



Costruzioni in Acciaio

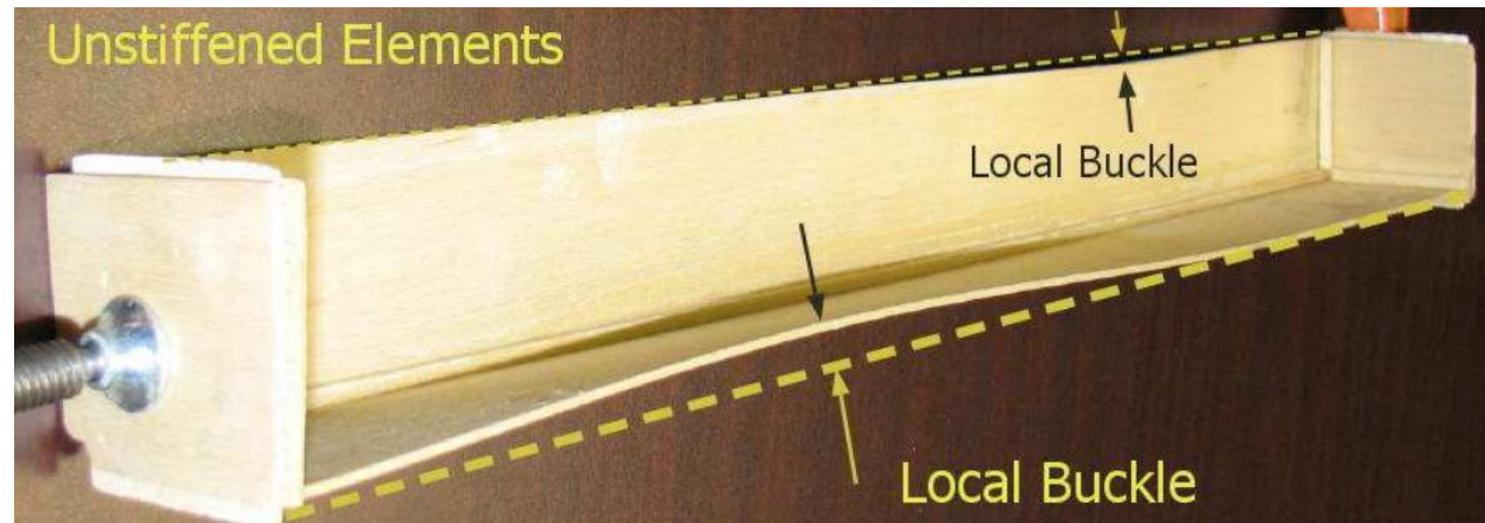
Stabilità laterale

(o flessione-torsionale, o svergolamento)

Introduzione



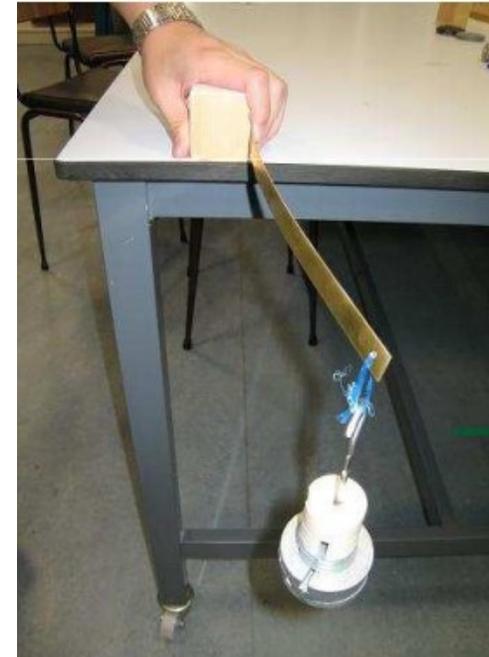
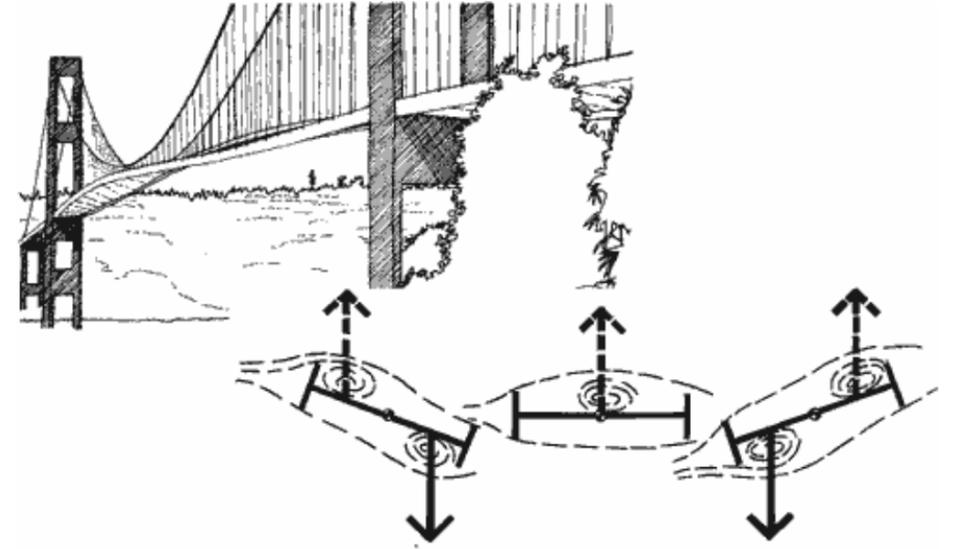
Introduzione



