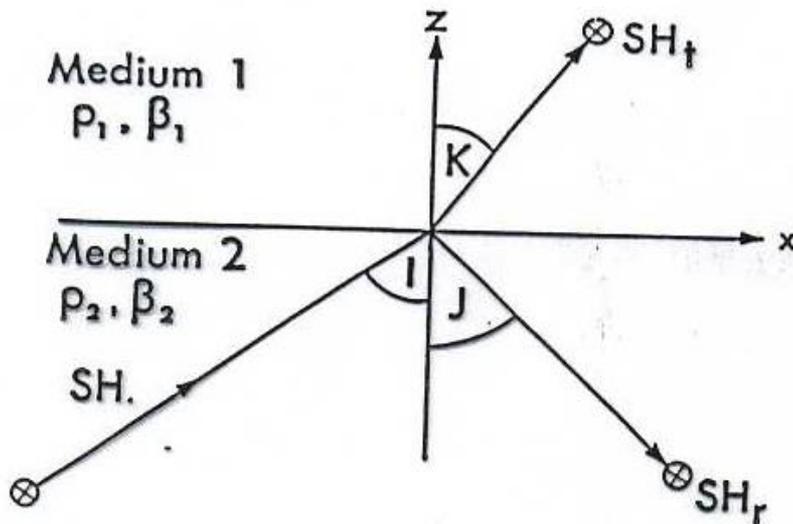


Finora abbiamo considerato la propagazione di onde in mezzi omogenei spazialmente infiniti. Consideriamo ora cosa succede se un'onda incide su un'interfaccia che separa due mezzi omogenei diversi. Se l'interfaccia salda i due mezzi, allora si dovrà avere continuità di spostamenti e sforzi attraverso essa – altrimenti si tenderebbe ad aprire un'interfaccia tra i due mezzi. L'altro tipo di interfaccia è quello tra un mezzo elastico ed il vuoto – come la superficie terrestre e viene detta superficie libera. Su tale superficie gli sforzi si annullano e cioè avremo

$$\sigma_{zx} = \sigma_{zy} = \sigma_{zz} = 0$$

Vediamo come tali vincoli – detti anche condizioni al contorno – portano naturalmente alle leggi di riflessione e rifrazione.

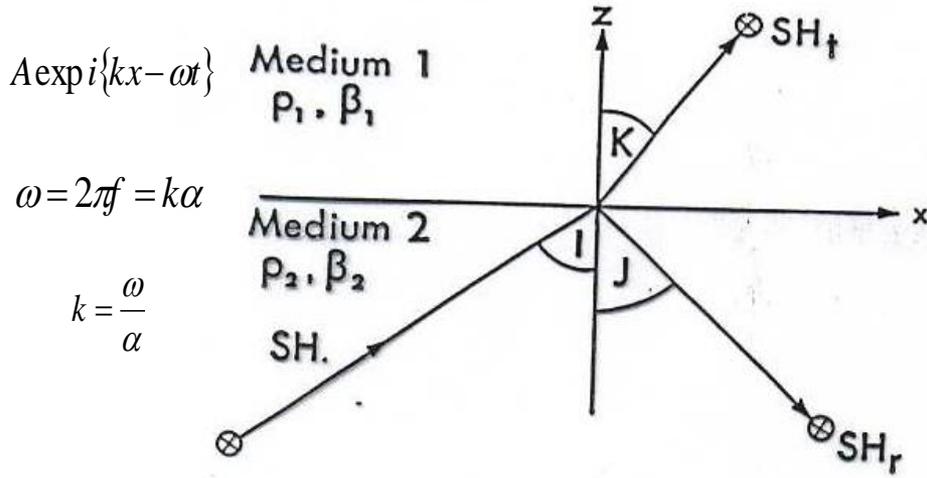


Consideriamo un'onda SH che incide con un angolo  $I$  su un'interfaccia separante due mezzi elastici: il primo caratterizzato da  $\rho_1$  e  $\beta_1$ , il secondo da  $\rho_2$  e  $\beta_2$ . Essendo il moto polarizzato orizzontalmente e normale alla direzione di propagazione, la parte di energia trasmessa e di quella riflessa saranno ancora polarizzate nello stesso modo – rimarranno cioè onde SH.



# Fisica Terrestre 2024-2025

Giovanni Costa



Consideriamo quindi un'onda SH incidente dal basso verso l'alto come in figura.

Indichiamo con  $\underline{l}, \underline{m}, \underline{n}$  i vettori numeri d'onda associati all'onda incidente, riflessa e rifratta. Sarà

$$\underline{l} = \frac{\omega}{\beta_2} \hat{l} \quad \underline{m} = \frac{\omega}{\beta_2} \hat{m} \quad \underline{n} = \frac{\omega}{\beta_1} \hat{n}$$

$$\hat{l} = (\sin I, 0, \cos I) \quad \hat{m} = (\sin J, 0, -\cos J) \quad \hat{n} = (\sin K, 0, \cos K)$$

Se assumiamo l'ampiezza dell'onda incidente come unitaria, gli spostamenti associati ad ogni onda si possono esprimere come:

Onda incidente:

$$\hat{y} \exp i(\underline{l} \cdot \underline{x} - \omega t)$$

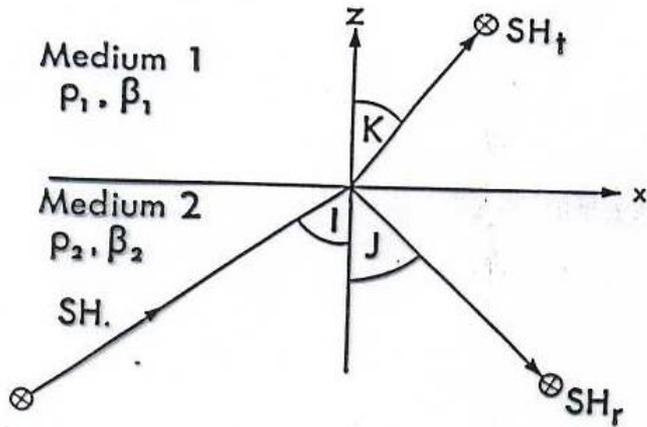
Onda riflessa:

$$R \hat{y} \exp i(\underline{m} \cdot \underline{x} - \omega t)$$

Onda trasmessa:

$$T \hat{y} \exp i(\underline{n} \cdot \underline{x} - \omega t)$$

dove R e T sono i coefficienti di riflessione e rifrazione.



Il moto totale nel mezzo 2 è dato dalla somma dell'onda incidente e quella riflessa. La continuità degli spostamenti attraverso l'interfaccia posta a  $z=0$  da:

$$\hat{y} \exp i(\underline{l} \cdot \underline{x} - \omega t) + R \hat{y} \exp i(\underline{m} \cdot \underline{x} - \omega t) = T \hat{y} \exp i(\underline{n} \cdot \underline{x} - \omega t)$$

La dipendenza temporale uguale a destra e sinistra può essere trascurata. Inoltre, essendo  $l_y=0$  e  $z=0$

$$\exp i(l_x x + l_y y + l_z z) = \exp i(l_x x)$$

Sostituendo quest'ultima nella prima equazione:

$$\exp i(l_x x) + R \hat{y} \exp i(\underline{m} \cdot \underline{x} - \omega t) = T \hat{y} \exp i(\underline{n} \cdot \underline{x} - \omega t)$$

Poichè la relazione deve essere valida in ogni punto  $x$ , la cosa sarà possibile solo se la forma della funzione è uguale per ogni termine:  $l_x = m_x = n_x$ . In altri termini:

$$\frac{\omega}{\beta_2} \sin I = \frac{\omega}{\beta_2} \sin J = \frac{\omega}{\beta_1} \sin K$$



# Fisica Terrestre 2024-2025

Giovanni Costa

La prima uguaglianza ci da **la legge della riflessione**:

$$\frac{\omega}{\beta_2} \sin I = \frac{\omega}{\beta_2} \sin J \quad \longrightarrow \quad I = J$$

La seconda uguaglianza ci da **la legge della rifrazione (legge di Snell)**:

$$\frac{\omega}{\beta_2} \sin I = \frac{\omega}{\beta_1} \sin K \quad \longrightarrow \quad \frac{\sin I}{\beta_2} = \frac{\sin K}{\beta_1}$$

La condizione di continuità pertanto ci dice:

$$1 + R = T$$

Il valore dei coefficienti R e T si ricava dalla continuità degli sforzi. Omettendo i calcoli:

$$T = \frac{2\rho_2\beta_2 \cos I}{\rho_1\beta_1 \cos K + 2\rho_2\beta_2 \cos I} \quad R = T - 1$$

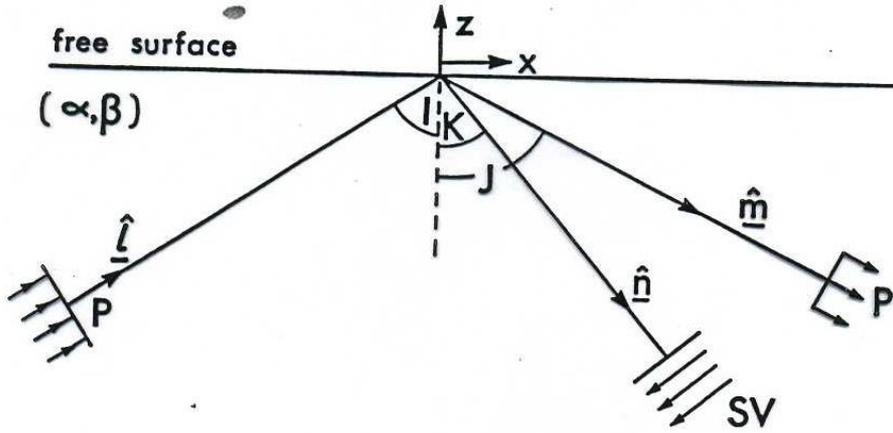
Vediamo che R e T dipendono in ogni mezzo dalle quantità, detta **impedenza**:  $\rho\beta \cos I$

Inoltre i coefficienti di R e T dipendono dall'angolo di incidenza dell'onda!

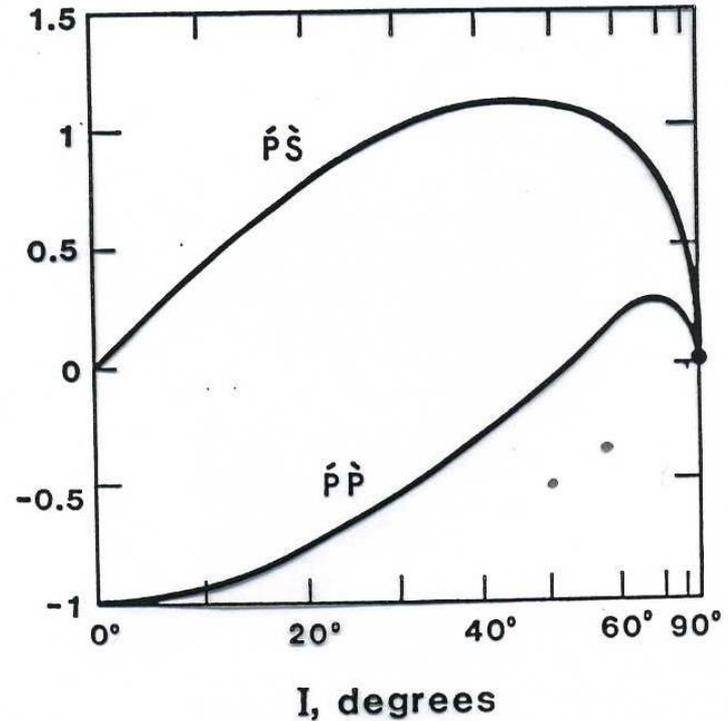


# Fisica Terrestre 2024-2025

Giovanni Costa



Caso onda P incidente su una superficie libera. L'angolo di riflessione per l'onda S (K) è minore, avendo essa velocità minore.

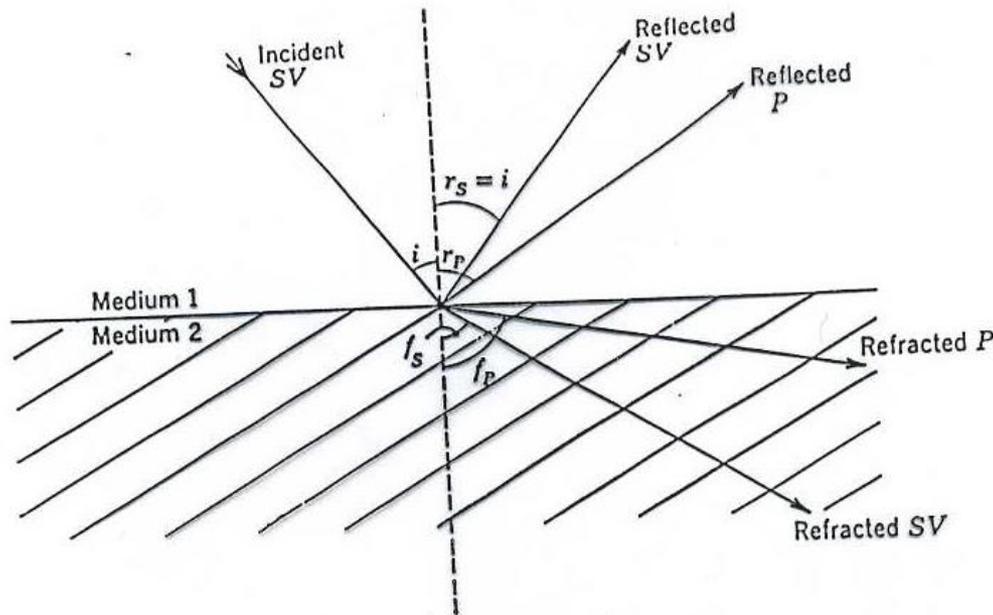


Coefficienti di riflessione corrispondenti in funzione dell'angolo di incidenza. Notare l'assenza di conversione  $P \rightarrow S$  per incidenza normale ( $I=0^\circ$ ) e la conversione totale per  $I \approx 52^\circ$ !



## CASO ONDE P, SV

Nel caso delle onde P ed SV incidenti su una discontinuità il problema è leggermente più complicato in quanto in generale esse generano sia moto P che SV. Infatti sia per le P che per le SV il moto è confinato nel piano xz. Chiaramente non verrà invece generato nessuno spostamento lungo y, cioè non verranno generate onde SH.





## CASO ONDE P, SV

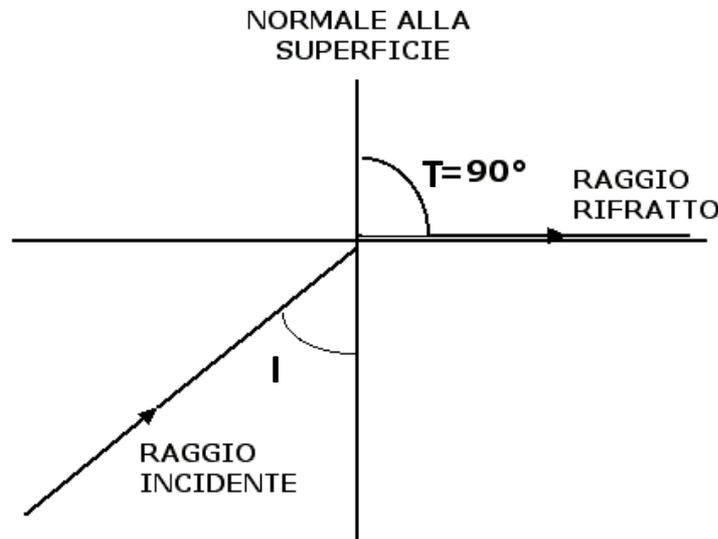
Consideriamo la legge di Snell per un'interfaccia tra due mezzi ed indichiamo con  $I$  l'angolo di incidenza, con  $T$  l'angolo di rifrazione (trasmissione). Avremo per un'onda P

$$\frac{\sin I}{\sin T} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2}$$

Nel caso sia  $T=90^\circ$ , l'angolo di incidenza dicesi **angolo critico** e risulta:

$$I = I_c = \sin^{-1}\left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right)$$

Per angoli di incidenza maggiori dell'angolo critico, non si ha energia rifratta nel secondo mezzo.

