

LA SEZIONE AUREA

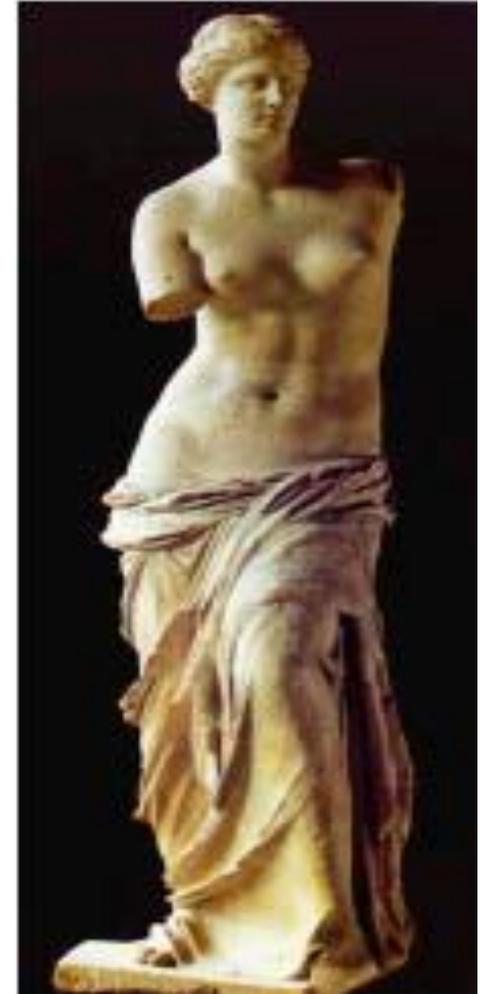
IL NUMERO D'ORO DELLA DIVINA PROPORZIONE

Il numero d'oro che è in noi

Se siete alti 1 metro e 62 centimetri e il vostro ombelico è a un metro d'altezza da terra, allora le proporzioni del vostro corpo sono perfette. In ogni caso provate a dividere la misura della vostra altezza per quella del vostro ombelico: tanto più il risultato è vicino a 1,62, tanto più le proporzioni del vostro corpo sono conformi ai canoni classici della bellezza greca. Questo non è che un gioco; ma da secoli, dietro l'idea di armonia e di perfezione, nella natura come nell'arte, si può trovare un numero il cui valore non è esprimibile in cifre decimali se non in forma approssimata: 1,618033...

Si tratta infatti di un numero irrazionale ed è, con "pi greco", il più celebre fra i numeri di questa specie. E' il numero d'oro, che all'inizio del secolo scorso, il matematico americano Mark Barr propose di indicare con la lettera greca "*phi*", dall'iniziale di Fidìa, il grande scultore greco che lo ebbe presente nel realizzare le sue sculture e nella costruzione del Partenone. Il valore esatto, come vedremo, è

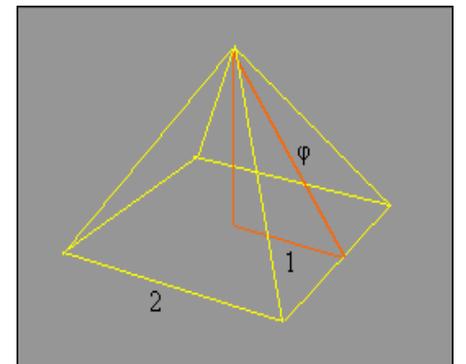
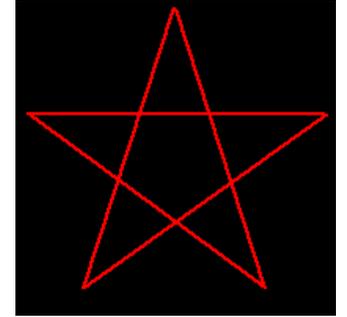
$$\phi = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{5})$$



Le origini

La scoperta del numero d'oro è sicuramente molto anteriore alla civiltà greca: una scoperta "empirica", avvenuta probabilmente nella preistoria, quando l'uomo iniziò a tracciare un cerchio, cercando poi di dividerlo in parti uguali. Forse è questa l'origine del numero d'oro: dalla divisione del cerchio in cinque parti uguali, alla conseguente costruzione del pentagono regolare e del pentagono stellato, simbolo dei pitagorici. se calcoliamo il rapporto fra il lato del pentagono stellato e il lato del pentagono regolare, otteniamo proprio il numero d'oro, *phi*.