Introduzione

Si distinguono tre diversi meccanismi instabili:

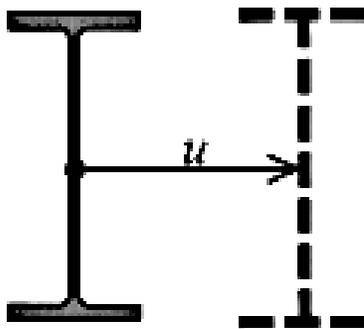
- instabilità flessionale
- instabilità torsionale
- instabilità flesso-torsionale



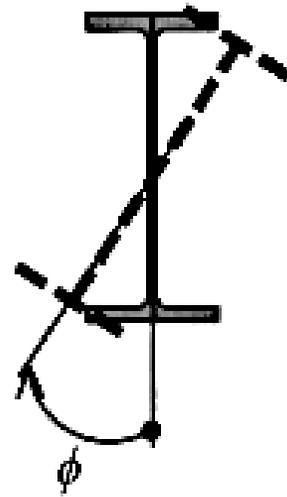
Introduzione

- **instabilità flessionale:** lo spostamento rigido della sezione trasversale è di traslazione pura ed è contrastata dalla rigidità flessionale EJ dell'elemento strutturale; per questa ragione lo spostamento avviene nel piano di minore rigidità flessionale

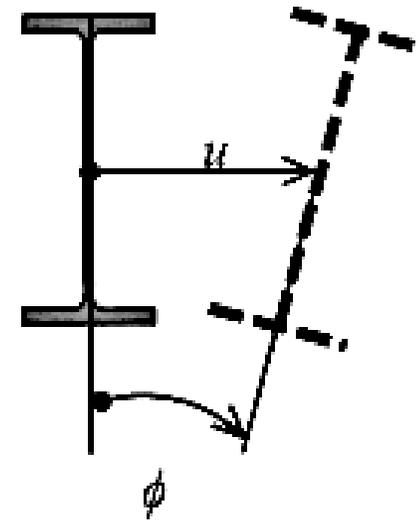
Flessionale pura



Torsionale pura



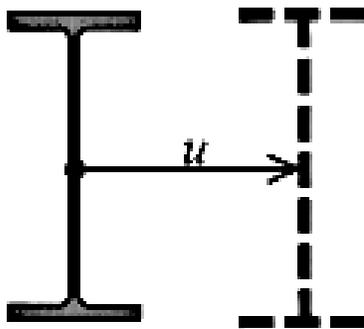
Flesso-torsionale



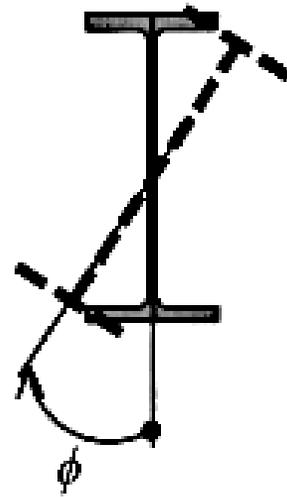
Introduzione

- **instabilità torsionale:** lo spostamento rigido della sezione trasversale è costituito da una rotazione intorno all'asse geometrico dell'elemento strutturale, contrastata dalla rigidezza torsionale GJ_t

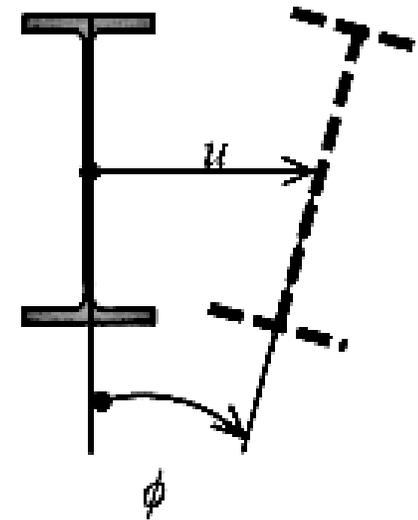
Flessionale pura



Torsionale pura



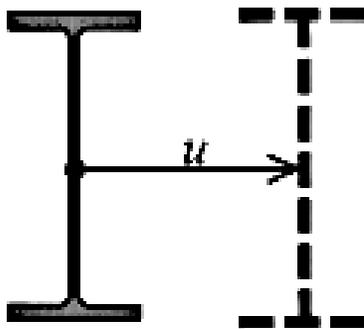
Flesso-torsionale



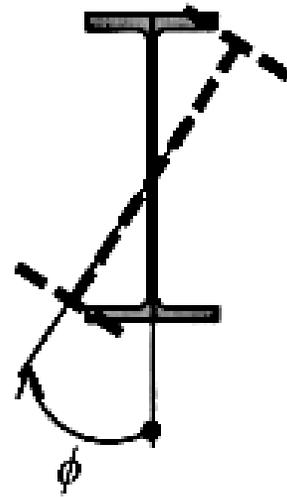
Introduzione

- **instabilità flesso-torsionale:** lo spostamento rigido è una combinazione di quelli descritti in precedenza e può manifestarsi nel caso delle **travi inflesse**; questo fenomeno è anche indicato con il termine di svergolamento e determina spostamenti della sezione trasversale ortogonali a quelli dovuti alla flessione, accompagnati da rotazioni torsionali