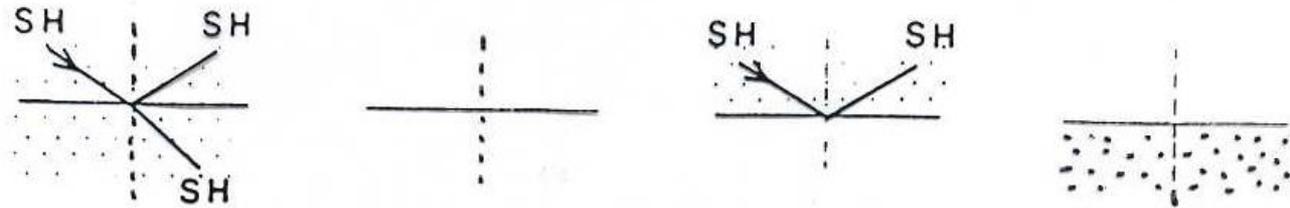




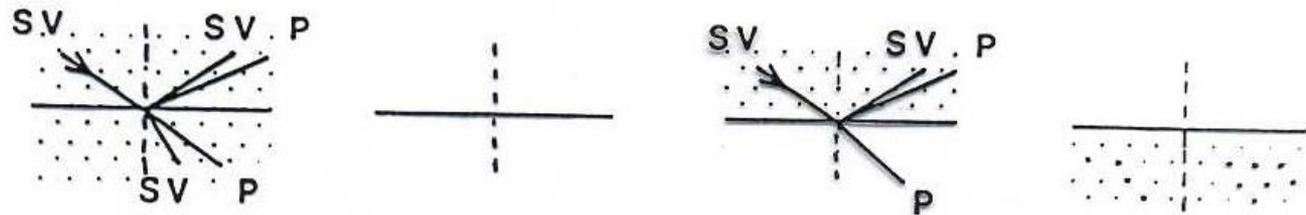
# Fisica Terrestre 2024-2025

Giovanni Costa

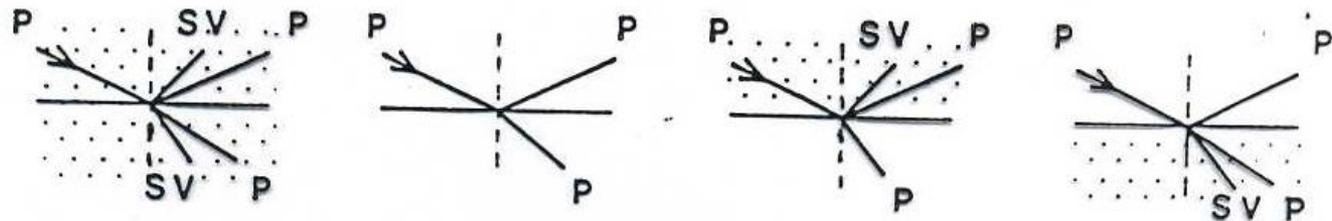
Incident SH



Incident SV



Incident P

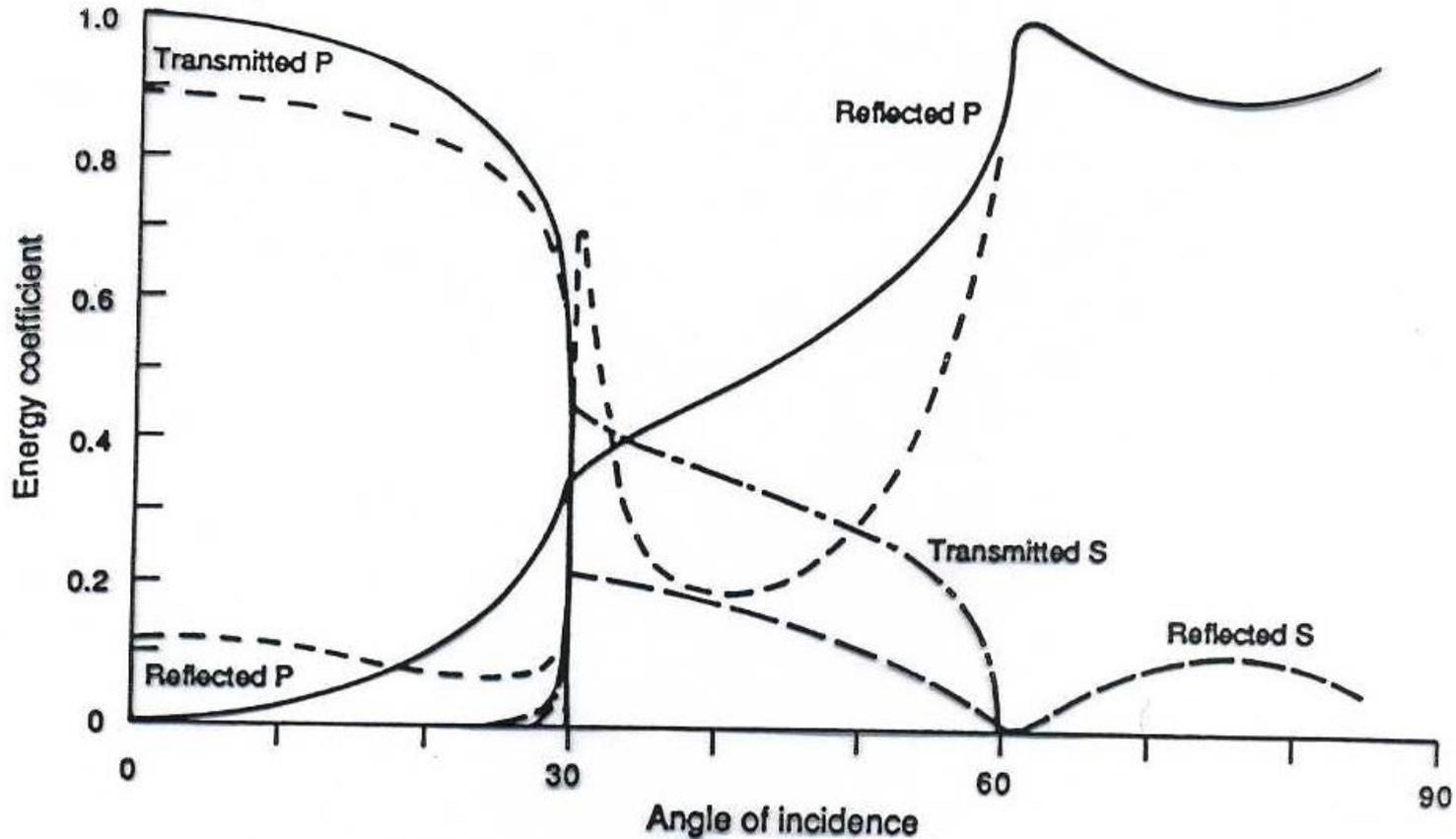


Casi relativi all'incidenza dall'alto dei tre tipi di onda su una interfaccia tra due mezzi (solido punteggiato; liquido bianco).



# Fisica Terrestre 2024-2025

Giovanni Costa



Variazioni con l'angolo di incidenza dei coefficienti di trasmissione e riflessione per un'onda P incidente su una interfaccia tra due solidi.

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = 0.5 \quad \frac{\rho_1}{\rho_2} = 2 \quad \frac{\alpha_1}{\beta_1} = 1.87 \quad \frac{\alpha_2}{\beta_2} = 1.73$$

## Raggi sismici

La teoria dei raggi sismici e' analoga a quella dei raggi nell'ottica ed e' stata applicata con successo in sismologia per piu' di cent'anni al fine di interpretare dati sismologici. La teoria e' relativamente semplice e facile da capire, ma ha importanti limitazioni (e' un'approssimazione ad alta frequenza, non tiene conto di effetti "non geometrici" quali, ad esempio, le onde rifratte e diffratte). Ci occuperemo in questa sede solamente della cinematica (tempi di arrivo) e quindi non parleremo di ampiezze.

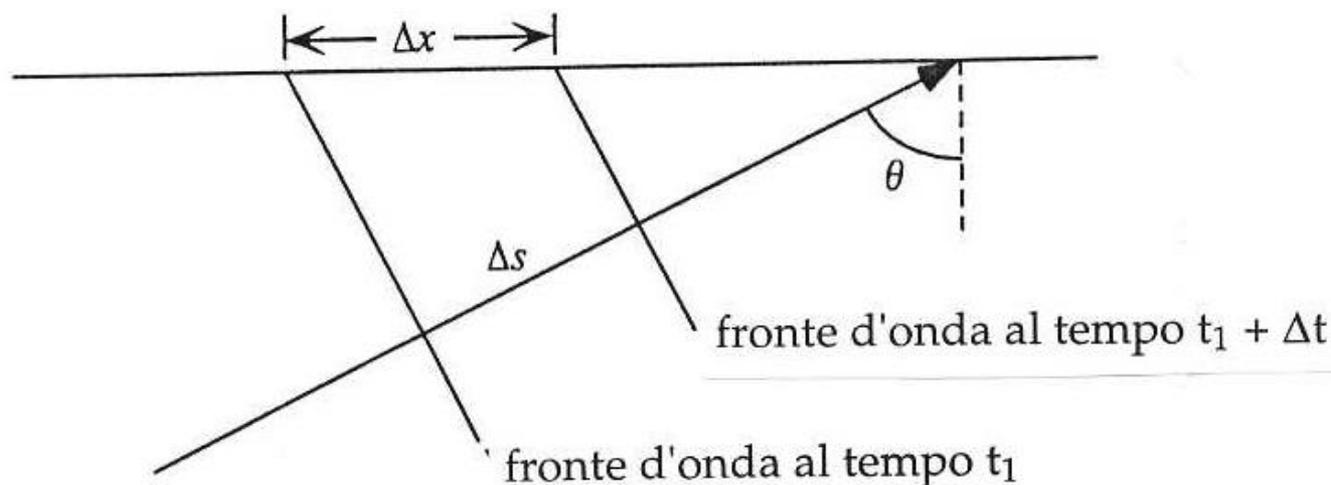


Fig. 1. Un'onda piana incidente su una superficie orizzontale. L'angolo che il raggio forma con la verticale e chiamato angolo di incidenza  $\theta$ .



# Fisica Terrestre 2024-2025

Giovanni Costa

Consideriamo un'onda piana che si propaga in un mezzo con velocità costante,  $v$ , e che interseca una superficie orizzontale (Fig. 1). I fronti d'onda ai tempi  $t$  e  $t+\Delta t$  sono separati da una distanza  $\Delta s$  lungo il cammino del raggio. L'angolo che il raggio forma con la verticale,  $\theta$ , viene definito come angolo di incidenza e lega  $\Delta s$  alla separazione  $\Delta x$  dei fronti d'onda sulla superficie:

$$\Delta s = \Delta x \sin \theta$$

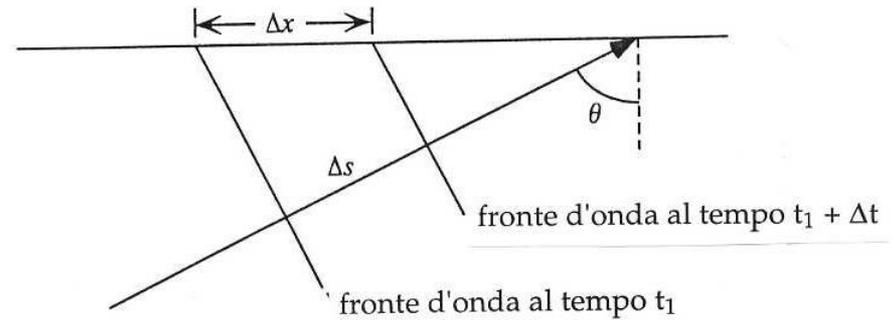
Poiché  $\Delta s = v \Delta t$

$$v \Delta t = \Delta x \sin \theta$$

ovvero

$$\Delta t / \Delta x = \sin \theta / v = u \sin \theta \equiv p$$

in cui abbiamo definito la *lentezza*  $u$  ( $u = 1/v$ ) ed il *parametro del raggio*  $p$ .



Nel caso in cui la superficie sia una superficie libera, possiamo leggere i tempi di arrivo del fronte d'onda a due stazioni e misurare  $p$  direttamente. Il parametro del raggio  $p$  rappresenta quindi la lentezza apparente del fronte d'onda nella direzione orizzontale, per cui  $p$  viene anche chiamato *lentezza orizzontale* del raggio.

Consideriamo ora un'onda piana che incide su una superficie orizzontale che separa due mezzi omogenei con velocità diversa,  $v_1$  e  $v_2$ , e l'onda rifratta nel secondo mezzo (Fig. 2). Tracciando fronti d'onda separati da intervalli di tempi costanti, essi saranno separati da distanze diverse nei due mezzi e si può vedere dalla figura che l'angolo di incidenza del raggio deve cambiare all'interfaccia per preservare i tempi dei fronti d'onda nel passaggio attraverso l'interfaccia.

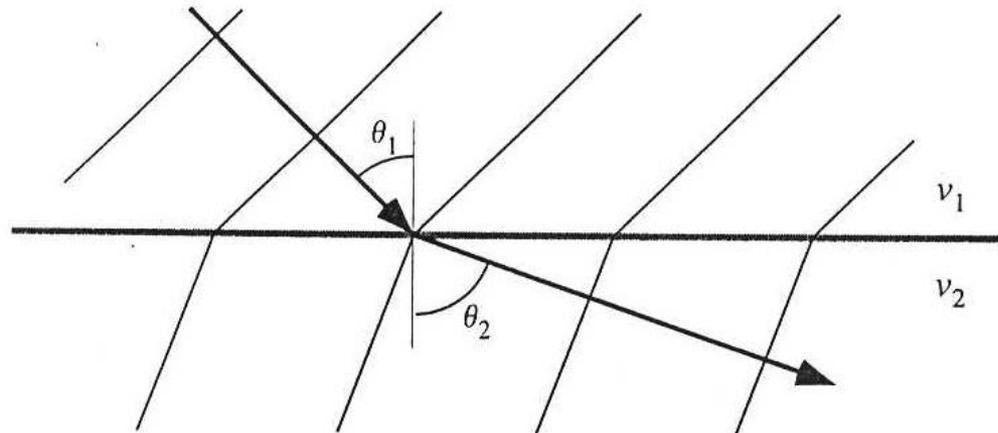


Fig. 2. Un'onda piana che attraversa un'interfaccia orizzontale che separa due semispazi omogenei. La velocità superiore del semispazio in basso fa sì che i fronti d'onda siano più spaziosi.



# *Fisica Terrestre 2024-2025*

*Giovanni Costa*

Nell'esempio di Figura 2 la lentezza dello strato superiore e' maggiore di quella dello strato inferiore e quindi deve cambiare l'angolo d'incidenza nello strato inferiore.

Esprimendo il parametro del raggio in termini delle lentezze e degli angoli di incidenza nei due strati, dovremmo avere:

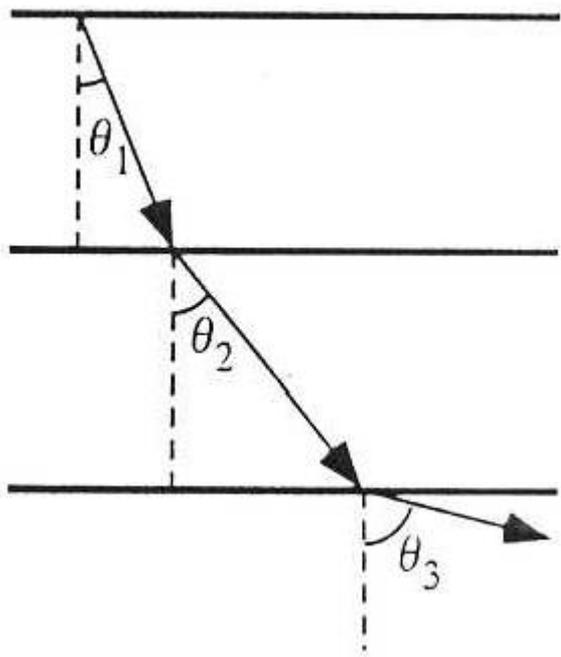
$$p = u_1 \sin \theta_1 = u_2 \sin \theta_2$$

Da notare che quest'espressione non e' altro che la legge di Snell della geometria ottica. L'equazione puo' essere ricavata anche dal principio di Fermat per il quale il tempo di tragitto tra due punti deve essere stazionario (di solito, ma non sempre, il tempo minimo) rispetto a variazioni nel cammino del raggio.



# Fisica Terrestre 2024-2025

Giovanni Costa



Nella maggioranza dei casi la velocità delle onde compressionali e di taglio aumenta all'aumentare della profondità nella Terra. Supponiamo di esaminare un'onda che viaggi verso il basso attraverso una serie di strati di velocità via via crescente. Il parametro del raggio rimarrà costante lungo il percorso:

$$p = u_1 \sin \theta_1 = u_2 \sin \theta_2 = u_3 \sin \theta_3$$

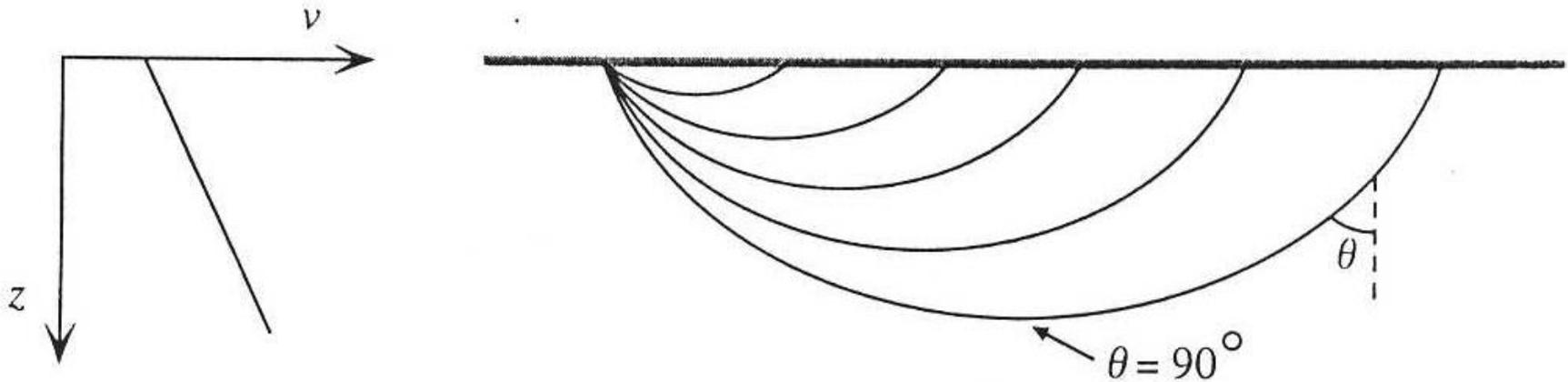


Fig. 3. I percorsi dei raggi per un modello di velocità con un'aumento continuo della velocità con la profondità verranno rifratti verso la superficie. Il punto di inversione in cui il raggio devia verso l'alto è il punto più profondo raggiunto dal raggio ed in esso la direzione del raggio è orizzontale con angolo di incidenza di  $90^\circ$ .

