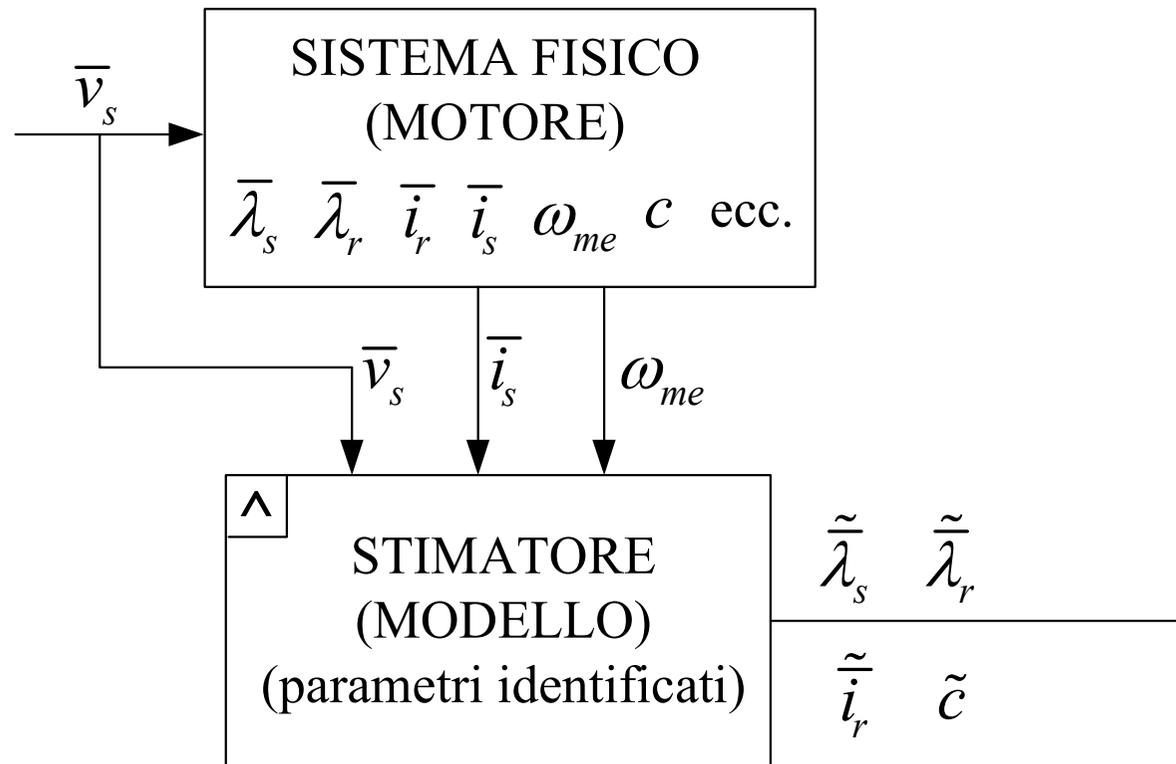


# **STIMA DEL FLUSSO DI UN MOTORE ASINCRONO**

# INTRODUZIONE

Lo schema generale del processo di stima del flusso concatenato in un motore asincrono è il seguente



# DESCRIZIONE GENERALE

Il sistema fisico è costituito dal motore reale, il quale è alimentato tipicamente con un sistema (trifase) di tensioni di statore (motore alimentato a tensione impressa). Eventualmente l'alimentazione può anche essere in corrente (motore alimentato a corrente impressa).

Il processo interno al motore si estrinseca con la conversione elettromeccanica per la quale l'energia elettrica immessa nel motore si converte in energia meccanica caratterizzata da opportuni valori di coppia e velocità.

Il processo di conversione passa attraverso la generazione di correnti interne ai circuiti elettrici e di flussi che transitano nel circuito magnetico. Alcune grandezze interne alla macchina sono misurabili con molta difficoltà e/o con eccessivi errori di misura (vedi ad esempio la misura del flusso di macchina, della corrente di rotore, della coppia sviluppata dal motore); d'altra parte alcune tra le tecniche di controllo, proprio quelle che danno prestazioni migliori, del motore asincrono fanno uso di queste quantità (il flusso di rotore per l'orientamento di campo, il flusso di statore per il controllo diretto di coppia, ecc.)

# DESCRIZIONE GENERALE

Il modo più efficace per superare questo problema è di utilizzare, in alternativa ai valori misurati, delle quantità stimate tramite i cosiddetti stimatori.

Le stime sono prodotte da opportuni "stimatori" i quali sono dei sistemi dinamici non fisici ma puramente analitici, nel senso che sono costituiti da opportuni modelli matematici tipicamente implementati su processori (calcolatori o più concretamente su micro-controllori).

Nel seguito uno stimatore è dunque un sistema dinamico che ha come ingressi alcune grandezze provenienti dal sistema fisico (tipicamente quelle "facilmente" misurabili) quali tensione di statore, corrente di statore ed eventualmente la velocità meccanica e l'uscita è costituita da una o più grandezze stimate come rappresentato nella figura della dia 1.

# DESCRIZIONE GENERALE

Nella stessa figura si introducono delle notazioni che verranno utilizzate nel seguito: i "sopra-simboli"  $\sim$  (che chiameremo "tilde") e  $\hat{\phantom{x}}$  (che potremmo chiamare "cappello").

Il primo:  $\sim$  posto sopra i simboli delle grandezze indica le *quantità stimate*.

Il secondo:  $\hat{\phantom{x}}$  posto sopra i simboli dei parametri indica le *quantità identificate* i cui valori si differenziano da quelli veri.

Per quanto attiene ai parametri utilizzati all'interno degli algoritmi di stima essi sono soggetti a procedura di identificazione e quindi affetti da vari errori dovuti alla procedura di identificazione stessa, al punto di lavoro rispetto al quale sono stati determinati i parametri stessi, alle condizioni ambientali, ecc.

Inoltre gli algoritmi di stima coinvolgono alcune grandezze (tensioni, correnti, velocità) misurate, le quali sono ottenute per mezzo di trasduttori di misura inseriti nello schema di stima. Pertanto anch'esse sono affette da errori di misura (errori di guadagno, offset, errori di linearità, ecc.).

# DESCRIZIONE GENERALE

Si evidenzia che, nel corso dell'analisi dei metodi di stima, a seconda delle circostanze, tra tutti gli errori descritti precedentemente si considereranno (dichiarandolo) di volta in volta quelli che maggiormente influiscono sulla stima.

Vale la pena ribadire la differenza sostanziale tra

- il sistema fisico (che può essere anche rappresentato da un modello matematico con il quale si può descrivere il suo funzionamento) e
- lo stimatore, il quale è un sistema dinamico realizzato tramite modello matematico sul controllore.

Ci sono quindi due sistemi dinamici, il secondo utilizzato per stimare alcune grandezze del primo.

# OSSERVAZIONI SULLA NOMENCLATURA

Nel campo della teoria dei sistemi, si chiamano tipicamente osservatori dello stato i sistemi che permettono di determinare delle grandezze interne ad un sistema dinamico (gli stati) e stime (asintotiche) i valori ottenuti dagli osservatori stessi.

Comuni sono gli osservatori di Luenberger che determinano una stima delle variabili di stato di un sistema dinamico sfruttando un modello matematico del sistema stesso con l'introduzione di opportune correzioni (con retroazioni). L'osservatore di Luenberger più semplice ed immediato (detto osservatore banale, "trivial observer" in inglese) è la replica del modello matematico originale del sistema dinamico.

Nel campo degli azionamenti elettrici, la letteratura scientifica usa tipicamente il termine "stimatore" per indicare l'osservatore ed in particolare:

- "stimatore a catena aperta" per indicare un osservatore banale,
- "stimatore a catena chiusa" per indicare uno stimatore con "correzione", sia esso di ordine pieno, cioè uguale a quello del modello originale (identity observer), sia di ordine ridotto, cioè inferiore a quello del modello originale.

# STIMA DEL FLUSSO DI STATORE

Il flusso di statore di un motore asincrono può essere stimato sulla base dell'equazione dinamica di statore. Si ricordi che in un sistema di riferimento stazionario e nel dominio del tempo è:

$$\bar{v}_s = R_s \bar{i}_s + \frac{d}{dt} \bar{\lambda}_s$$

dalla quale si deduce che, da un punto di vista teorico, il flusso di statore può essere genericamente determinato da (primitiva dell'integrando):

$$\bar{\lambda}_s = \int (\bar{v}_s - R_s \bar{i}_s) dt$$

In realtà, da un punto di vista pratico la stima del flusso di statore è ottenuta tramite

$$\tilde{\lambda}_s = \int_{t_0}^t (\bar{v}_s - R_s \bar{i}_s) d\xi = \bar{\lambda}_s(t) - \tilde{\lambda}_s(t_0)$$

dove  $\tilde{\lambda}_s$  è il valore stimato del flusso di statore,  $\xi$  è la variabile di integrazione, l'estremo inferiore di integrazione corrisponde all'inizio dell'integrazione cioè del processo di stima e si suppone sia  $t_0=0$ , l'estremo superiore di integrazione è il generico tempo  $t$  in cui si valuta la stima.

La relazione qui sopra rappresenta l'algoritmo di stima (ovviamente va discretizzato se implementato su processore digitale (nel seguito lo si chiamerà anche *integratore puro*)).

# STIMA DEL FLUSSO DI STATORE

Osservazioni.

La resistenza di statore è l'unico parametro di macchina coinvolto nell'algoritmo di stima; andrebbe inserito un valore identificato che viene individuato, secondo quanto indicato all'inizio, da un simbolo con il cappello a ricordare che il valore inserito potrebbe (in realtà lo è sempre) essere affetto da errore.

Inoltre i vettori spaziali della tensione e della corrente di statore sono quantità misurate e dunque anch'esse possono essere affette da errore di misura, anche qui coerentemente con quanto detto all'inizio.

*In queste dia (nella precedente e nelle immediatamente successive) si ipotizza che i parametri e le misure siano quelli corretti in quanto si è soprattutto interessati alla procedura di stima.*

Più avanti, e di volta in volta, si indicheranno esplicitamente quali errori considerare.

# CONDIZIONI INIZIALI PER LO STIMATORE DEL FLUSSO DI STATORE

È importante fare alcune riflessioni sull'istante in cui si "fa partire" la stima corrispondente all'estremo inferiore dell'integrale, che nel seguito viene chiamato *istante iniziale* e indicato con  $t_0$  (nel seguito assunto 0).

Nell'algoritmo infatti va specificato il valore del flusso di statore all'istante iniziale che usualmente si "lascia"  $\widetilde{\lambda}_s(t_0) = \widetilde{\lambda}_s(0) = 0$ .

Si riconosce che difficilmente tale valore coincide con quello realmente presente nel sistema fisico (motore) nell'istante in cui si "fa partire" l'algoritmo (in pratica si avvia il programma sul processore). Tale valore può essere chiamato *valore iniziale del flusso sul motore*.

Dunque praticamente è sempre presente un errore dovuto alle *condizioni iniziali* non note. Tale errore è appunto dovuto alla differenza tra il valore del flusso nel motore e quello presente dell'algoritmo all'istante iniziale.