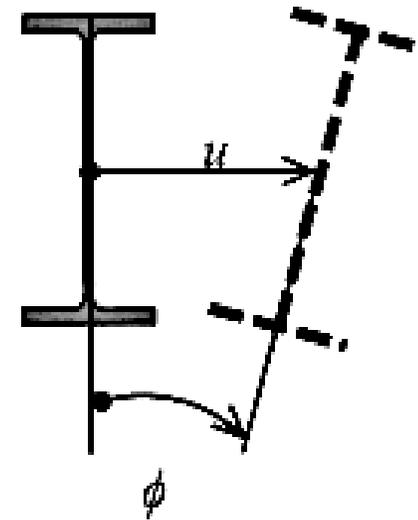
Flessionale pura



Torsionale pura



Flesso-torsionale



Aste inflesse

- Per la mensola caricata in figura, a un certo punto del processo di carico, la forza applicata raggiunge un particolare valore per cui si verifica un fenomeno dell'instabilità flessio-torsionale:
 - **la sezione di estremità**, invece di traslare semplicemente, subisce un improvviso spostamento laterale accoppiato a una rotazione intorno all'asse longitudinale della trave
 - **la zona compressa** del profilo è associato ad una snellezza che regola il fenomeno dell'instabilità
 - **la zona tesa** cerca di svolgere il ruolo di vincolo per la zona compressa che sbanda
 - Il diverso comportamento dei due correnti induce una **rotazione torsionale** della sezione
- È il problema tipico dei correnti compressi non adeguatamente vincolati ai solai, e in generale delle aste inflesse in cui la piattabanda compressa non è opportunamente / sufficientemente vincolata lateralmente, ma è suscettibile a sbandamento laterale (svergolamento)



Aste inflesse

Le travi inflesse possono sbandare lateralmente e torcersi collassando senza aver raggiunto la massima portanza a flessione

Parametri principali:

- Rigidezza flessionale
- Rigidezza torsionale
- Posizione del carico rispetto al baricentro
- Lunghezza della trave
- Vincoli
- Distribuzione dei carichi

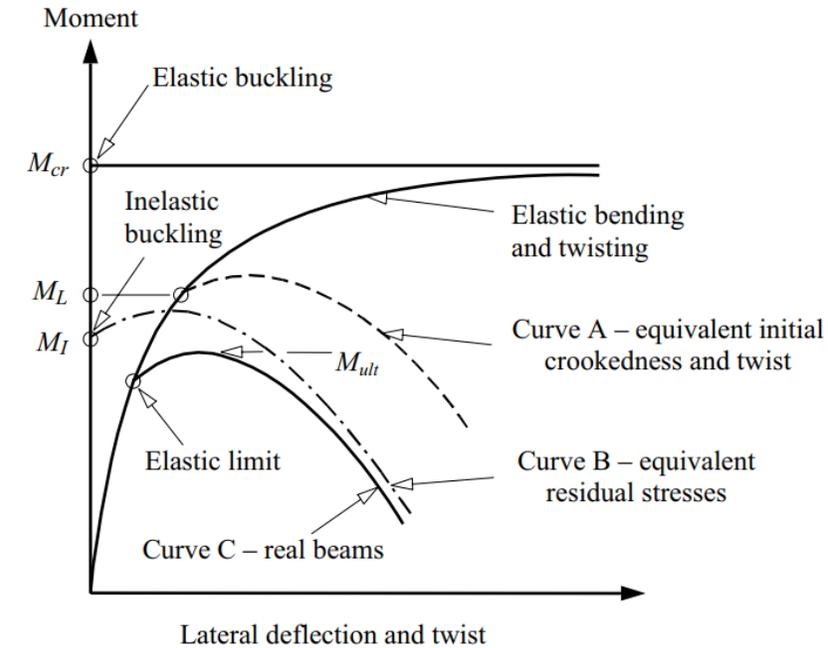
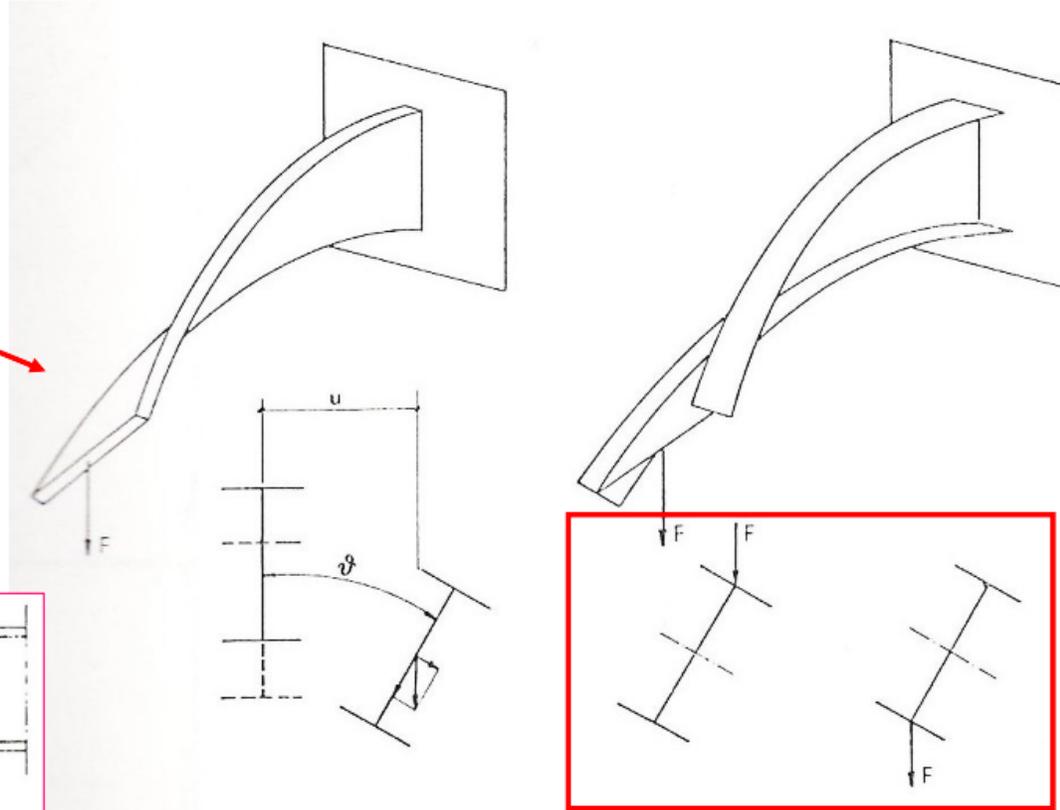


