemi aritmetici, algebrici e geometrici, con le relative soluzioni.

Matematica babilonese

Delle centinaia di migliaia di tavolette di argilla Babilonesi rinvenute dall'inizio del XIX secolo diverse migliaia hanno argomento matematico. Uno dei più famosi esempi di matematica Babilonese è la tavoletta chiamata **Plimpton 322** che prende il nome dalla collezione di G.A. Plimpton alla Columbia University.



Provenienza e datazione

Plimpton 322 è una tavoletta di argilla, parzialmente scheggiata, larga circa 13 cm, alta 9 cm e di 2 cm di spessore.

L'editore newyorkese George A. Plimpton comprò la tavoletta da un antiquario, Edgar J. Banks, nel 1922 circa e la lasciò in eredità, con tutta la sua collezione, alla Columbia University a metà degli anni '30. Secondo Banks, la tavoletta viene da Senkereh, un sito nel sud dell'Iraq corrispondente all'antica città di Larsa.

Si ritiene che la tavoletta sia stata scritta intorno al 1800 a.C., basandosi in parte sullo stile della scrittura cuneiforme.

Contenuto

Il contenuto principale di Plimpton 322 è una tabella di numeri, con quattro colonne e quindici righe, in notazione sessagesimale babilonese. La quarta colonna è semplicemente una lista di numeri da 1 a 15. L'angolo che comprende la prima colonna è scheggiato e, secondo una verosimile integrazione, ogni riga iniziava con il numero

1, il che rende i numeri stessi dei sessantesimi.

È possibile che altre colonne fossero presenti nella parte rotta della tavoletta a sinistra di queste colonne. Inoltre nel sistema sessagesimale, non esistendo lo zero, o venendo raramente sostituito da uno spazio, non è sempre agevole distinguere le unità dalle frazioni.

Interpretazione

I numeri della seconda colonna rappresentano la lunghezza c_1 del cateto più corto di un triangolo rettangolo, mentre i numeri della terza colonna rappresentano la lunghezza dell'ipotenusa i. Le lunghezze c_2 del cateto più lungo del triangolo possono essere ricostruiti, ed erano quasi sicuramente in una colonna ora distrutta. I tre numeri vengono così a rappresentare una terna pitagorica. I numeri della prima colonna possono essere considerati come il rapporto i^2/c_2^2 (ovvero il quadrato della secante). Ma, nel caso la prima colonna non preveda l'uno, possono anche essere considerati come il quadrato della tangente c_1^2/c_2^2 (per la nota relazione goniometrica $\tan^2(\alpha) = \sec^2(\alpha) - 1$, dove α è l'angolo compreso tra il cateto c_2 e l'ipotenusa i)

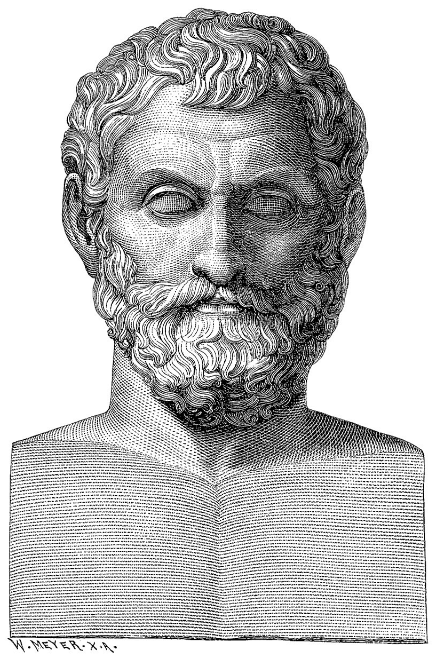
Le opinioni degli studiosi differiscono su come questi numeri sono stati generati e sul perché i babilonesi fossero interessati in tabelle di questo tipo.

Neugebauer (1951) ritiene che la tabella sia una lista di terne pitagoriche. Joyce (1995) propende per una interpretazione trigonometrica, per cui la tabella sarebbe una tavola trigonometrica di quadrati di coseni o tangenti. Robson (2001) descrive invece la tabella in concreti termini geometrici e sostiene che anche i babilonesi l'abbiano interpretata in termini geometrici. Robson basa le sue interpretazioni su un'altra tavoletta che proviene all'incirca dallo stesso periodo e dallo stesso luogo.