# ERRORE SULLE CONDIZIONI INIZIALI

Ci si chiede quale è la conseguenza sulla stima di questo errore.

Per rendercene conto si consideri una delle due componenti della quantità vettoriale che viene integrata con l'algoritmo di stima (ad es. quella di asse  $\alpha$ ):

$$v_{s\alpha} - R_s i_{s\alpha}$$

Essa è ottenuta dalle misure di tensione e corrente di statore del motore, supponendo di essere a regime permanente e in un sistema di riferimento stazionario esse sono funzioni di tipo sinusoidale, quindi l'integrando è della forma

$$v_{s\alpha} - R_s i_{s\alpha} = E_M \sin(\omega_s t + \varphi)$$

L'indeterminatezza sul valore iniziale del flusso sul motore *consegue* dall'indeterminatezza sulla conoscenza del valore  $\varphi$  della fase iniziale dell'integrando.

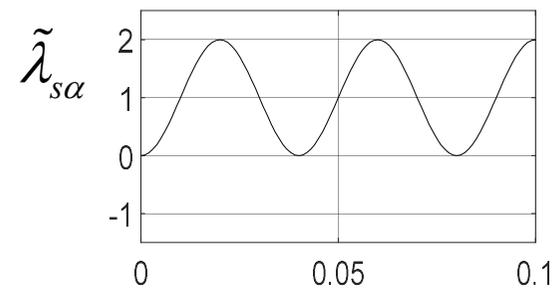
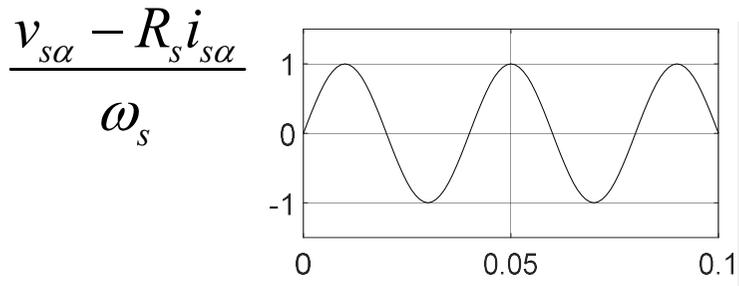
Utilizzando questa grandezza nell'algoritmo di stima si ha:

$$\begin{aligned} \tilde{\lambda}_{s\alpha} &= \int_0^t (v_{s\alpha} - R_s i_{s\alpha}) d\xi = \int_0^t E_M \sin(\omega_s \xi + \varphi) d\xi = \\ &= -\frac{E_M}{\omega_s} \cos(\omega_s t + \varphi) + \frac{E_M}{\omega_s} \cos(\varphi) \end{aligned}$$

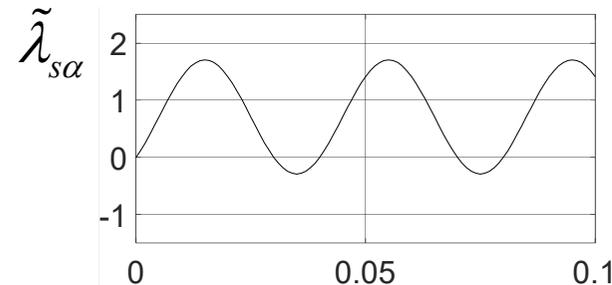
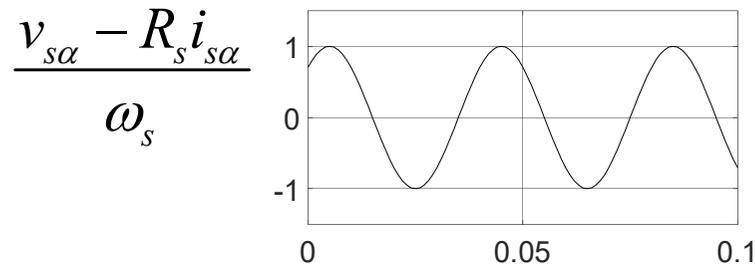
# ERRORE SULLE CONDIZIONI INIZIALI

Esempi

$$\varphi=0 \text{ dà: } \tilde{\lambda}_{s\alpha} = \frac{E_M}{\omega_s} [-\cos(\omega_s t) + 1]$$



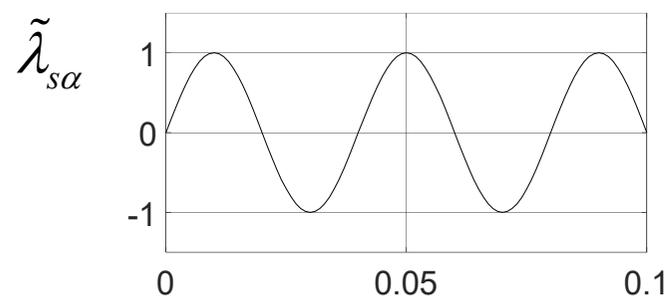
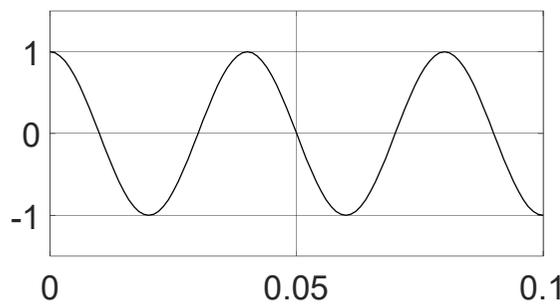
$$\varphi=\pi/4 \text{ dà: } \tilde{\lambda}_{s\alpha} = \frac{E_M}{\omega_s} \left[ -\cos\left(\omega_s t + \frac{\pi}{4}\right) + \frac{\sqrt{2}}{2} \right]$$



# ERRORE SULLE CONDIZIONI INIZIALI

$$\varphi = \pi/2 \text{ dà: } \tilde{\lambda}_{s\alpha} = \frac{E_M}{\omega_s} \left[ -\cos\left(\omega_s t + \frac{\pi}{2}\right) \right]$$

$$\frac{v_{s\alpha} - R_s i_{s\alpha}}{\omega_s}$$



Come si riconosce dall'espressione e confermato dai grafici, un errore sulle condizioni iniziali produce un errore costante (offset) sulla stima del flusso. L'ampiezza di questo offset dipende dall'errore sulle condizioni iniziali.

# OFFSET SULLE MISURE

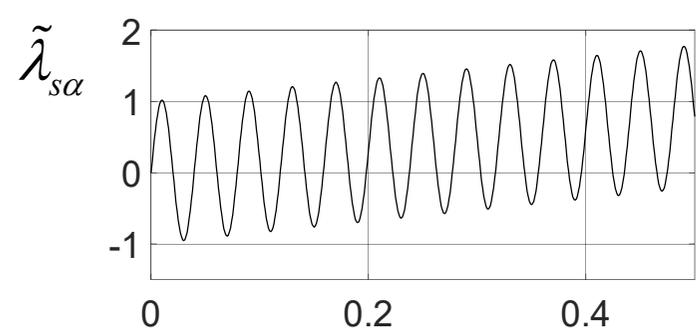
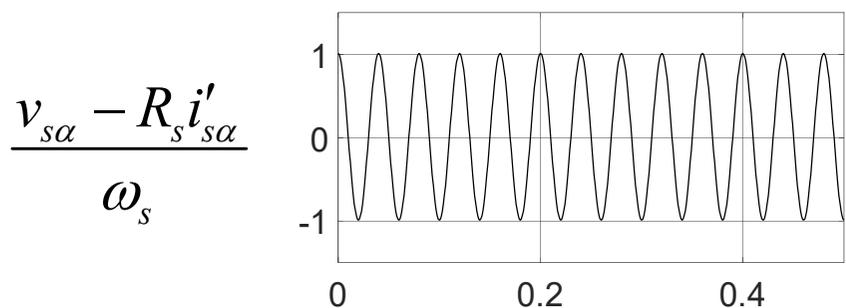
L'uso dell'algoritmo proposto (integratore puro) per la stima del flusso di statore comporta un altro problema a causa dell'offset che affligge le misure della corrente o della tensione di statore. Infatti se ad esempio la misura della componente dell'asse  $\alpha$  della corrente comprende un offset:

$$i'_{s\alpha} = i_{s\alpha} + i_{s\alpha 0}$$

dove  $i'_{s\alpha}$  è la corrente misurata (tramite trasduttore di misura),  $i_{s\alpha}$  è la corrente vera (sinusoidale) e  $i_{s\alpha 0}$  è un valore costante che rappresenta l'offset (ad esempio 500mA per un valore di 100A fondo scala):

$$\tilde{\lambda}_{s\alpha} = \int_{t_0}^t (v_{s\alpha} - R_s i'_{s\alpha}) d\xi = \int_{t_0}^t (v_{s\alpha} - R_s i_{s\alpha}) d\xi + \int_{t_0}^t R_s i_{s\alpha 0} d\xi = \lambda_{s\alpha}(t) - \lambda_{s\alpha}(t_0) + R_s i_{s\alpha 0} (t - t_0)$$

ne viene che la stima del flusso ha una deriva (cresce sempre) cioè diverge.



# OFFSET SULLE MISURE

Più in generale gli offset presenti sulle misure della tensione e della corrente di statore si traducono in un offset complessivo sulla grandezza all'ingresso dello stimatore. Siano, in analogia con quanto detto nella precedente diapositiva

$$\begin{aligned}i'_{s\alpha} &= i_{s\alpha} + i_{s\alpha 0} & i'_{s\beta} &= i_{s\beta} + i_{s\beta 0} \\v'_{s\alpha} &= v_{s\alpha} + v_{s\alpha 0} \quad (*) & v'_{s\beta} &= v_{s\beta} + v_{s\beta 0} \quad (*)\end{aligned}$$

le espressioni che comprendono gli offset sulle componenti  $\alpha, \beta$  delle correnti e delle tensioni di statore. Se ne deduce per i vettori spaziali

$$\vec{e}'_s = \vec{v}'_s - R_s \vec{i}'_s = \vec{v}_s - R_s \vec{i}_s + (\vec{v}_{s0} - R_s \vec{i}_{s0}) = \vec{e}_s + \vec{e}_{s0}$$

con  $\vec{e}_{s0}$  vettore spaziale costante che riassume gli offset di tutte le grandezze misurate.

(\*) Solitamente la tensione di statore non viene misurata direttamente ma ricostruita in base alla tensione  $V_{dc}$  e alla configurazione degli interruttori dell'invertitore; in alternativa si può usare la tensione di riferimento all'ingresso dei modulatori moltiplicata per il guadagno dell'invertitore. In entrambi i casi viene misurata la tensione  $V_{dc}$ .

# STIMATORE NEL DOMINIO DI LAPLACE

Per contrastare gli errori introdotti dall'algoritmo di stima del tipo integratore puro si inserisce in cascata con lo stimatore un filtro passa-alto (l'idea consegue dalla considerazione che gli offset sono in pratica delle quantità con uno spettro costituito da una riga a frequenza nulla "bloccata" dal filtro passa-alto).