Figure 6.11 Behaviour of real beams.

Problema

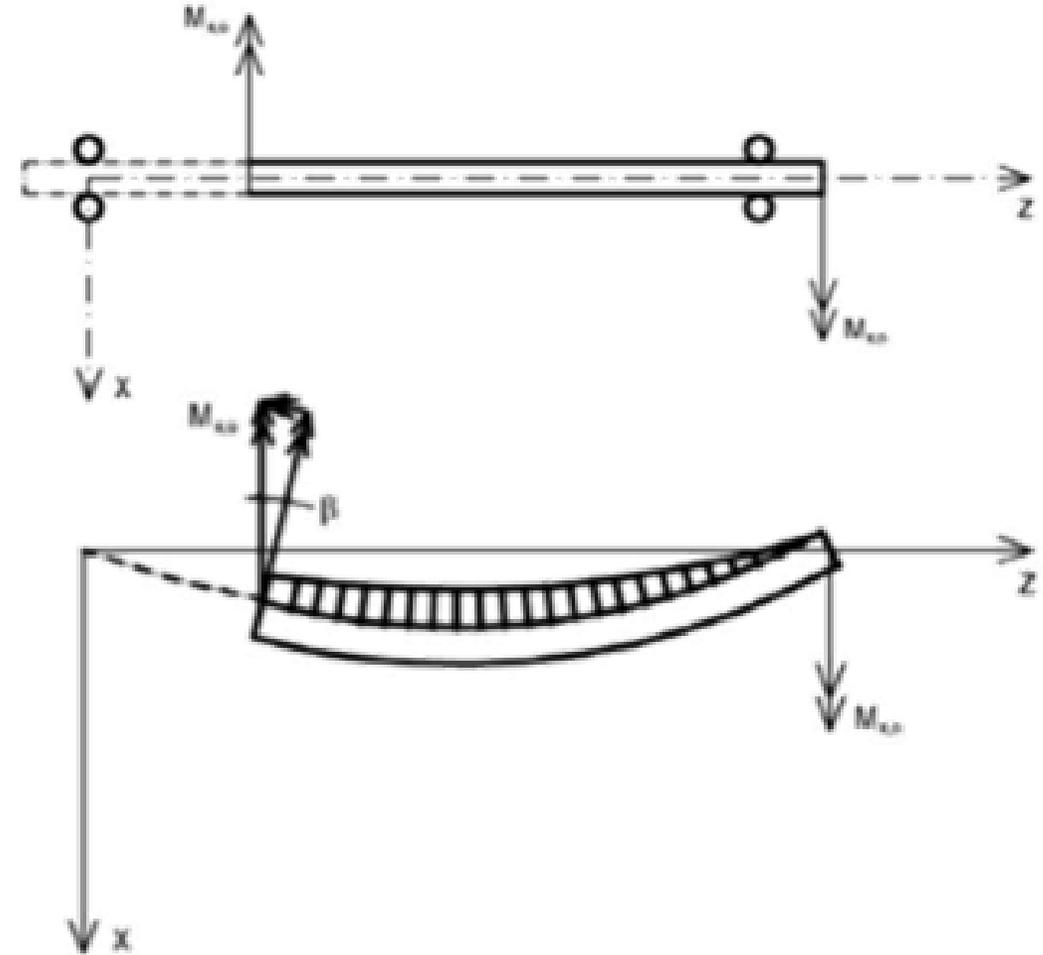
Ipotesi di calcolo

La trave è da considerarsi:

- Elastica
- Priva di imperfezioni iniziali
- Sottoposta a flessione retta (momento costante $M_{x,0}$)

Inoltre:

- Vincoli a cerniera / carrello nel piano yz della trave
- Lo spostamento laterale (in direzione x) e la torsione della trave sono impediti alle estremità
- Ipotesi di piccoli spostamenti / deformazioni nel piano della trave (cioè $J_x \gg J_y$)
- L'ingobbamento è libero (non impedito)