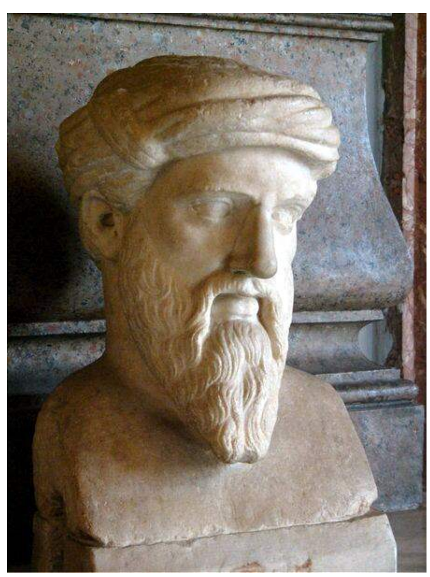
Robson ipotizza che può essere stata utilizzata da un insegnante come un insieme di problemi da assegnare agli studenti.

MATEMATICA GRECA
ERA ELLENICA (VI-V-IV sec. a.C.)

La Ionia e i pitagorici: VI secolo



Talete di Mileto (624 a.C. - 545 a.C.)



Pitagora di Samo (580 a.C. - 495 a.C.)

L'Età eroica: V secolo

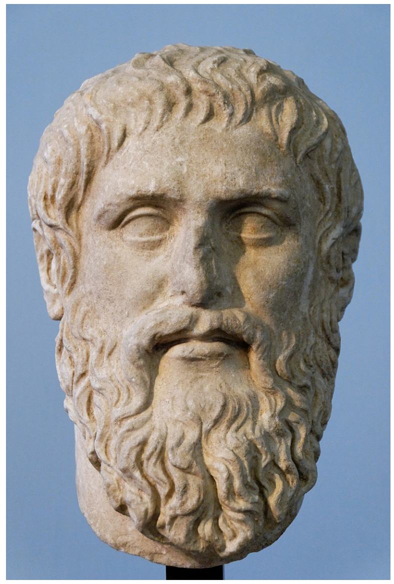
Nella seconda metà del V secolo, matematici sprovvisti di mezzi affrontano problemi importanti.

- Archita di Taranto (428 a.C.) $\rightarrow$ *Quadrivio delle arti liberali: aritmetica, geometria, musica, astronomia*
- Ippaso di Metaponto ($\sim$ 400 a.C.)
- Democrito di Abdera ($\sim$ 460 a.C.) $\rightarrow$ *inizio di metodi "infinitesimali"*
- Ippia di Elide ($\sim$ 460 a.C.)
- Ippocrate di Chio ($\sim$ 430 a.C.)
- Anassagora di Clazomene († 428 a.C.) $\rightarrow$ *quadratura del cerchio, duplicazione del cubo, trisezione di un angolo*
- Zenone di Elea ($\sim$ 450 a.C.) $\rightarrow$ *paradossi tra spazio e tempo discreti e "continuità" (Istituisce il Trivio delle arti liberali: grammatica, retorica, dialettica)*

Intorno al 410 a.C. la grande crisi del pitagorismo: lato e diagonale del quadrato non hanno un rapporto razionale.

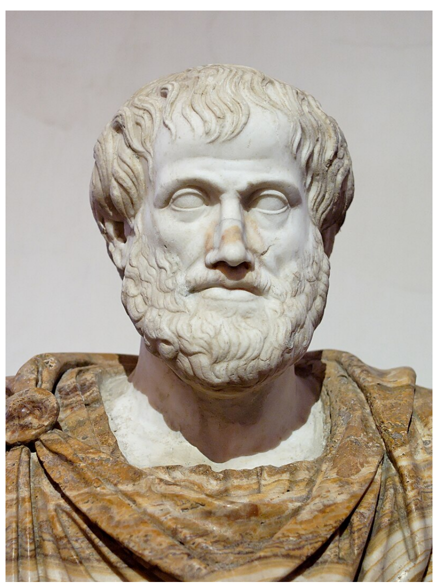
L’Età di Platone e Aristotele: IV secolo

Platone (428 a.C. - 348 a.C.)