Conviene propedeuticamente rappresentare l'algoritmo integratore puro nel dominio di Laplace

$$\bar{V}_s(s) - R_s \bar{I}_s(s) = s \tilde{\Lambda}_s - \tilde{\lambda}_s(0^+)$$

da cui

$$\tilde{\Lambda}_s = \frac{\bar{V}_s - R_s \bar{I}_s}{s} + \frac{1}{s} \tilde{\lambda}_s(0^+)$$

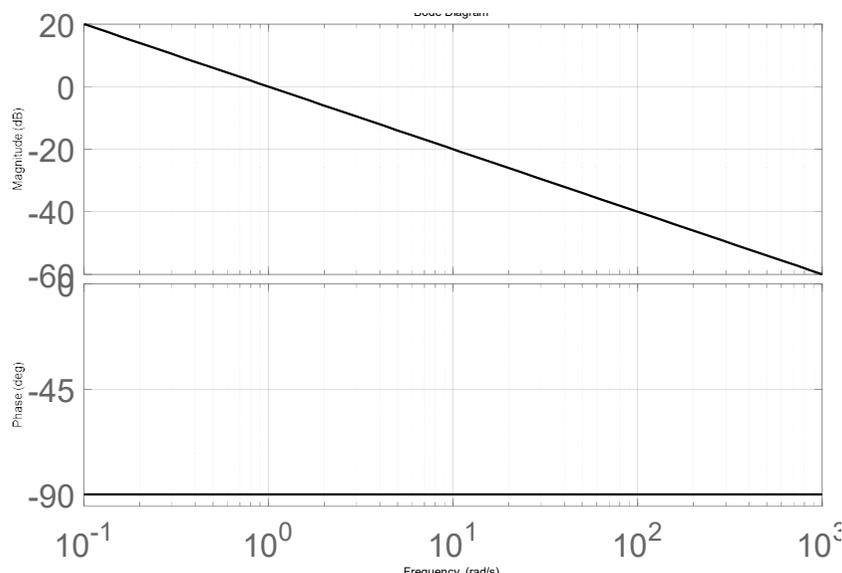
Valutando la relazione precedente per  $s=j\omega_s$  si ottiene il risultato per il regime sinusoidale (si ipotizzi per semplicità che  $\tilde{\lambda}_s(0) = 0$ ):

$$\tilde{\Lambda}_s = \frac{\bar{V}_s - R_s \bar{I}_s}{j\omega_s}$$

# STIMATORE NEL DOMINIO DI LAPLACE

La f.d.t.  $G_{IP}$  e i diagrammi di Bode dell'integratore puro sono

$$G_{IP} = \frac{1}{s}$$



L'ampiezza scende costantemente con una pendenza di  $-20\text{dB/decade}$  e la fase si mantiene costante a  $-\pi/2$ .

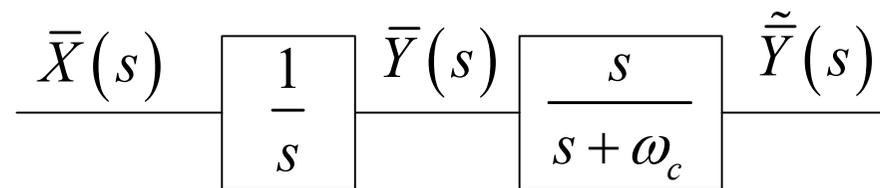
Un filtro passa alto può essere inserito in cascata all'integratore puro con lo scopo di filtrare le componenti continue contenute nelle grandezze all'ingresso e all'uscita dell'integratore puro stesso. Esse sono gli offset dovuti alle misure delle grandezze d'ingresso e l'offset presente sull'uscita (flusso stimato) prodotto dall'errore sulle condizioni iniziali.

# STIMATORE CON INTEGRATORE FILTRATO

Il filtro passa-alto da inserire ha la seguente f.d.t.

$$G_{PA} = \frac{s}{s + \omega_c} = \frac{s \tau_c}{1 + s \tau_c} \quad \tau_c = \frac{1}{\omega_c}$$

Lo schema a blocchi dello stimatore diventa



dove:  $\bar{X}(s) = \bar{V}_s(s) - R_s \bar{I}_s(s)$        $\bar{Y}(s) = \bar{\Lambda}_s(s)$        $\tilde{Y}(s) = \tilde{\Lambda}_s(s)$

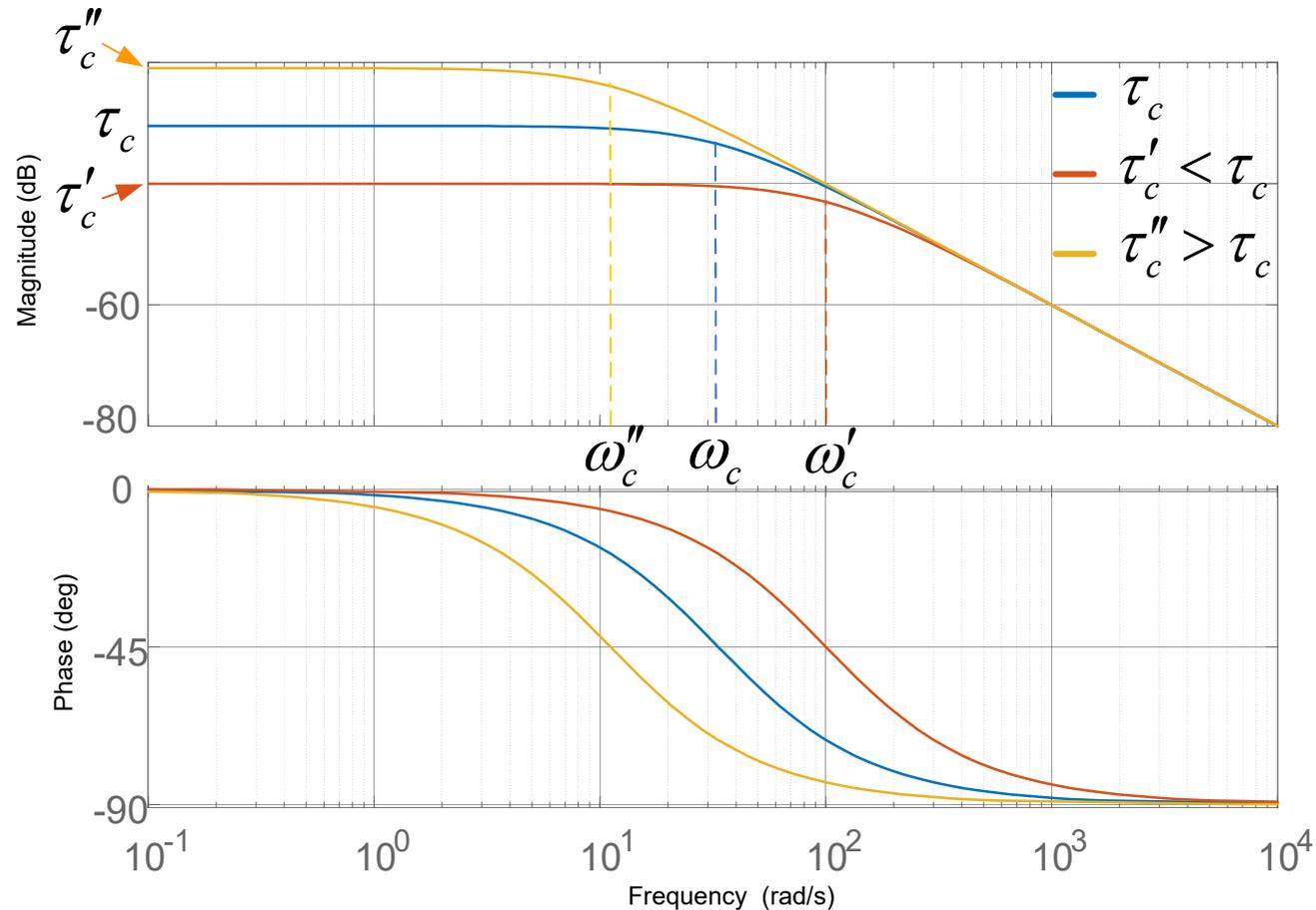
La f.d.t. del nuovo stimatore, chiamato *integratore filtrato (IF)*, diventa

$$G_{IF} = \frac{1}{s} \frac{s}{s + \omega_c} = \frac{1}{s + \omega_c} = \frac{\tau_c}{1 + s \tau_c}$$

```
graph LR; X["X̄(s)"] --> B["τc / (1 + sτc)"]; B --> Z["Ỹ(s)"];
```

# STIMATORE CON INTEGRATORE FILTRATO

Si riconosce che l'integratore filtrato (costituito dall'integratore puro e dal filtro passa-alto) è nel complesso un filtro passa-basso con frequenza di taglio (banda passante)  $\omega_c$  e guadagno  $G_{IF}(0)=\tau_c=1/\omega_c$ . I diagrammi di Bode (modulo e fase) della f.d.t. dell'integratore filtrato sono



# STIMATORE CON INTEGRATORE FILTRATO

Analizzando la f.d.t. e i diagrammi di Bode di modulo e fase si riconosce che per pulsazioni  $\omega_s$  delle tensioni e correnti di statore l'IF si comporta come l'integratore puro (modulo decrescente con pendenza  $-20\text{db/decade}$ , fase  $-\pi/2$ ). In prima approssimazione (riferendosi ad esempio ai diagrammi di Bode asintotici) si può assumere come pulsazione discriminante la pulsazione di taglio  $\omega_c$ .

–  $\omega_s > \omega_c$  *IF opera come integratore puro* → stima del flusso di statore **corretta**,

–  $\omega_s < \omega_c$  *IF non opera come integratore puro* → stima del flusso di statore **errata**.

Poiché la pulsazione  $\omega_s$  è strettamente legata alla velocità del motore se ne conclude che la stima del flusso di statore con IF è **corretta solo per velocità elevate** mentre per **basse velocità non si può usare IF** come stimatore del flusso di statore.

# STIMATORE CON INTEGRATORE FILTRATO

Sempre dall'analisi della f.d.t. e dei diagrammi di Bode di modulo e fase conseguono alcune considerazioni in relazione allo stimatore del flusso di statore:

- aumentando la pulsazione di taglio dell'IF diminuisce il suo guadagno (il secondo è l'inverso della prima);
- un offset  $\bar{e}_{s0}$  presente nelle grandezze d'ingresso (esso si può anche interpretare come una componente a frequenza nulla) si ripercuote sull'uscita (stima del flusso di statore) con una componente costante

$$\bar{\lambda}_{s0} = G_{IF}(0)\bar{e}_{s0} = \frac{\bar{e}_{s0}}{\omega_c};$$

- si può dimostrare (\*) che un errore (praticamente sempre presente) sulle condizioni iniziali con cui inizia la stima del flusso di statore decade a zero esponenzialmente con costante di tempo  $\tau_c = 1/\omega_c$ .

(\*) Per la dimostrazione si veda una traccia in appendice.

# STIMATORE CON INTEGRATORE FILTRATO

Le considerazioni riportate nelle due precedenti dia conducono alle osservazioni di seguito elencate.