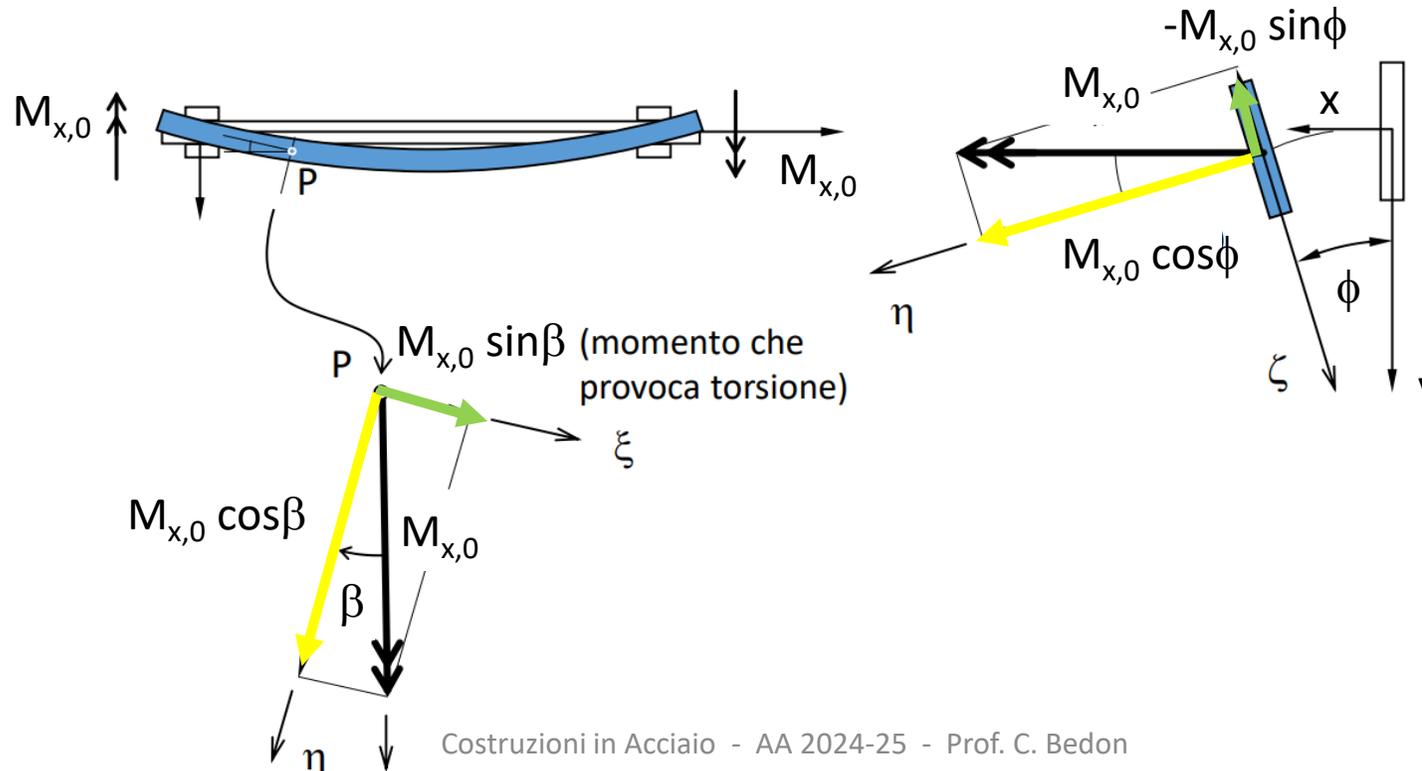


Problema

Si approssima e:

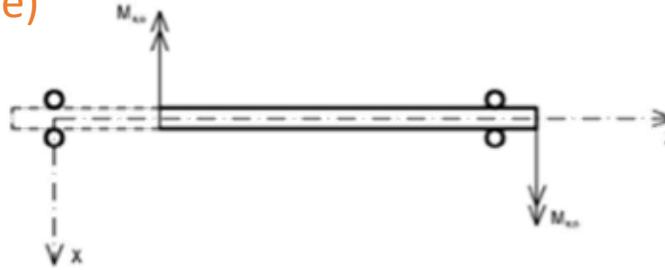
(flessione nel piano)
(flessione laterale)
(torsione)

$$\begin{aligned}M_{\eta} &= M_{x,0} \\M_{\eta} &= -M_{x,0} \sin\phi = -M_{x,0} \phi \\M_{\xi} &= M_{x,0} \sin\beta = M_{x,0} \tan\beta = M_{x,0} du/dz\end{aligned}$$



Problema

Rigidezza flessionale laterale del profilo (rispetto all'asse forte e debole)



Configurazione iniziale

$$M_{x,0} = -EJ_x \frac{d^2 v}{dz^2} \quad (16.1)$$

$$M_y = 0 \quad (16.2)$$

$$M_t = 0 \quad (16.3)$$

Configurazione variata

$$M_{x,0} = -EJ_x \frac{d^2 v}{dz^2} \quad (16.4)$$

$$M_y = M_{x,0} \cdot \phi = -EJ_y \frac{d^2 u}{dz^2} \quad (16.5)$$

$$M_t = M_{x,0} \frac{du}{dz} = GJ_t \frac{d\phi}{dz} \quad (16.6)$$

Per determinare $M_{x,0,cr}$ sono sufficienti le ultime due equazioni di equilibrio della configurazione variata, che contengono le incognite $\phi = \phi(z)$ ed $u = u(z)$. Manipoliamo le due equazioni differenziali per ricondurci ad una sola equazione. In particolare eliminiamo la funzione incognita $u = u(z)$.