Quando  $\theta = 90^\circ$  si dice che il raggio è al *punto di inversione* e  $p = u_p$ , con  $u_p$  la lentezza nel punto di inversione. Poiché la velocità in genere aumenta con la profondità, le lentezze diminuiscono con la profondità. Pertanto i parametri del raggio più piccoli sono più verticali in superficie, invertono la loro direzione più in profondità nella Terra ed in genere viaggiano più lontano.

Negli esempi riportati di strati orizzontali e gradienti di velocità verticali  $p$  rimane costante lungo il raggio. Se però consideriamo gradienti di velocità laterali o strati non paralleli, allora  $p$  può cambiare lungo il raggio.

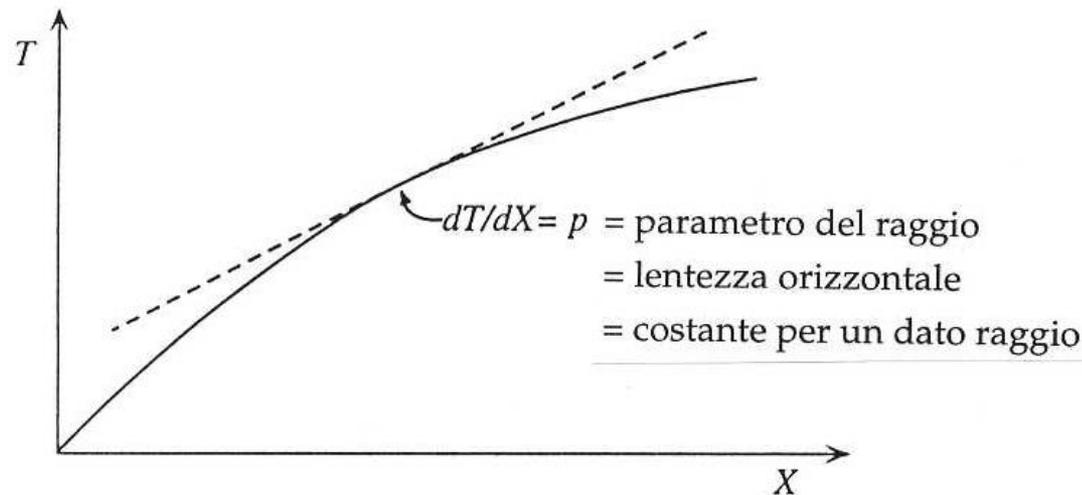


Fig. 4. Curva dei tempi di tragitto per un modello di velocità con un'aumento continuo della velocità con la profondità. Ogni punto sulla curva corrisponde ad un percorso del raggio diverso. La pendenza della curva  $dT/dX$  è il parametro del raggio.

In un modello a velocità crescenti con la profondità la curva dei tempi di tragitto avrà la forma riportata in Figura 4. Da notare che  $p$  varia lungo la curva e che quindi un raggio diverso è il responsabile dell'arrivo per ogni distanza  $X$ .



# Fisica Terrestre 2024-2025

Giovanni Costa

Nella Terra  $X(p)$  di solito aumenta con il diminuire di  $p$ , cioè l'angolo di partenza diminuisce con l'aumentare della distanza (Fig. 5a).

Fig. 5a.

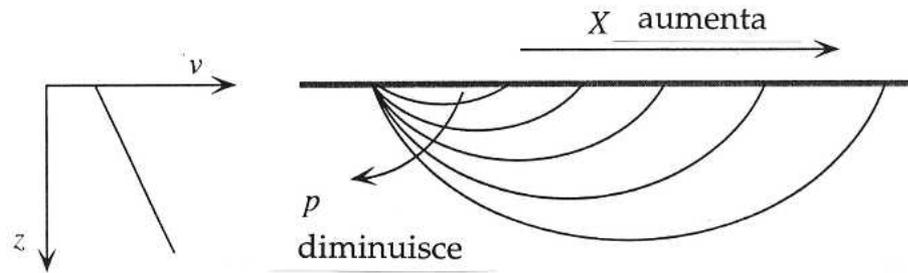
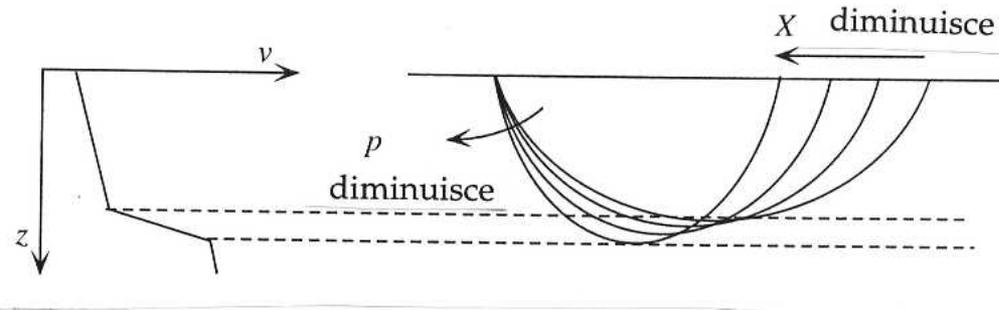


Fig. 5b.



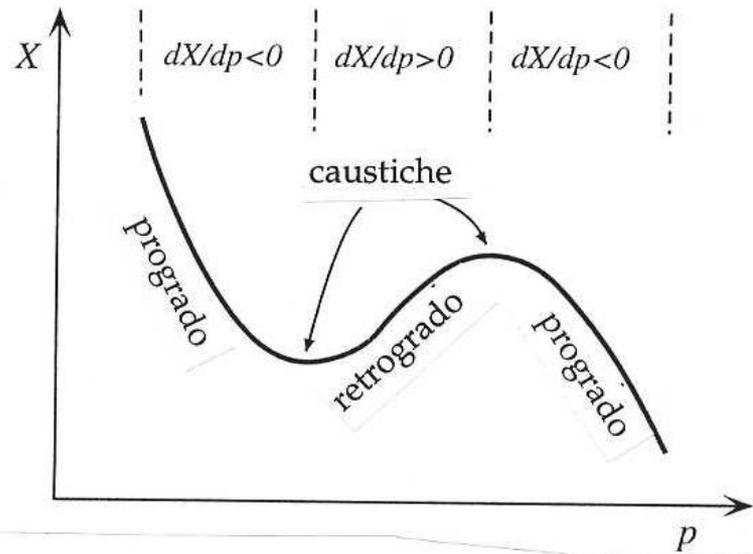
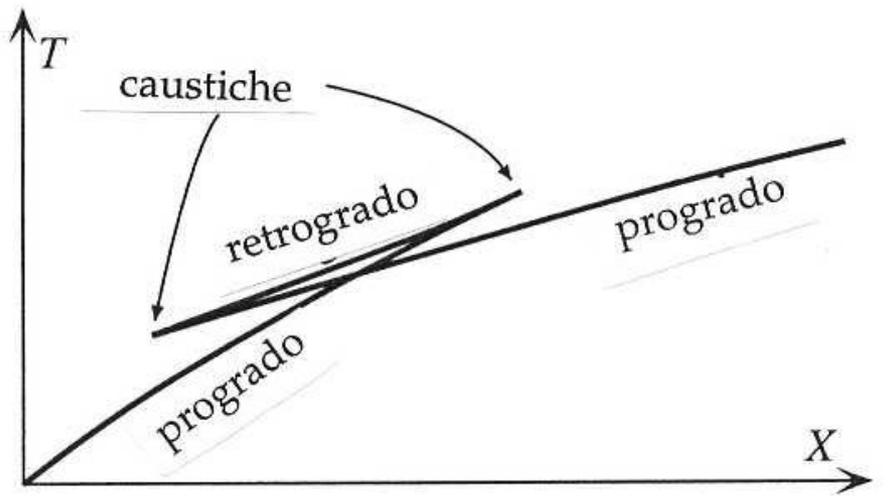
In tal caso la derivata  $dX/dp$  è negativa e si dice che il tratto relativo della curva dei tempi di tragitto è *progrado*. Talvolta, in seguito ad un aumento rapido della velocità con la profondità nella Terra, si ha che  $dX/dp$  è positivo ed i raggi "ritornano" verso la sorgente all'aumentare di  $p$  (Fig. 5b). I tratti della curva dei tempi di tragitto relativi a valori  $dX/dp > 0$  si dicono *retrogradi*.



# Fisica Terrestre 2024-2025

Giovanni Costa

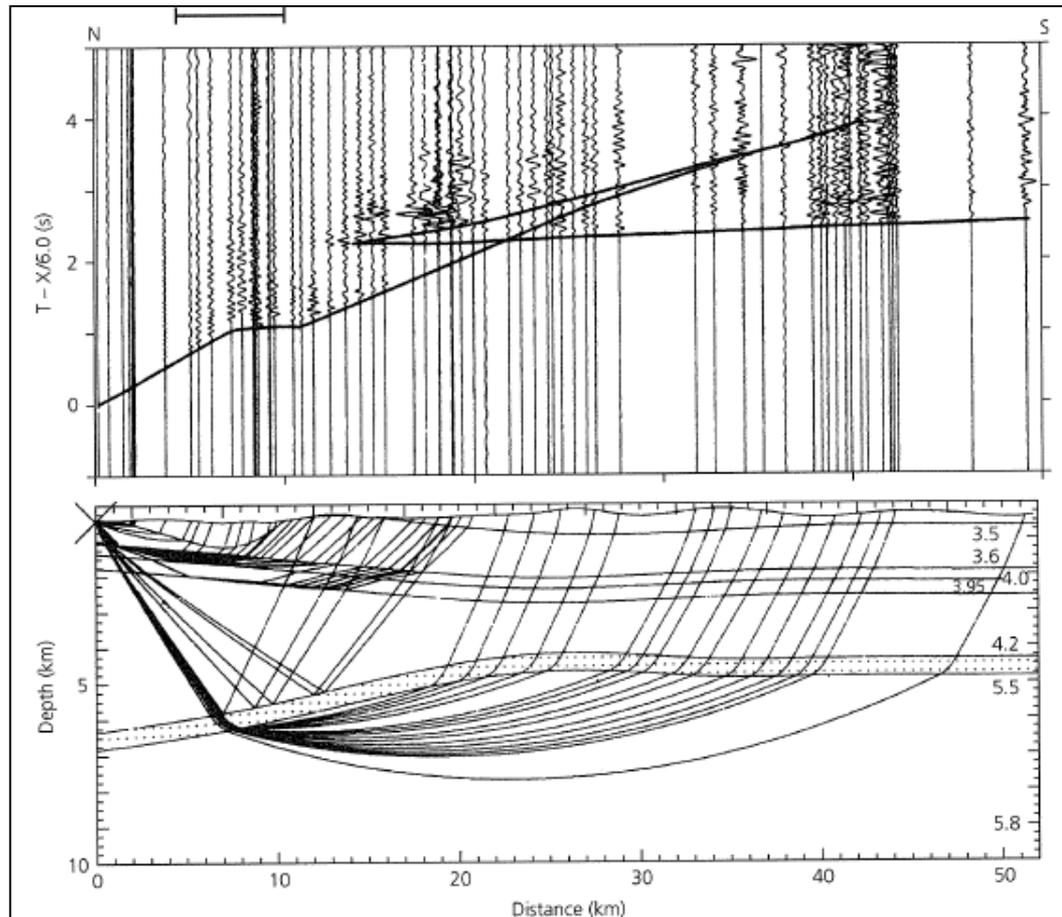
retrogrado e viceversa generano delle triplicazioni nella curva dei tempi di tragitto (Fig. 6). I punti terminali della triplicazione, per cui  $dX/dp = 0$ , sono detti *caustiche*.





# Fisica Terrestre 2024-2025

Giovanni Costa





# *Fisica Terrestre 2024-2025*

*Giovanni Costa*

## **Zone a bassa velocita'**

In quanto finora detto si e' sempre assunto che la velocita' aumenti con la profondita'. Talvolta ci si trova in condizioni (ad es. onde S nel passaggio dalla litosfera all'astenosfera) nelle quali la velocita' decresce con la profondita' creando una *zona o canale a bassa velocita'*.

Nella parte di gradiente negativo i raggi, che avendo un  $p$  abbastanza piccolo riescono ad essere rifratti verso il canale, vengono deviati verso il basso (Fig. 10) e invertono il loro cammino (verso l'alto) solamente nella zona al di sotto del canale in cui le velocita' sono maggiori di qualunque velocita' nel mezzo soprastante.



# Fisica Terrestre 2024-2025

Giovanni Costa

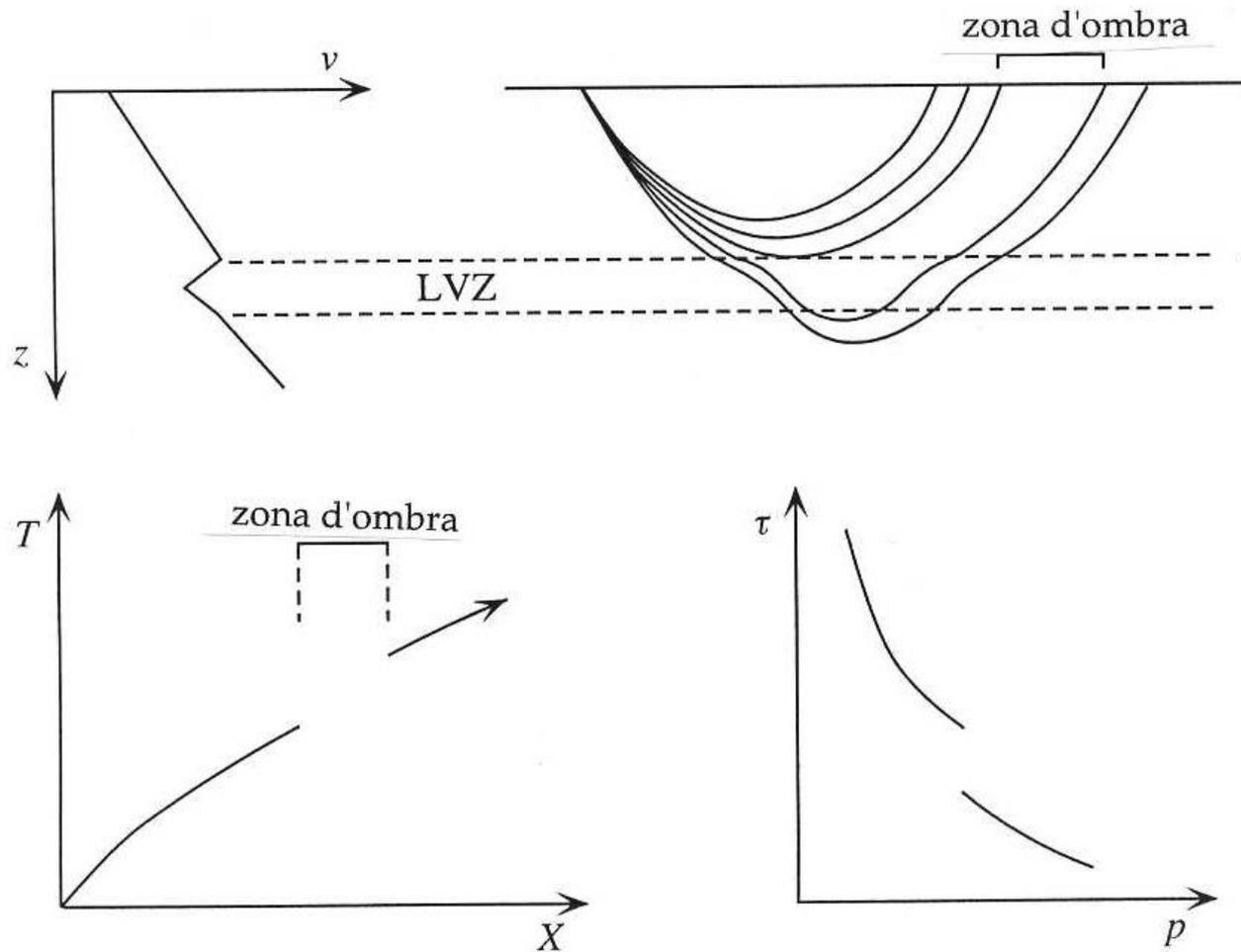


Fig. 10. Una zona a bassa velocita' (LVZ = low velocity zone) e' il risultato di una decremento della velocita' con la profondita'. I raggi vengono deviati verso il basso creando una zona d'ombra in superficie e lacune nelle curve  $T(X)$  e  $\tau(p)$ .

L'esistenza di una zona a bassa velocità crea una lacuna, detta zona d'ombra, sia nelle curve  $T(X)$  che  $\tau(p)$ . L'assenza di raggi che invertano il loro cammino nella zona a bassa velocità rende la determinazione del profilo di velocità nella stessa alquanto difficile. Vedremo successivamente che i mezzi offerti dalle onde di superficie riescono a risolvere facilmente anche questo problema.

Nel caso che i raggi abbiano origine nella zona a bassa velocità, essi possono essere intrappolati nella zona stessa essendo in continuazione rifratti verso l'interno. Ecco perché la zona a bassa velocità è detta anche canale o guida d'onda (Fig. 11).