- Per ottenere un ampio campo di velocità entro il quale l'integratore filtrato porta ad una stima sufficientemente corretta del flusso di statore è necessario scegliere un valore di  $\omega_c$  più piccolo possibile.
- Allo stesso tempo però per avere delle azioni efficaci su offset d'ingresso e su errori nella condizione iniziale è meglio scegliere valori di  $\omega_c$  grandi.
- Ne consegue che, come spesso accade, conviene pervenire ad un opportuno compromesso.
- Indicativamente per una frequenza nominale delle grandezze di 50Hz una scelta adeguata può essere  $\omega_c=30$  rad/s (un decimo della pulsazione nominale) a cui corrisponde una costante di tempo  $\tau_c=0,033$ s.

# ERRORE PRODOTTO DA IF

Nel dominio di Laplace dunque il flusso di statore stimato è dato da:

$$\tilde{\bar{\Lambda}}_s = \frac{\bar{V}_s(s) - R_s \bar{I}_s(s)}{s + \omega_c}$$

In regime sinusoidale diventa:

$$\tilde{\bar{\Lambda}}_s = \frac{\bar{V}_s(j\omega_s) - R_s \bar{I}_s(j\omega_s)}{j\omega_s + \omega_c}$$

Portando il denominatore dal secondo membro al primo ed espandendo:

$$j\omega_s \tilde{\bar{\Lambda}}_s + \omega_c \tilde{\bar{\Lambda}}_s = \bar{V}_s(j\omega_s) - R_s \bar{I}_s(j\omega_s)$$

Si ricordi però che è:

$$\bar{V}_s(j\omega_s) - R_s \bar{I}_s(j\omega_s) = j\omega_s \bar{\Lambda}_s$$

$\bar{\Lambda}_s$  è il vettore spaziale del flusso di statore vero presente nel motore nell'ipotesi che il suo modello sia quello detto all'inizio (equazione di statore).



# ERRORE PRODOTTO DA IF

Sul diagramma si possono individuare due triangoli rettangoli che mostrano la disposizione dei fasori dei flussi (corretto e stimato) e delle relative f.e.m. I vettori  $\bar{\Lambda}_s$  e  $j\omega_s\bar{\Lambda}_s$  nonché  $\bar{V}_s$  e  $\bar{I}_s$  sono relativi al motore quindi, poiché si è in regime permanente, non si modificano nel processo di stima. Invece i vettori  $\underline{\tilde{\Lambda}}_s$  e  $j\omega_s\underline{\tilde{\Lambda}}_s$  dipendono dalla stima e ciascuno di essi si avvicina o si allontana rispetto ai corrispondenti vettori corretti

$$\bar{\Lambda}_s \rightarrow \underline{\tilde{\Lambda}}_s \qquad j\omega_s\bar{\Lambda}_s \rightarrow j\omega_s\underline{\tilde{\Lambda}}_s$$

man mano che migliora o peggiora la stima del flusso di statore, cioè man mano che  $\omega_s$  aumenta oltre  $\omega_c$  o diminuisce. In ogni caso, per costruzione, i vertici dei vettori  $\underline{\tilde{\Lambda}}_s$  e  $j\omega_s\underline{\tilde{\Lambda}}_s$  si spostano rimanendo sulle semicirconferenze indicate nel diagramma e aventi per diametri proprio i corrispondenti valori corretti. Contestualmente i due vettori  $-j\frac{\omega_c}{\omega_s}\underline{\tilde{\Lambda}}_s$  e  $\omega_c\underline{\tilde{\Lambda}}_s$  rappresentano degli errori rispettivamente sulla stima del flusso e della corrispondente f.e.m. Essi possono essere interpretati come le quantità che si dovrebbero aggiungere alle stime per ottenere i valori corretti.

# ERRORI DI STIMA

Allo scopo di valutare convenientemente gli errori prodotti dallo stimatore IF si determini il rapporto tra flusso stimato e flusso corretto (ottenuto con l'integratore puro):

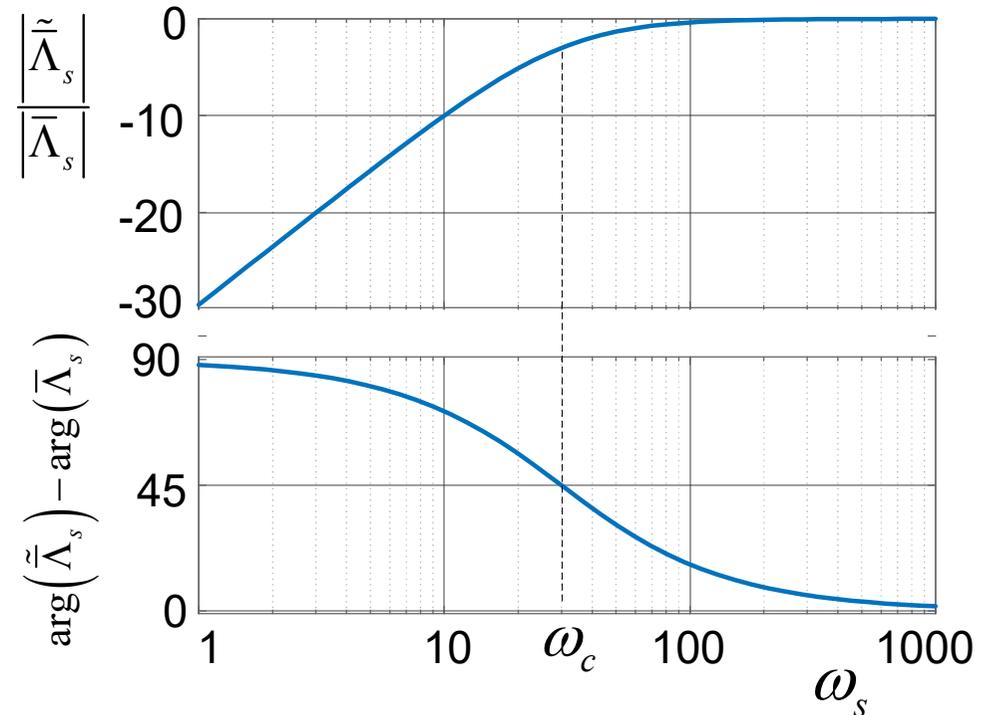
$$\frac{\tilde{\Lambda}_s}{\bar{\Lambda}_s} = \frac{s}{s + \omega_c}$$

E' la f.d.t del filtro passa-alto introdotto in cascata all'integratore puro.

Conviene analizzare separatamente modulo e fase.

$$\frac{|\tilde{\Lambda}_s|}{|\bar{\Lambda}_s|} = \frac{\omega_s}{\sqrt{\omega_s^2 + \omega_c^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\omega_c^2}{\omega_s^2}}}$$

$$\arg(\tilde{\Lambda}_s) - \arg(\bar{\Lambda}_s) = \frac{\pi}{2} - \arctan \frac{\omega_s}{\omega_c}$$



# INTEGRATORE FILTRATO MODIFICATO

Come ben evidente l'obiettivo finale di uno stimatore del flusso di statore basato sull'equazione di tensione (di statore) è l'integratore puro la cui f.d.t. è  $1/s$ . L'integratore filtrato supera (parzialmente) le problematiche connesse con l'integratore puro ma introduce una limitazione inferiore sul campo di velocità entro il quale esso dà una stima accettabile. Onde cercare di abbassare tale limite inferiore si può ricorrere a modifiche allo schema dell'integratore filtrato che cerchino di aggiungere, al valore con esso ottenuto, un contributo che compensi l'errore introdotto alle basse velocità (in linea con quanto mostrato dal diagramma vettoriale della dia 24).

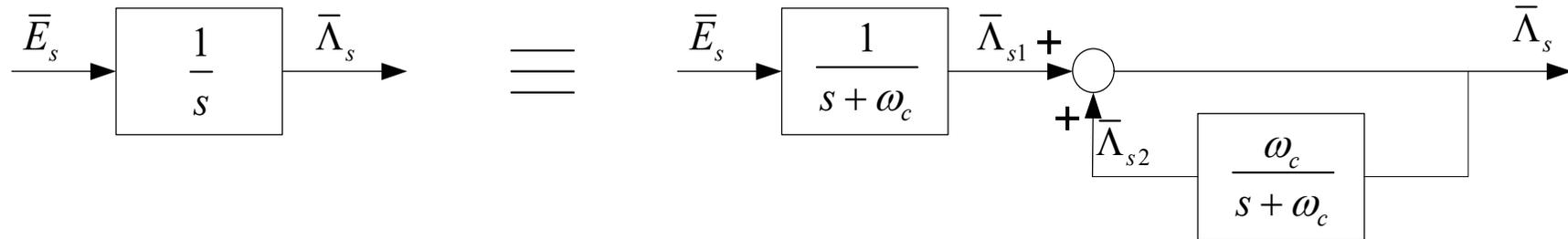
Si scinda la f.d.t. dell'integratore puro in due termini

$$\begin{aligned}\bar{\Lambda}_s(s) &= \frac{s + \omega_c}{s + \omega_c} \bar{\Lambda}_s(s) = \frac{1}{s + \omega_c} s \bar{\Lambda}_s(s) + \frac{\omega_c}{s + \omega_c} \bar{\Lambda}_s(s) \\ &= \frac{1}{s + \omega_c} E(s) + \frac{\omega_c}{s + \omega_c} \bar{\Lambda}_s(s) = \bar{\Lambda}_{s1}(s) + \bar{\Lambda}_{s2}(s)\end{aligned}$$

dove:  $s\bar{\Lambda}(s) = \bar{E}(s) = \bar{V}_s(s) - R_s \bar{I}_s(s)$

# INTEGRATORE FILTRATO MODIFICATO

Lo schema a blocchi dell'integratore puro rappresentato con la scomposizione proposta è



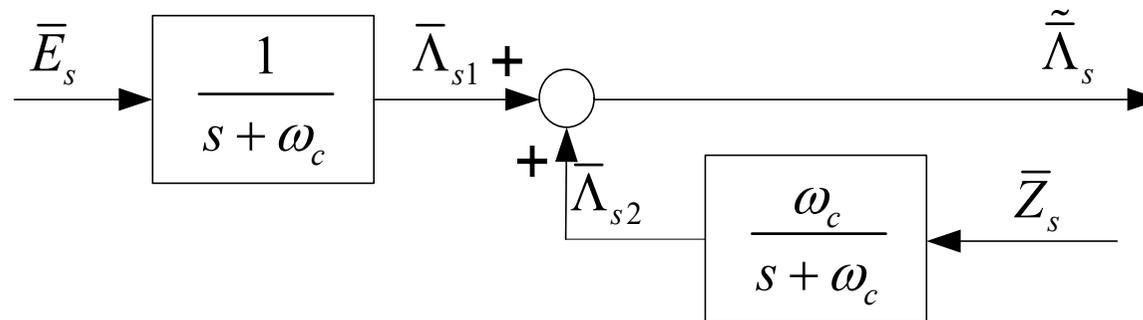
Ovviamente il nuovo schema soffre di tutte le problematiche viste in precedenza. Ma questo schema ci suggerisce che il flusso di statore corretto può essere ottenuto dalla somma di due contributi il primo è quello prodotto dall'integratore filtrato, il secondo lo si può considerare un contributo correttivo. In quest'ottica si può modificare l'equazione della dia precedente ottenendo la seguente stima del flusso di statore:

$$\tilde{\bar{\Lambda}}_s(s) = \frac{1}{s + \omega_c} \bar{E}(s) + \frac{\omega_c}{s + \omega_c} \bar{Z}_s(s)$$

nella quale il contributo correttivo è ottenuto da una quantità  $\bar{Z}_s$  da valutare in maniera opportuna e diversa (ovviamente) da  $\bar{\Lambda}_s$ .

