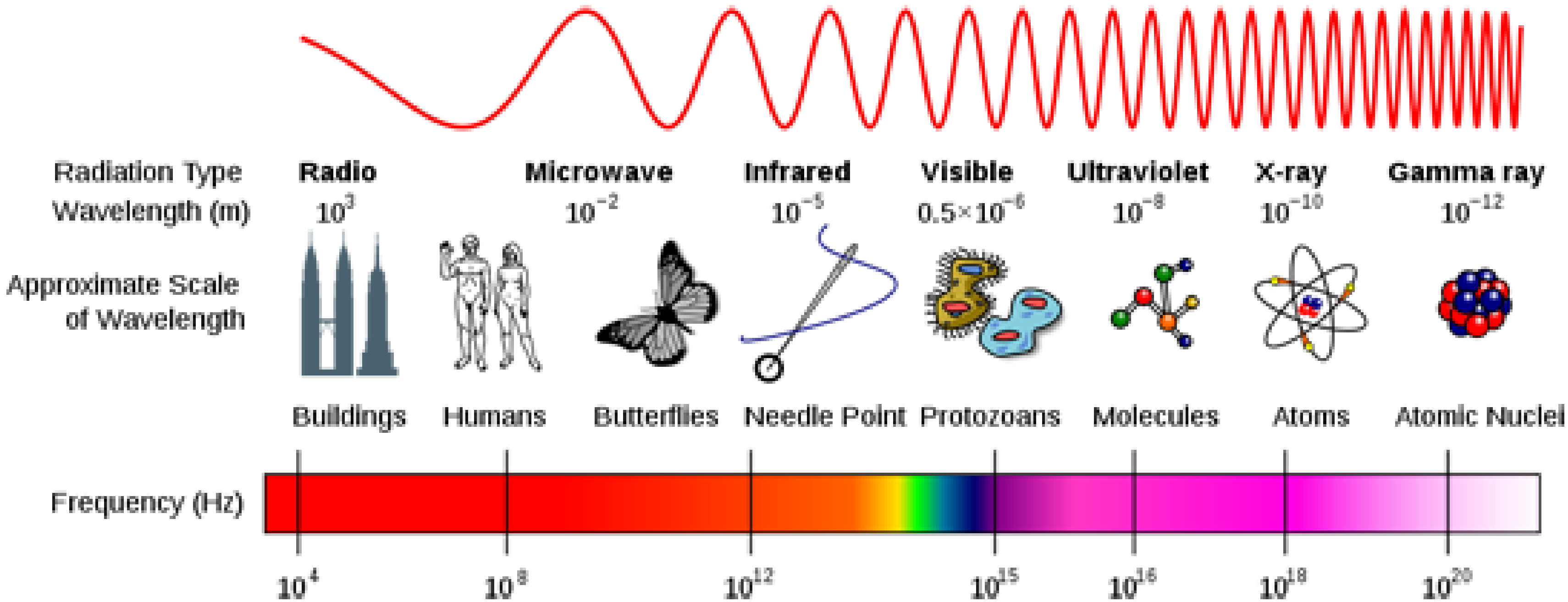

Radiation Type
Wavelength (m)
Radio
10^3
Microwave
10^{-2}
Infrared
10^{-5}
Visible
0.5×10^{-6}
Ultraviolet
10^{-8}
X-ray
10^{-10}
Gamma ray
10^{-12}
Approximate Scale of Wavelength
Buildings
Humans
Butterflies
Needle Point
Protozoans
Molecules
Atoms
Atomic Nuclei
Frequency (Hz)
10^4
10^8
10^{12}
10^{15}
10^{16}
10^{18}
10^{20}

Why do certain buildings fall in earthquakes?