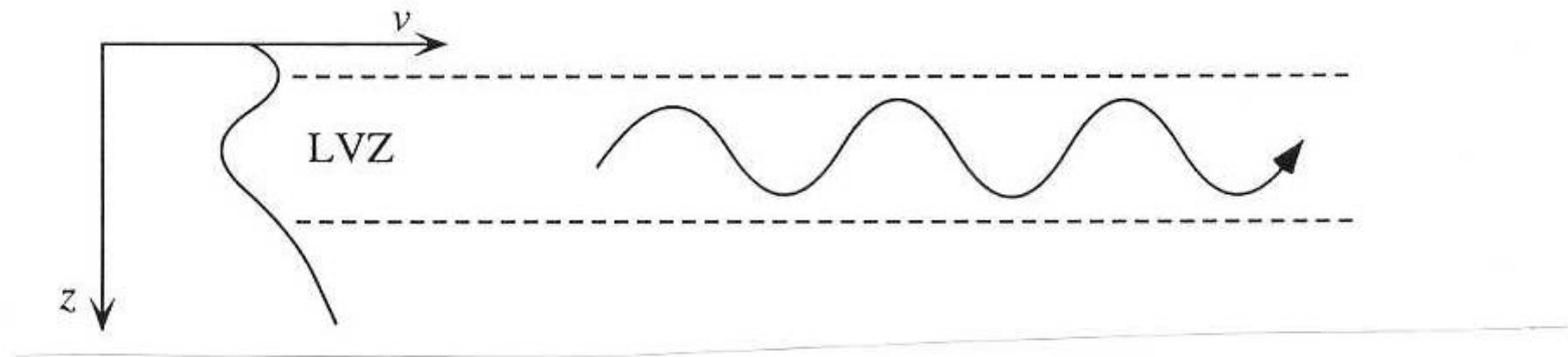


Fig. 11. Una zona a bassa velocità (LVZ = low velocity zone) può intrappolare i raggi e creare un canale o guida d'onda.

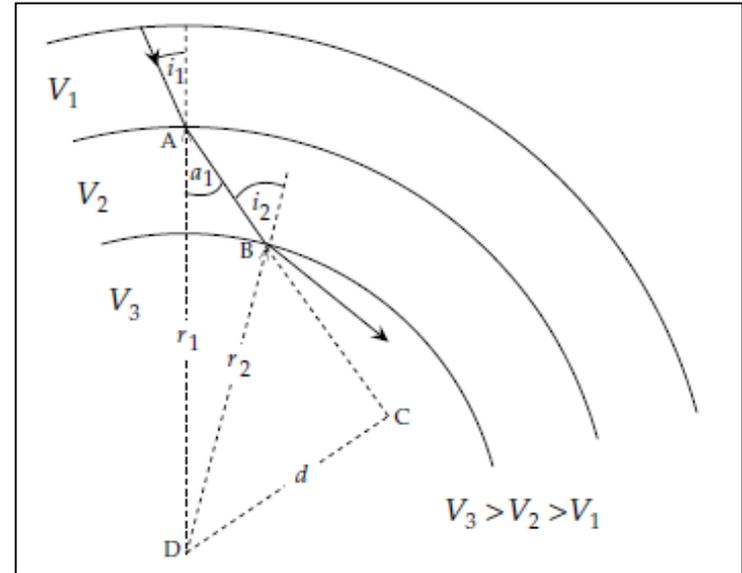


# Fisica Terrestre 2024-2025

Giovanni Costa

In quanto sopra abbiamo ipotizzato che le interfacce di rifrazione siano orizzontali. Questo tipo di analisi è comune nella prospezione sismica, dove si valutano solo strutture locali e profondità relativamente basse. Il passaggio delle onde sismiche del corpo attraverso una Terra sferica stratificata può essere trattato in prima approssimazione nello stesso modo. Possiamo rappresentare la struttura verticale (radiale) delle velocità suddividendo la Terra in gusci concentrici, ognuno dei quali ha una velocità delle onde di corpo più elevata rispetto al guscio che lo sovrasta. La legge di Snell sulla rifrazione si applica all'interfaccia tra ogni coppia di gusci. Ad esempio, nel punto A possiamo scrivere:

$$\frac{\sin i_1}{V_1} = \frac{\sin a_1}{V_2} \quad [Eq 55]$$



Moltiplicando entrambi i lati per  $r_1$  dà

$$\frac{r_1 \sin i_1}{V_1} = \frac{r_1 \sin a_1}{V_2} \quad [Eq 56]$$

Nei triangoli ACD e BCD, rispettivamente, si ha:

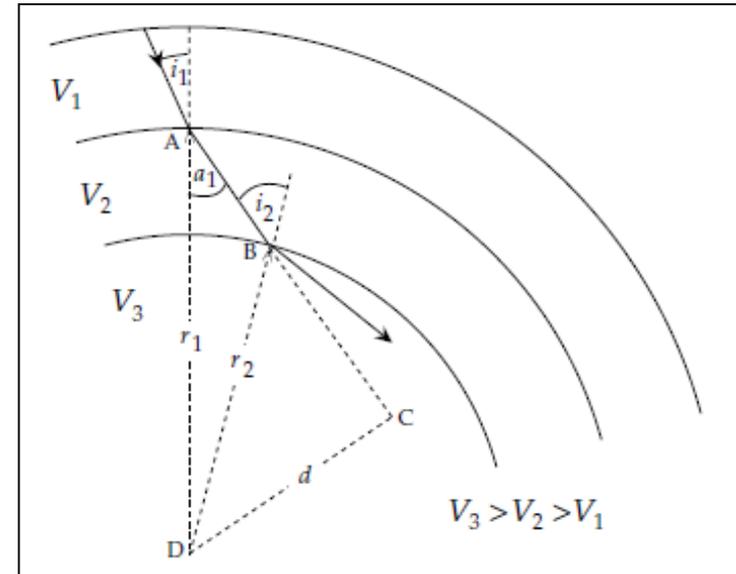
$$d = r_1 \sin a_1 = r_2 \sin a_2 \quad [Eq 57]$$

Combinando le Eq. 55, 56 e 57 si ottiene il risultato:

$$\frac{r_1 \sin i_1}{V_1} = \frac{r_1 \sin i_2}{V_2} = \dots = \frac{r_n \sin i_n}{V_n} = p \quad [Eq 57]$$

La costante  $p$  è ancora una volta chiamata parametro del raggio, sebbene abbia dimensioni diverse rispetto all'Eq. 54 per gli strati orizzontali piani. Qui il raggio sismico è una linea retta all'interno di ogni strato sferico con velocità costante. Se la velocità aumenta in modo continuo con la profondità, il raggio sismico viene rifratto in modo continuo e la sua forma è curvata in modo concavo verso l'alto. Raggiunge il suo punto più profondo quando  $\sin i = 1$ , al raggio  $r_0$  dove la velocità è  $V_0$ ; questi parametri sono correlati dalla relazione di Benndorf:

$$\frac{r \sin i}{V_0} = \frac{r_0}{V_0} = p \quad [\text{Eq 58}]$$



- La determinazione del parametro del raggio è la chiave per determinare la variazione della velocità sismica all'interno della Terra. L'accesso all'interno della Terra è fornito dall'analisi dei tempi di percorrenza delle onde sismiche che hanno attraversato le varie regioni interne ed emergono in superficie, dove vengono registrate.

- Il tempo di percorrenza ( $t$ ) di un raggio sismico a una distanza epicentrale nota ( $\Delta$ ) può essere matematicamente invertito per ottenere la velocità  $V_0$  nel punto più profondo del percorso. La teoria si applica alle onde P e S, sostituendo la velocità generale  $V$  con la velocità appropriata  $\alpha$  o  $\beta$ , rispettivamente.



# Fisica Terrestre 2024-2025

Giovanni Costa

## ONDE SISMICHE PER DISTANZE FINO A $10^\circ$

Per tali distanze la Terra può approssimarsi con un modello piatto; inoltre consideriamo modelli strutturali della crosta terrestre semplificati (uno o due strati).

Consideriamo una sorgente di onde sismiche  $F$  e varie stazioni di registrazione  $S_1, S_2, S_3$ . Ad una stazione potranno arrivare vari tipi di onde (dirette, riflesse, ...).

### ONDA DIRETTA

Si propaga nella crosta (superiore, per la maggior parte degli eventi) e viene indicata con  $P_g, S_g$  dove  $g$  indica la propagazione nel granito.

### ONDA RIFLESSA

L'onda riflessa dalla discontinuità crosta-mantello (la Moho) viene indicata come  $P_nP, S_nS$ .

### ONDE RIFRATTE

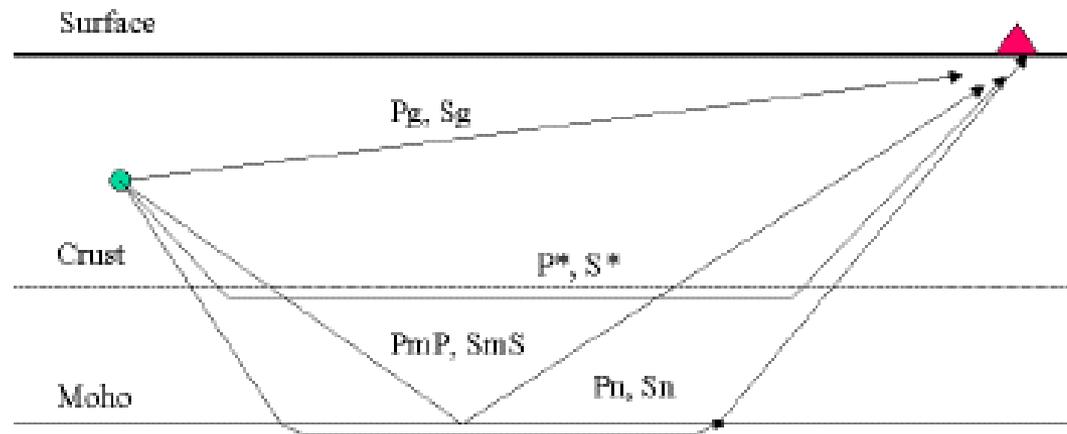
Per distanze superiori a quella corrispondente all'angolo critico si possono osservare onde che si propagano lungo la Moho con velocità corrispondenti a quelle del mantello. Esse si indicano con  $P_n, S_n$  sono chiamate anche col termine inglese head wave.

Nel modello a due strati cristallini (granito e basalto, separate dalla discontinuità detta di Conrad), le onde rifratte che si propagano lungo la discontinuità sono indicate come  $P^*, S^*$  o  $P_b, S_b$ .



# Fisica Terrestre 2024-2025

Giovanni Costa



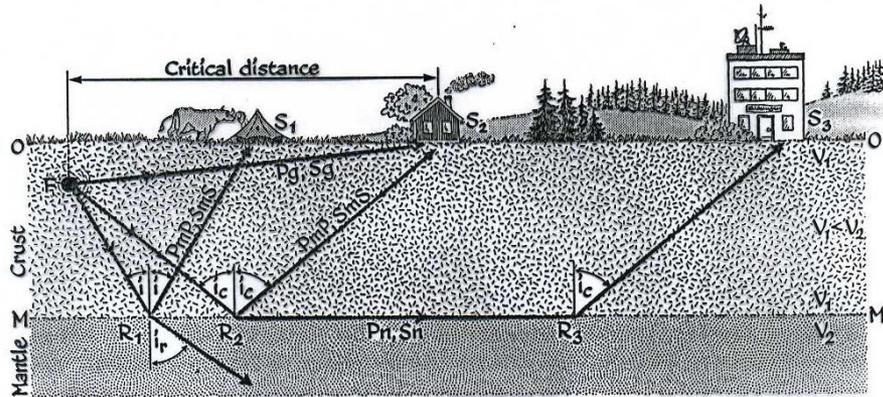
**Fig. 2. 39** A simplified model of the Earth crust showing the ray traces of the main “crustal phases” observed for near (local and regional) earthquakes.



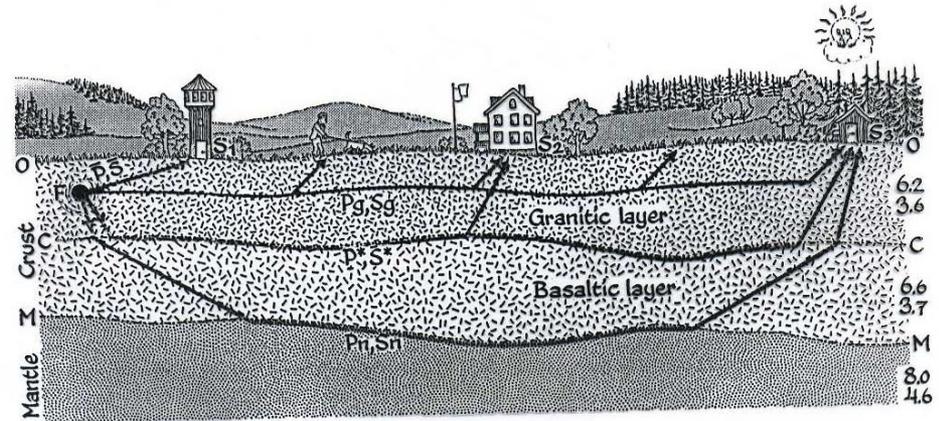
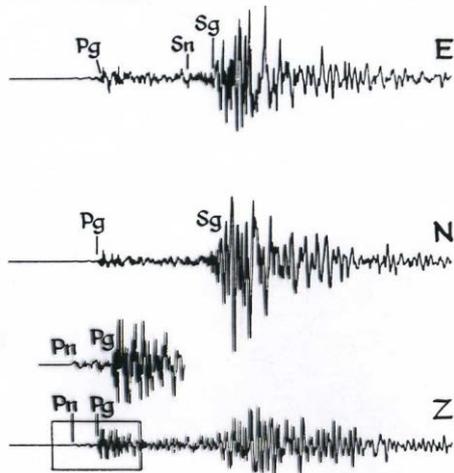
# Fisica Terrestre 2024-2025

Giovanni Costa

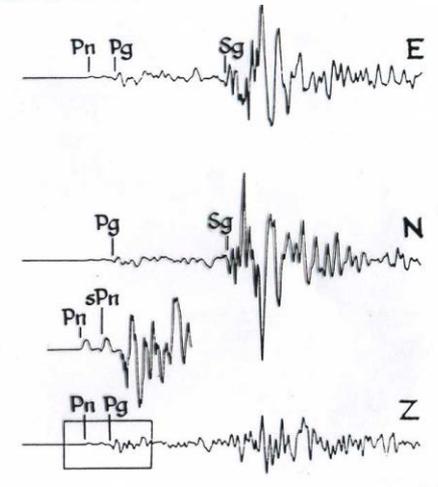
Esempi di onde nella crosta e di un sismogramma registrato a 220 km dalla sorgente sono mostrati nelle figure successive relativo ad un evento di  $M_l = 5.9$ .