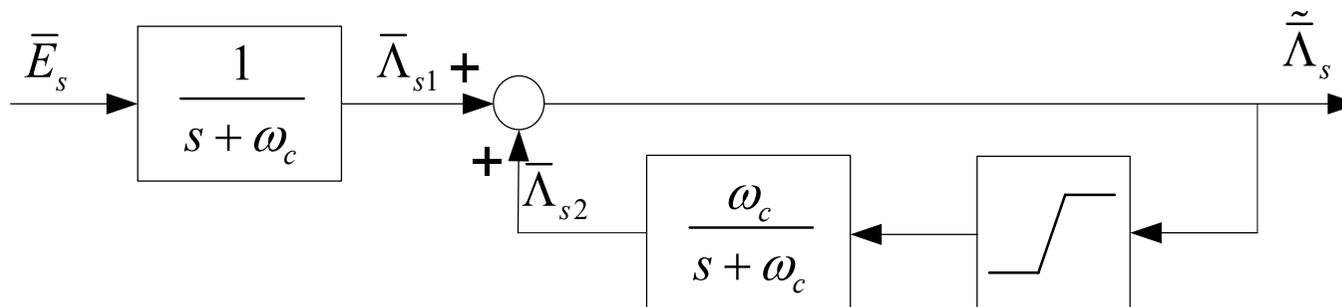
# INTEGRATORE FILTRATO MODIFICATO

Lo schema a blocchi del nuovo stimatore è:



# INTEGRATORE FILTRATO MODIFICATO CON RETROAZIONE SATURATA

Con riferimento allo schema dell'integratore puro con la scomposizione (dia 28) si osservi che a fronte di un offset di ingresso, l'uscita  $\bar{\Lambda}_s$  diverge. Ma delle due quantità che la compongono come somma,  $\bar{\Lambda}_{s1}$  essendo l'uscita di un integratore filtrato, è quantità finita, dunque rimane che è  $\bar{\Lambda}_{s2}$  a divergere (tendendo verso valori molto grandi). Pertanto una soluzione è inserire un limitatore nella catena di reazione dello schema secondo quanto mostrato nel seguente schema:



Si chiami  $L$  il valore di saturazione del limitatore, esso ha la dimensione di un flusso (Wb).

*Vale la pena notare che lo schema qui sopra, quando venga realizzato in pratica, va scisso in due schemi uguali uno per la componente di asse  $\alpha$  ed uno per quella di asse  $\beta$  (quantità scalari).*

# INTEGRATORE FILTRATO MODIFICATO CON RETROAZIONE SATURATA

Nell'ipotesi che il limitatore lavori in zona lineare, dallo schema si deducono:

$$\begin{aligned}\tilde{\bar{\Lambda}}_s(s) &= \bar{\Lambda}_{s1}(s) + \bar{\Lambda}_{s2} & \bar{\Lambda}_{s2}(s) &= \frac{\omega_c}{s + \omega_c} (\bar{\Lambda}_{s1}(s) + \bar{\Lambda}_{s2}(s)) \\ & & \bar{\Lambda}_{s1}(s) &= \frac{1}{s + \omega_c} \bar{E}(s)\end{aligned}$$

da cui, sostituendo l'espressione di  $\bar{\Lambda}_{s1}$  in  $\bar{\Lambda}_{s2}$ , si ottiene

$$\bar{\Lambda}_{s2}(s) = \frac{\omega_c}{(s + \omega_c)^2} \bar{E}(s) + \frac{\omega_c}{s + \omega_c} \bar{\Lambda}_{s2}$$

Infine

$$\bar{\Lambda}_{s2}(s) = \frac{\omega_c}{s(s + \omega_c)} \bar{E}(s)$$

# INTEGRATORE FILTRATO MODIFICATO CON RETROAZIONE SATURATA

Mentre se il limitatore entra in saturazione si ha

$$\tilde{\bar{\Lambda}}_s(s) = \bar{\Lambda}_{s1}(s) + \bar{\Lambda}_{s2} \quad \bar{\Lambda}_{s2}(s) = \frac{\omega_c}{s + \omega_c} L$$

da cui

$$\tilde{\bar{\Lambda}}_s(s) = \frac{1}{s + \omega_c} \bar{E}(s) + \frac{\omega_c}{s + \omega_c} L$$

Con il limitatore in saturazione l'ingresso al blocco della catena di reazione è costante.

Con riferimento alle f.d.t. di  $\bar{\Lambda}_{s2}$  (di questa dia e della precedente) si analizzi il comportamento dello schema ad alta e bassa pulsazione dell'ingresso  $E_s$  corrispondente ad alta e bassa velocità del motore.

Per pulsazioni elevate ( $\omega_s \gg \omega_c$ ) il contributo di  $\bar{\Lambda}_{s2}$  è trascurabile rispetto a  $\bar{\Lambda}_{s1}$  sia con limitatore funzionante in linearità (c'è  $\omega_s^2$  a denominatore della f.d.t.) che in saturazione (contributo  $L/\omega_s$ ).

# INTEGRATORE FILTRATO MODIFICATO CON RETROAZIONE SATURATA

Il campo delle basse pulsazione ( $\omega_s \leq \omega_c$ ) può essere diviso in due:  $\omega_s = 0$  e  $\omega_s > 0$ .

\*  $\omega_s = 0$ , cioè  $E = E_0 = \text{cost}$ , in tal caso la stima del flusso (ad esempio la componente di asse  $\alpha$ ) assume il valore

$$\tilde{\Lambda}_{s\alpha 0} = \Lambda_{s\alpha 1,0} + \Lambda_{s\alpha 2,0} = \frac{E_0}{\omega_c} + L$$

Esso è un valore limitato, quindi è risolto (anche se introducendo un errore sulla stima) il problema della deriva dovuta ad offset d'ingresso allo stimatore.

\*  $\omega_s > 0$ , la grandezza di ingresso ha andamento sinusoidale a bassa pulsazione; in tal caso, se l'ampiezza del flusso stimato mantiene il limitatore nell'ambito del funzionamento lineare tutto si comporta come un integratore puro, quando invece l'ampiezza del flusso stimato manda in saturazione il limitatore allora la stima del flusso è data dall'espressione mostrata nella dia precedente. La stima è costituita da due termini: uno è l'uscita dell'integratore filtrato originale e l'altro è un termine di correzione che tende a compensare l'errore introdotto dal primo.

# INTEGRATORE FILTRATO MODIFICATO CON RETROAZIONE SATURATA

Il termine di correzione è dunque prodotto dalle quantità

$$Z_{s\alpha} = L$$

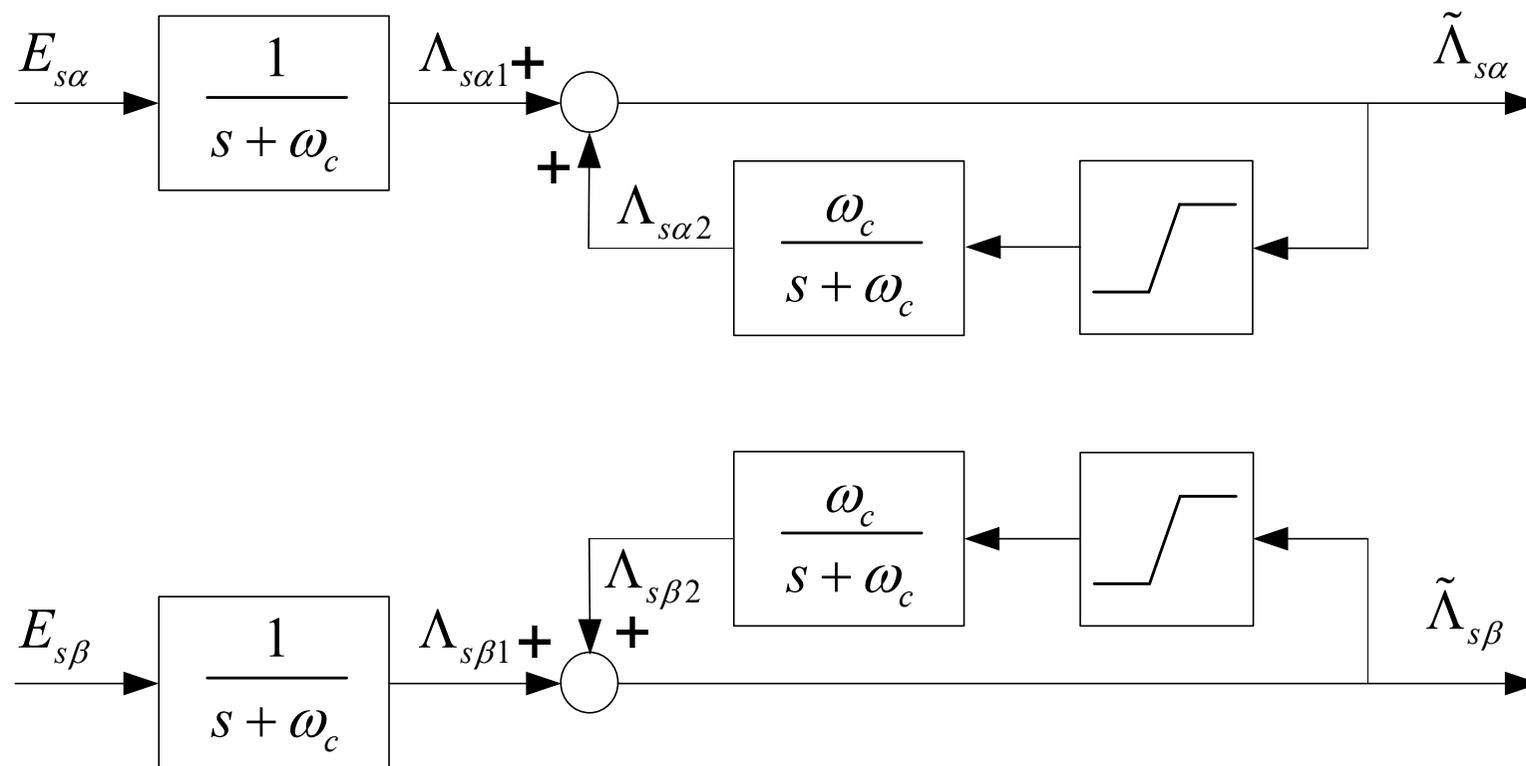
$$Z_{s\beta} = L$$

Il termine di correzione dipende dunque dal valore di saturazione del limitatore. E' abbastanza intuitivo notare che il valore più idoneo per  $L$  è il valore dell'ampiezza del flusso di statore attuale del motore. Esso ovviamente non è noto (si sta proprio stimandone il valore); ma osservando che il motore, salvo applicazioni particolari, opera per la maggior parte del tempo con flusso nominale, una scelta adeguata per  $L$  è proprio l'ampiezza del valore nominale.

E' abbastanza agevole riconoscere che nel caso in cui il motore operasse con ampiezza del flusso minore di  $L$ , si avrebbe una sua sovra-stima. Viceversa se  $L$  fosse inferiore all'ampiezza del flusso di statore attuale del motore si avrebbe una sotto-stima.

