François Viète

Ritratto di François Viète, 1540-1603

Opere

- *Canon mathematicus*, Lutetiae, Jamet Mettayer, 1579
- *Uniuersalium inspectionum ad canonem mathematicum*, 1579
- *In Artem analyticam Isagoge*, Paris, James Mettayer, 1591
- *Munimen adversus nova Cyclometrica*, Paris, James Mettayer, 1594
- *Pseudo-Mesolabum et alia quaedam adjuncta capitula*, Paris, Jamet Mettayer, 1595
- *Ad problema quod omnibus mathematicis totius orbis construendum proposuit responsum*, Parisiis, James Mettayer, 1595
- *Apollonius Gallus*, Paris, David Le Clerc, 1600
- *Adversus Christophorum Clavium Expostulatio*, Paris, Petrum Mettayer, 1602
- *Varia opera mathematica*, Parisiis, Barthélémy Macé, James Mettayer, 1609
- *De numerosa potestatum ad exegesim resolutione*, Paris, David Le Clerc, 1600
- *De aequationum recognitione et emendatione*, Paris, Johannes Laquenay, 1615
- *Opere*, Lugduni Batavorum, Bonaventura Elzevier, Abraham Elzevier, 1646

François Viète è il più grande matematico francese del sec. XVI, anche se era di professione avvocato e politico (e forse spia...).

Le sue opere ebbero un'enorme influenza in tutta Europa, se non gli si debbono grandi scoperte, paragonabili a quelle dei suoi contemporanei Stevin, Keplero e Galileo, dobbiamo a lui perfezionamenti notevoli dei metodi del calcolo.

Contributi in aritmetica

- Difende le frazioni decimali contro le sessagesimali
- Nei decimali usa | invece della virgola

Novità in algebra

Imbevuto di cultura classica, fu subito attratto dalla risonanza profonda che avevano avuto in Europa le edizioni e le traduzioni dei matematici greci, soprattutto quelle di Pappo (tradotto da Commandino, Pesaro 1567) e Diofanto (tradotto da Xylandro, 1575).

Le opere degli algebristi italiani (che durante il sec. XVI si erano diffuse da Lione nella Francia meridionale), soprattutto l'*Ars Magna* di Cardano (2a ed. 1570) e l'*Algebra* di Bombelli (1572), gli avevano dato modo di capire Diofanto.

Con ragione Viète afferma (1591) di aver creato una nuova scienza, che egli chiama *logistica speciosa*, cioè il calcolo letterale o algebrico (opposto alla *logistica numerosa* o calcolo aritmetico), che dà ai ragionamenti dei matematici una maggior generalità. Tuttavia la sua è ancora una "algebra sincopata" e non ancora "simbolica".

- La scelta delle vocali A, E, I ecc., per le incognite, e delle consonanti $B, G, D, \ldots$ per le quantità note (o anche parametri) di una formula algebrica, indicano il modello greco (Diofanto), che Viète aveva dinnanzi. Per questo Viète è considerato il fondatore dell'*algebra letterale*. Se avesse usato le notazioni del suo tempo ($+$ e $-$ di Stifel e $=$ di Recorde), avrebbe scritto la generica equazione di II grado come

$$BA^2 + CA + D = 0.$$

- Non gradisce il termine "algebra"; usa piuttosto (per la prima volta) il termine *analisi*, coniando l'espressione *Artis analyticae praxis*.

- Nelle equazioni algebriche mantiene una certa rigidità: cerca di conservare l'omogeneità dei termini, non si libera quindi completamente dalla rappresentazione geometrica delle relazioni algebriche, rendendo le formule inutilmente complicate. Ad esempio in

$$x^3 + 3ax = b$$

la natura di a è quadratica *(planum)* e quella di b è cubica *(solidum)*.

Descartes (1637) riesce a liberarsene, ma tali complicazioni continuano a sussistere fino al principio del sec. XIX.