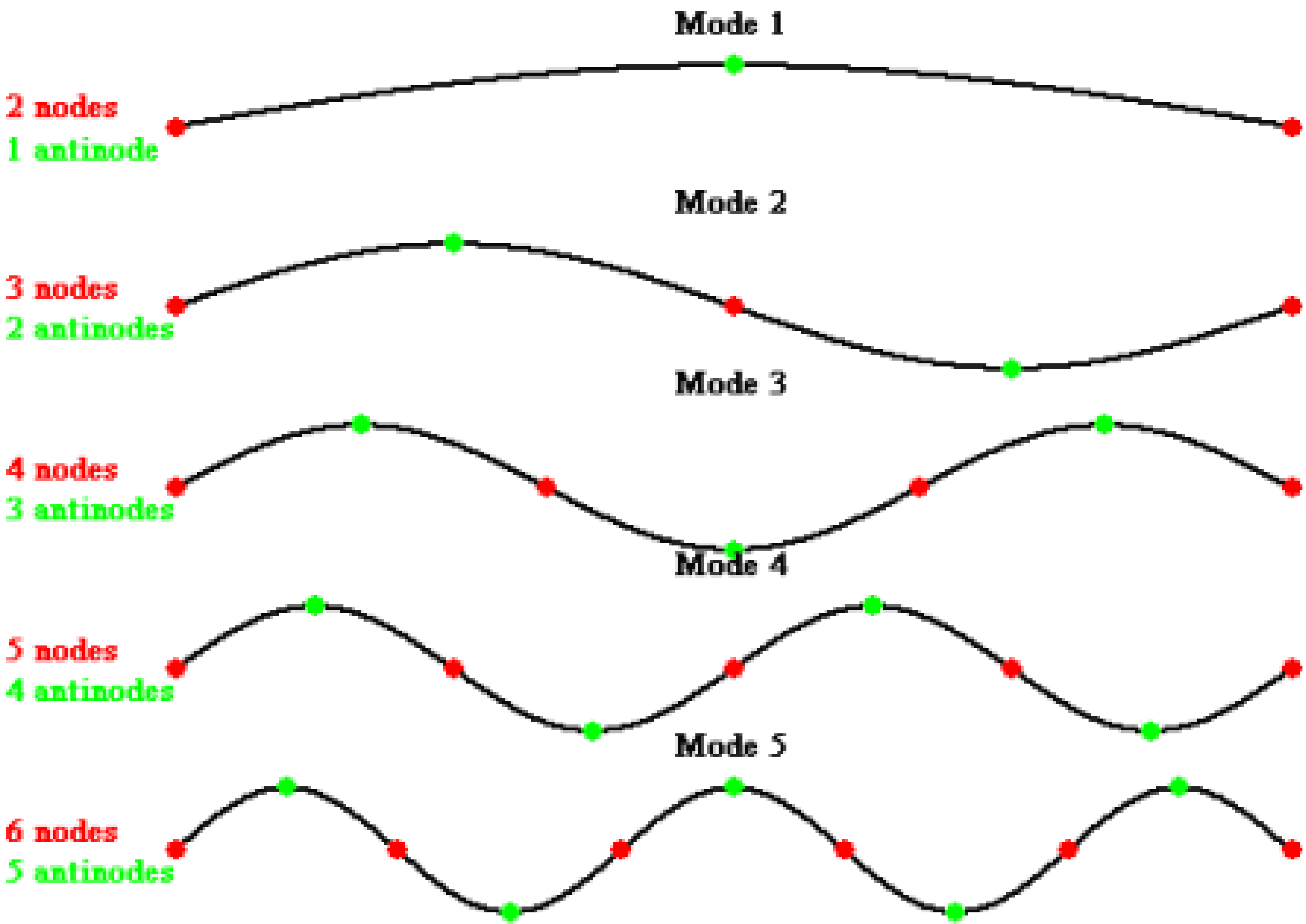
Using *analogies* to understand *resonant frequency**

*Natural frequency of vibration determined by the physical parameters of the vibrating object.