# INTEGRATORE FILTRATO MODIFICATO CON RETROAZIONE SATURATA

Come già detto in precedenza, lo stimatore con integratore filtrato in generale e quello modificato con retroazione saturata specificamente, è applicato in maniera separata ed indipendente sulle due componenti  $\alpha$  e  $\beta$  delle grandezze del motore (come mostrato nella figura sottostante).



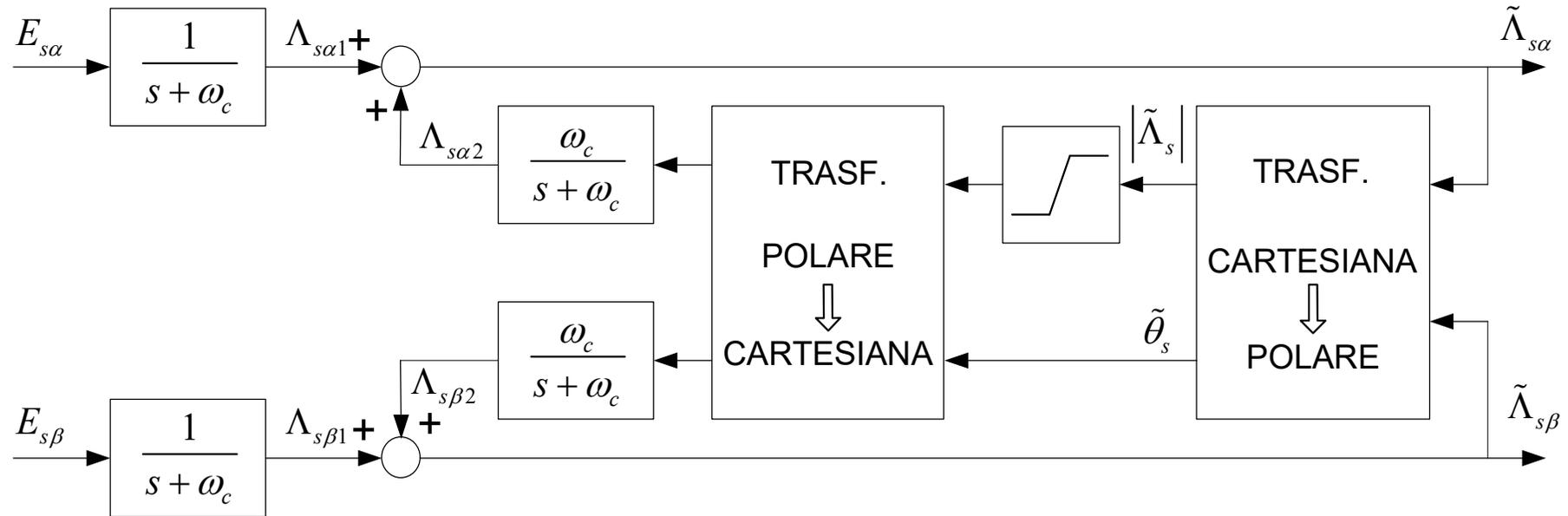
# INTEGRATORE FILTRATO MODIFICATO CON RETROAZIONE SATURATA

Ciò significa che all'ingresso di ciascuno dei due percorsi di stima ci sono quantità sinusoidali. Però la presenza di un limitatore con saturazione (elemento non-lineare) introduce una distorsione, pertanto le due componenti  $\tilde{\Lambda}_{s\alpha}, \tilde{\Lambda}_{s\beta}$  della stima del flusso di statore che se ne ottengono sono delle *sinusoidi distorte*.

Va comunque osservato che se il valore  $L$  di saturazione del limitatore è vicino al valore dell'ampiezza del flusso attuale del motore tale saturazione è poco significativa.

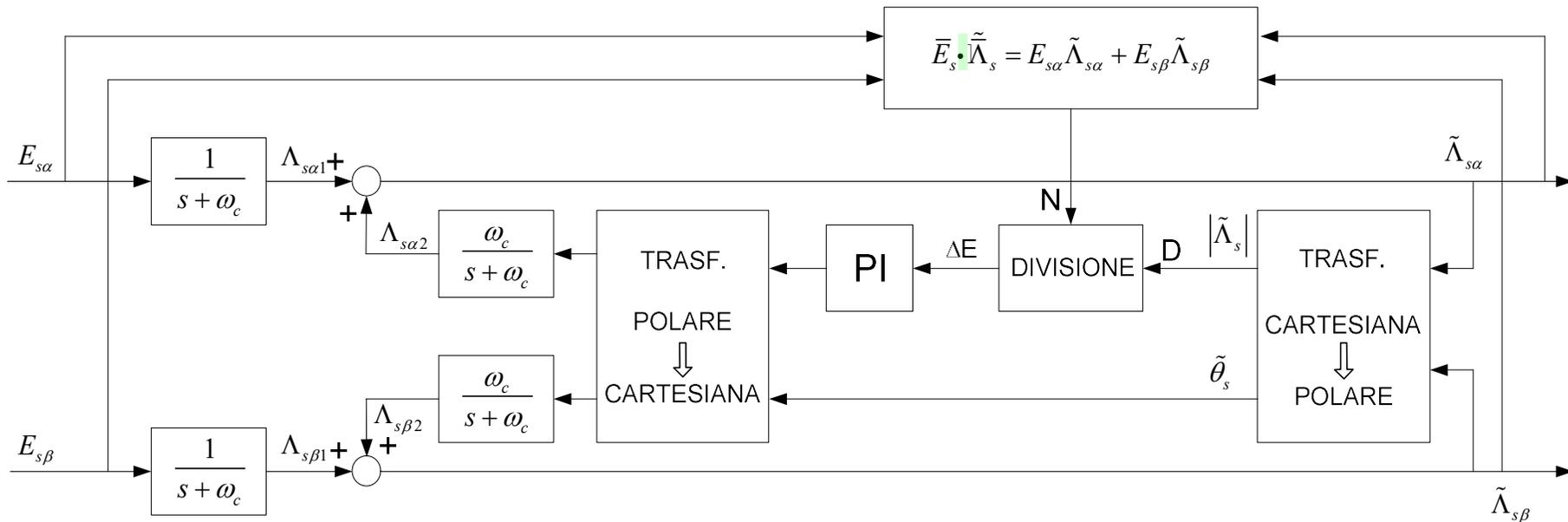
Pur non di meno onde evitare questo problema si può ricorrere ad uno schema in cui nella catena dove è determinato il termine di correzione, venga limitato solo il modulo del flusso stimato (vedi dia successiva).

# INTEGRATORE FILTRATO MODIFICATO CON LIMITATORE SUL MODULO



Lo schema comprende una prima trasformazione da rappresentazione cartesiana  $(\tilde{\Lambda}_{s\alpha}, \tilde{\Lambda}_{s\beta})$  a rappresentazione polare  $(|\tilde{\Lambda}_s|, \tilde{\theta}_s)$  del flusso di statore stimato. Il limitatore agisce solo sul modulo  $|\tilde{\Lambda}_s|$ , lasciando la fase  $\tilde{\theta}_s$  inalterata. Quindi si ritrasforma determinando ancora due componenti cartesiane. Queste ultime però hanno una forma d'onda sicuramente sinusoidale con ampiezza limitata al valore  $L$ . Poi l'elaborazione prosegue come nel precedente schema.

# INTEGRATORE FILTRATO MODIFICATO ADATTATIVO



Analogamente allo schema precedente, il contributo correttivo alla stima del flusso è ottenuto limitando (sulla catena di reazione) il solo modulo del flusso stimato, ma attraverso un metodo adattativo.

La legge di adattamento persegue (ha come obiettivo) la condizione di ortogonalità che esiste tra i due vettori spaziali della f.e.m. d'ingresso allo stimatore  $\bar{E}_s = \bar{V}_s - R_s \bar{I}_s$  e del flusso di statore  $\bar{\Lambda}_s$  (quello vero del motore). Si confronti nel diagramma vettoriale della dia 24 la posizione reciproca dei due vettori verdi.

# INTEGRATORE FILTRATO MODIFICATO ADATTATIVO

Lo stesso diagramma mostra ancora che invece il flusso stimato  $\tilde{\Lambda}_s$  (vettore rosso) forma con  $\bar{E}_s$  un angolo inferiore a  $\pi/2$ , la legge di adattamento tende a portare tale angolo verso il valore  $\pi/2$ . La condizione di ortogonalità viene riconosciuta verificando che il prodotto scalare dei due vettori sia nullo:

$$\bar{E}_s \cdot \tilde{\Lambda}_s = E_{s\alpha} \tilde{\Lambda}_{s\alpha} + E_{s\beta} \tilde{\Lambda}_{s\beta} = 0$$

Il valore del prodotto scalare normalizzato rispetto al modulo del flusso stimato stesso (rapporto  $N/D$  della figura) rappresenta un errore  $\Delta E$  (quantità proporzionale al modulo  $|\omega_c \tilde{\Lambda}_s|$  del vettore violetto del diagramma della dia 24) che viene elaborato da un PI.

La quantità all'uscita dal PI è il modulo del flusso di statore stimato, quest'ultimo è trasformato in una rappresentazione cartesiana e le due componenti sono elaborate dai due blocchi mostrati in figura per determinare le quantità di correzione e chiudere il ciclo secondo quanto detto sulla modifica dell'integratore filtrato.

# INTEGRATORE FILTRATO MODIFICATO ADATTATIVO

Si osservi che l'integratore del PI è un elemento di "memoria" e impone che a regime sia  $\Delta E = 0$  cioè garantisce l'ortogonalità tra i due vettori  $\overline{E}_s$  e  $\underline{\underline{\Lambda}}_s$ .

Val la pena a conclusione notare che l'ortogonalità suddetta a rigore non garantisce che la quantità di correzione ottenuta conduca ad un valore stimato del flusso di statore completamente corretto in quanto potrebbe comunque rimanere un errore sul modulo di  $\underline{\underline{\Lambda}}_s$  (in altri termini la condizione introdotta sul prodotto scalare è necessaria ma non strettamente sufficiente).

Pur non di meno la correzione consente di estendere il campo di velocità entro il quale la stima sia accettabile, rispetto a quanto si otterrebbe col solo integratore filtrato (senza modifiche).

# APPENDICE

per

STIMATORI CON MODELLO DI TENSIONE

# ESEMPIO: STUDIO ANALITICO DELLA RISPOSTA DI UN IF

Si supponga che la grandezza all'ingresso dell'IF sia

$$e_{s\alpha} = E_M \sin(\omega_s t + \varphi)$$

Si consideri solo la componente di asse  $\alpha$ , per l'asse  $\beta$  la procedura è del tutto analoga salvo che l'ingresso è sfasato di  $\pi/2$ . Nel dominio del tempo il funzionamento dell'IF si esprime con una equazione differenziale del primo ordine:

$$\frac{d}{dt} \tilde{\lambda}_{s\alpha} + \omega_c \tilde{\lambda}_{s\alpha} = E_M \sin(\omega_s t + \varphi)$$

a cui si deve associare la condizione iniziale che solitamente si suppone nulla:  $\tilde{\lambda}_{s\alpha 0}(0) = 0$ . Il secondo membro è detto anche forzante.

