Esercizi di Inferenza Statistica

a.a. 2024 − 2025

15 - 10 - 2024

1. Si consideri la variabile aleatoria X, la cui funzione di densità è data da

$$f(x) = ce^{-\frac{1}{8}x}\mathbb{1}_{\{x\geq 0\}} = \begin{cases} ce^{-\frac{1}{8}x} & \text{se} \quad x \geq 0 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

   a. Si ottenga il valore di c tale per cui $f(x)$ è la funzione di densità della v.a. X;
   b. Si ottenga la funzione di ripartizione;
   c. Si calcolino il valore atteso, la varianza e la funzione generatrice dei momenti;
   d. Si ottengano $P(X \leq 1)$ e il 75-esimo percentile della distribuzione;
   e. Si calcoli $P(X > 5|X > 3)$.

2. La distribuzione normale potrebbe essere appropriata per descrivere il peso degli individui nella popolazione. Per una certa popolazione si può assumere che essa abbia media 80 (kg) e varianza 64 (kg^2).

   a. Si calcoli la probabilità che un individuo abbia un peso superiore a 90kg e la probabilità che una persona abbia peso compresa tra 70 kg e 90kg;
   b. Si ottengano i quantili di ordine 0.05 e 0.95 della distribuzione.

3. Le variabili aleatorie X e Y hanno distribuzione normale di media μ_X e μ_Y, rispettivamente, e varianza σ^2

   a. Sapendo che X e Y sono indipendenti e $P(X+Y \leq -11) = 0.5$ e $P(X-Y \leq -1) = 0.5$, si ottengano μ_X e μ_Y e la mediana di $\frac{2}{3}X + 3Y$;
   b. Sapendo che la correlazione è pari a 0.5 ed è noto che $P(X - Y > 1) = 0.36$, quanto vale σ^2 se $\mu_X = \mu_Y$?

4. Sia $U \sim \mathcal{R}(0, 1)$ e $Y = \frac{1}{\lambda}\ln(1/U)$.

   a. Dimostrare che $Y \sim \text{Esp}(\lambda)$;
   b. Inversamente, sia $X \sim \text{Esp}(\lambda)$ e $Z = F_X(X)$. Si mostri che $Z \sim \mathcal{R}(0, 1)$.