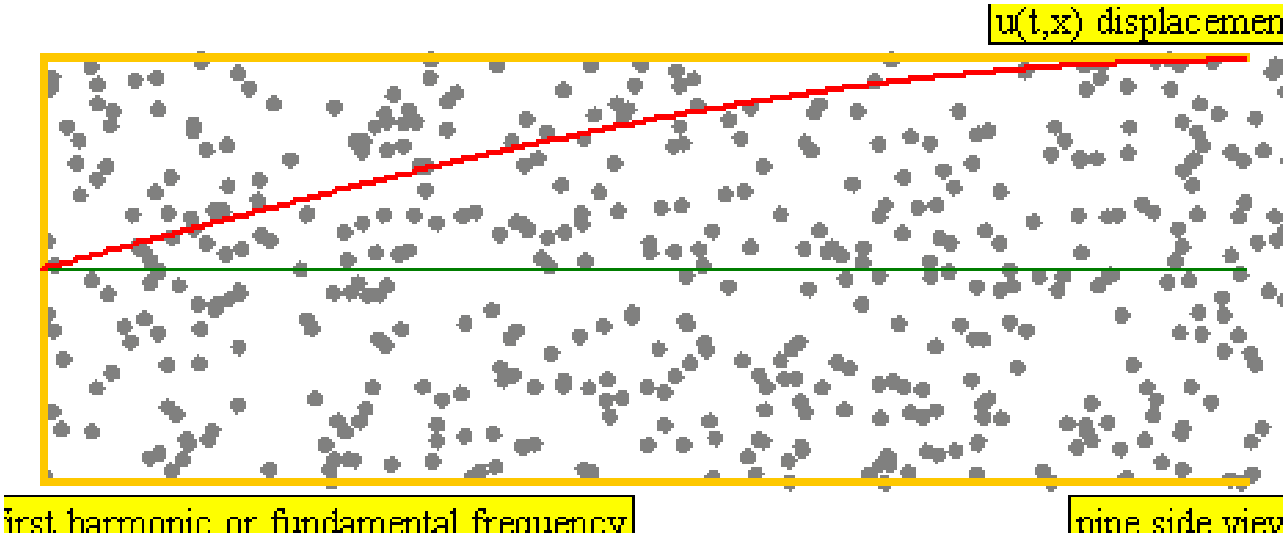
IRIS

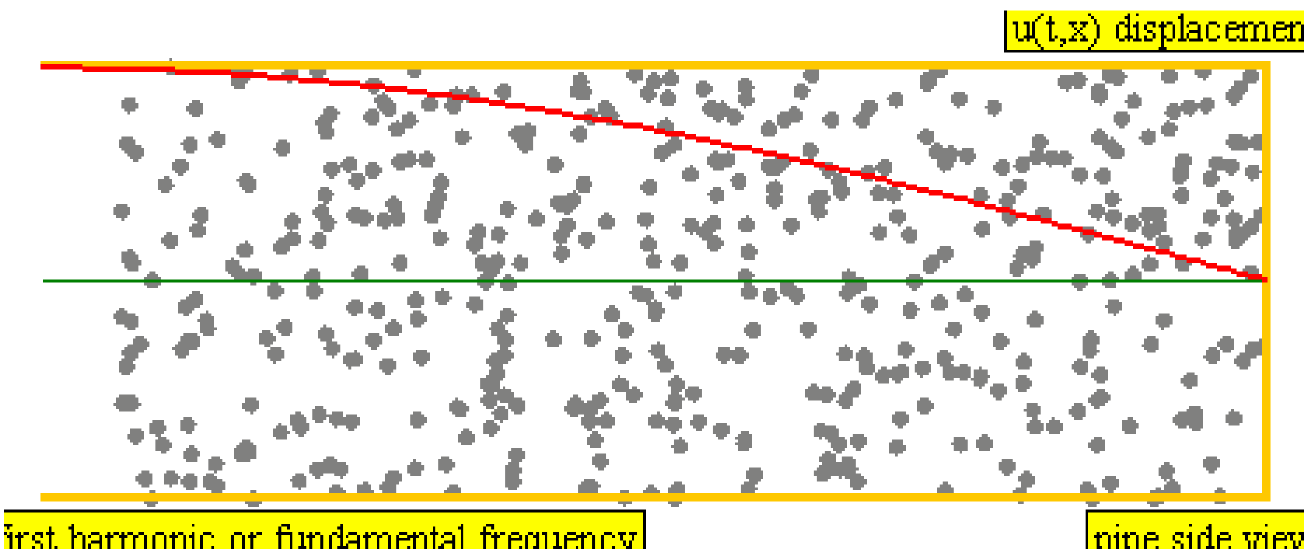
Classroom demo at end of this animation

NSF

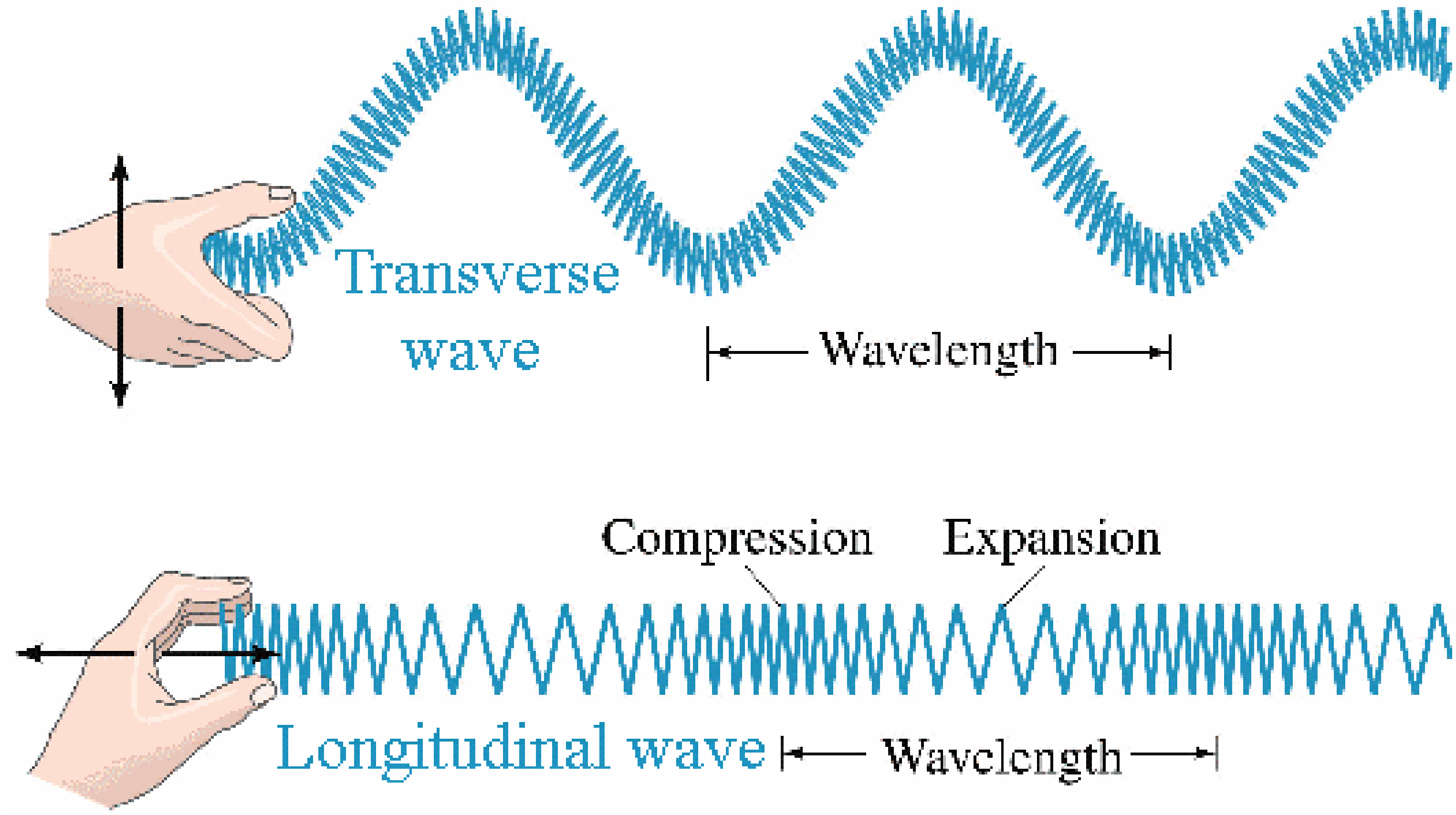

Mode 1
2 nodes
1 antinode
Mode 2
3 nodes
2 antinodes
Mode 3
4 nodes
3 antinodes
Mode 4
5 nodes
4 antinodes
Mode 5
6 nodes