Testa ritraente Platone. Copia antica di opera creata da Silanion. L’originale, commissionato da Mitridate subito dopo la morte di Platone, fu dedicato alle Muse e collocato nell’Accademia platonica di Atene.

Aristotele (384 a.C. - 322 a.C.)



Copia romana del busto di Aristotele di Lisippo.

Matematica greca

Era alessandrina (III sec. a.C. - II sec. d.C.)

III sec. a.C.: l'Età d'oro (Euclide, Archimede, Apollonio)

Euclide di Alessandria (IV sec. a.C. - III sec. a.C.)

Molte opere perdute e solo 5 opere pervenute:
- *Elementi*
- *Dati*
- *Divisione delle figure*
- *Fenomeni*
- *Ottica*

Gli *Elementi*

• Struttura: 13 libri
- I, ..., VI: la geometria piana,
- VII, ..., X: i rapporti tra grandezze (il decimo libro riguarda la teoria degli incommensurabili)
- XI, XII, XIII: la geometria solida.

I diversi libri sono strutturati in definizioni, postulati, assiomi e proposizioni, delle quali vengono fornite le dimostrazioni.

- Contenuto:
  - 23 definizioni (concetti di punto, linea e superficie...)
  - 5 postulati
  - 5 nozioni comuni (o assiomi):
  1. Cose uguali ad una stessa cosa sono uguali tra loro
  2. Aggiungendo uguali a uguali, le somme sono uguali
  3. Sottraendo uguali da uguali, i resti sono uguali
  4. Cose che coincidono con un'altra sono uguali all'altra
  5. L'intero è maggiore della parte

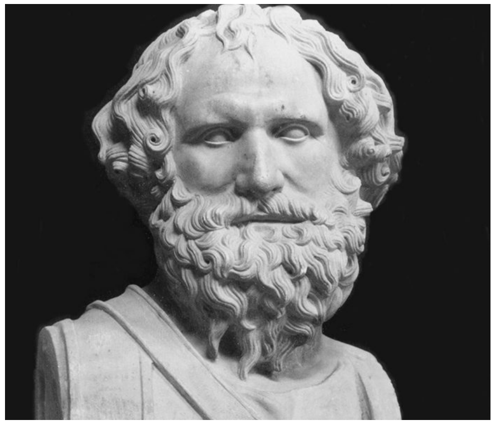
- Traduzioni e tradizioni

Teone di Alessandria (Alessandria d'Egitto, 335 circa - 405 circa) è stato un filosofo, matematico e astronomo greco, rettore del Museo di Alessandria. Curò, organizzò e commentò l'edizione degli *Elementi* di Euclide e dell'*Almagesto* di Tolomeo.

La sua edizione fu tradotta in latino da **Abelardo di Bath** nel 1120.

Campano da Novara nel 1255 pubblicò un'edizione latina degli *Elementi* di Euclide e un importante commento all'opera, introducendo un sistema di calcolo degli angoli del pentagono. Il testo, in 15 libri, fu utilizzato per circa due secoli e sarà stampato a Venezia nel 1482. L'opera si basa su una traduzione in lingua araba dell'originale testo greco. Campano ebbe inoltre probabilmente presente la traduzione latina eseguita di Abelardo di Bath.

L'edizione di Teone era l'unica versione conosciuta fino a quando **François Peyrard** ne scoprì una copia più antica nella Biblioteca apostolica vaticana nel 1808. Il confronto delle due versioni mostra che l'edizione di Teone cerca di rimuovere le difficoltà che potrebbero essere incontrate dagli studenti nello studio del testo. Quindi ampliò il testo di Euclide ogni volta che pensava che un argomento fosse troppo breve; cercò di standardizzare il modo in cui Euclide scriveva; e corresse gli errori nel testo, anche se occasionalmente introdusse i propri errori.



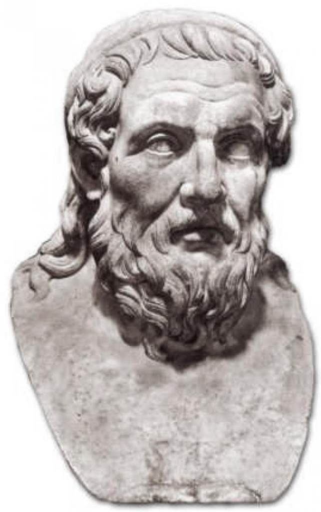
Archimede di Siracusa (287 a.C. - 212 a.C.)