La soluzione dell'equazione differenziale è costituita dalla somma della soluzione dell'omogenea associata  $\tilde{\lambda}_{s\alpha 0}$  e della particolare  $\tilde{\lambda}_{s\alpha p}$ . La prima è:

$$\tilde{\lambda}_{s\alpha 0}(t) = A e^{-\omega_c t}$$

Il coefficiente  $A$  verrà scelto in base alla condizione iniziale applicata alla risposta intera.

# ESEMPIO: STUDIO ANALITICO DELLA RISPOSTA DI UN IF

La risposta particolare è dello stesso tipo della forzante

$$\tilde{\lambda}_{s\alpha p}(t) = B \sin(\omega_s t + \gamma)$$

Il coefficiente  $B$  e l'angolo di sfasamento  $\gamma$  si determinano sostituendo  $\tilde{\lambda}_{s\alpha p}$  proposta e la sua derivata nel primo membro dell'equazione differenziale originale, uguagliando il risultato ottenuto al secondo membro si trovano:

$$B = \frac{E_M}{\sqrt{\omega_c^2 + \omega_s^2}} \quad \gamma = \varphi - \theta \quad \text{dove} \quad \tan(\theta) = \frac{\omega_s}{\omega_c}$$

Pertanto la soluzione completa è

$$\tilde{\lambda}_{s\alpha}(t) = \tilde{\lambda}_{s\alpha o} + \tilde{\lambda}_{s\alpha p} = Ae^{-\omega_c t} + \frac{E_M}{\sqrt{\omega_c^2 + \omega_s^2}} \sin(\omega_s t + \varphi - \theta)$$

# ESEMPIO: STUDIO ANALITICO DELLA RISPOSTA DI UN IF

Uguagliando la relazione precedente, calcolata in  $t=0$ , alla condizione iniziale prevista si ottiene

$$A = -\frac{E_M}{\sqrt{\omega_c^2 + \omega_s^2}} \sin(\varphi - \theta)$$

Sostituendo si ottiene l'espressione finale della stima del flusso di statore

$$\tilde{\lambda}_{s\alpha}(t) = -\frac{E_M}{\sqrt{\omega_c^2 + \omega_s^2}} \sin(\varphi - \theta) e^{-\omega_c t} + \frac{E_M}{\sqrt{\omega_c^2 + \omega_s^2}} \sin(\omega_s t + \varphi - \theta)$$

Si riconosce che la risposta è di tipo sinusoidale (la risposta di regime permanente) sovrapposta ad un esponenziale (risposta transitoria) che decade a zero con una costante di tempo  $\tau_c$ .

Ancora si osserva che solo nel caso particolarissimo  $\varphi = \theta = \arctan \frac{\omega_s}{\omega_c}$  la risposta esponenziale è nulla (non c'è transitorio nella stima del flusso).

# ESEMPIO: STUDIO ANALITICO DELLA RISPOSTA DI UN IF

Atteso che la stima corretta del flusso di statore conseguente la  $e_{s\alpha}$  prevista sarebbe

$$\lambda_{s\alpha}(t) = \frac{E_M}{\omega_s} \sin\left(\omega_s t + \varphi - \frac{\pi}{2}\right)$$

L'analisi della risposta di regime permanente conduce a concludere che la stima prodotta dallo stimatore integratore filtrato è affetta da un errore sull'ampiezza:

$$\frac{E_M}{\sqrt{\omega_c^2 + \omega_s^2}} \quad \text{invece di} \quad \frac{E_M}{\omega_s}$$

e sulla fase:

$$\theta = \arctan \frac{\omega_s}{\omega_c} \quad \text{invece di} \quad \frac{\pi}{2}$$

Infine ampiezza e fase della stima tendono ai valori corretti ideali quanto più aumenta  $\omega_s$  rispetto  $\omega_c$ , cioè nella condizione  $\omega_s \gg \omega_c$ .

# STIMA DEL FLUSSO DI ROTORE TRAMITE MODELLO DI CORRENTE

Equazione di rotore in un sistema di riferimento qualsiasi:

$$0 = R_r \bar{i}_r + \frac{d}{dt} \bar{\lambda}_r + j(\omega_d - \omega_{me}) \bar{\lambda}_r$$

Considerando che dalle equazioni di legame risulta  $\bar{i}_r = \frac{\bar{\lambda}_r}{L_r} - \frac{L_M}{L_r} \bar{i}_s$ ,  
si può eliminare la corrente di rotore

$$0 = \frac{R_r}{L_r} \bar{\lambda}_r - \frac{R_r}{L_r} L_M \bar{i}_s + \frac{d}{dt} \bar{\lambda}_r + j(\omega_d - \omega_{me}) \bar{\lambda}_r$$

da cui, definendo  $\tau_r = L_r/R_r$ , si ricava: 
$$\bar{\lambda}_r = \frac{L_M}{\tau_r} \frac{\bar{i}_s}{\frac{1}{\tau_r} + p + j(\omega_d - \omega_{me})}$$

Ponendosi in un sistema di riferimento stazionario ( $\omega_d = 0$ ), oltre ai parametri di rotore è necessario conoscere  $\omega_{me}$ .

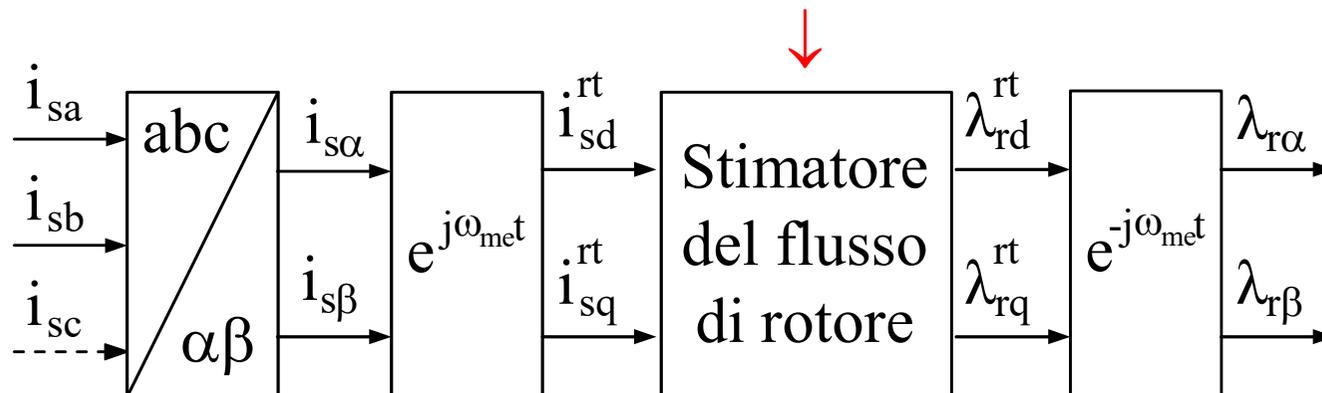
# STIMA DEL FLUSSO DI ROTORE TRAMITE MODELLO DI CORRENTE

Scegliendo un sistema di riferimento rotante con il rotore ( $\omega_d = \omega_{me}$ )  
serve comunque conoscere  $\omega_{me}$ , ma l'espressione si semplifica in

$$\bar{\lambda}_r = \frac{L_M}{\tau_r} \frac{\bar{i}_s}{\frac{1}{\tau_r} + p}$$

Che, indicando con l'apice "rt" il fatto che le grandezze sono espresse in un sistema di riferimento solidale con il rotore, può anche essere scritta come:

$$\frac{d}{dt} \lambda_r^{rt} + \frac{1}{\tau_r} \lambda_r^{rt} = \frac{L_M}{\tau_r} i_s^{rt}$$



# STIMA DEL FLUSSO DI ROTORE TRAMITE MODELLO DI CORRENTE

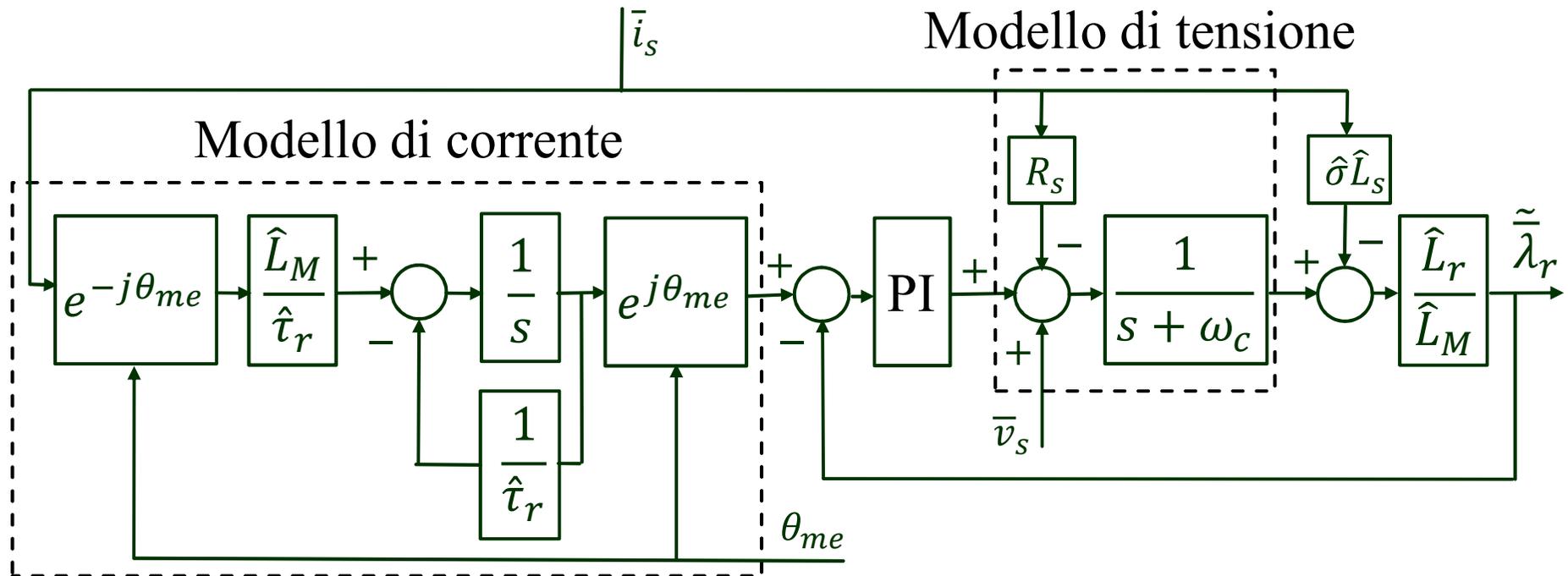
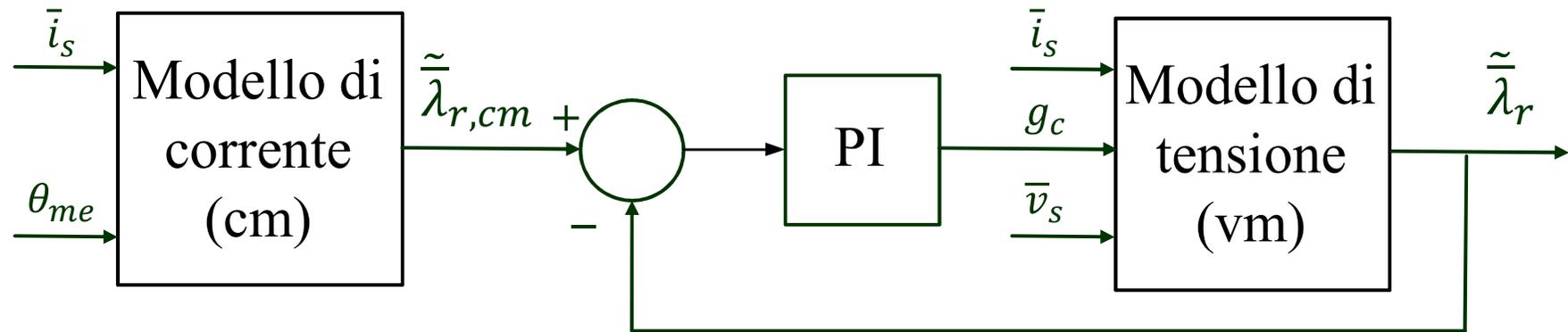
*Pregi dello stimatore con modello di corrente:*

- lo stimatore è un filtro passa-basso, quindi non è necessaria un'approssimazione;
- le grandezze di ingresso ( $i_{sd}^{rt}$ ,  $i_{sq}^{rt}$ ) hanno valori bassi della frequenza e quindi permettono allo stimatore (filtro) di lavorare in una zona di frequenza "favorevole".