5 antinodes

isvr


u(t,x) displacemen
irst harmonic or fundamental frequency
pipe side view

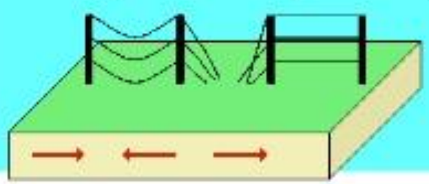

u(t,x) displacemen
irst harmonic or fundamental frequency
pipe side view

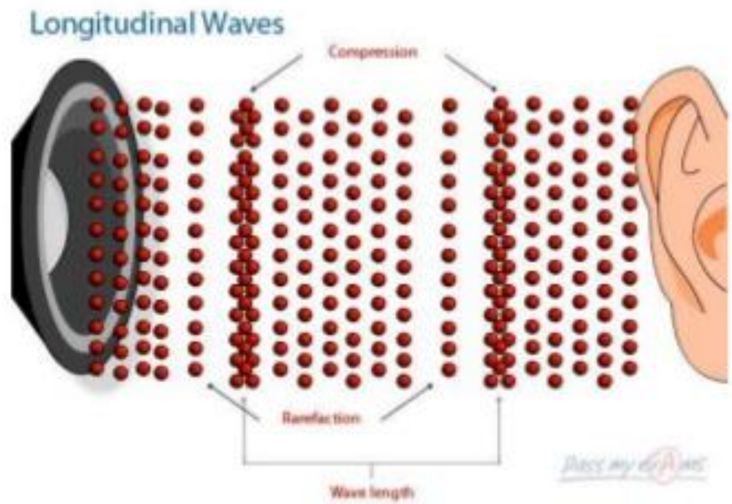
http://scienceprimer.com/embed/waveType.min.html

