

$$F =$$

$$G \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi = \hat{H} \psi$$

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$E = mc^2$$

$$ds \geq 0$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

# Creatività e Matematica

UN BINOMIO SOTTOVALUTATO

---

# Creatività e Matematica nel Ventunesimo secolo

---

- Era digitale: competenze complesse, oltre l'applicazione di conoscenze e procedure.
  - Abilità matematiche: predicono successo accademico e lavorativo (soprattutto problem-solving); utilizzate per calcolare parametri finanziari, analizzare dati, prevedere tendenze...
  - Creatività: 21st Century Skills (con pensiero critico, comunicazione e collaborazione).
- Si investe nel problem-solving e nella creatività quali prerogative esclusive e non rimpiazzabili del lavoro umano.
- *E l'intelligenza artificiale?*

(Azizah et al., 2010; Thornhill-Miller et al., 2023; Yadav, 2019)

---

---

# Definire la creatività

---

- Opinione ingenua: creatività come dominio misterioso, pseudo-scientifico.
- Il costrutto di creatività è stato oggetto di molte revisioni teoriche, ma le definizioni più accreditate ad oggi sono d'accordo sugli elementi che la costituiscono.
- Partiamo da alcuni esempi: cosa li rende creativi e cosa *non* li rende creativi?

(Rhodes, 1961)

---



# RICOPIARE UN QUADRO

Vi sembra un'idea creativa?

Lo sarebbe meno se la copia fosse su tela, anziché su un edificio?

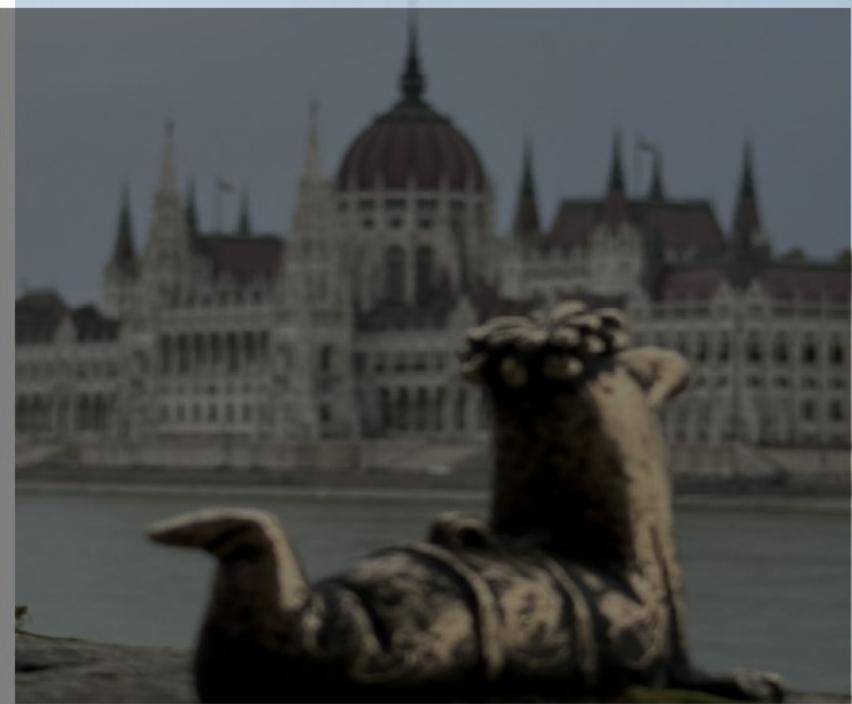
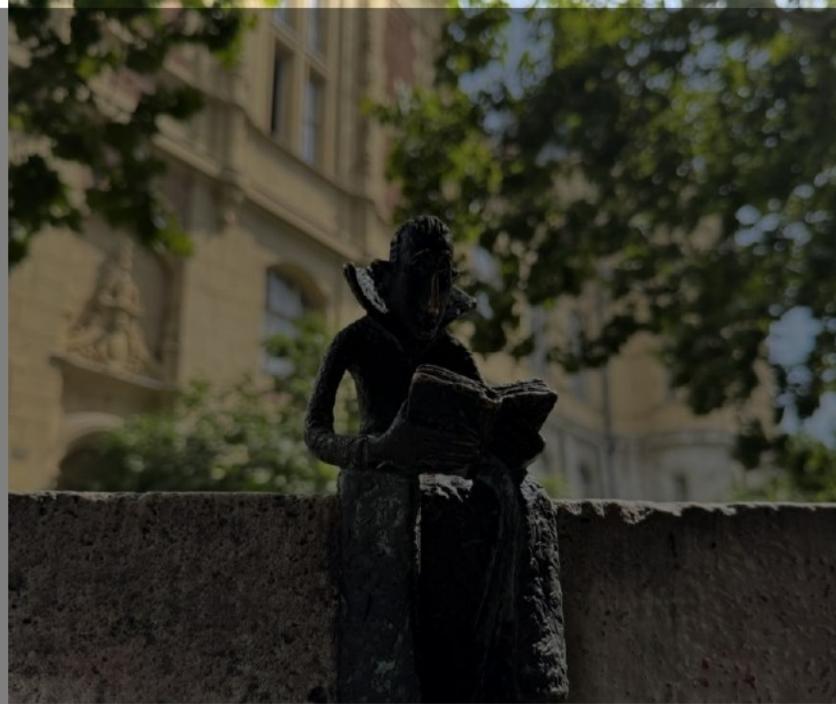
Murale di Ravo Mattoni, raffigurante *Il Bacio Di Romeo E Giulietta* di Hayez, Scuola Elementare "Risorgimento" di Gavirate



# PROSCIUTTO E MELONE

Cosa stupisce di questo  
abbinamento?

Se oggi ne preparassi un piatto,  
sarei creativa quanto la prima  
persona che ci ha pensato?



