

MATEMATICA E STATISTICA 2024-25
ESERCIZI - FOGLIO 5

(1) Si calcolino le derivate prime e seconde delle seguenti funzioni:

$$e^{x^3} \quad e^{x^2} \quad e^{\sin x} \quad e^{\cos x} \quad e^{\sqrt{x}} \quad e^{\frac{1}{x}}$$

$$\ln x^3 \quad \ln x^2 \quad \ln \sin x \quad \ln \cos x \quad \ln \sqrt{x} \quad \ln \frac{1}{x}$$

$$\sin x^3 \quad \sin x^2 \quad \sin(\sin x) \quad \sin(\cos x) \quad \sin \sqrt{x} \quad \sin \frac{1}{x}$$

$$e^x x^3 \quad e^x x^2 \quad e^x \sin x \quad e^x \cos x \quad e^x \sqrt{x} \quad e^x \frac{1}{x}$$

(2) Si classifichino i punti critici delle seguenti funzioni mediante lo studio del segno della derivata prima, dove possibile:

(a) $f(x) = x + \frac{4}{x}$;

(b) $f(x) = 3x^3 - 36x - 3$;

(c) $f(x) = \frac{x}{2^x}$;

(d) $f(x) = x \ln x$;

(e) $f(x) = (x^2 - 4)^2$.

(3) Si determinino gli intervalli di concavità e convessità, nonché gli eventuali punti di flesso delle seguenti funzioni:

(a) $f(x) = \sqrt{x}$;

(b) $f(x) = 2x - x^2$;

(c) $f(x) = x - x^3$;

(d) $f(x) = \cos 3x$;

(e) $f(x) = e^{-x^2}$;

(f) $f(x) = (\ln x)^2$;

(g) $f(x) = x + 2 \sin x$;

(h) $f(x) = xe^x$.

(4) Si disegnino i grafici delle seguenti funzioni reali, utilizzando le informazioni ricavate dalle funzioni stesse, dalle derivate prime e dalle derivate seconde:

(a) $f(x) = (x^2 - 1)^3$;

(b) $f(x) = \frac{2-x}{x}$;

(c) $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$;

(d) $f(x) = \frac{1}{4+x^2}$;

(e) $f(x) = \frac{x^3}{x^2-1}$;

(f) $f(x) = xe^x$;

(g) $f(x) = x + 2 \sin x$;

(h) $f(x) = x^2 e^{-x^2}$;

(i) $f(x) = \frac{\ln x}{x}$;

(j) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$.