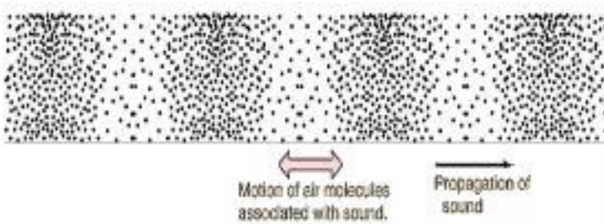

Transverse wave
Wavelength
Compression
Expansion
Longitudinal wave
Wavelength

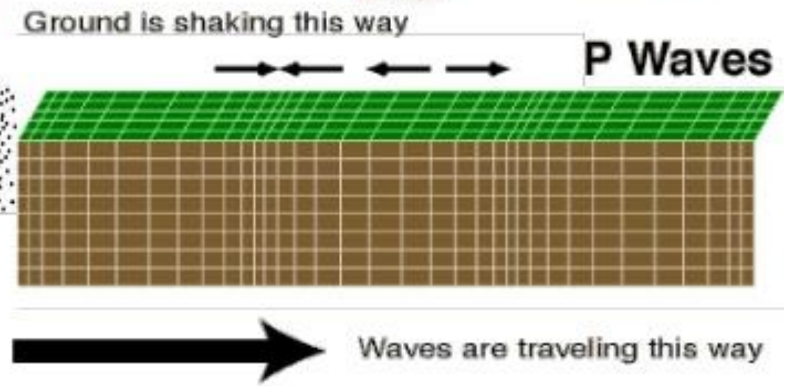
Longitudinal waves

- **Examples?**
  - Sound waves
  - P waves (earthquake)