- Conosce alcune relazioni tra coefficienti e radici. Ad esempio se l'equazione

$$x^3 + b = 3ax$$

ha due radici positive x_1 e x_2 allora

$$3a = x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2, \quad b = x_1x_2^2 + x_2x_1^2.$$

- Sa che il numero delle radici di un'equazione algebrica è limitato dal grado.

Viète e la trigonometria

Vietè ha scritto che "la trigonometria è la massima gloria dei matematici perchè abilita a sottomettere a un calcolo meraviglioso cielo, terra e mare".

Viète può essere considerato il padre di quel metodo analitico per trattare la trigonometria che viene anche detto *goniometria*.

- Compila tabelle per tutte le 6 funzioni trigonometriche

- Nel 1500 compaiono e si diffondono in Europa identità trigonometriche di vario genere, tra cui le **formule di prostraferesi**; Vietè, operando con opportune sostituzioni, perviene alle formule oggi conosciute come **formule di Werner** (Johann Werner, 1468-1522, matematico tedesco). Pare che tali formule fossero già note parzialmente agli Arabi, ma l'uso generale di esse prevale solo verso la fine del XVI secolo.

- Deriva, con un metodo diverso da quello consistente nell'applicare ricorsivamente le formule di Tolomeo, le formule per determinare $\sin(nx)$ e $\cos(nx)$.

- In *Varia opera mathematica* compare un risultato simile alla "legge delle tangenti".

Viète e l'analisi

E' stato un analista in senso moderno: studia processi infiniti

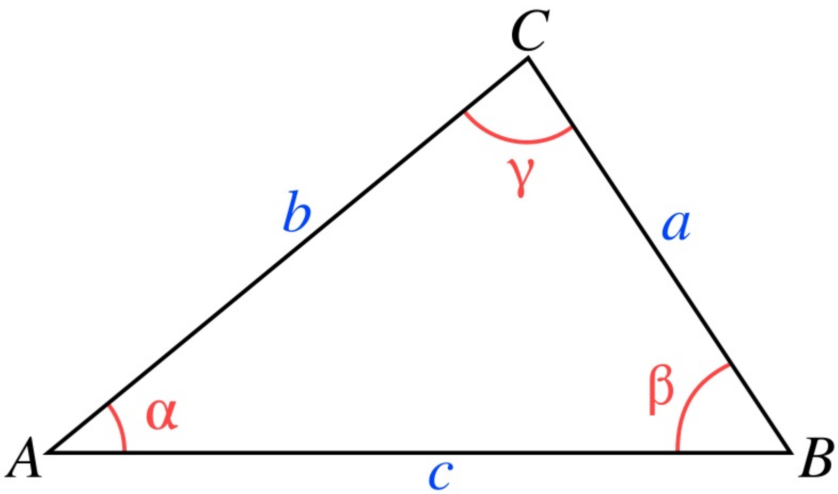
- Calcola π fino alla decima cifra con procedimento ricorsivo utililizzando poligoni di n lati inscritti in una circonferenza

- Esprime $\sin(nx)$ e $\cos(nx)$ attraverso somme infinite...

Viète e la geometria

- Ricostruisce il libro mancante delle *Coniche* di Apollonio. Risolve il X problema con riga e compasso (1600).

Legge delle tangenti



In un triangolo qualunque, indicate con a, b, c le lunghezze dei lati e con α, β, γ le ampiezze degli angoli a essi rispettivamente opposti, si hanno per ogni coppia di lati e angoli le seguenti relazioni (qui considerate per i lati di lunghezze a e b):

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{\tan\frac{\alpha+\beta}{2}}{\tan\frac{\alpha-\beta}{2}}.$$

Formule di prostraferesi

$$\sin\alpha\sin\beta = \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)\right]$$

$$\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha-\beta) + \cos(\alpha+\beta)\right]$$

$$\sin\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\left[\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta)\right]$$

$$\cos\alpha\sin\beta = \frac{1}{2}\left[\sin(\alpha+\beta) - \sin(\alpha-\beta)\right]$$

