

MATEMATICA E STATISTICA 2024-25
ESERCIZI - FOGLIO 4

- (1) Si usi la definizione di derivata per determinare le derivate delle seguenti funzioni:

$$f(x) = x^2 - 3x; \quad f(x) = 1 + 4x - 5x^2; \quad f(x) = \frac{1}{3 + 4x}; \quad f(x) = x + \frac{1}{x}$$

$$f(t) = \frac{t}{1+t}; \quad g(s) = \frac{1}{s^2}; \quad \alpha(z) = \frac{z^2 - 3}{z^2 + 3}; \quad \sigma(x) = \frac{2}{x^3}.$$

- (2) Si considerino le funzioni $f, g, h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definite nel modo seguente:

$$f(x) = \sin x, \quad g(z) = z^2, \quad h(w) = e^w.$$

Si esprimano tutte le possibili funzioni ottenute come composizione delle tre funzioni, e se ne calcolino le derivate.

- (3) Si consideri la *funzione segno* così definita

$$\text{sgn} : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, \quad \text{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x > 0 \\ -1 & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

- Come dovrebbe essere definita la funzione

$$f(x) = x \text{ sgn}(x), \quad x \neq 0$$

in $x = 0$ per essere continua in tale punto? Sarebbe allora derivabile in $x = 0$?

- Come dovrebbe essere definita la funzione

$$g(x) = x^2 \text{ sgn}(x), \quad x \neq 0$$

in $x = 0$ per essere continua in tale punto? Sarebbe allora derivabile in $x = 0$?

- (4) In quali punti non è derivabile la funzione

$$h(x) = |x^2 + 3x + 2| ?$$

Si giustifichi la risposta.

- (5) Determinare le equazioni delle rette tangenti ai grafici delle seguenti funzioni nel punto indicato:

- $f(x) = 5 + 4x - x^2$, nel punto $(2, f(2))$;
- $f(x) = \frac{x}{x^2 - 2}$, nel punto $(-2, f(-2))$;
- $f(x) = \frac{2}{x^2 + x}$, nel punto $(a, f(a))$.

- (6) Si dimostri che la derivata di una funzione pari è dispari, e che la derivata di una funzione dispari è pari.