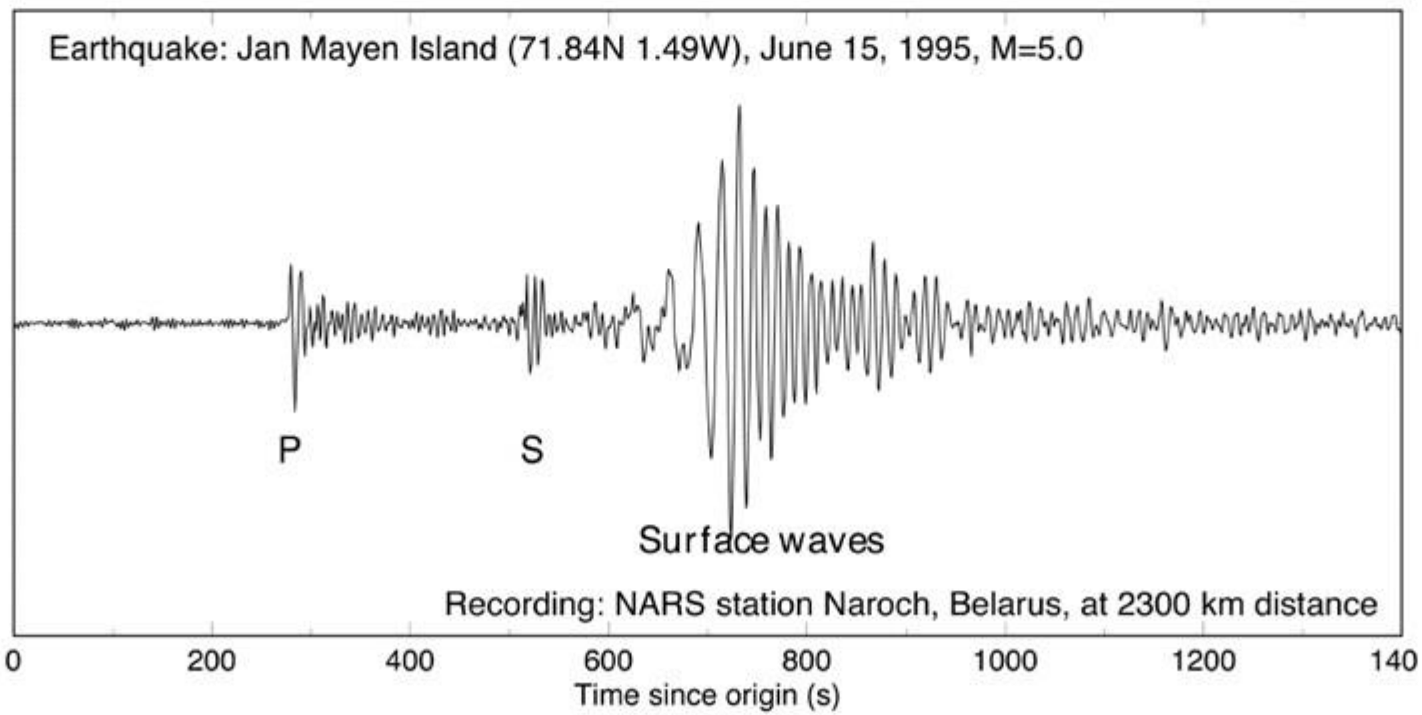




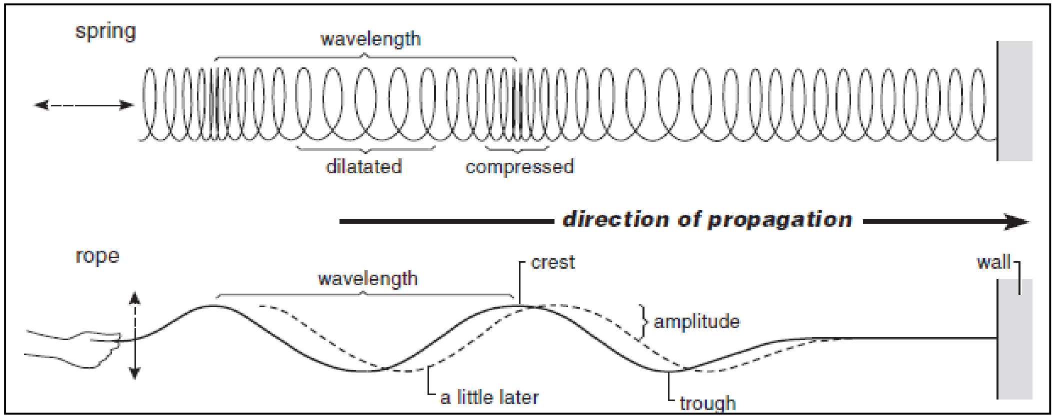




Seismograms

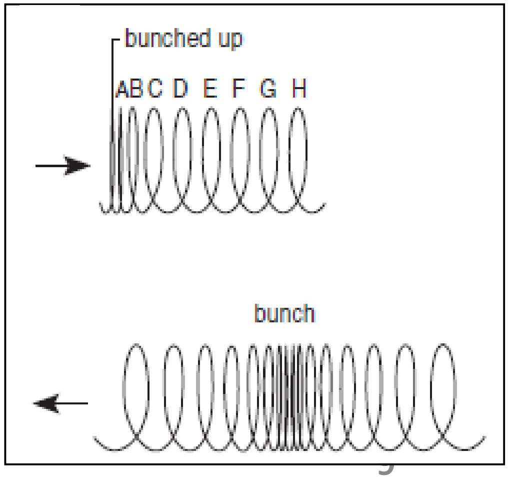


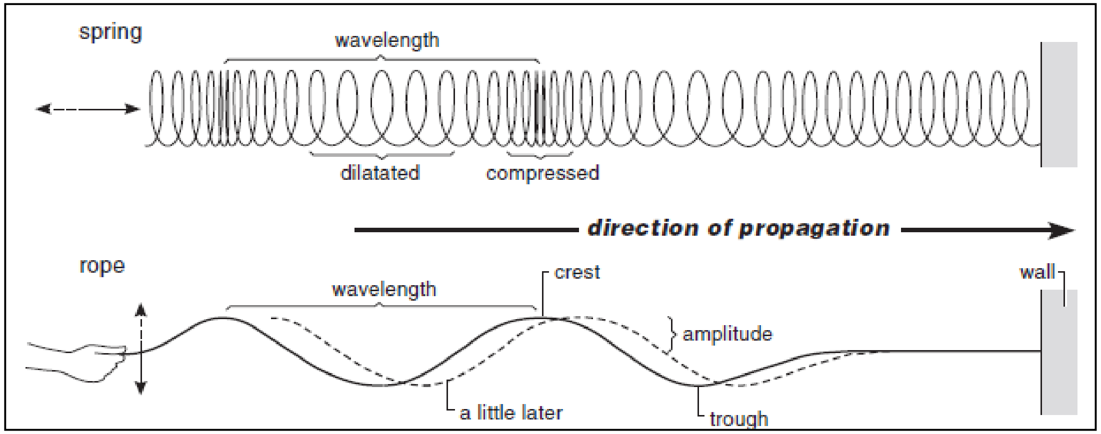
• Un esempio di onda è l'onda dell'acqua, ma lo sono anche le onde prodotte scuotendo una corda attaccata alla sua estremità, o spingendo dentro e fuori una lunga molla. Se l'estremità viene mossa ritmicamente, una serie di perturbazioni viaggia lungo la corda o la molla: la figura le mostra prima che le perturbazioni abbiano raggiunto l'estremità più lontana



• Consideriamo la molla. Quando viene tenuta tesa ma ferma, le spire saranno equidistanti perché la tensione della molla su ogni giro è la stessa da entrambi i lati.