Senza la conoscenza di questo numero, o piuttosto delle figure geometriche collegate al numero d'oro, non si spiegherebbe la sua presenza in tanti monumenti ed opere d'arte anteriori alla civiltà greca. Ad esempio, nei diversi rapporti tra le misure della piramide di Cheope, nella quale non solo il rapporto fra l'apotema e metà del lato di base è uguale a *phi*, ma è possibile tracciare, attraverso la piramide, un quadrato esoterico fondato proprio sul numero d'oro, descritto da Erodoto, al quale venne rivelato dai sacerdoti egizi.



LA STORIA

Spetta ai greci, comunque, la scoperta e la trattazione di questo numero. Sicuramente, oltre alla radice di 2 (il rapporto fra diagonale e lato di un quadrato), è stato probabilmente il numero d'oro a porre i greci di fronte ai numeri irrazionali, aprendo così la strada verso il concetto di infinito. Pur essendosi occupati di lui illustri matematici come Talete e Pitagora, è stato Euclide a darne una prima rigorosa definizione matematica, scritta, nei suoi Elementi. Lo presenta nel VI Libro, come terza definizione, semplicemente come un numero che nasce dal suo studio dei pentagoni e dei decagoni.

La celebre versione di Tartaglia, del 1569, la presenta nel seguente modo: *”una linea si dice esser diuisa seconda la proportione hauente il mezzo e duoi estremi quando che egliè quella medesima proportione di tutta la linea alla sua maggiore sectione che è della maggior sectione alla minore”*. Riportato nell’italiano moderno il testo dice: **”Si dice che una retta è divisa in media e estrema ragione quando la lunghezza della linea totale sta a quella della parte maggiore come quella della parte maggiore sta a quella della minore”**.



LA STORIA

L'antico numero aureo , così geometrico, si ritrovò, secoli dopo, come risultato di alcune frazioni nate da una successione puramente aritmetica. L'artefice del connubio fu il più grande matematico del Medioevo, Leonardo Pisano, detto Fibonacci (che vuol dire "figlio di Bonacci") . L'opera più nota di Fibonacci è il "Liber Abaci", pubblicato nel 1202. A questo matematico è legata una successione numerica che inizia con i valori 1 e 1, a partire dai quali ogni nuovo termine viene generato dalla somma dei due precedenti. I primi quindici numeri di questa serie infinita sono:

1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89,144,233,377,610.

Si può osservare che il quoziente tra un termine qualsiasi della successione e il suo precedente si approssima a Φ sempre più.

LA STORIA

Il trionfo del numero d'oro avverrà nel Cinquecento, con un interesse, fra matematici e artisti, che perdura ancora oggi. E' Luca Pacioli, il frate matematico amico di Leonardo da Vinci e suo consulente per la matematica, a dedicare uno dei più noti trattati alla "secretissima scienza" del numero d'oro, come si era sviluppata nei secoli, dal tempo dei pitagorici fino al Rinascimento. In questa sua opera, pubblicata nel 1509, dal titolo significativo, **De Divina Proportione**, Pacioli indaga su ogni possibile applicazione del numero d'oro in tutti i campi: *Philosophia, Perspectiva, Pictura, Sculptura, Architectura, Musica et altre Matematiche*. I disegni del suo libro sono opera di Leonardo Da Vinci.



Jacopo de' Barbari, Ritratto di Fra' Luca Pacioli, 1495.

In quest'opera compare in vari modi il numero d'oro. Alle sue spalle, ad esempio, si trova un dodecaedro pentagonale, inoltre pollice e indice della mano sinistra formano un rettangolo aureo, cioè il rapporto delle due dimensioni è il numero d'oro

Il nome

Per quanto riguarda il nome di questo importante numero, dobbiamo ancora dire che numero d'oro è un termine moderno. Presso i greci, come abbiamo detto, non aveva un nome particolare, mentre Luca Pacioli impiegò il termine *divina proportione* e Keplero *sectio divina*. Fu Leonardo infine a utilizzare il termine *sectia aurea, sezione aurea*.

LA GEOMETRIA

Definizione: dato il segmento AB si chiama sezione aurea di AB il segmento medio proporzionale tra l'intero segmento e la parte rimanente.