Equilibrio dei piani (trattato di statica: ”principio della leva”...)

Sui galleggianti (dinamica dei fluidi: ”principio della spinta idrostatica”...)

Sulle spirali (trisezione di un angolo, quadratura del cerchio: risolti ma non con soli riga e compasso; ”spirale di Archimede” $r = a\theta$)

Sulla misurazione del cerchio (calcoli ingegnosi su π)



Apollonio di Perga (262 a.C. - 190 a.C.)

Solo titoli, riassunti di Pappo e ricostruzioni successive:

Luoghi piani
Sezione di un rapporto (pervenuta da traduzione araba)
Sezione di un'area
Sulla sezione determinata
Tangenze ("problema di Apollonio")

FRANCISCI MAVROLYCI
MESSANENSIS,
EMENDATIO, ET RESTITVTIO
CONICORVM
APOLLONII PERGAEI
Nunc primùm typis excusa, vbi primi quatuor eiusdem Apollonij libri mendis, quibus fœdè scatebant, expurgantur, nouisque interdum demonstrationibus illustrantur: quintus verò, sextusue liber, quorum tituli dumtaxat habebantur, maximo labore, summaque industria denuo restituuntur.
AD ILLVSTRISSIMVM SENATVM
MESSANENSEM.

MESSANAE,
Typis Hæredum Petri Breæ. MDCLIIII.
Superiorum Permissu.

Coniche, edizione del 1654 a cura di Francesco Maurolico

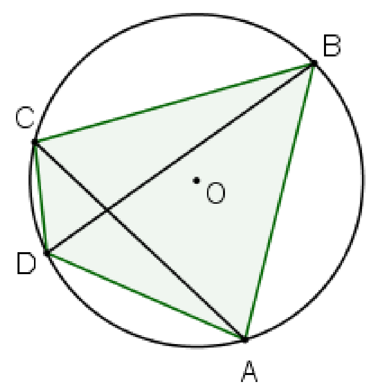
Trigonometria e misurazione: III sec. a.C. - II sec. d.C.

Tolomeo di Alessandria ($\sim$ 100 d.C. - 168 d.C.)

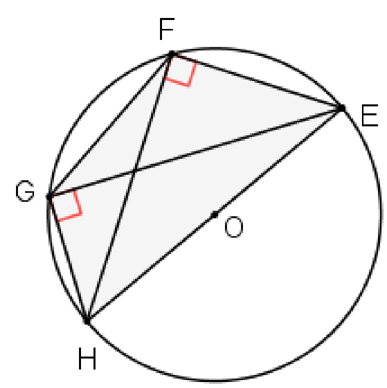
- *Almagesto*
- *Geografia*
- *Tetrabiblos* (o "Quadripartitum")

Teorema di Tolomeo. *In un quadrilatero ciclico, il prodotto delle misure delle diagonali è uguale alla somma dei prodotti delle misure dei lati opposti:*

$$AC \cdot BD = AD \cdot CB + DC \cdot AB.$$



Caso particolare:



Seguono facilmente le relazioni

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$$

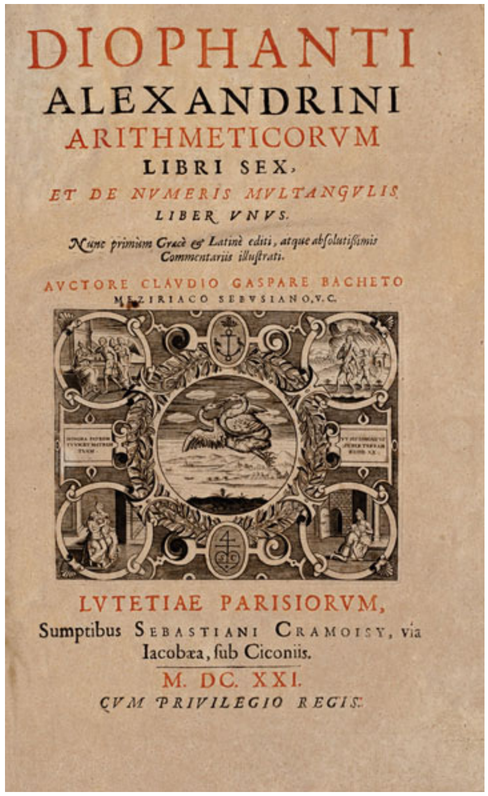
$$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$$

e le analoghe per $\cos(\alpha \pm \beta)$, dette appunto *Formule di Tolomeo.*

Declino (II sec.a.C.- I sec.d.C.) e rinascita (250-350 d.C.) della matematica greca