Velocità



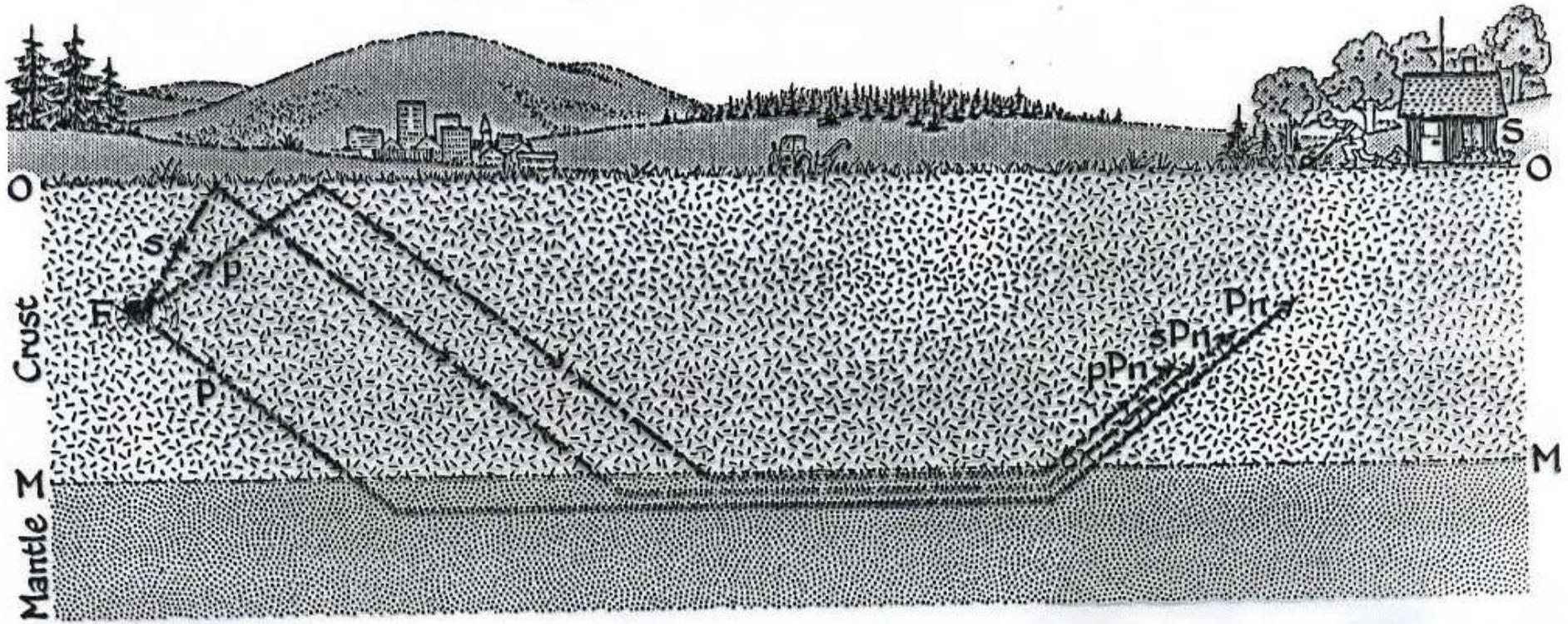
Spostamenti





# Fisica Terrestre 2024-2025

Giovanni Costa

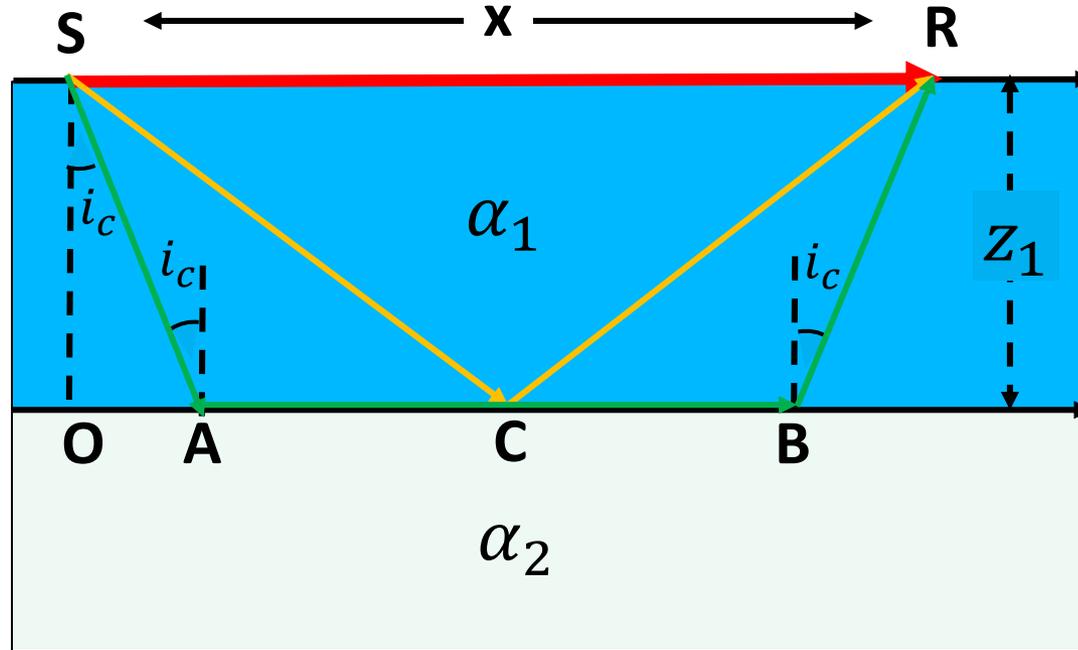




# Fisica Terrestre 2024-2025

Giovanni Costa

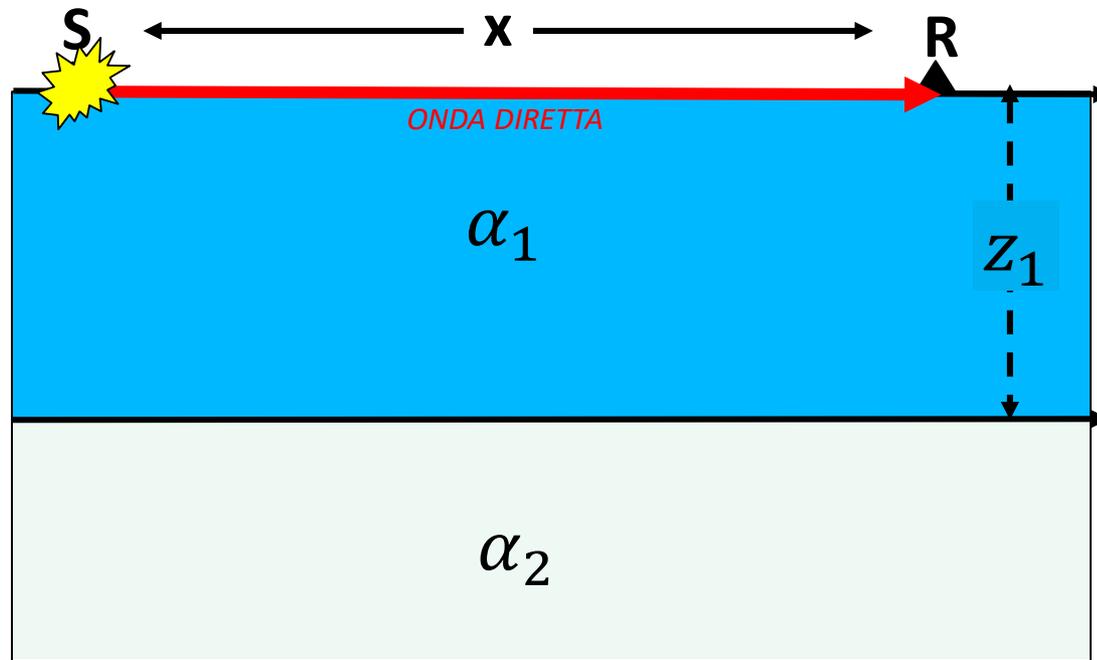
## TEMPI DI TRAGITTO DELLE ONDE SISMICHE PER UN MODELLO A DUE STRATI



Consideriamo un modello di crosta a due strati separate da una discontinuità (interfaccia) orizzontale posta alla profondità  $z_1$ . Sia la velocità delle onde P nel primo strato  $\alpha_1$  e la velocità delle onde P nel secondo strato sottostante  $\alpha_2$  con  $\alpha_1 < \alpha_2$ . Consideriamo una sorgente S posta in superficie (es. Esplosione) ed un ricevitore R alla distanza  $x$ .



## TEMPI DI TRAGITTO DELLE ONDE SISMICHE PER UN MODELLO A DUE STRATI ONDA DIRETTA



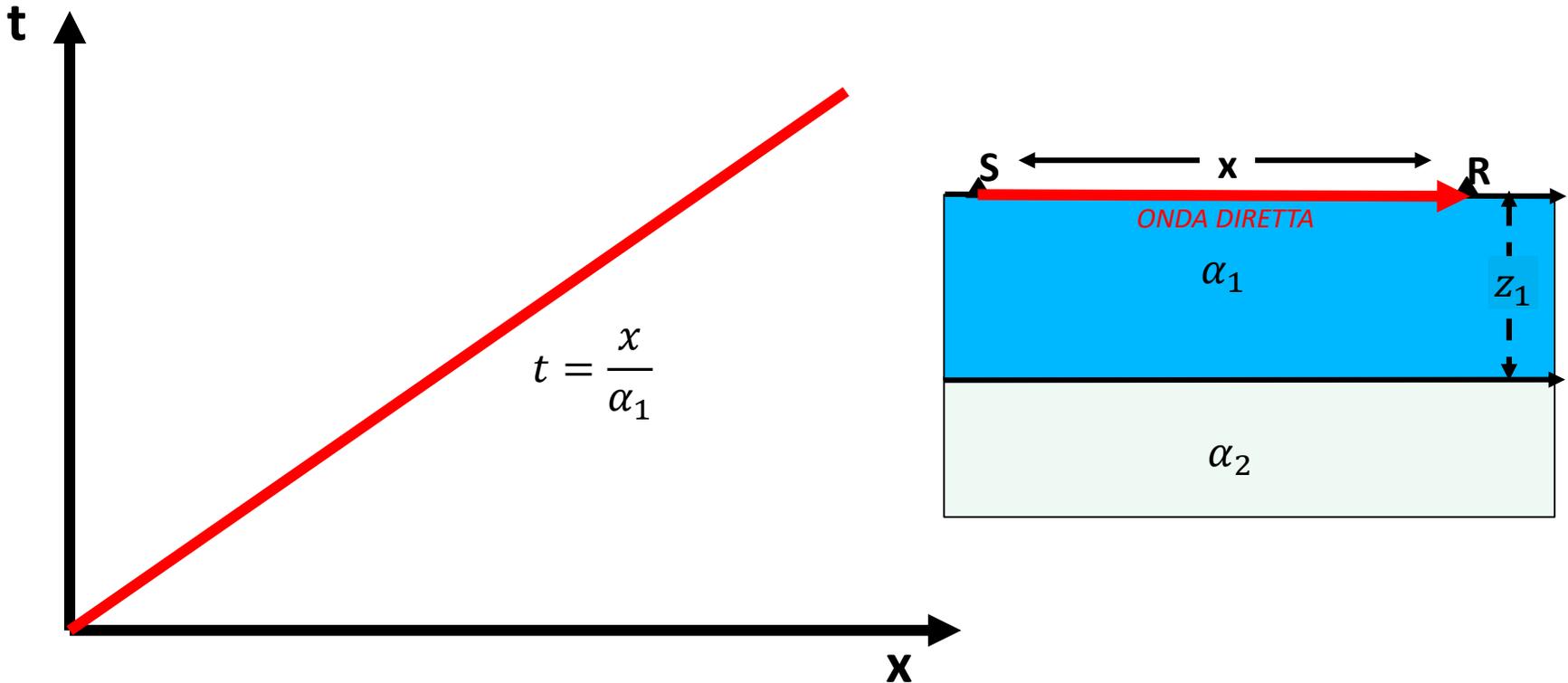
Il tempo impiegato dall'onda diretta dalla sorgente al ricevitore attraverso lo strato superiore è dato semplicemente dalla:

$$t = \frac{x}{\alpha_1}$$

Questa è l'equazione di una retta con pendenza  $1/\alpha_1$ , se plottiamo il tempo di tragitto in funzione della distanza.



## TEMPI DI TRAGITTO DELLE ONDE SISMICHE PER UN MODELLO A DUE STRATI



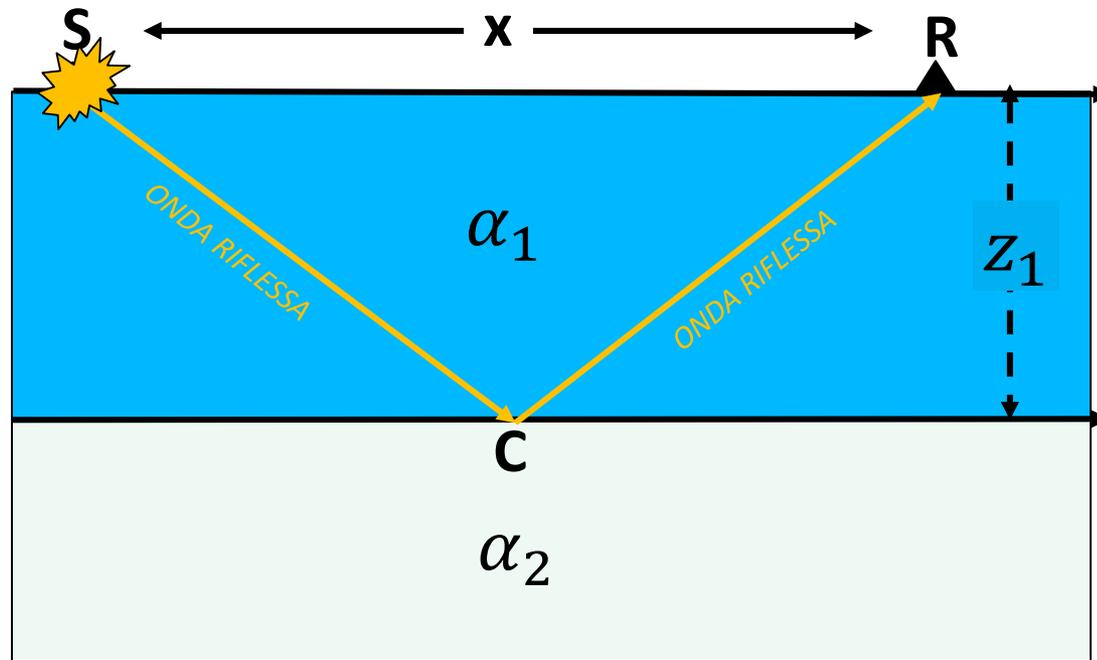
Il tempo impiegato dall'onda diretta dalla sorgente al ricevitore attraversando lo strato superiore è dato semplicemente dalla:

$$t = \frac{x}{\alpha_1}$$

Questa è l'equazione di una retta con pendenza  $1/\alpha_1$ , se plottiamo il tempo di tragitto in funzione della distanza.



## TEMPI DI TRAGITTO DELLE ONDE SISMICHE PER UN MODELLO A DUE STRATI ONDA RIFLESSA



Per il cammino dell'onda riflessa (SC+CR) il tempo di tragitto sarà:

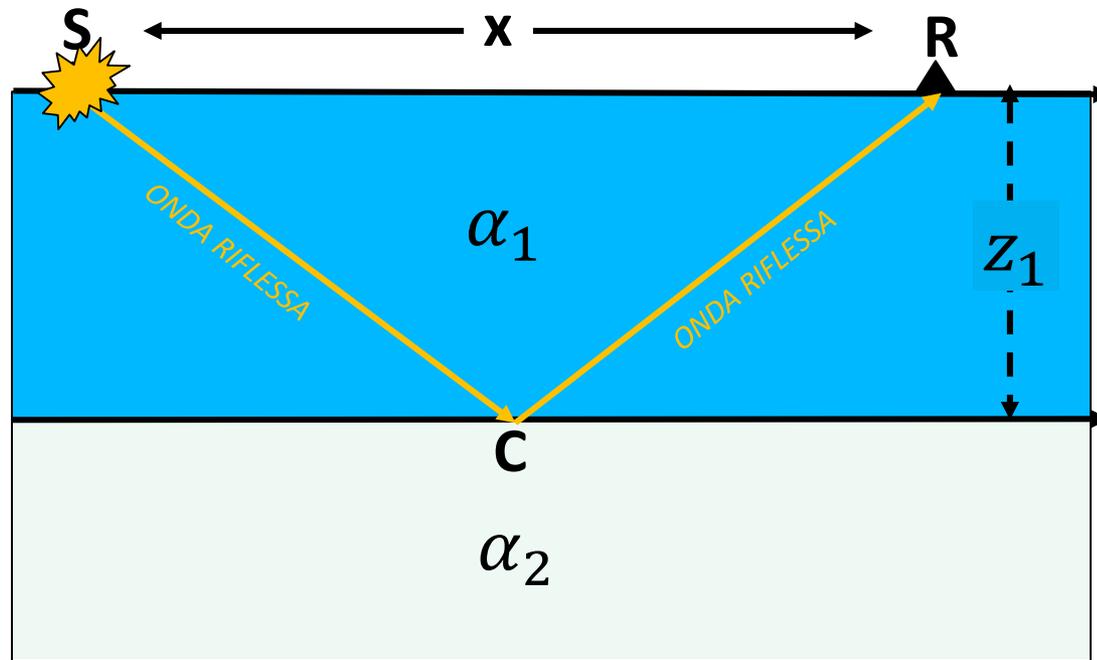
$$t = SC/\alpha_1 + CR/\alpha_1$$

Poichè lo strato superior è omogeneo, il punto di riflessione sarà a meta strada tra S e R. Usando il teorema di Pitagora:

$$SC = CR = \left[ z_1^2 + \left( \frac{x^2}{4} \right) \right]^{1/2}$$



## TEMPI DI TRAGITTO DELLE ONDE SISMICHE PER UN MODELLO A DUE STRATI ONDA RIFLESSA



Il tempo di tragitto sarà pertanto:

$$t = (2/\alpha_1) = \left[ z_1^2 + \left( x^2/4 \right) \right]^{1/2}$$

Ovvero:

$$\alpha_1^2 t^2 = 4z_1^2 + x^2$$

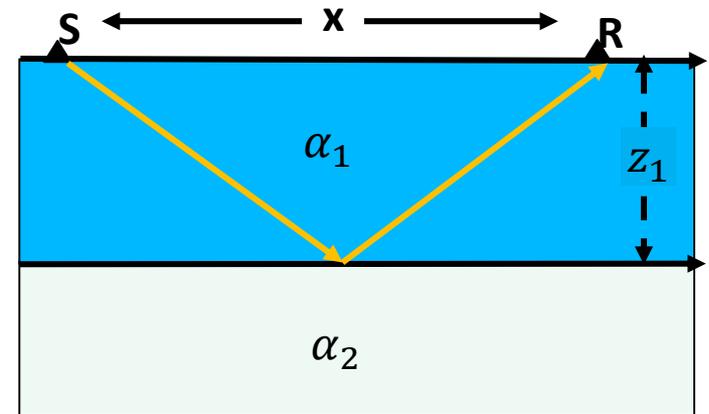
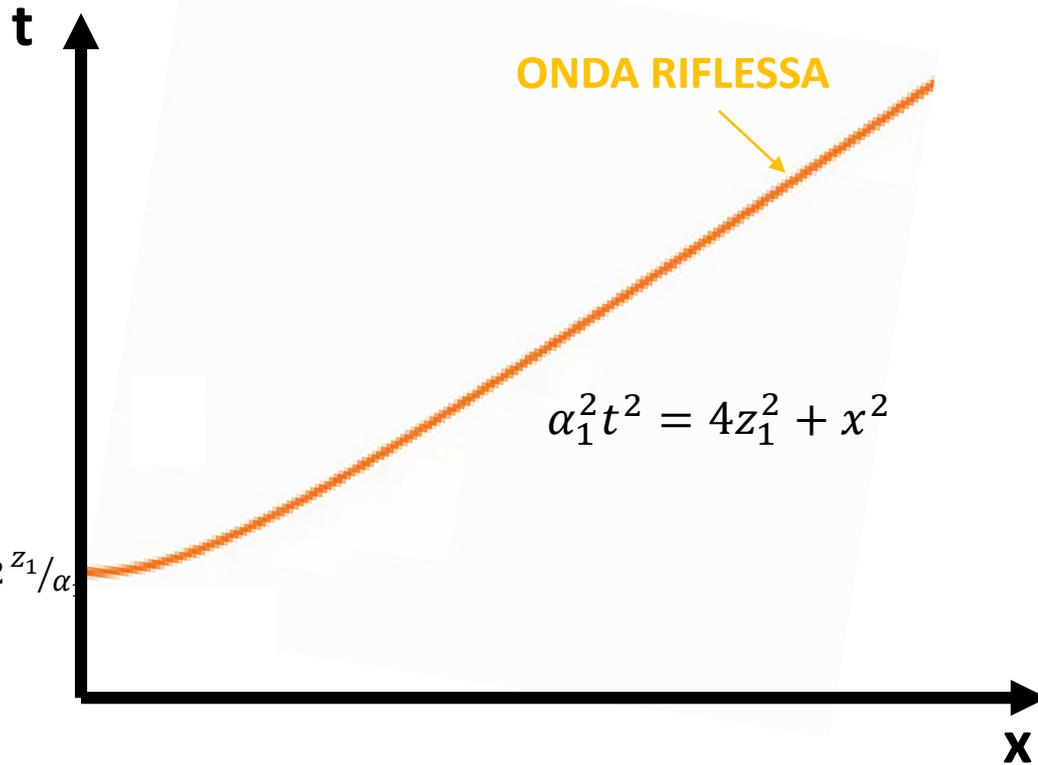
Che è l'equazione di un'iperbole.