Rigidezza torsionale primaria del profilo

Dalla equazione numero 16.5 si ricava:

$$\frac{d^2 u}{dz^2} = -\frac{M_{x,0} \cdot \phi}{EJ_y} \quad (16.7)$$

Deriviamo poi l'equazione 16.6 rispetto a z:

$$M_{x,0} \frac{d^2 u}{dz^2} = GJ_t \frac{d^2 \phi}{dz^2} \quad (16.8)$$

Ricaviamo quindi $\frac{d^2 u}{dz^2}$:

$$\frac{d^2 u}{dz^2} = \frac{GJ_t}{M_{x,0}} \frac{d^2 \phi}{dz^2} \quad (16.9)$$

Uguagliando le due espressioni di $\frac{d^2 u}{dz^2}$ si ha:

$$\frac{GJ_t}{M_{x,0}} \frac{d^2 \phi}{dz^2} = -\frac{M_{x,0} \cdot \phi}{EJ_y} \quad (16.10)$$

Soluzione

Rigidezza flessionale laterale del profilo (misurata solitamente rispetto all'asse debole)

Rigidezza torsionale secondaria del profilo

Rigidezza torsionale primaria del profilo

$$M_{cr}^{(E)} = \frac{\pi}{l} \sqrt{EJ_y GJ_t \left(1 + \frac{EJ_\omega \pi^2}{GJ_t l^2} \right)}$$

Si noti che ponendo $EJ_\omega = 0$ si ritrova la 16.18. In termini di tensioni avremo:

$$\sigma_{cr} = \frac{1}{W} \frac{\pi}{l} \sqrt{EJ_y GJ_t \left(1 + \frac{EJ_\omega \pi^2}{GJ_t l^2} \right)}$$

Il caso fin qui considerato di $M_x = cost$, carico uniforme e trave appoggiata può essere esteso ad altre condizioni di vincolo e di carico, introducendo un coefficiente k :

$$\sigma_{cr} = k \cdot \frac{1}{W} \frac{\pi}{l} \sqrt{EJ_y GJ_t} \cdot \sqrt{1 + \frac{EJ_\omega \pi^2}{GJ_t l^2}} \quad (16.19)$$

Esso dipende da vincolo e carico e può essere visto come prodotto di due fattori:

$$k = k_1 \cdot k_2$$

con k_1 dipendente da condizioni di vincolo e carico e k_2 dipendente dalla posizione del carico.

Soluzione

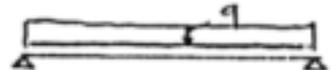
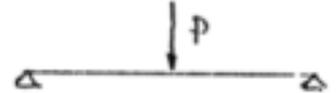
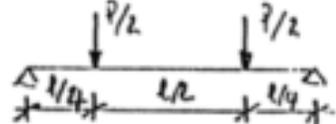
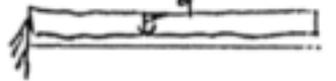
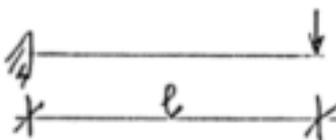
	VALORI CRITICI	M_{max}	k_1
	$M_{CE} = \frac{\pi}{E} \sqrt{(\dots)}$	M	1
	$M_{CE} = \frac{\pi}{2E} \sqrt{(\dots)}$	M	0,5
	$(q\ell)_{CE} = \frac{28,3}{\ell} \sqrt{(\dots)}$	$\frac{q\ell^2}{8}$	1,13
	$P_{CE} = \frac{16,99}{\ell} \sqrt{(\dots)}$	$\frac{P\ell}{4}$	1,35
	$P_{CE} = \frac{29,6}{\ell} \sqrt{(\dots)}$	$\frac{P\ell}{8}$	1,04
	$(q\ell)_{CE} = \frac{13,85}{\ell} \sqrt{(\dots)}$	$\frac{q\ell^2}{2}$	2,05
	$P_{CE} = \frac{4,013}{\ell} \sqrt{(\dots)}$	$P\ell$	1,28

Figura 16.1: Valori di k_1

Approccio EC3

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1$$

Il momento resistente di progetto all'instabilità di una trave non controventata lateralmente dovrà essere assunto pari a:

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \frac{\beta_W W_{pl,y} f_y}{\gamma_{M1}} \quad (16.20)$$

dove, al solito, β_W è il parametro che tiene conto della classe della sezione:

$\beta_W = 1$ per sezioni trasversali di Classe 1 o 2;

$\beta_W = W_y / W_{pl,y}$ per sezioni trasversali di Classe 3;

$\beta_W = W_{eff,y} / W_{pl,y}$ per sezioni trasversali di Classe 4;

Tab. 4.2.IX (b) - Definizione delle curve di stabilità per le varie tipologie di sezione e per gli elementi inflessi

Sezione trasversale	Limiti	Curva di instabilità da Tab. 4.2.VIII
Sezione laminata ad I	$h/b \leq 2$	b
	$h/b > 2$	c
Sezione composta saldata	$h/b \leq 2$	c
	$h/b > 2$	d
Altre sezioni trasversali	-	d

Analogamente all'asta caricata di punta, χ_{LT} è un coefficiente di riduzione. Esso conserva anche la stessa forma analitica:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \lambda_{LT}^2}}$$

(con la limitazione $\chi_{LT} \leq 1$), nella quale

$$\phi_{LT} = 0,5 \cdot [1 + \alpha_{LT}(\lambda_{LT} - 0,2) + \lambda_{LT}^2]$$

I valori dei coefficienti di imperfezione α_{LT} per l'instabilità flessione-torsionale devono essere assunti pari a:

$\alpha_{LT} = 0,21$ per le sezioni laminate;

$\alpha_{LT} = 0,49$ per le sezioni saldate.

Tab. 4.2.IX (a) Valori raccomandati di α_{LT} per le differenti curve di stabilità.