In figura indichiamo con C il punto che divide il segmento AB nelle due parti richieste



Dev'essere:

$$AB : AC = AC : CB$$

Il numero d'oro corrisponde alla radice positiva dell'equazione

$$\Phi^2 - \Phi - 1 = 0$$

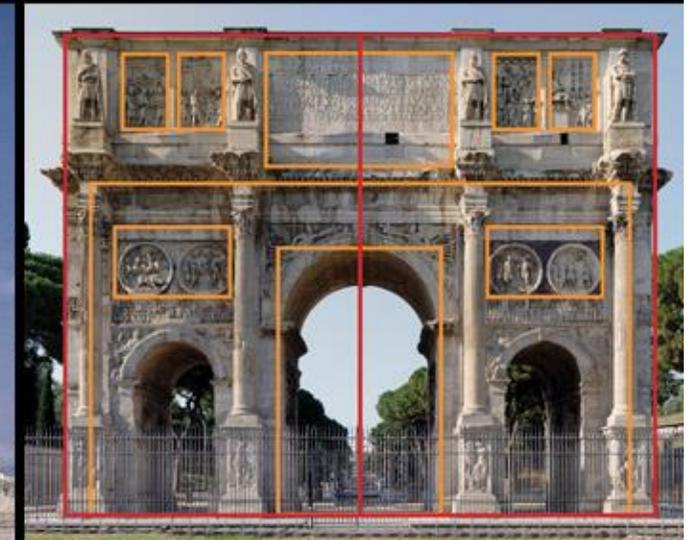
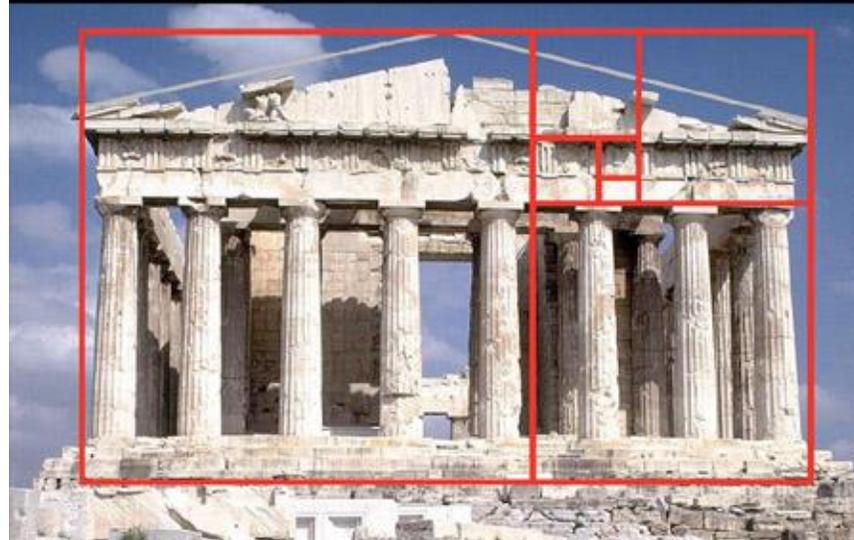
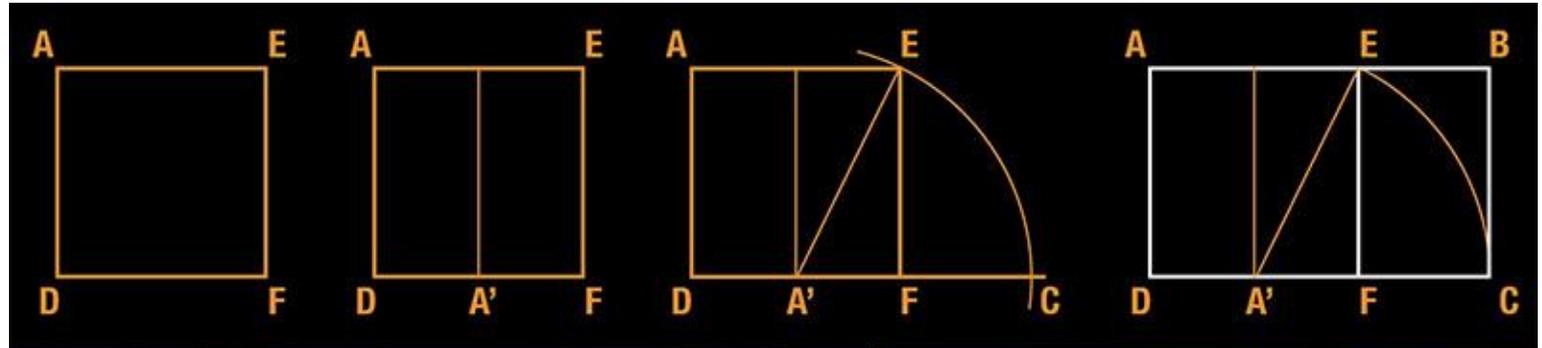
risulta $\Phi = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{5})$

Si può facilmente verificare che:

$$1/\Phi = \Phi - 1$$

$$\Phi^2 = \Phi + 1$$

Il rettangolo aureo



*La spirale
logaritmica*