# Fisica Terrestre 2024-2025

Giovanni Costa

## TEMPI DI TRAGITTO DELLE ONDE SISMICHE PER UN MODELLO A DUE STRATI



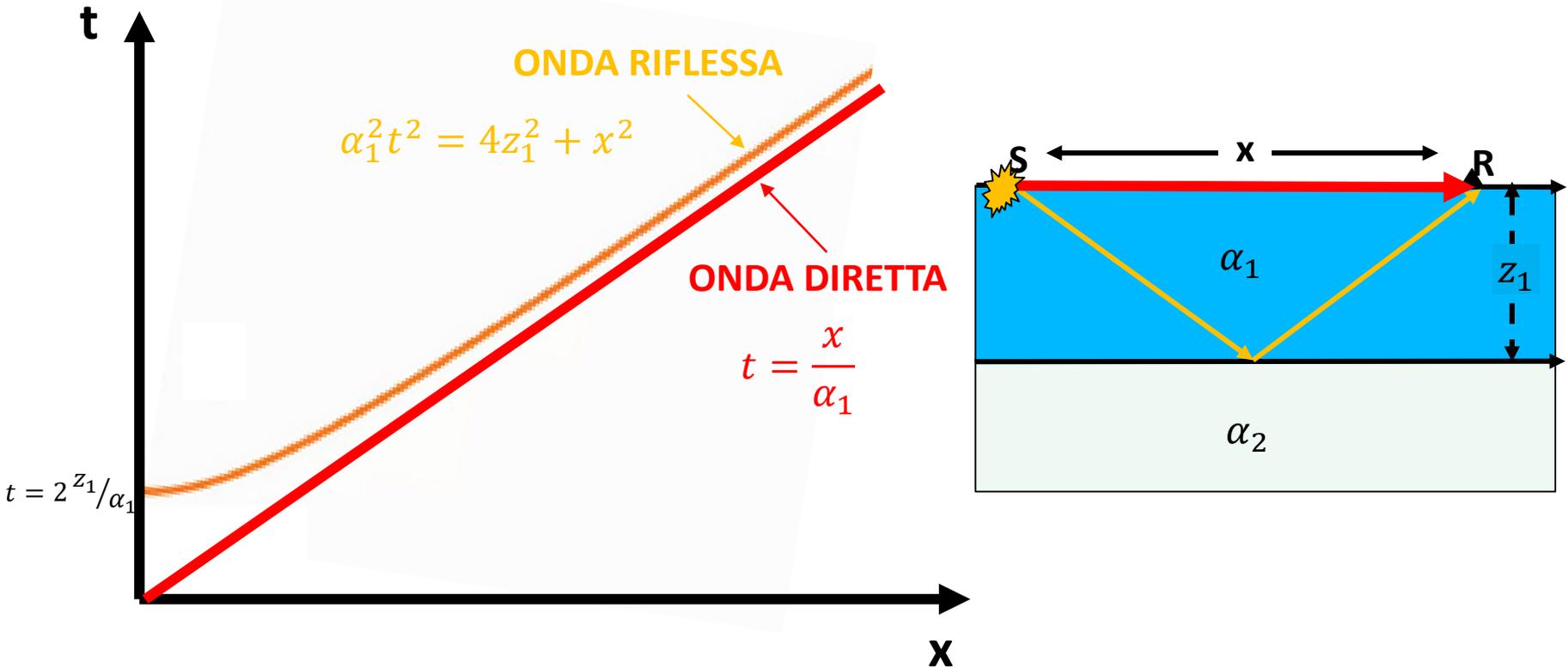
L'iperbole interseca l'asse dei tempi ( $x=0$ ) nel punto  $t = 2z_1/\alpha_1$ .



# Fisica Terrestre 2024-2025

Giovanni Costa

## TEMPI DI TRAGITTO DELLE ONDE SISMICHE PER UN MODELLO A DUE STRATI



Per distanze molto grandi (valori di  $x \rightarrow \infty$ ), il termine costante  $4z_1^2$  risulta trascurabile rispetto ad  $x^2$  e pertanto il tempo di tragitto risulta  $t = x/\alpha_1$ , che è l'equazione per il tempo di tragitto dell'onda diretta. La retta rappresenta i tempi di tragitto dell'onda diretta, pertanto l'asintoto dell'iperbole dei tempi di tragitto delle onde riflesse.

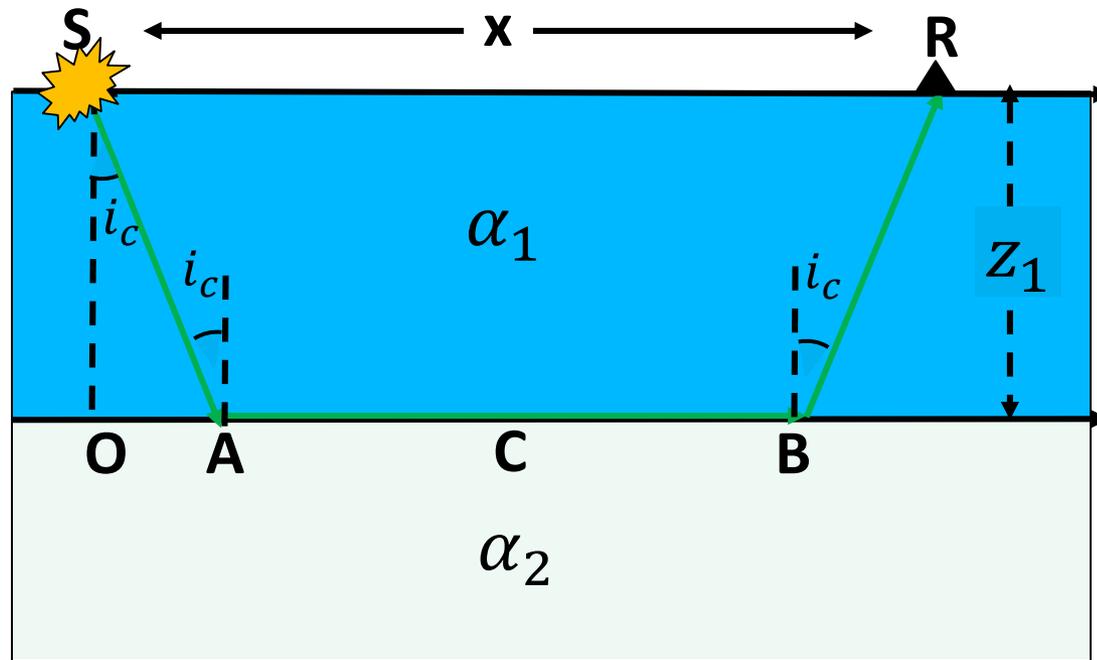


# Fisica Terrestre 2024-2025

Giovanni Costa

## TEMPI DI TRAGITTO DELLE ONDE SISMICHE PER UN MODELLO A DUE STRATI

### ONDA RIFRATTA (head wave)



Per il cammino dell'onda rifratta il tempo di tragitto sar :

$$t = SA/\alpha_1 + AB/\alpha_2 + BR/\alpha_1$$

Per simmetria avremo

$$SA = BR = z_1/\cos i_c \quad \text{ed} \quad OA = z_1/\tan i_c$$

Per cui:

$$AB = x - 2z_1 \tan i_c$$

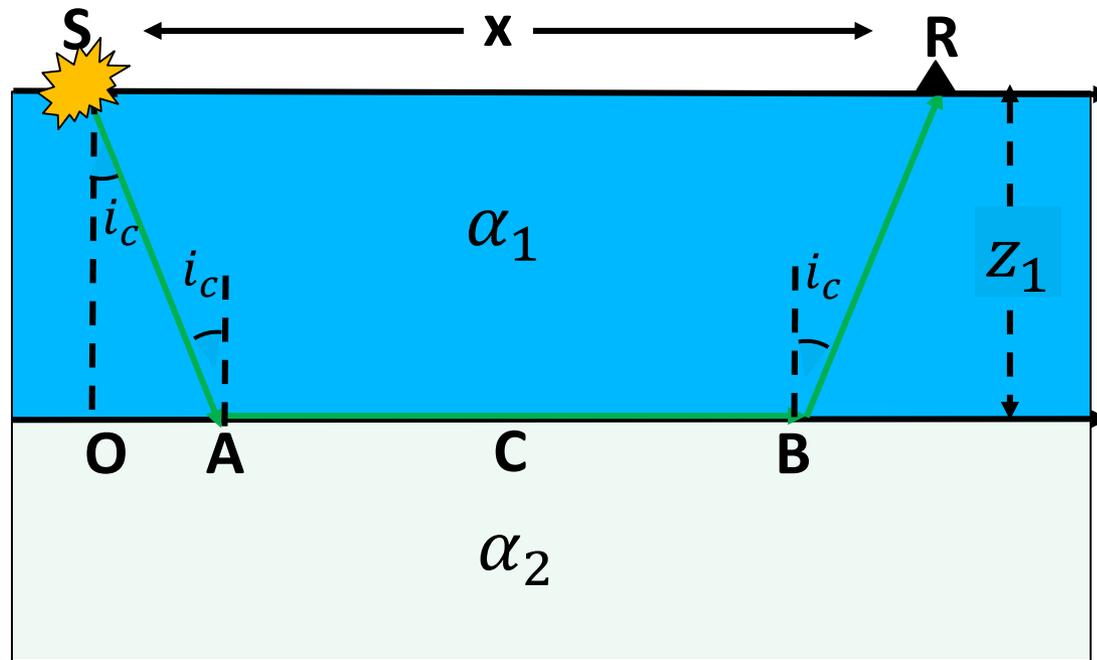


# Fisica Terrestre 2024-2025

Giovanni Costa

## TEMPI DI TRAGITTO DELLE ONDE SISMICHE PER UN MODELLO A DUE STRATI

### ONDA RIFRATTA (head wave)



Sostituendo queste espressioni nell'equazione del tempo di tragitto e ricordando che:

$$\sin i_c = \alpha_1 / \alpha_2$$

Si ottiene:

$$t = \frac{2z_1}{\alpha_1 \cos i_c} + \frac{x}{\alpha_2} - \frac{2z_1}{\alpha_2} \tan i_c = \frac{2z_1}{\alpha_1 \cos i_c} \left[ 1 - \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \sin i_c \right] + \frac{x}{\alpha_2} = \frac{2z_1}{\alpha_1} \cos i_c + \frac{x}{\alpha_2} = \frac{2z_1}{\alpha_1} \sqrt{1 - \frac{\alpha_1^2}{\alpha_2^2}} + \frac{x}{\alpha_2}$$

$$BR = SA = z_1 / \cos i_c$$

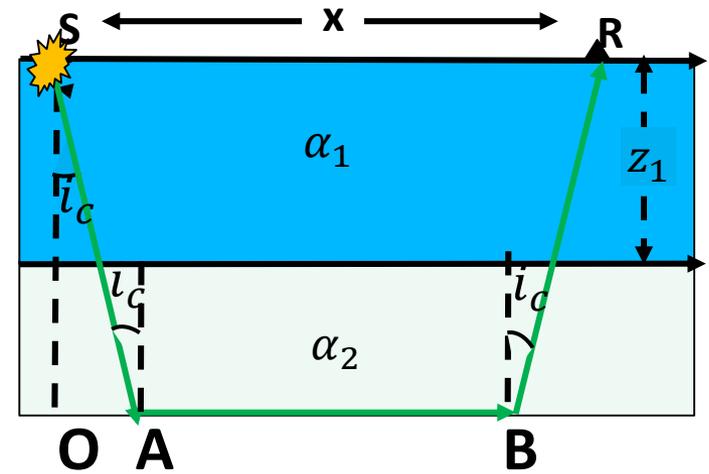
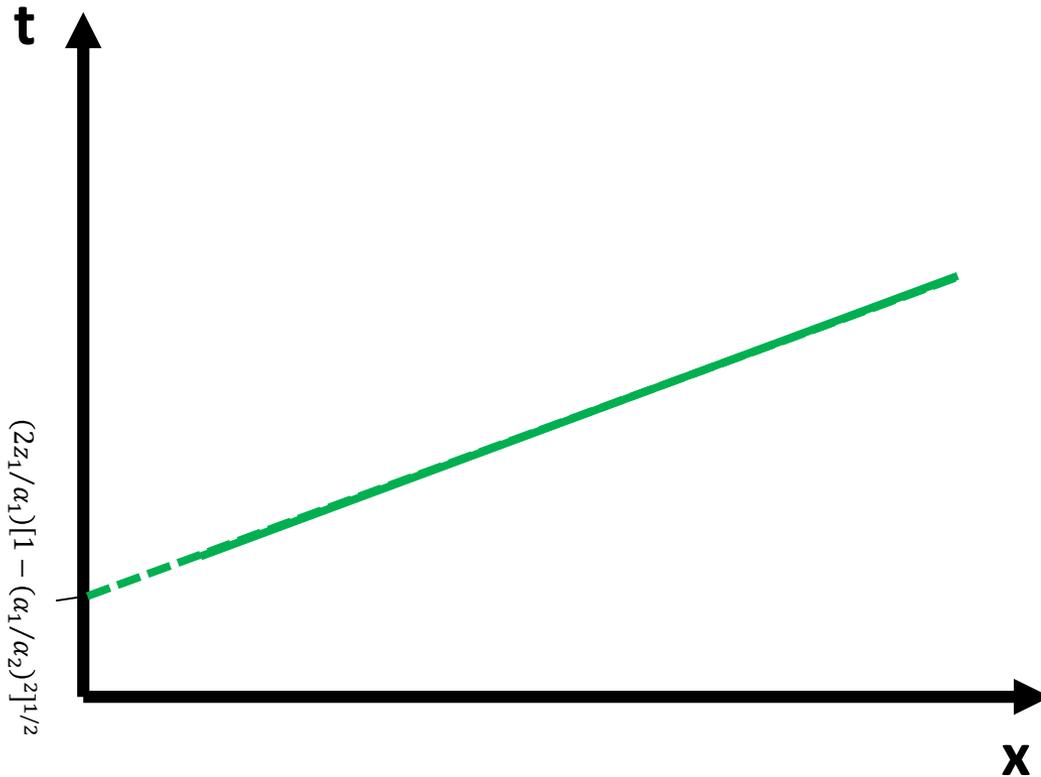
$$AB = x - 2z_1 \tan i_c$$



# Fisica Terrestre 2024-2025

Giovanni Costa

## TEMPI DI TRAGITTO DELLE ONDE SISMICHE PER UN MODELLO A DUE STRATI



Nel grafico dei tempi di tragitto in funzione della distanza  $x$  questa è ancora l'equazione di una retta con pendenza  $1/\alpha_2$  ed intercetta sull'asse dei tempi:

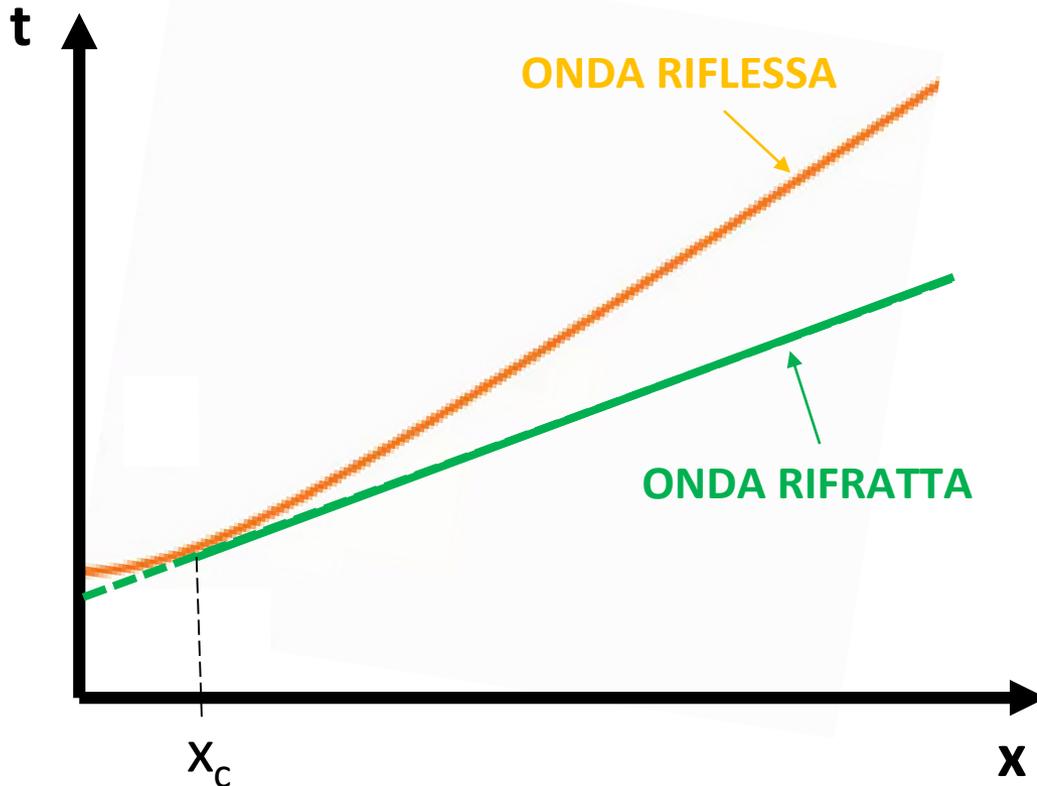
$$(2z_1/\alpha_1)[1 - (\alpha_1/\alpha_2)^2]^{1/2}$$