# PICCOLE STATUE

Che scopo servono?



Mini statues, Mihály Kolodko, Budapest



UN BAMBINO CHE  
NON HA FATTO I  
COMPITI SI DISCOLPA  
AFFERMANDO DI  
ESSERE STATO RAPITO  
DAGLI ALIENI

Sta pensando fuori dagli schemi?

Il suo piano vi sembra efficace?

---

# Definire la creatività

---

- *Ricopiare un quadro* → riproduzione vs innovazione; forme 'parziali' di creatività, non 'tutto o nulla'.
- *Prosciutto e melone* → natura **contestuale e sociale** della creatività, **distanza associativa** tra le idee che vengono riproposte insieme.
- *Piccole statue* → lo scopo della creatività può essere puramente **estetico**.
- *Addurre una scusa implausibile* → importanza dell'**efficacia**, oltre che della fantasia.
- Cosa emerge da questi esempi? La creatività non appartiene solo ai 'geni'. Siamo tutti creativi, in diversa misura, **nella nostra vita quotidiana**.

(Kaufman & Beghetto, 2009; DeHaan, 2009)

---

# Gli ingredienti della creatività

## ADEGUATEZZA + ORIGINALITÀ

Se ci sono regole, queste vanno seguite: forniranno le basi su cui potrà innestarsi la creatività.

*L'abilità di elaborare prodotti originali e di valore all'interno di particolari confini, dettati dal compito o dominio di riferimento (Barbot et al., 2015).*



Casa danzante, Praga

---

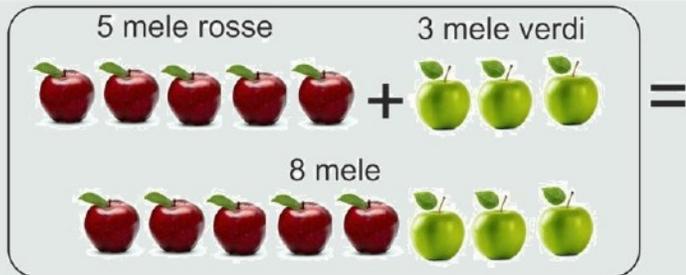
# E nella matematica?

---

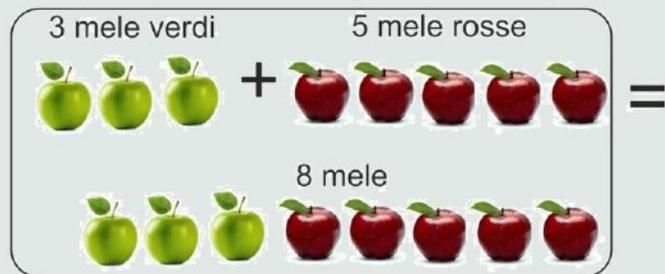
- La concezione ingenua della matematica pende verso il polo dell'adeguatezza. Difficilmente si riconosce e valorizza il ruolo dell'originalità.
  - Ma l'originalità si nasconde anche nella matematica: semplicemente, noi non la riconosciamo.
  - Riuscite a pensare a un'occasione in cui l'originalità vi ha assistito nella soluzione di un problema o nella comprensione di un concetto matematico?
-

# E nella matematica?

Una bambina di seconda elementare che impara la proprietà commutativa dell'addizione:

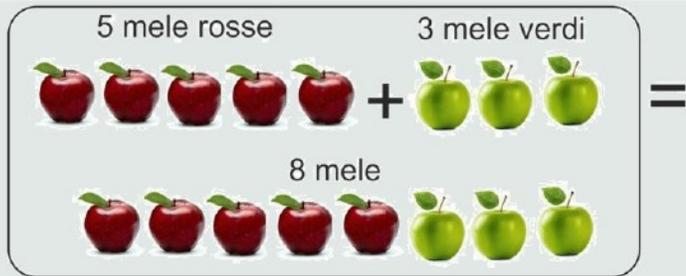


Ma scambio gli **addendi** e dico che la mamma ha comprato

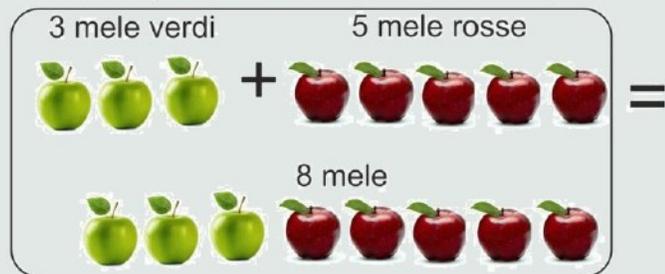


# E nella matematica?

Una bambina di seconda elementare che impara la proprietà commutativa dell'addizione:



Ma scambio gli **addendi** e dico che la mamma ha comprato



- Interiorizza un concetto matematico: **rappresentazione mentale** manipolabile;
- **Piccolo insight personale**, a tutti gli effetti 'nuovo', anche se non comporta avanzamenti per la disciplina;
- **Apprendimento vs Applicazione**: con la pratica, la seconda non richiederà creatività;

Nel mondo della scuola, creatività matematica è sinonimo di scoperta autonoma, impegno personale, appropriazione di un concetto.