Curva di stabilità	a	b	c	d
Fattore di imperfezione α_{LT}	0,21	0,34	0,49	0,76

Approccio EC3

Il valore di $\bar{\lambda}_{LT}$ può essere determinato dall'espressione:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{\beta_W W_{pl,y} f_y}{M_{cr}}} = \frac{\lambda_{LT}}{\lambda_1} \sqrt{\beta_W}$$

dove $\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 93,3 \cdot \epsilon$ con: $\epsilon = \sqrt{235/f_y}$ e M_{cr} il momento critico elastico per instabilità flessio-torsionale.

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}}$$

$$\phi_{LT} = 0,5 \cdot [1 + \alpha_{LT}(\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2]$$

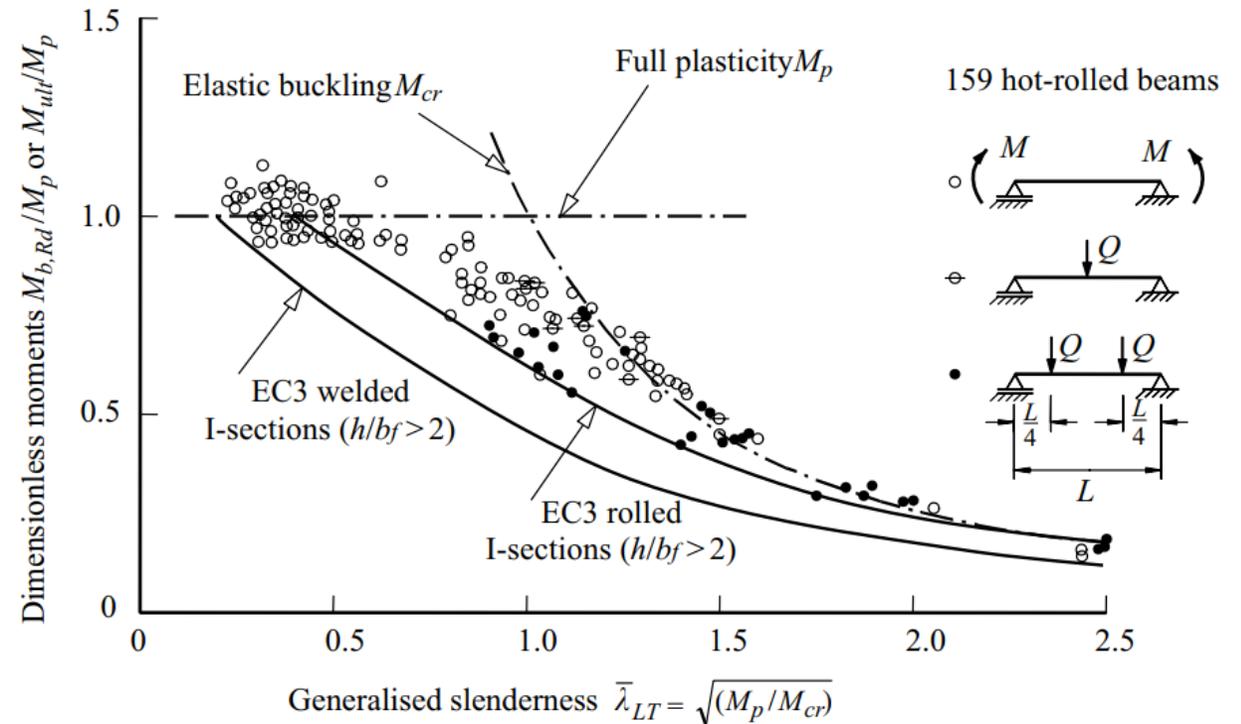
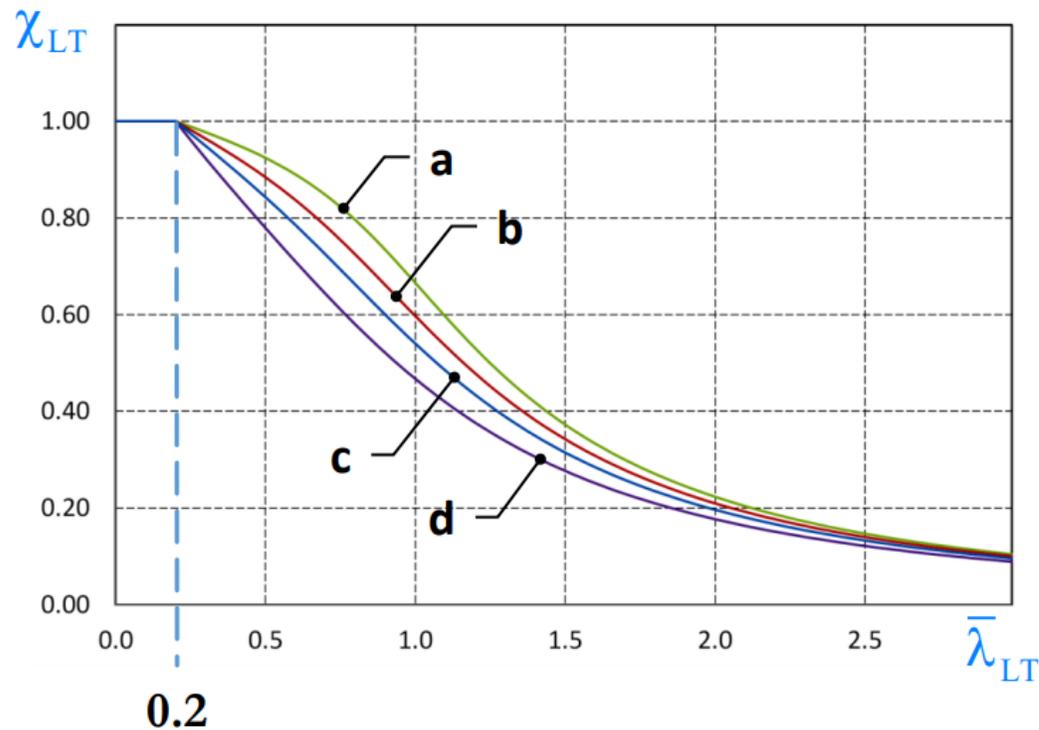


Figure 6.12 Moment resistances of beams in near-uniform bending.