• Una spinta ritmica verso l'interno e l'esterno dell'estremità della molla produce una serie regolare di compressioni e dilatazioni che si muovono lungo il percorso, formando delle onde. Anche se le onde si spostano, la molla non lo fa: ogni giro oscilla solo intorno alla sua posizione stazionaria. Allo stesso modo, l'acqua non viene spostata dalle onde, ed è per questo che non è possibile spingere una palla attraverso uno stagno generando onde dietro di essa gettandovi delle pietre.

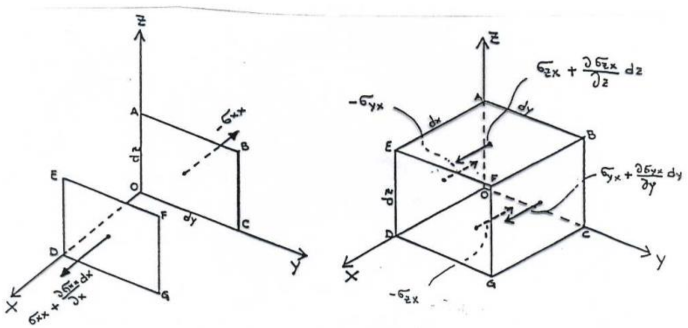




• La lunghezza d'onda,, λ, is è la lunghezza di ripetizione, opportunamente misurata tra creste o compressioni successive.
• L'ampiezza, a, è lo spostamento massimo dalla posizione stazionaria.
•Le onde viaggiano a una certa velocità chiamata, in sismologia, velocità sismica, v (una velocità dovrebbe specificare la direzione di propagazione oltre alla sua velocità, ma questo aspetto viene spesso trascurato in sismologia).
• Il numero di creste o compressioni che passano per un punto fisso della corda, della molla e così via, in un secondo è la frequenza, f, misurata in Hz (oscillazioni, o cicli, in Hertz al secondo).
• In un secondo, f creste d'onda, ciascuna distante λ metri, passeranno davanti a un punto; e quando l'ultima sarà passata, la prima avrà percorso una distanza pari a f volte λ metri. La velocità è la distanza percorsa in un secondo:

$$v = f \cdot \lambda \qquad [Eq\ 1]$$

Considerando l'equilibrio di un parallelepipedo per traslazioni abbiamo visto che la risultante delle forze elastiche agenti lungo l'asse x (e analogamente lungo y e z) è:



$$\left(\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y}+\frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z}\right)dxdydz$$

Usando la legge di Newton: **F=ma** otteniamo:

$$\left(\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y}+\frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z}\right)dxdydz=\rho dxdydz\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

Con ρ la densità del parallelepipedo e u la componente lungo x dello spostamento. Assumiamo che le altre forze (gravità) non varino apprezzabilmente attraverso il parallelepipedo. L'equazione si semplifica esprimendo gli sforzi in termini di deformazioni e le deformazioni in termini di spostamento:

$$\sigma_{ij}=\lambda\theta\delta_{ij}+2\mu e_{ij}$$ Legge di Hooke

$$e_{ii}=\frac{\partial u_i}{\partial x_i}$$ Deformazioni normali

$$e_{ji}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i}+\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right)$$ Deformazioni di taglio

$$\rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda\Delta+2\mu e_{xx}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(2\mu e_{yx}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(2\mu e_{zx}\right)$$

$$\rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda\Delta+2\mu\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left[\mu\left(\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial z}\left[\mu\left(\frac{\partial w}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial z}\right)\right]$$

$$\rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda\Delta+2\mu\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left[\mu\left(\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial z}\left[\mu\left(\frac{\partial w}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial z}\right)\right]$$