# Non solo originalità

Scrivi più *strategie* possibili  
per svolgere l'operazione:

$$16 + 14$$



# Non solo originalità

Scrivi più *strategie* possibili per svolgere l'operazione:

$$16 + 14$$

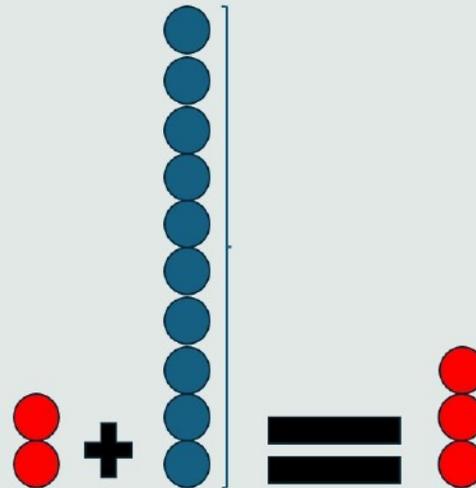
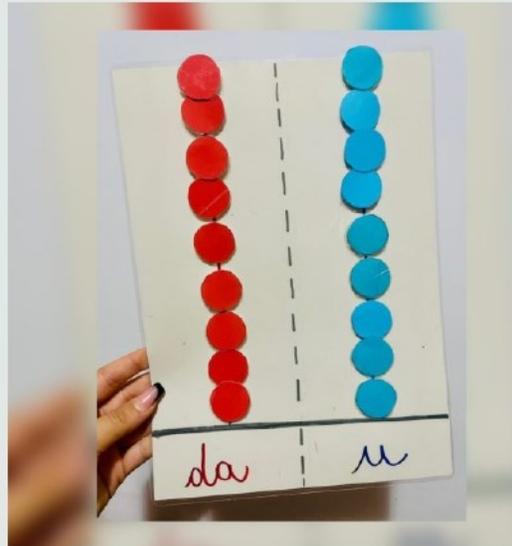
# FLUENZA

$$16 + 14 = (16 + 4) + 10 = 20 + 10 = 30$$

$$16 + 14 = 10 + 6 + 10 + 4 = 10 + 10 + 10 = 10 \times 3 = 30$$

$$16 + 14 = (16 - 1) + (14 + 1) = 15 + 15 = 30$$

$$16 + 14 = (8 + 7) \times 2 = 30$$



---

# Non solo originalità

---

*Un koala ha mangiato alcune foglie da tre rami di eucalipto. Ogni ramo aveva 20 foglie: il koala dal primo ramo ne ha mangiate alcune e dal secondo ramo ha mangiato tante foglie quante ne erano rimaste sul primo. Infine ha mangiato 2 foglie dal terzo ramo. Quante foglie in tutto sono rimaste sui tre rami?*

---

---

# Non solo originalità

---

*Un koala ha mangiato alcune foglie da tre rami di eucalipto. Ogni ramo aveva 20 foglie: il koala dal primo ramo ne ha mangiate alcune e dal secondo ramo ha mangiato tante foglie quante ne erano rimaste sul primo. Infine ha mangiato 2 foglie dal terzo ramo. Quante foglie in tutto sono rimaste sui tre rami?*

- Ci serve davvero sapere quante foglie il koala ha mangiato dal primo ramo e quante dal secondo?
  - Cosa succede se perseveriamo nel focalizzarci solo su questo?
-

---

# Non solo originalità

---

*Un koala ha mangiato alcune foglie da tre rami di eucalipto. Ogni ramo aveva 20 foglie: il koala dal primo ramo ne ha mangiate alcune e dal secondo ramo ha mangiato tante foglie quante ne erano rimaste sul primo. Infine ha mangiato 2 foglie dal terzo ramo. Quante foglie in tutto sono rimaste sui tre rami?*

- Ci serve davvero sapere quante foglie il koala ha mangiato dal primo ramo e quante dal secondo?
- Cosa succede se perseveriamo nel focalizzarci solo su questo?

# FLESSIBILITÀ

---

# Creatività come Processo

- Problema dell'*unità di misura* della creatività: cos'è creativo— il prodotto o il processo attraverso cui si perviene ad esso?
- **Ruolo degli errori**: flessibilità, perseveranza, miglioramento.
- **Rarità** dei prodotti eccezionalmente creativi vs **universalità** della creatività come processo.

(Barbot et al., 2015)

*I never once failed at making a light bulb. I just found out 99 ways not to make one.*

- Thomas A. Edison

# Pensiero Divergente e Convergente

Immaginiamo di dover scrivere un breve racconto di fantasia, che contenga le parole:



Cosa ci aiuta in questa situazione?



# Pensiero Divergente e Convergente

Immaginiamo di dover scrivere un breve racconto di fantasia, che contenga le parole:



Cosa ci aiuta in questa situazione?

- **Brainstorming:** raccolta di idee, più numerose/varie/inaspettate possibili;
- **Selezione:** opzione che rispetta il criterio di integrare le tre parole in un racconto coeso, unitario, sensato.

# Pensiero Divergente e Convergente

Immaginiamo di dover scrivere un breve racconto di fantasia, che contenga le parole:



Cosa ci aiuta in questa situazione?

- **Brainstorming:** raccolta di idee, più numerose/varie/inaspettate possibili;
- **Selezione:** opzione che rispetta il criterio di integrare le tre parole in un racconto coeso, unitario, sensato.

Possiamo immaginare il pensiero divergente e convergente come **due fasi**, entrambe necessarie, del processo creativo; oppure, come **due facce della stessa medaglia**, che rimandano costantemente l'una all'altra, non necessariamente ordinate in una sequenza stabile.

---

# Specificità di dominio

---

- **Creatività matematica**= combinazione di abilità

DOMINIO-SPECIFICHE	DOMINIO-GENERALI
Predittive nell'ambito matematico	Trasversali a diversi ambiti

- La creatività matematica è associata in misura maggiore alle **abilità matematiche**, rispetto che alla creatività generale.

(Schoevers et al., 2018)

---

# Valutazione

- Come valutereste la creatività dei bambini?
- Considerate le due dimensioni (generalità-specificità di dominio, pensiero divergente-convergente), immaginate una prova di creatività per ogni quadrante.

