Prova scritta di Matematica 2 3 giugno 2024 Corso di laurea triennale in Chimica

Risolvere i seguenti esercizi per esteso, motivando adeguatamente le risposte

Esercizio 1. Trovare i punti critici della seguente funzione, e determinarne la natura studiando gli autovalori della matrice Hessiana.

$$f(x,y) = x^3 + 3xy + y^3.$$

Esercizio 2. Risolvere il seguente problema di Cauchy.

$$\begin{cases} u'' + 2u' + 2u = t \\ u(0) = 0 \\ u'(0) = 0 \end{cases}$$

Esercizio 3. Calcolare gli autovalori e i corrispondenti autovettori della matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Esercizio 4. Trovare il baricentro della regione piana limitata compresa tra l'asse y e il grafico delle funzione $f(x) = 1 - y^2$.