*Difetti dello stimatore con modello di corrente:*

- è necessario fare due trasformazioni rotanti;
- lo stimatore dipende dai parametri di rotore del motore;
- è necessario effettuare la trasduzione della posizione del rotore tramite un opportuno sensore elettromeccanico.

# SCHEMA ALTERNATIVO DI UNO STIMATORE A CICLO CHIUSO



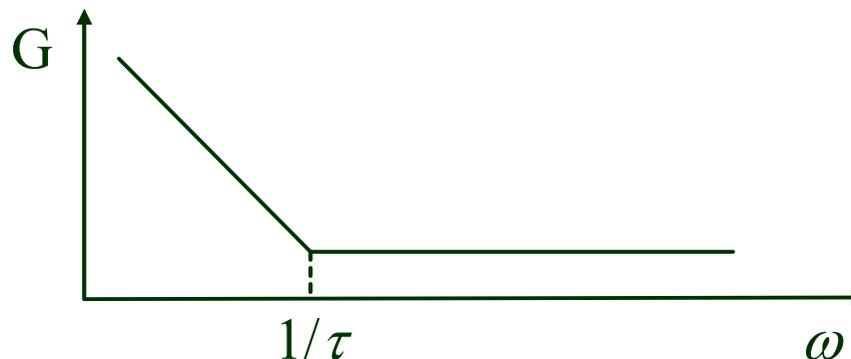
# SCHEMA ALTERNATIVO DI UNO STIMATORE A CICLO CHIUSO

*Ragionamento intuitivo basato sul diagramma di bode del regolatore PI*

a) A bassa frequenza (bassa velocità) il guadagno del PI è molto elevato ( $\rightarrow \infty$ ); pertanto, a regime, affinché l'uscita del PI abbia valore finito il suo ingresso deve tendere a zero (ovvero ad un valore molto piccolo). Quindi la differenza fra  $\tilde{\lambda}_{r,cm}$  e  $\tilde{\lambda}_r$  tende a "zero". In questo caso la stima finale di  $\lambda_r$  assume il valore dell'uscita dello stimatore con modello di corrente.

b) Al contrario, ad alta frequenza (alta velocità) il guadagno del PI è piccolo ( $\rightarrow 0$ ) e quindi il contributo correttivo  $g_c$  all'ingresso del modello di tensione diventa trascurabile rispetto all'altro contributo concorrente nel nodo somma, cioè  $\bar{v}_s - R_s \bar{i}_s$ . In questo caso la stima finale di  $\lambda_r$  assume il valore  $\tilde{\lambda}_{r,vm}$  dell'uscita dello stimatore con modello di tensione.

Diagramma di Bode asintotico del modulo del regolatore PI.



# SCHEMA ALTERNATIVO DI UNO STIMATORE A CICLO CHIUSO

*Sviluppo analitico*

$$\tilde{\lambda}_r(s) = \tilde{\lambda}_{r,vm} + \frac{\hat{L}_r}{s\hat{L}_M} g_c(s)$$

$\tilde{\lambda}_{r,cm}$  = uscita del solo modello di corrente  
 $\tilde{\lambda}_{r,vm}$  = uscita del solo modello di tensione

$$g_c(s) = k \frac{1 + s\tau}{s\tau} (\tilde{\lambda}_{r,cm} - \tilde{\lambda}_r)$$

$\tilde{\lambda}_r$  = uscita dello stimatore complessivo

Sostituendo nella prima la seconda si ottiene:

$$\tilde{\lambda}_r(s) = \tilde{\lambda}_{r,vm} + \frac{\hat{L}_r}{s\hat{L}_M} k \frac{1 + s\tau}{s\tau} (\tilde{\lambda}_{r,cm} - \tilde{\lambda}_r)$$

Sostituendo  $s=j\omega$   
 e facendo alcune  
 elaborazione si  
 perviene a

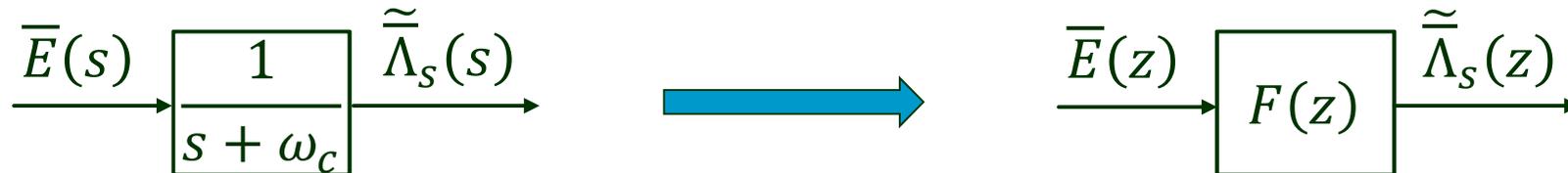
$$\tilde{\lambda}_r = \frac{\left( \frac{\hat{L}_r}{\hat{L}_M} \frac{k}{\tau} \tilde{\lambda}_{r,cm} - \omega_s^2 \tilde{\lambda}_{r,vm} \right) + j \frac{\hat{L}_r}{\hat{L}_M} k \omega_s \tilde{\lambda}_{r,cm}}{\left( \frac{\hat{L}_r}{\hat{L}_M} \frac{k}{\tau} - \omega_s^2 \right) + j \frac{\hat{L}_r}{\hat{L}_M} k \omega_s}$$

# IMPLEMENTAZIONE DIGITALE

Si faccia la conversione delle funzioni di trasferimento dal dominio della variabile complessa di Laplace "s" al dominio della variabile complessa "z", utilizzando il metodo che mantiene la risposta indiciale, cioè

$$\mathcal{Z} \left\{ \frac{1}{s} F(s) \right\} = \mathcal{Z} \left\{ \frac{1}{s} \right\} \cdot \underbrace{\mathcal{Z}\{F(s)\}}_{F(z)} \Rightarrow F(z) = \frac{\mathcal{Z} \left\{ \frac{1}{s} F(s) \right\}}{\mathcal{Z} \left\{ \frac{1}{s} \right\}}$$

*Stimatore con modello di tensione*



$$\mathcal{Z} \left\{ \frac{1}{s} \frac{1}{s + \omega_c} \right\} = \frac{1}{\omega_c} \frac{z(1 - e^{-\omega_c T_s})}{(z - 1)(z - e^{-\omega_c T_s})}$$

$$\mathcal{Z} \left\{ \frac{1}{s} \right\} = \frac{z}{z - 1}$$

$T_s$  = periodo di campionamento

# IMPLEMENTAZIONE DIGITALE

$$F(z) = \frac{\mathcal{Z}\left\{\frac{1}{s} \frac{1}{s + \omega_c}\right\}}{\mathcal{Z}\left\{\frac{1}{s}\right\}} = \frac{z-1}{z} \frac{1}{\omega_c} \frac{z(1 - e^{-\omega_c T_s})}{(z-1)(z - e^{-\omega_c T_s})} = \frac{1}{\omega_c} \frac{1 - e^{-\omega_c T_s}}{z - e^{-\omega_c T_s}}$$

$$T_s \ll \frac{1}{\omega_c} \Rightarrow \omega_c T_s \ll 1 \rightarrow e^{-\omega_c T_s} \cong 1 - \omega_c T_s$$

Sostituendo in  $F(z)$  si ottiene  $F(z) \cong \frac{T_s}{z - 1 + \omega_c T_s}$

$$\tilde{\Lambda}_s(s) = \frac{T_s}{z - 1 + \omega_c T_s} \bar{E}(z) \Rightarrow (z - 1 + \omega_c T_s) \tilde{\Lambda}_s(s) = T_s \bar{E}(z)$$

$$\lambda_{s\alpha}(k+1) = (1 - \omega_c T_s) \lambda_{s\alpha}(k) + T_s E_{s\alpha}(k)$$

$$\lambda_{s\beta}(k+1) = (1 - \omega_c T_s) \lambda_{s\beta}(k) + T_s E_{s\beta}(k)$$

$$E_{s\alpha}(k) = v_{s\alpha}(k) - R_s i_{s\alpha}(k)$$

$$E_{s\beta}(k) = v_{s\beta}(k) - R_s i_{s\beta}(k)$$

$(1 - \omega_c T_s)$  e  $T_s$  sono dei coefficienti che non dipendono dai parametri del motore.

# IMPLEMENTAZIONE DIGITALE

*Stimatore con modello di corrente*

$$\begin{array}{c} \xrightarrow{\bar{i}_s^{rt}(s)} \quad \boxed{\frac{L_M}{1 + s\tau_r}} \quad \xrightarrow{\tilde{\lambda}_r^{rt}(s)} \end{array} \quad F(s) = \frac{L_M}{\tau_r} \frac{1}{s + \omega_r} \quad \omega_r = \frac{1}{\tau_r}$$

Con gli stessi passaggi utilizzati nella diapositiva precedente per ricavare  $F(z)$  ed in maniera del tutto analoga a quanto ottenuto per lo stimatore con modello di tensione, si ottiene:

$$F(z) = \frac{L_M}{\tau_r} \frac{T_s}{z - 1 + \omega_r T_s}$$

A questo punto si possono ricavare le equazioni alle differenze che forniscono le componenti del flusso di rotore lungo gli assi  $d$  e  $q$  di un sistema di riferimento solidale con il rotore:

$$\begin{aligned} \lambda_{rd}^{rt}(k+1) &= (1 - \omega_r T_s) \lambda_{sd}(k) + L_M \omega_r T_s i_{sd}^{rt}(k) \\ \lambda_{rq}^{rt}(k+1) &= (1 - \omega_r T_s) \lambda_{sq}(k) + L_M \omega_r T_s i_{sq}^{rt}(k) \end{aligned}$$