Diofanto di Alessandria (III - IV sec. d.C.)

Aritmetica: 13 libri, pervenuti i primi 6



DIOPHANTI ALEXANDRINI ARITHMETICORVM LIBRI SEX, ET DE NVMERIS MVLTANGVLIS LIBER VNVS.

Nunc primùm Græcè & Latinè editi, atque absolutissimis Commentariis illustrati.

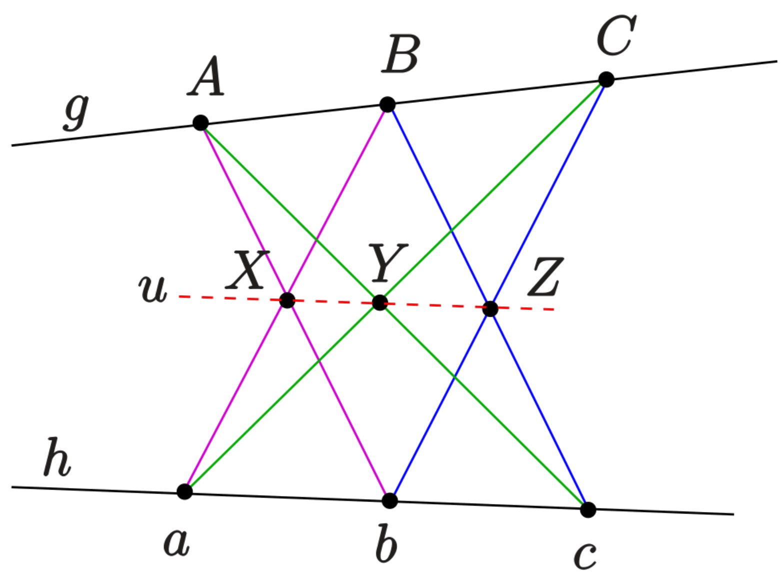
AVCTORE CLAVDIO GASPARE BACHETO MEZIRIACO SEBVSIANO, V.C.

LVTETIAE PARISIORVM,
Sumptibus SEBASTIANI CRAMOISY, via Iacobæa, sub Ciconiis.
M. DC. XXI.
CVM PRIVILEGIO REGIS.

Frontespizio dell'edizione del 1621 della *Arithmetica* di Diofanto, tradotta a Parigi in latino da Claude Gaspard Bachet de Méziriac

Pappo di Alessandria (290 - 350 d.C.)

Teorema di Pappo (o *Teorema dell'esagono di Pappo*)



Siano date due rette g e h nel piano e 6 punti: $A, B, C \in g$ e $a, b, c \in h$. Si considerino i 3 quadrilateri $ABab$, $ACac$, $BCbc$ e i punti di intersezione della coppia di diagonali di ogni quadrilatero:

$$X := r_{Ab} \cap r_{aB}$$
$$Y := r_{Ac} \cap r_{aC}$$
$$Z := r_{Bc} \cap r_{bC}.$$

Allora i punti X, Y, Z sono allineati.

E' un caso particolare del Teorema di Pascal (quando la conica è degenere), dunque chiamato anche **Teorema di Pascal–Pappo**.

Quando finisce la ”matematica antica”?

Alcune date-spartiacque (simboliche):

- Fine dell’Impero Romano: 476 (Odoacre entra a Roma)
- Fine della matematica alessandrina: 415 (morte di Ipazia, figlia di Teone)
- Fine della matematica nell’Impero Romano d’Occidente: 525 (morte di Boezio)
- Dispersione dell’Accademia ateniese: 529
- Fondazione del monastero di Montecassino: 529