CREATIVITÀ GENERALE DIVERGENTE	CREATIVITÀ GENERALE CONVERGENTE
CREATIVITÀ MATEMATICA DIVERGENTE	CREATIVITÀ MATEMATICA CONVERGENTE

# Valutazione

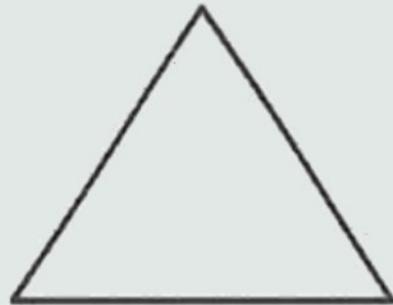
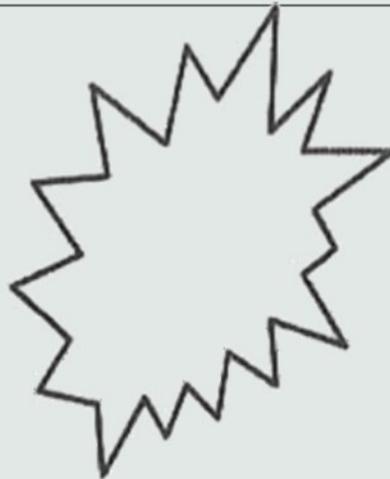
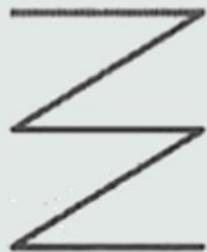
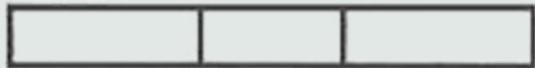
- Come valutereste la creatività dei bambini?
- Considerate le due dimensioni (generalità-specificità di dominio, pensiero divergente-convergente), immaginate una prova di creatività per ogni quadrante.

CREATIVITÀ GENERALE DIVERGENTE	CREATIVITÀ GENERALE CONVERGENTE  EPoC, sub-test grafico
CREATIVITÀ MATEMATICA DIVERGENTE  MCT	CREATIVITÀ MATEMATICA CONVERGENTE