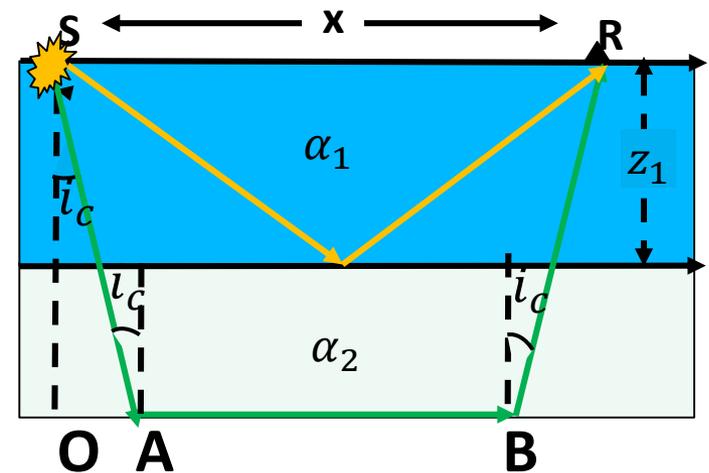
# Fisica Terrestre 2024-2025

Giovanni Costa

## TEMPI DI TRAGITTO DELLE ONDE SISMICHE PER UN MODELLO A DUE STRATI



Distanza Critica



Notiamo che la distanza minima a cui possiamo registrare un'onda rifratta è  $x_c$  detta distanza critica, che risulta essere

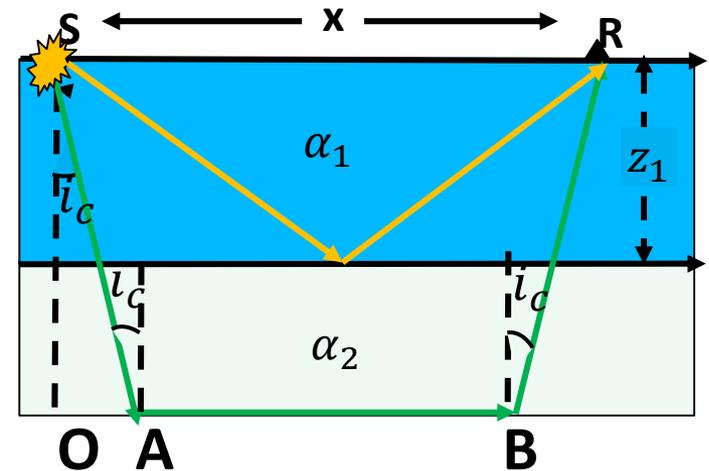
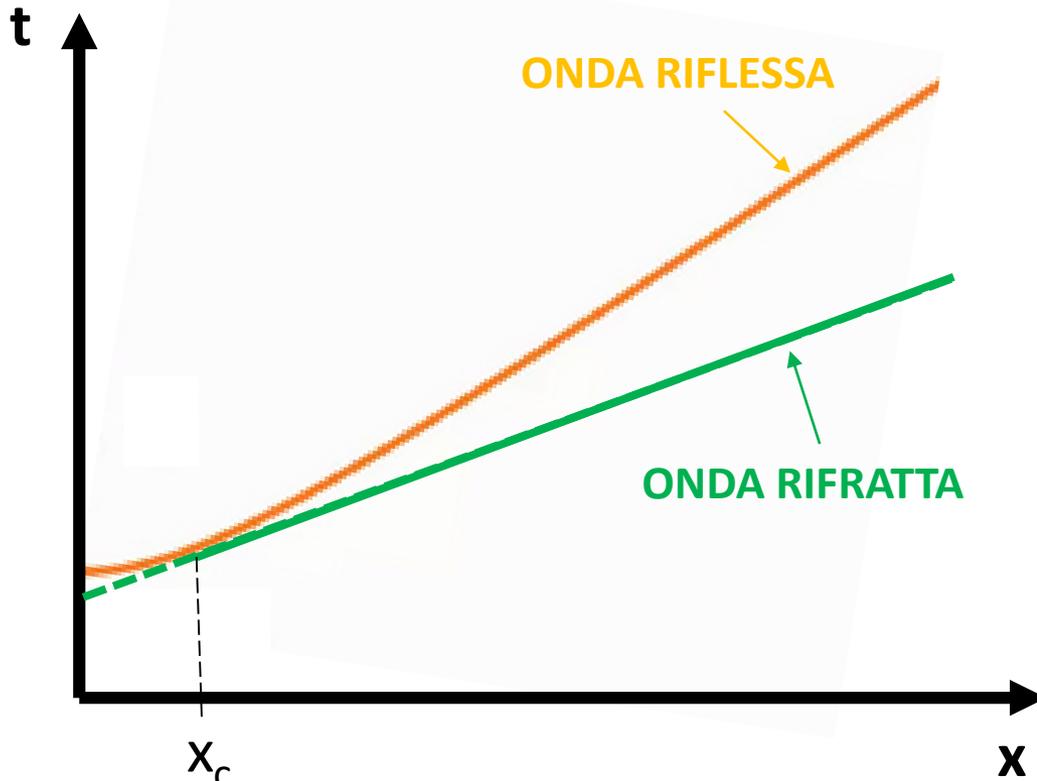
$$x_c = 2z_1 \tan i_c = 2z_1 \alpha_1 / [\alpha_2^2 - \alpha_1^2]^{1/2}$$



# Fisica Terrestre 2024-2025

Giovanni Costa

## TEMPI DI TRAGITTO DELLE ONDE SISMICHE PER UN MODELLO A DUE STRATI



### Distanza Critica

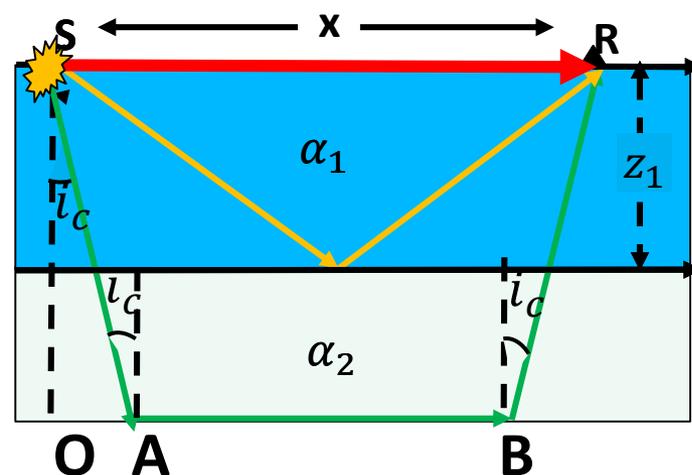
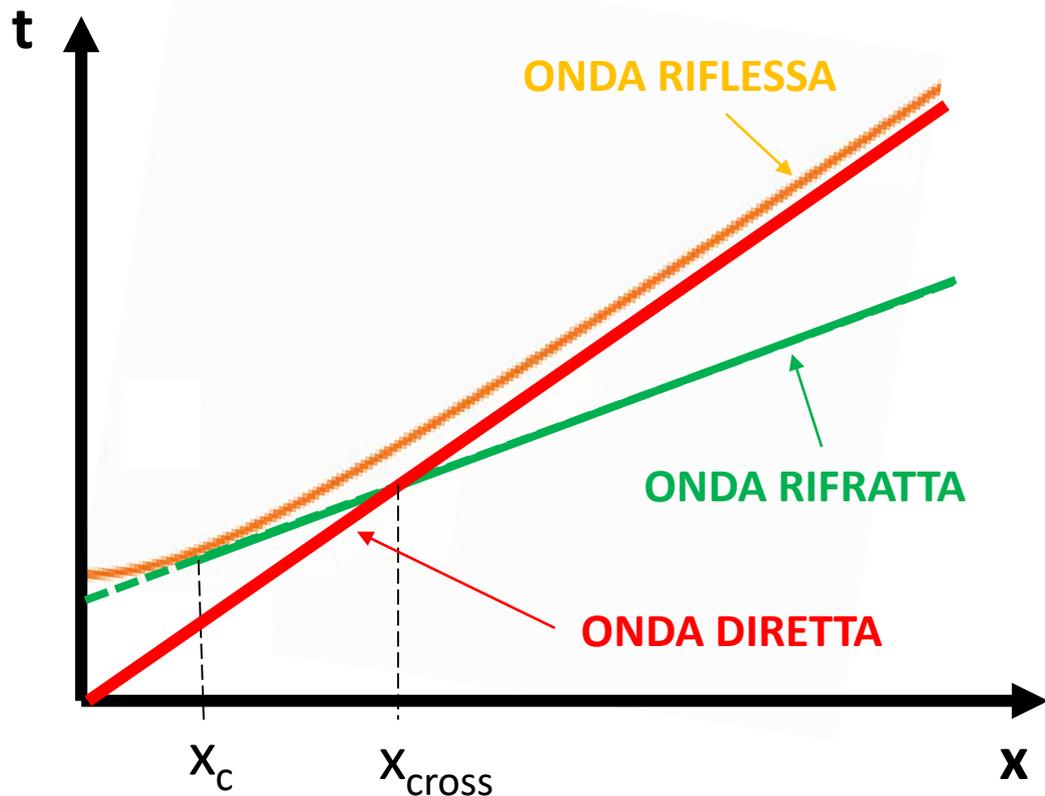
Per distanze minori abbiamo solamente la riflessione pre-critica (e l'onda diretta). Alla distanza critica  $x_c$ , il tempo di tragitto dell'onda rifratta è uguale al tempo di tragitto dell'onda riflessa, poichè per tale distanza il tragitto AB risulta nullo ed i due percorsi coincidono. Inoltre, sempre per  $x=x_c$  la retta dei tempi dell'onda rifratta risulta tangente all'iperbole dei tempi dell'onda riflessa.



# Fisica Terrestre 2024-2025

Giovanni Costa

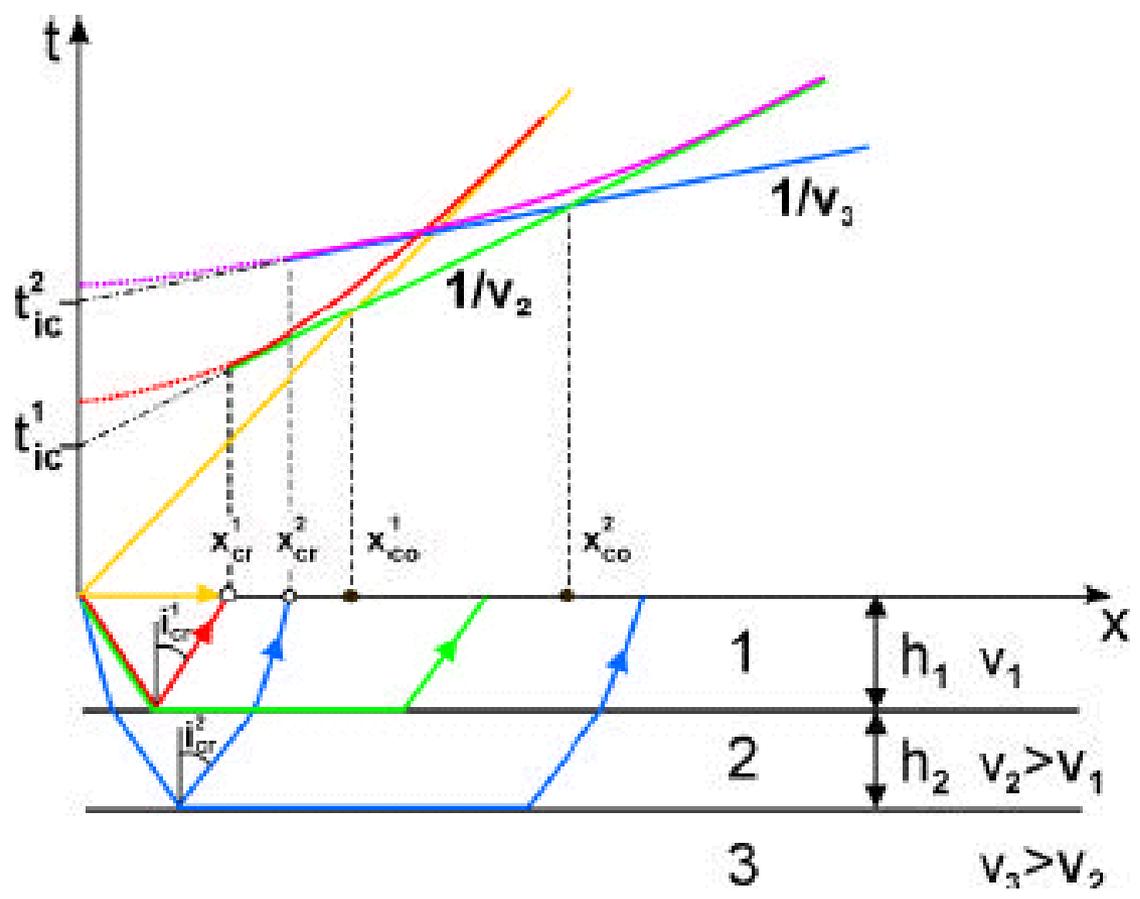
## TEMPI DI TRAGITTO DELLE ONDE SISMICHE PER UN MODELLO A DUE STRATI





# Fisica Terrestre 2024-2025

Giovanni Costa





# Fisica Terrestre 2024-2025

Giovanni Costa

Travel times for $h=0$										
$\Delta$	$P_g$	$P^*$	$P_n$	$S_g$	$S^*$	$S_n$	$S_g - P_g$	$P_m P$	$R_g$	
km	m s	m s	m s	m s	m s	m s	m s	m s	m s	m s
0	0			0			0			0
10	1.6			2.8			1.2			3.3
20	3.2			5.6			2.4			6.6
30	4.8			8.4			3.6			9.9
40	6.4			11.2			4.8	13.7		13.2
50	8.0			14.0			6.0	14.2		16.6
60	9.6			16.8			7.2	15.1		19.9
70	11.3			19.6			8.3	16.1		23.2
80	12.9			22.3			9.4	17.2		26.5
90	14.5			25.1			10.6	18.3		29.8
100	16.1			27.9			11.8	19.5		33.1
110	17.7	18.7	20.8	30.7		36.8	13.0	20.8		36.4
120	19.3	20.2	22.1	33.5		39.0	14.2	22.1		39.7
130	20.9	21.7	23.3	36.3		41.2	15.4	23.4		43.0
140	22.5	23.2	24.6	39.1		43.4	16.6	24.8		46.4
150	24.1	24.7	25.9	41.9		45.6	17.8	26.1		49.7
160	25.7	26.2	27.2	44.7	45.9	47.7	19.0	27.5		53.0
170	27.3	27.7	28.5	47.5	48.6	49.9	20.2	28.9		56.3
180	28.9	29.2	29.7	50.3	51.4	52.1	21.4	30.3		59.6
190	30.6	30.8	31.0	53.1	54.1	54.3	22.5	31.8	1 02.9	
200	32.2	32.3	32.3	55.9	56.8	56.5	23.7	33.2	1 06.2	
210	33.8	33.8	33.6	58.7	59.5	58.7	24.9		1 09.5	
220	35.4	35.3	34.8	1 01.4	1 02.2	1 00.9	26.0		1 12.8	
230	37.0	36.8	36.1	1 04.2	1 04.9	1 03.1	27.2		1 16.2	
240	38.6	38.3	37.4	1 07.0	1 07.6	1 05.3	28.4		1 19.5	
250	40.2	39.8	38.7	1 09.8	1 10.3	1 07.5	29.6		1 22.8	

Fig. 25. Sample section ( $0 \leq \Delta \leq 250$  km) of travel-time tables for near events with surface focus in Sweden. Times of travel are listed for  $P_g$ ,  $P^*$ ,  $P_n$ ,  $S_g$ ,  $S^*$ ,  $S_n$ ,  $P_m P$ ,  $R_g$  and for the difference  $S_g - P_g$ . (After Báth, 1979b).



