

# Esercizi aggiuntivi sul Principio di Induzione

Elisa Voltolina

October 22, 2024

Dimostra le seguenti proprietà utilizzando il principio di induzione

1.

$$\sum_{k=1}^n (2k-1) = n^2.$$

2.

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4} = \left( \sum_{k=1}^n k \right)^2.$$

3. Se  $(x \geq -1)$  allora  $[(1+x)^n \geq 1+nx.]$

4.  $n^2 \geq 2n+1$  per ogni intero  $n \geq 3$ .

5.  $2^n > n^2$  per ogni intero  $n \geq 5$ .

6. per ogni  $n \geq 1$ ,

$$n^3 + 2n$$

è divisibile per 3.

7.

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{4k^2-1} = \frac{n}{2n+1}.$$

8.

$$\sum_{k=1}^n \frac{k}{2^k} = 2 - \frac{n+2}{2^n}.$$

9.

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}.$$