---

# Creatività generale: EPoC

---



*«L'elefante che scende giù dal monte»*

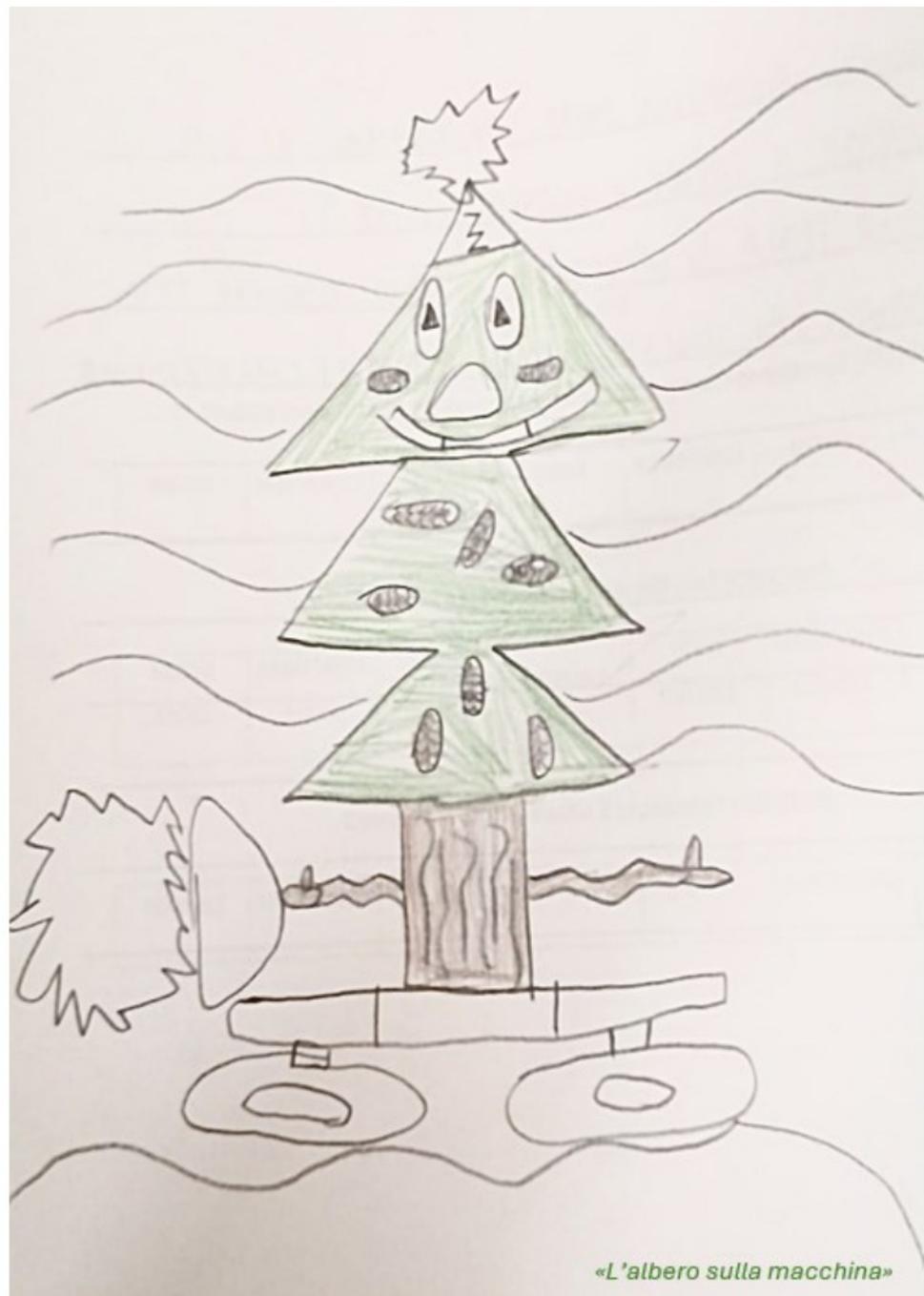




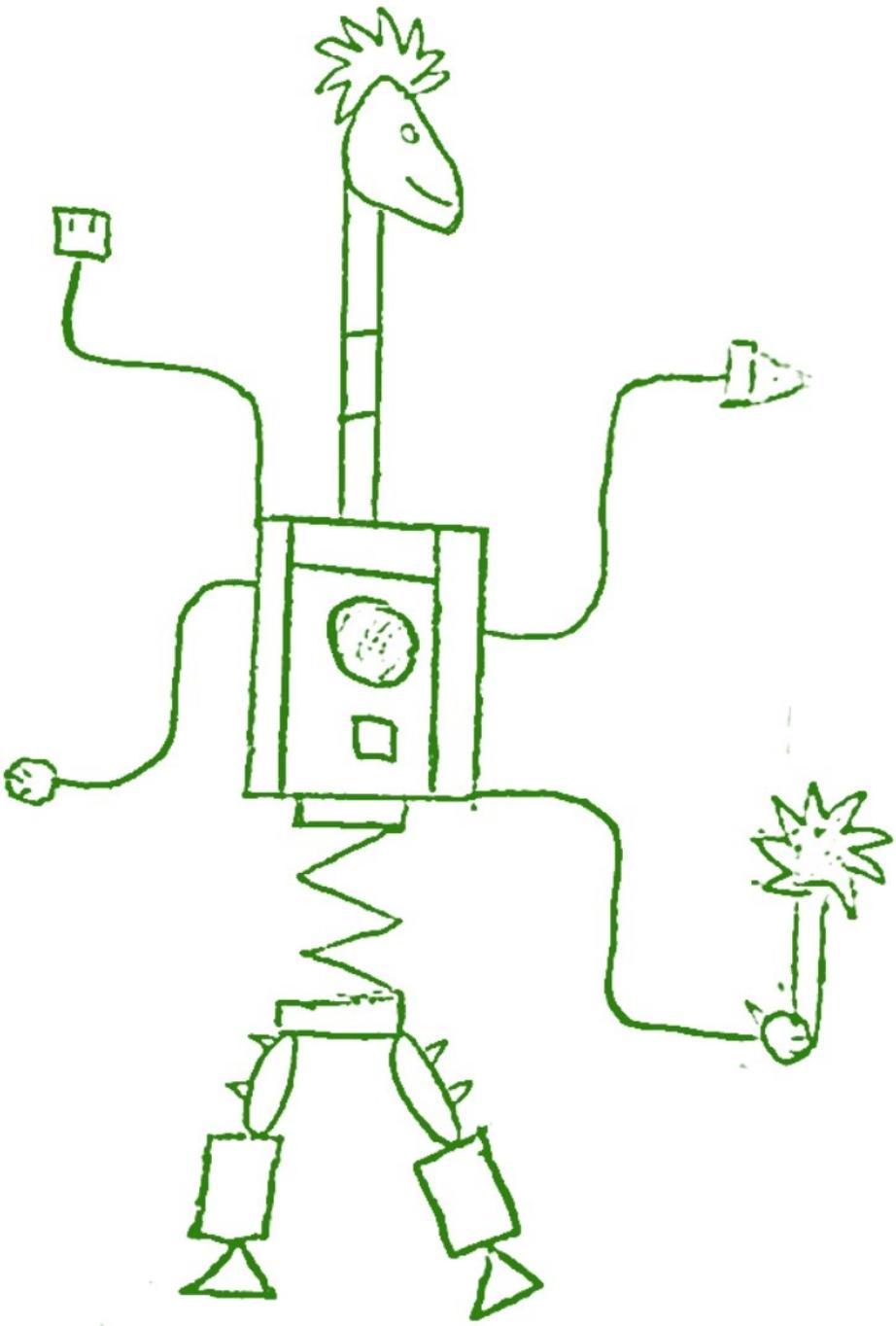
«Hunger Games»



«Nel vento»



«L'albero sulla macchina»