Algoritmo di prostraferesi

I passi dell'algoritmo, utilizzando la seconda formula

$$\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)\right]:$$

1. Scalare: si sposta la virgola decimale a destra o sinistra di tante posizioni quante sono necessarie per trasformare i due fattori della moltiplicazione in numeri compresi tra -1 e 1.
2. Trovare l'arcocoseno: si determinano, con l'uso di una tavola trigonometrica, i due angoli il cui coseno corrisponde ai valori trovati al passo precedente.
3. Sommare e sottrarre: si calcola la somma e la differenza dei due angoli trovati al passo precedente.
4. Fare la media dei coseni: si calcola la semisomma del valore dei coseni dei due angoli individuati al passo precedente.
5. Riscalare: preso tale valore, si sposta la virgola per il numero opposto di posizioni compiute al primo passo.

Esempio d'uso

Moltiplichiamo 105314 per $0,0720114$ usando una tabella trigonometrica del coseno con dettaglio di un grado e precisione fino alla quarta cifra significativa.

1. Scalare: per il primo fattore si sposta la virgola a sinistra di 6 posizioni ottenendo $0,105314$; per il secondo fattore a destra di una posizione ottenendo $0,720114$.
2. Trovare l'arcocoseno: poiché le migliori approssimazioni disponibili sulle tabella utilizzata sono $\cos(84°)$ (che vale $0,1045$) e $\cos(44°)$ (che vale $0,7193$), i due angoli individuati in questo passo sono $\alpha = 84°$ e $\beta = 44°$.
3. Sommare e sottrarre: $84° + 44° = 128°$, $84° - 44° = 40°$.
4. Fare la media dei coseni: dalla tabella utilizzata si ha che $\cos(128°) = -0,6157$ e $\cos(40°) = 0,7660$, per cui la semisomma è $0,07515$.
5. Riscalare: spostando la virgola a destra di 5 posizioni si ottiene 7515.

Il risultato corretto sarebbe stato $7583,8085796$. Si è pertanto commesso un errore inferiore all'1 per cento, pur utilizzando una tavola trigonometrica molto grezza. A supporto di questo algoritmo furono definite tavole con dettaglio pari al grado secondo e precisione fino alla quattordicesima cifra.

Formula di Viète per π

$$\frac{2}{\pi} = \frac{\sqrt{2}}{2}\ \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}\ \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{2}\cdots$$

cioè, nel simbolismo attuale,

$$\frac{2}{\pi} = \prod_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{2}$$

dove

$$a_1 = \sqrt{2}, \quad a_n = \sqrt{2 + a_{n-1}}$$

Situazione della seconda metà del Cinquecento

Alla fine del ’500 si sviluppò un notevole interesse, da parte dei matematici, per la trigonometria. Ad evidenziare tale fatto concorre una sfida proposta dal matematico belga **Adriaan van Roomen** (1561-1615), detto anche **Romanus**, il quale aveva appunto sfidato tutti i matematici dell’epoca a risolvere la seguente equazione di 45° grado:

$$x^{45} - 45x^{43} + 945x^{41} - \cdots - 3795x^3 + 45x = K.$$

L’ambasciatore dei Paesi Bassi presso la corte di Enrico IV asserì, con toni superbi, che la Francia non possedeva nessun matematico in grado di risolvere la spinosa questione sollevata dal suo connazionale. A difendere l’onore dei francesi ci pensò però, nel 1593, **François Viète** (1540-1603). Costui si rese conto che tale complessa equazione rappresentava una di quelle che nascevano quando si voleva esprimere $K = \sin 45\theta$ in termini di $x = 2\sin\theta$, riuscendo a ricavare subito le radici positive, ovvero le soluzioni dell’equazione.

Romanus rimase talmente stupefatto da desiderare un incontro di persona (che si concretizzò nel 1597 presso la cittadina di Fontenay-le-Comte) con il matematico francese.

Nello stesso periodo in cui la trigonometria rivestiva un ruolo fondamentale all’interno della ricerca matematica vennero ”inventati” i logaritmi, che da allora in poi rimasero sempre a stretto contatto con la stessa trigonometria.