# Fisica Terrestre 2024-2025

Giovanni Costa

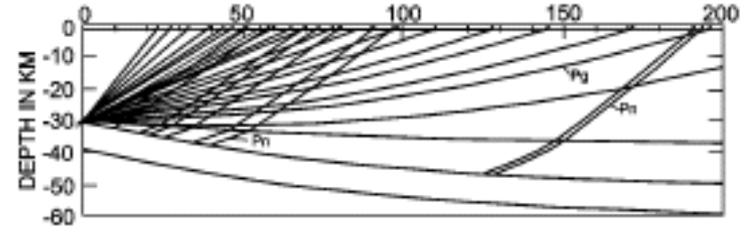
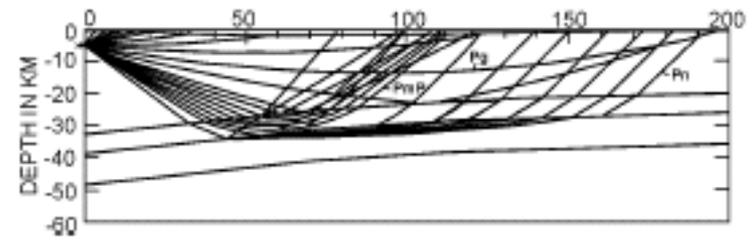
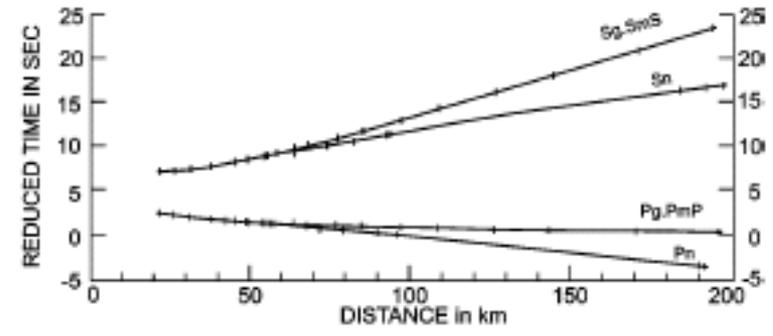
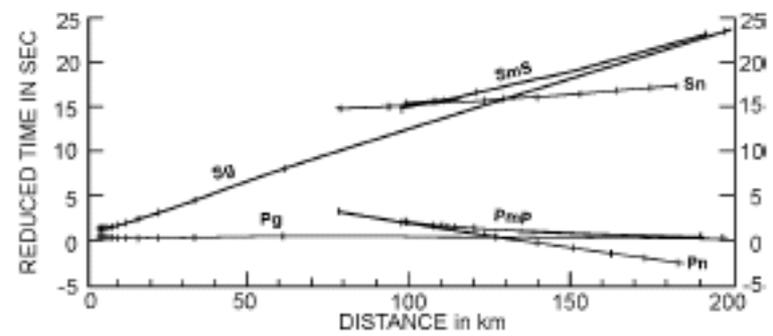
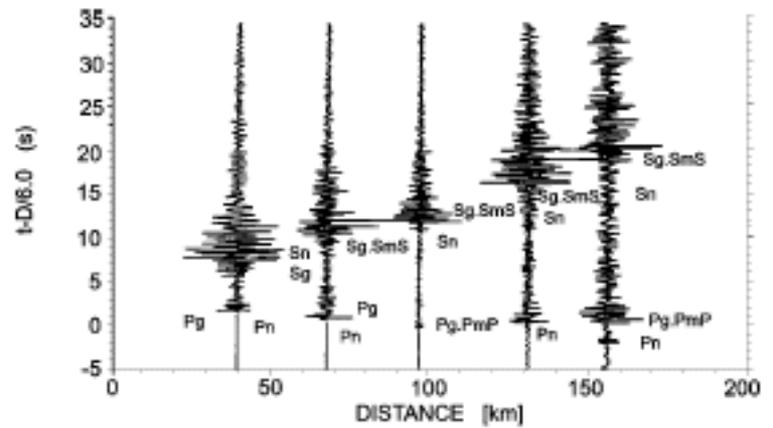
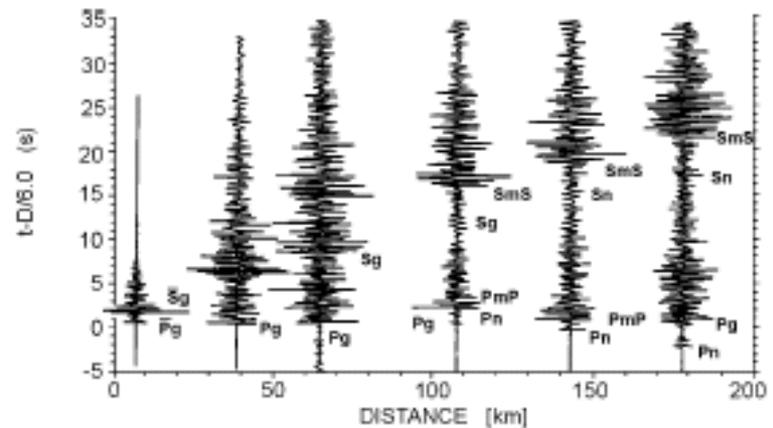
NEAR EARTHQUAKE PHASES						
Times of Transmission for a Surface Focus						
$\Delta$	$P_g$	$P^*$	$P_n$	$S_g$	$S^*$	$S_n$
0.0	o 0.0	o (2.8)	o (6.8)	o 0.0	o (3.9)	o (10.7)
0.2	4.0			6.6		
0.4	8.0	(9.6)		13.2		
0.6	12.0	13.1		19.8	21.7	
0.8	16.0	16.5	18.3	26.4	27.7	31.0
1.0	20.0	19.9	21.1	33.0	33.6	36.1
1.2	23.9	23.3	23.9	39.6	39.5	41.2
1.4	27.9	26.7	26.8	46.3	45.5	46.3
1.6	31.9	30.2	29.6	52.9	51.4	51.3
1.8	35.9	33.6	32.5	59.5	57.4	56.4
2.0	39.9	37.0	35.4	I 6.1	I 3.3	I 1.5
2.2	43.9	40.4	38.3	12.7	9.2	6.6
2.4	47.9	43.8	41.2	19.3	15.2	11.7
2.6	51.9	47.3	44.0	25.9	21.1	16.7
2.8	55.9	50.7	46.9	32.5	27.1	21.8
3.0	59.8	54.1	49.7	39.1	33.0	26.9
3.2	I 3.8	57.5	52.5	45.7	38.9	32.0
3.4	7.8	I 0.9	55.4	52.3	44.9	37.1
3.6	11.8	4.4	58.2	58.9	50.8	42.1
3.8	15.8	7.8	I 1.1	2 5.6	56.8	47.2

Fig. 26. Sample section ( $0 \leq \Delta \leq 3.8^\circ$ ) of JB travel-time tables for near events with surface focus. Time of travel are listed for  $P_g$ ,  $P^*$ ,  $P_n$ ,  $S_g$ ,  $S^*$  and  $S_n$ . Figures in parentheses give travel times of  $P^*$ ,  $S^*$  and  $P_n$ ,  $S_n$  vertically reflected from Conrad and Moho discontinuities, respectively. (From Jeffreys and Bullen 1967).



# Fisica Terrestre 2024-2025

Giovanni Costa





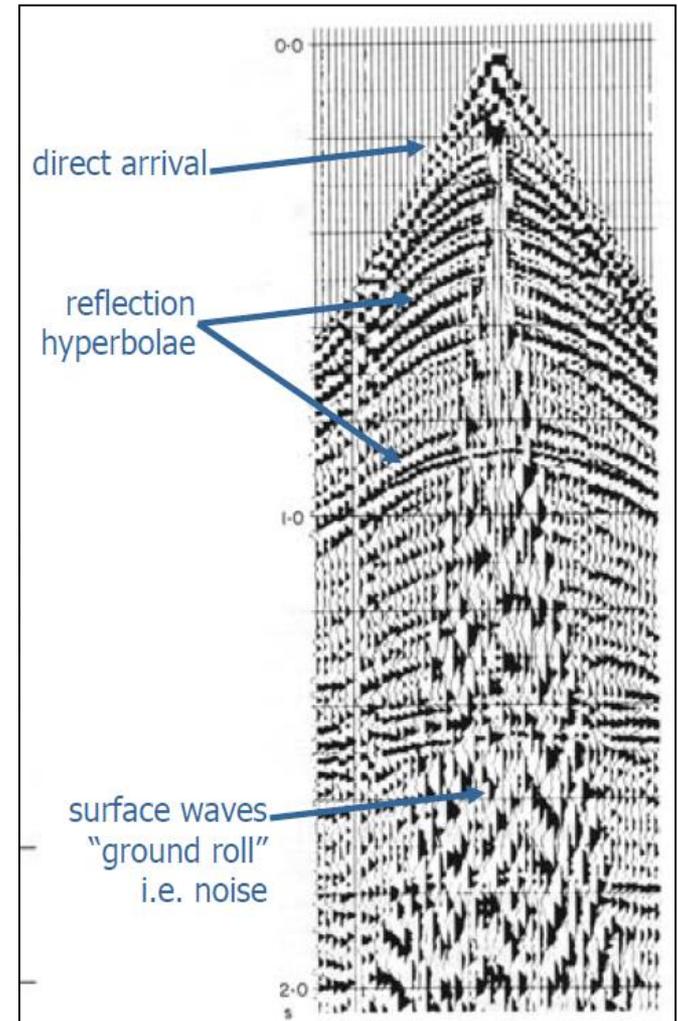
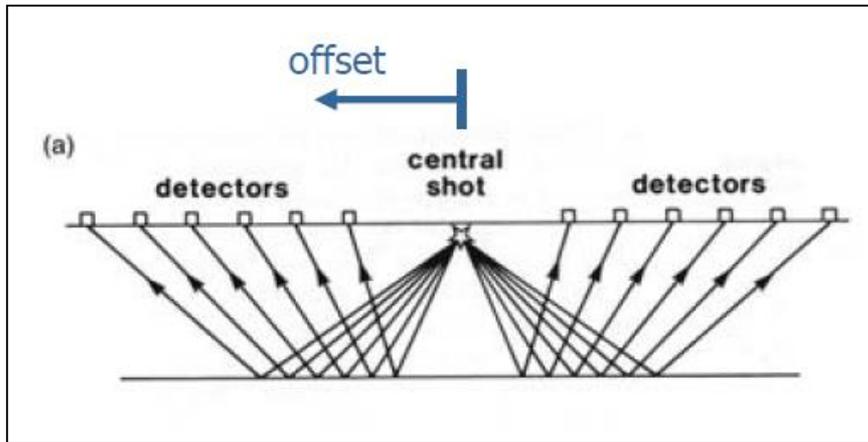
## Sismica a riflessione

- La sismica a riflessione ha come obiettivo principale quello di individuare la profondità delle superfici riflettenti e le velocità sismiche degli strati rocciosi del sottosuolo. Le tecniche di acquisizione ed elaborazione dei dati di sismologia a riflessione sono state sviluppate e perfezionate fino a raggiungere un grado di sofisticazione molto elevato, grazie all'applicazione intensiva di questo metodo nella ricerca del petrolio.
- Il principio è semplice. Un segnale sismico (ad esempio, un'esplosione) viene prodotto in un luogo noto e in un momento noto, e gli echi riflessi dai confini tra gli strati rocciosi con velocità e densità sismiche diverse vengono registrati e analizzati. I sismometri elettromagnetici robusti e compatti - chiamati "geofoni" nell'uso industriale - sono distribuiti nella regione di riflessione subcritica, entro la distanza critica dal punto di iniezione, dove non sono possibili arrivi rifratti.
- Entro questa distanza, gli unici segnali ricevuti sono l'onda che viaggia direttamente dal punto di iniezione ai geofoni e le onde riflesse alle interfacce del sottosuolo. Anche le onde di superficie vengono registrate e costituiscono un importante "rumore" di disturbo, poiché interferiscono con il segnale riflesso.
- Quanto più vicino è l'array di geofoni al punto di ripresa, tanto più le traiettorie dei raggi riflessi viaggiano verticalmente. I dati sismici a riflessione sono generalmente acquisiti lungo profili che attraversano le strutture geologiche il più possibile normali all'andamento della struttura.
- I tempi di tragitto registrati dai geofoni lungo un profilo vengono tracciati come una sezione trasversale bidimensionale della struttura.
- Negli ultimi anni, il rilievo tridimensionale, che copre l'intero sottosuolo, è diventato più importante.



# Fisica Terrestre 2024-2025

Giovanni Costa



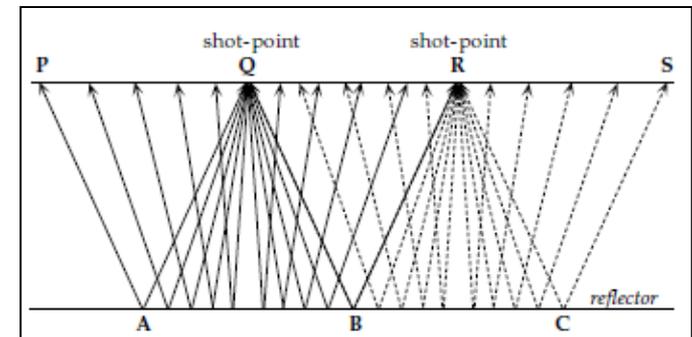


# Fisica Terrestre 2024-2025

Giovanni Costa

- Diverse procedure sul campo sono di uso comune. Esse si distinguono per la diversa disposizione dei geofoni rispetto al punto di ripresa. L'applicazione più abituale della sismologia a riflessione è la profilatura continua, in cui i geofoni sono disposti a distanze discrete lungo un profilo che attraversa il punto di ripresa. Per ridurre il rumore sismico, ogni punto di registrazione è rappresentato da un gruppo di geofoni interconnessi.
- Dopo ogni ripresa, il layout del geofono e il punto di ripresa vengono spostati di una distanza predeterminata lungo il profilo e la procedura viene ripetuta. In linea di massima, esistono due varianti principali di questo metodo, a seconda che ogni punto di riflessione sul riflettore venga campionato una sola volta (copertura convenzionale) o più volte (copertura ridondante).

• La forma più comune di copertura convenzionale è il metodo split-spread, in cui i geofoni sono distribuiti simmetricamente su entrambi i lati del punto di ripresa. Se il riflettore è piatto, il punto di riflessione di un raggio registrato in qualsiasi geofono si trova sotto il punto a metà strada tra il punto di ripresa e il geofono. Per un punto di ripresa in Q, i raggi QAP e QBR che vengono riflessi ai geofoni in P e R rappresentano casi estremi. Il tempo di percorrenza bidirezionale del raggio QAP fornisce la profondità del punto di riflessione A, che è tracciato sotto il punto medio di QP. Allo stesso modo, B è tracciato sotto il punto medio di QR.



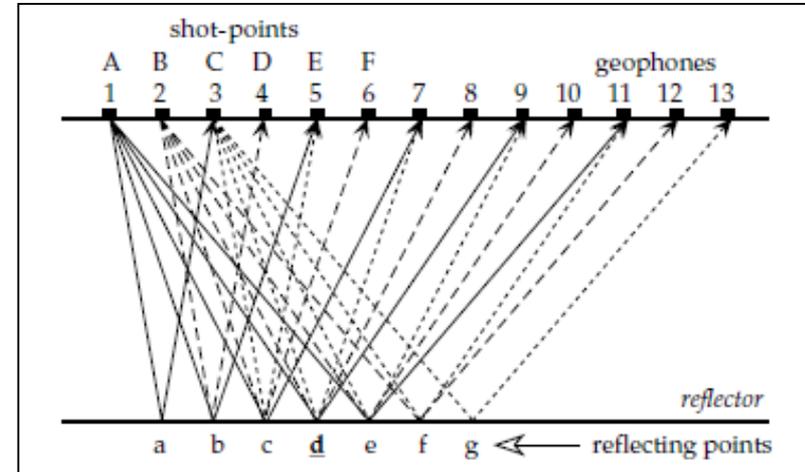
• Il layout split-spread attorno al punto di ripresa Q fornisce le profondità dei punti di riflessione lungo AB, che è la metà della lunghezza dello spread del geofono PR. Il punto di ripresa viene ora spostato nel punto R e i geofoni tra P e Q vengono spostati per coprire il segmento RS. Dal nuovo punto di ripresa R si ottengono le posizioni dei punti di riflessione nel segmento BC del riflettore. La semiretta RBQ dal punto di ripresa R al geofono in Q ha lo stesso percorso della semiretta QBR dal punto di ripresa Q al geofono in R.



# Fisica Terrestre 2024-2025

Giovanni Costa

- La copertura ridondante è illustrata dal metodo del punto medio comune, che viene impiegato abitualmente come mezzo per ridurre il rumore e migliorare il rapporto segnale/rumore. In genere, da 24 a 96 gruppi di geofoni inviano i segnali registrati a un registratore multicanale. Il principio della copertura del punto centrale comune è illustrato per un piccolo numero di 11 gruppi di geofoni nella figura.



- Quando viene sparato un colpo in A, i segnali ricevuti dai geofoni 3-11 forniscono la copertura del sottosuolo del riflettore tra i punti a ed e. Il punto di sparato viene ora spostato in B, che coincide con la posizione occupata dal geofono 2 per il primo colpo, e l'array di geofoni viene spostato in avanti in modo corrispondente lungo la direzione del profilo fino alle posizioni 4-12. Dal punto di ripresa B la copertura del sottosuolo del riflettore è compresa tra i punti b e f. I punti del riflettore da b a e sono comuni a entrambe le serie di dati. Spostando ripetutamente il punto di ripresa e l'array di geofoni nel modo descritto, ogni punto di riflessione dell'interfaccia viene campionato in modo multiplo. Ad esempio, nella Figura il punto di riflessione d è campionato in modo multiplo dai raggi Ad 9, Bd8, Cd7, ecc

Le lunghezze di questi percorsi dei raggi sono diverse. Durante la successiva elaborazione dei dati, i tempi di percorrenza delle riflessioni vengono corretti per il moveout normale, un effetto geometrico legato alla distanza del geofono dal punto di ripresa. Le registrazioni vengono poi impilate, una procedura per migliorare il rapporto segnale/rumore.