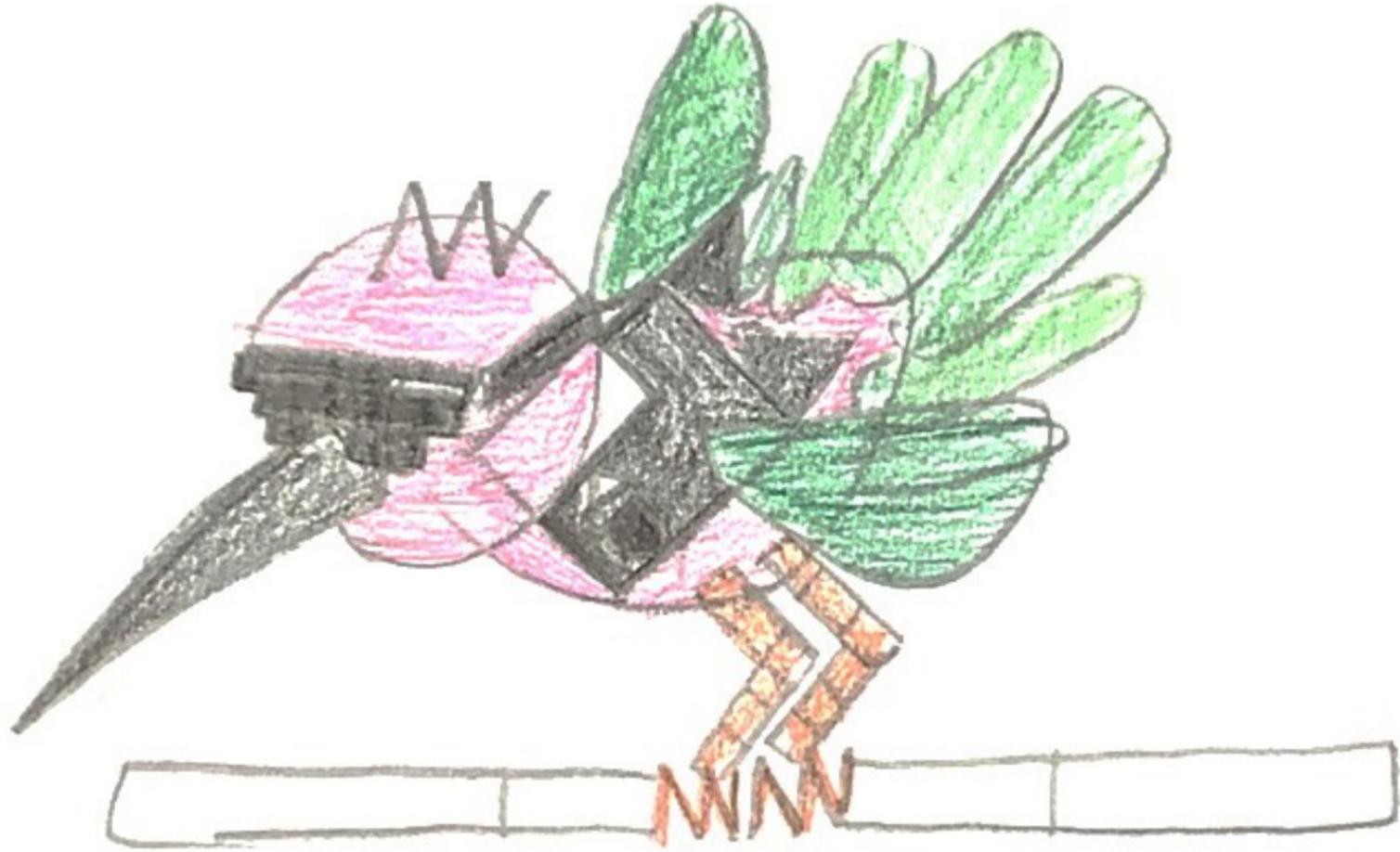


*«La lavatrice vivente»*





*«La speranza degli animali però l'umanità la toglie»*

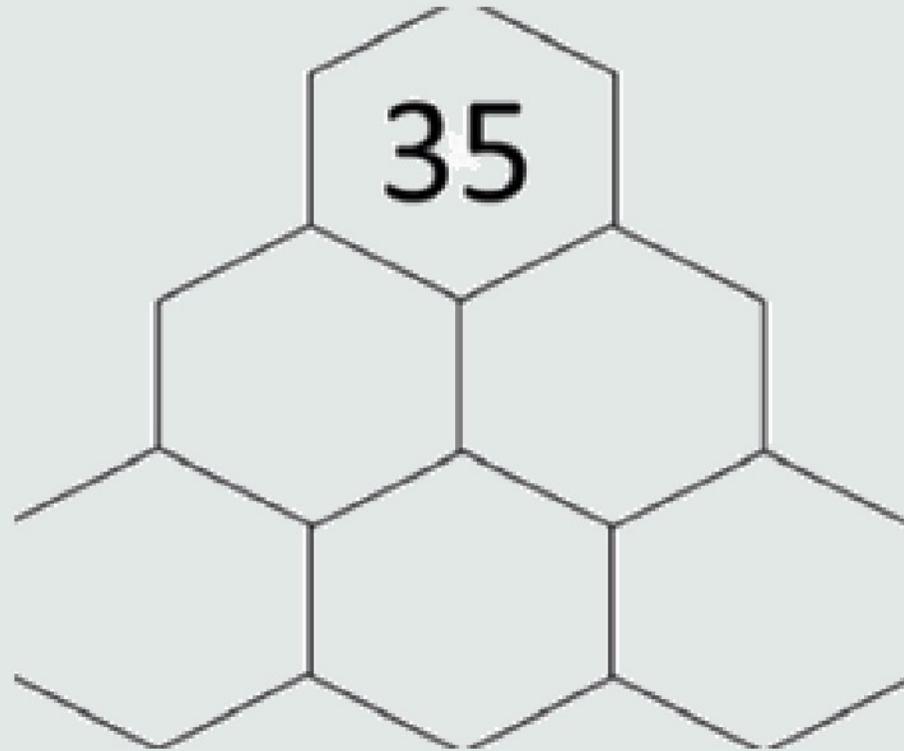


«Colibrì Gangster»