Approccio EC3

Valori raccomandati
per il fattore di imperfezione

Curva	a	b	c	d
α_{LT}	0.21	0.34	0.49	0.76



Approccio EC3

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \frac{\beta_W W_{pl,y} f_y}{\gamma_{M1}}$$

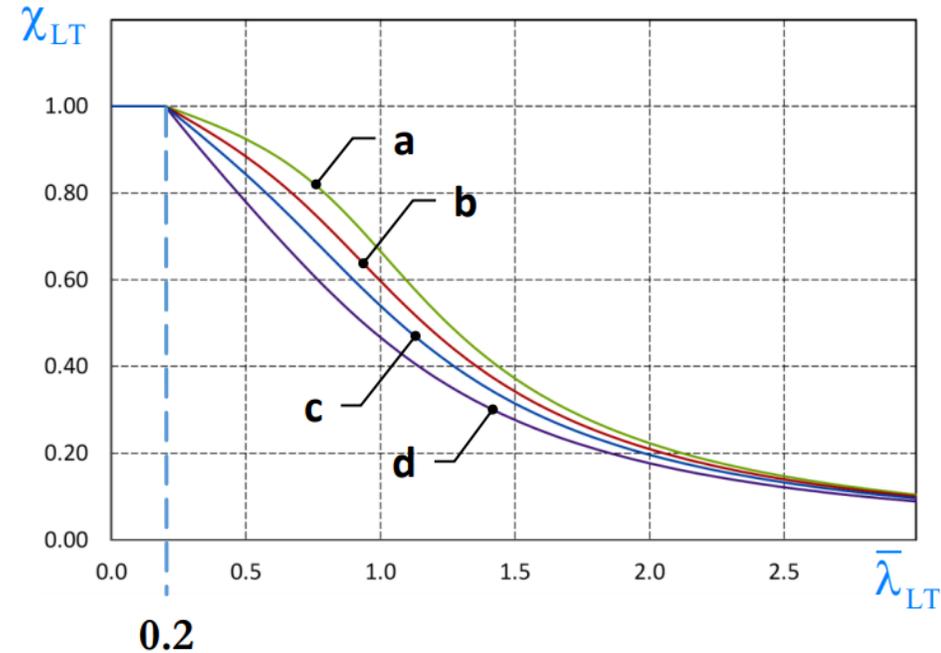
$$\chi_{LT} = \frac{1}{f} \cdot \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \beta \cdot \bar{\lambda}_{LT}^2}} \leq \begin{cases} 1,0 \\ \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2} \cdot \frac{1}{f} \end{cases}$$

con

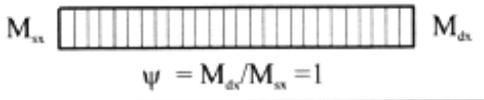
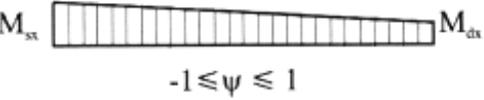
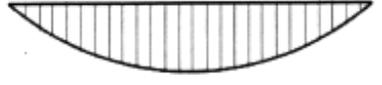
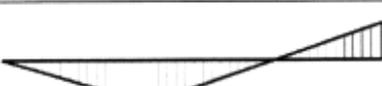
$$f = 1 - 0,5(1 - k_c) \left[1 - 2,0(\bar{\lambda}_{LT} - 0,8)^2 \right] \quad \Phi_{LT} = 0,5 \left[1 + \alpha_{LT}(\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0}) + \beta \cdot \bar{\lambda}_{LT}^2 \right]$$

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y \cdot f_{yk}}{M_{cr}}}$$

Nel caso generale, si può assumere $f = 1$, $\beta = 1$,
e $\alpha_{LT,0} = 0,2$



Approccio EC3

Distribuzione del momento flettente	Fattore correttivo k_c
 $\psi = M_{dx}/M_{sx} = 1$	1,0
 $-1 \leq \psi \leq 1$	$\frac{1}{1.33 - 0.33 \cdot \psi}$
	0.94
	0.90
	0.91
	0.86
	0.77
	0.82

con

$$\chi_{LT} = \frac{1}{f} \cdot \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \beta \cdot \bar{\lambda}_{LT}^2}} \leq \begin{cases} 1,0 \\ \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2} \cdot \frac{1}{f} \end{cases} \quad \bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y \cdot f_{yk}}{M_{cr}}}$$

$$f = 1 - 0,5(1 - k_c) \left[1 - 2,0(\bar{\lambda}_{LT} - 0,8)^2 \right] \quad \Phi_{LT} = 0,5 \left[1 + \alpha_{LT}(\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0}) + \beta \cdot \bar{\lambda}_{LT}^2 \right]$$