Assumendo uno spazio omogeneo, cioè μ e λ costanti nello spazio:

$$\rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\lambda\frac{\partial\Delta}{\partial x}+2\mu\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\mu\frac{\partial^2 v}{\partial x\partial y}+\mu\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial z}+\mu\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}=$$

$$=\lambda\frac{\partial\Delta}{\partial x}+\mu\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right)+\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)=$$

$$=(\lambda+\mu)\frac{\partial\Delta}{\partial x}+\mu\nabla^2 u$$

Analogamente le componenti delle forze lungo y e z porteranno alle equazioni per v e w:

$$\rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=(\lambda+\mu)\frac{\partial\Delta}{\partial x}+\mu\nabla^2 u$$

$$\rho\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}=(\lambda+\mu)\frac{\partial\Delta}{\partial y}+\mu\nabla^2 v$$

$$\rho\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=(\lambda+\mu)\frac{\partial\Delta}{\partial z}+\mu\nabla^2 w$$

Usando la notazione tensoriale o vettoriale

$$\rho\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}=(\lambda+\mu)\frac{\partial\Delta}{\partial x_i}+\mu\nabla^2 u_i$$

Queste equazioni valgono per un disturbo generale che si propaga in un mezzo omogeneo, isotropo perfettamente elastico assumendo deformazioni infinitesime e assenza di forze di corpo (gravità ovvero forze che descrivono la sorgente sismica!)

Riscriviamo ora queste equazioni in un'altra forma che ci permetterà di capire le due forme di propagazione di un disturbo attraverso un corpo solido. Deriviamo parzialmente rispetto ad x, y, z rispettivamente le equazioni per u, v, w:

$$\rho\frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)=(\lambda+\mu)\frac{\partial^2\Delta}{\partial x^2}+\mu\nabla^2\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)$$

$$\rho\frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)=(\lambda+\mu)\frac{\partial^2\Delta}{\partial y^2}+\mu\nabla^2\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)$$

$$\rho\frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)=(\lambda+\mu)\frac{\partial^2\Delta}{\partial z^2}+\mu\nabla^2\left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)$$

Sommando le tre equazioni

$$(\lambda+\mu)\left(\frac{\partial^2\Delta}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\Delta}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\Delta}{\partial z^2}\right)+\mu\nabla^2\Delta=\rho\frac{d^2\Delta}{dt^2}$$

$$(\lambda+\mu)\nabla^2\Delta+\mu\nabla^2\Delta=\rho\frac{d^2\Delta}{dt^2}$$

$$(\lambda+2\mu)\nabla^2\Delta=\rho\frac{d^2\Delta}{dt^2}$$

$$\boxed{\frac{(\lambda+2\mu)}{\rho}\nabla^2\Delta=\frac{d^2\Delta}{dt^2}}$$

Questa è un'equazione d'onda che descrive la propagazione di una **dilatazione** cubica Δ. Questo tipo di onda viene detto ONDA P e si propaga con una velocità α data da:

$$\alpha=\sqrt{\frac{\lambda+2\mu}{\rho}}$$

Proviamo ora a derivare parzialmente rispetto ad y l'equazione per u e rispetto ad x quella per v:

$$\rho \frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right) = (\lambda+\mu)\frac{\partial^2 \Delta}{\partial x \partial y} + \mu \nabla^2 \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)$$

$$\rho \frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right) = (\lambda+\mu)\frac{\partial^2 \Delta}{\partial x \partial y} + \mu \nabla^2 \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)$$

Sottraendo le due equazioni

$$\rho \frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}\right) = \mu \nabla^2 \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}\right)$$

In modo analogo ritroviamo anche:

$$\rho \frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}\right) = \mu \nabla^2 \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}\right)$$

$$\rho \frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y}\right) = \mu \nabla^2 \left(\frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y}\right)$$

Ricordando che $2\Theta_z = \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}\right)$ rappresenta una rotazione nel piano x-y e che $2\underline{\Theta} = (\underline{\nabla} \times \underline{u})_x$ cioè

La componente x del rotore degli spostamenti, possiamo riscrivere le ultime tre equazioni in modo elegante come:

$$\mu \nabla^2 (\underline{\nabla} \times \underline{u}) = \rho \frac{d^2}{dt^2} (\underline{\nabla} \times \underline{u})$$

$$\boxed{\frac{\mu}{\rho} \nabla^2 (\underline{\nabla} \times \underline{u}) = \frac{d^2}{dt^2} (\underline{\nabla} \times \underline{u})}$$

Questa è un'equazione d'onda che descrive la propagazione di un disturbo **rotazionale**. Questo tipo di onda non comporta variazioni di volume ed è detta ONDA S e si propaga con una velocità β data da:

$$\beta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$