---

# Creatività matematica: MCT

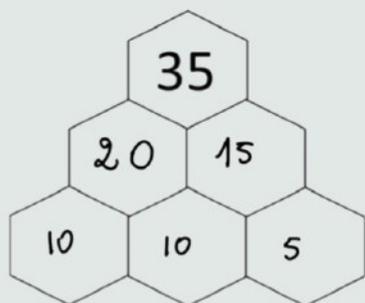
---



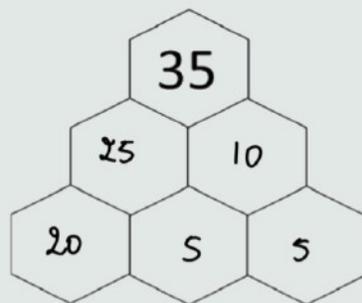
---

# Cosa impariamo dalle risposte più frequenti

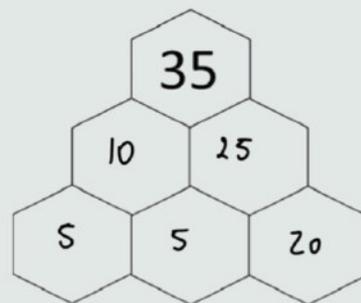
---



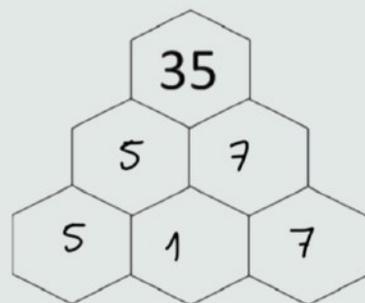
162 ripetizioni



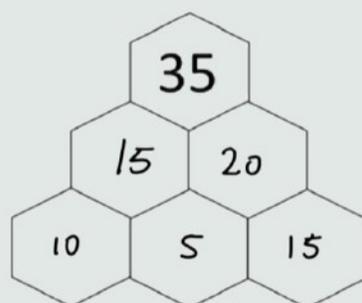
130 ripetizioni



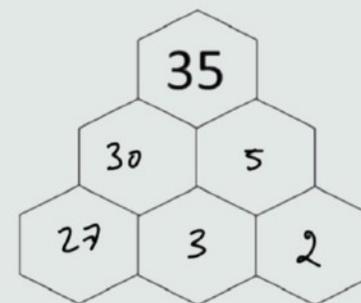
71 ripetizioni



52 ripetizioni



52 ripetizioni



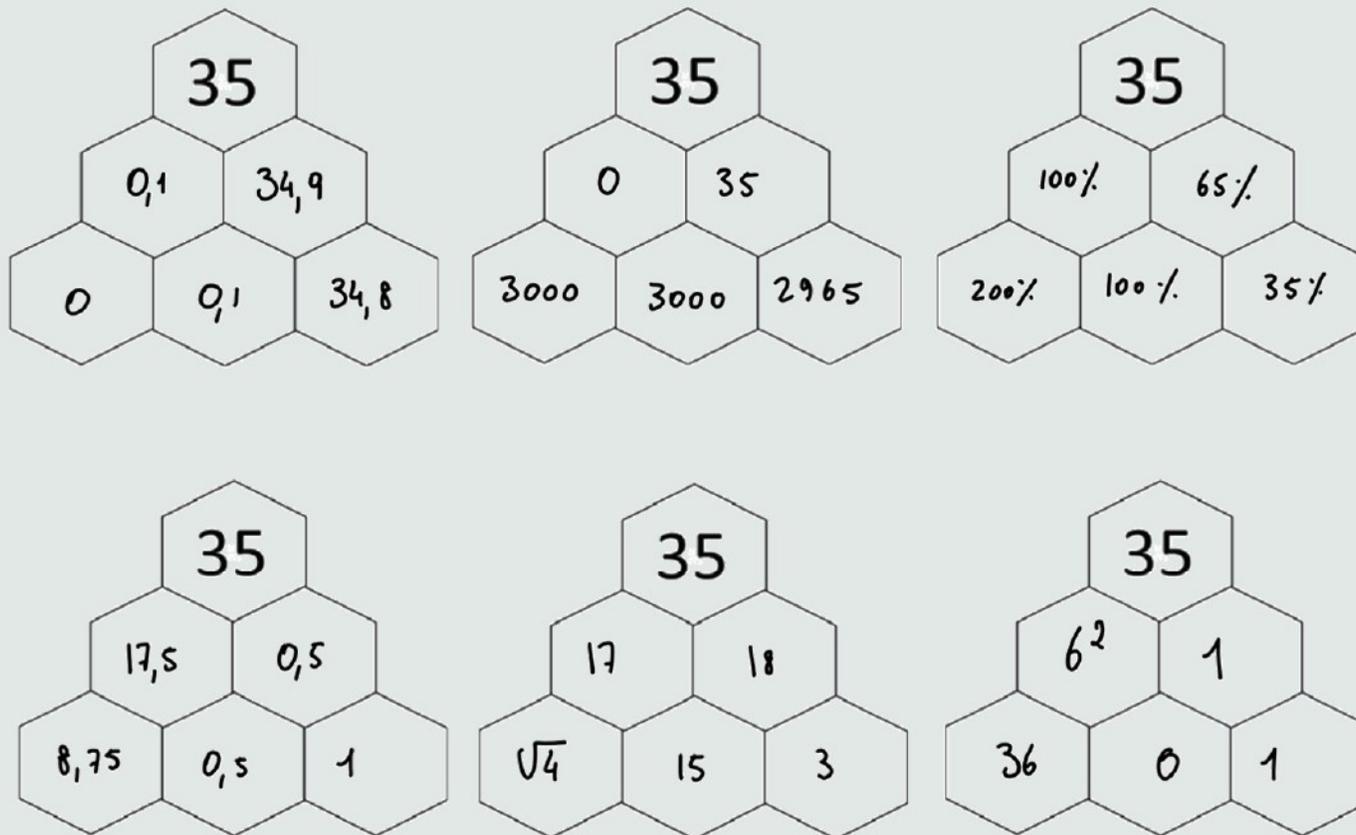
43 ripetizioni

---

---

...e da quelle più infrequenti

---



---

# La nostra ricerca

---

- **Obiettivo:** indagare il ruolo della creatività nella soluzione di problemi aritmetici di tipo verbale
  - sia dominio-generale, sia dominio-specifica;
  - in funzione del livello di complessità dei problemi.
- **Ipotesi:** la creatività è associata al problem-solving in misura maggiore, quanto più complessi i problemi.
- **Misure:**
  - VD: problemi, a tre livelli di complessità (consistenti, inconsistenti, complessi);
  - VI: intelligenza fluida, rappresentazione, ansia matematica, creatività generale, creatività matematica.

(Chae & Lee, 2015; De Vink et al., 2021; Kozlowski et al., 2019; Leikin & Sriraman, 2022; Lu & Kaiser, 2021)

---

---

# La nostra ricerca

---

- Risultati: **al netto di intelligenza fluida, abilità di rappresentazione e ansia matematica**
  - Nessun effetto della creatività nei problemi consistenti;
  - Effetto della creatività matematica nei problemi inconsistenti;
  - Effetto della creatività sia generale sia matematica nei problemi complessi.
- La creatività gioca un ruolo nel problem-solving, in misura maggiore nei problemi di maggiore complessità, che richiedono il coinvolgimento di aspetti di ordine superiore del ragionamento matematico, come **integrazione, flessibilità e innovazione**.

(Haylock, 1987; Khalid et al., 2020; Suherman et al., 2021)

---

---

# Problemi consistenti

---

Tabella 3. Modello misto lineare generalizzato con problemi consistenti come variabile outcome.

	<i>b</i>	<i>t</i>	<i>p</i>	IC 95% inferiore	IC 95% superiore
Intercetta	5.04	6.43	<b>.000</b>	3.493	6.576
Intelligenza fluida - Matrici di Raven	0.11	2.83	<b>.005</b>	0.033	0.185
Rappresentazione - WPR	0.11	2.32	<b>.021</b>	0.017	0.203
Ansia matematica - AMAS	-0.03	-1.52	.129	-0.062	0.008
Creatività generale - EPoC	0.04	0.44	.664	-0.137	0.215
Creatività matematica - MCT	0.05	0.25	.800	-0.338	0.438

Note: N = 332

---

---

# Problemi inconsistenti

---

**Tabella 4.** Modello misto lineare generalizzato con problemi inconsistenti come variabile outcome.

	<i>b</i>	<i>t</i>	<i>p</i>	CI 95% inferiore	CI 95% superiore
Intercetta	0.97	1.11	.269	-0.749	2.678
Intelligenza fluida - Matrici di Raven	0.15	3.35	<b>.001</b>	0.061	0.236
Rappresentazione - WPR	0.21	3.74	<b>.000</b>	0.101	0.325
Ansia matematica - AMAS	-0.09	-4.02	<b>.000</b>	-0.128	-0.044
Creatività generale - EPoC	0.09	0.81	.416	-0.125	0.302
Creatività matematica - MCT	0.56	2.34	<b>.020</b>	0.089	1.023

*Note:* N = 332

---

---

# Problemi complessi

---

**Tabella 5.** Modello misto lineare generalizzato con problemi complessi come variabile outcome.

	<i>b</i>	<i>t</i>	<i>p</i>	CI 95% inferiore	CI 95% superiore
Intercetta	2.46	3.43	<b>.001</b>	1.050	3.877
Intelligenza fluida - Matrici di Raven	0.18	4.03	<b>.000</b>	0.092	0.267
Rappresentazione - WPR	0.18	6.75	<b>.000</b>	0.129	0.236
Ansia matematica - AMAS	-0.06	-5.88	<b>.000</b>	-0.078	-0.039
Creatività generale - EPoC	0.20	2.14	<b>.033</b>	0.016	0.379
Creatività matematica - MCT	0.33	2.20	<b>.028</b>	0.035	0.623

*Note:* N = 326

---

---

# Creatività e Problemi

---

- Idea comune: i problemi aritmetici verbali sono risolvibili attraverso una **strategia riproduttiva** (mera applicazione di algoritmi).

## TUTTAVIA

- Creatività =
  - **Disancorarsi** dal significato linguistico del termine di relazione, evitare **fissazione**;
  - **Problematizzare un compito standard**;
  - Fornire **strategie alternative o compensatorie**

(Hegarty et al., 1995; Lubin et al., 2013; Passolunghi et al., 2022; Pehkonen, 1997)

---

# Potenziamento



## Ricapitolando

- la creatività sostiene il problem-solving;
- in particolar modo, dei problemi più complessi.

# Potenziamento



Che tipo di attività proporreste per allenare all'utilizzo della creatività in ambito matematico?



Vi aspettereste effetti di **far-transfer**, ovvero miglioramenti non solo nei livelli di creatività, ma anche nelle abilità matematiche?

---

# Pratiche efficaci

---

- Apprendimento **problem-based**;
- **Good problems**: rappresentazioni ricche, esperienze di flusso, collaborazione;
- Problemi con **soluzioni multiple**: pensiero divergente, focus dal prodotto al processo;
- **Inquiry-based teaching**: domande metacognitive, premiare la partecipazione al di là della correttezza matematica, esporre al ragionamento dei pari;
- Evitare critiche, pressione a conformarsi, competizione;
- Rovesciamento dell'approccio **trasmissivo-riproduttivo**.

(Barbot et al., 2015; DeHaan, 2009; Michalsky & Cohen, 2021; Liljedal, 2017; Wang et al., 2023)

---

---

# Implicazioni educative

---

Clima scolastico orientato alla matematica creativa:

- Metodi di insegnamento che incoraggiano la creatività sono anche efficaci per potenziare il problem-solving;
- Tuttavia, ciò viene raramente trasposto nelle pratiche educative.
- ✓ Ricerca proattiva di strategie innovative e personalizzate
- ✓ Difficoltà di calcolo e di logica: 'bypassare' l'ostacolo legato agli aspetti 'routinari' del compito

(Khalid et al., 2020; Tambychik & Meerah, 2010)

---

---

# Prospettive future

---

- Inclusione di test di creatività generale divergente/convergente e matematica divergente/convergente, per un **confronto più sistematico** dei loro contributi;
- **Funzioni Esecutive**: ruolo sia nella matematica, sia nella creatività
  - Aggiornamento: correlazioni positive con le abilità matematiche e la creatività dominio-generale;
  - Inibizione, shifting: correlazione positiva con la creatività matematica.

(De Vink et al., 2023; Kroesbergen & Schoevers, 2017; Stolte et al., 2020)

---