

## RENÉ DESCARTES



Descartes in un ritratto di Frans Hals (1649)

### Il contesto matematico

Nel XVII secolo la matematica europea ricevette un forte impulso. Sebbene non esistesse ancora nessuna organizzazione ufficiale che coordinasse le attività dei matematici di professione, in alcuni stati europei si erano formati spontaneamente alcuni gruppi scientifici, come ad esempio l'*Accademia dei Lincei* in Italia, la *Royal Society* in Inghilterra e l'*Académie Française* in Francia. Inoltre furono istituite le prime cattedre di matematica nelle università.

Tutto ciò favorì indubbiamente lo sviluppo delle tecniche matematiche. In ogni caso, nel secondo trentennio del XVII secolo, la Francia divenne il centro indiscusso dell'attività matematica del tempo.

La nascita della Geometria analitica (come risoluzione geometrica di problemi algebrici o, viceversa, come risoluzione algebrica di problemi geometrici) è principalmente dovuta ai matematici francesi **René Descartes** (1596-1650) e **Pierre De Fermat** (1601-1665).

Tale periodo fu caratterizzato da un intenso scambio di idee nel campo della matematica: la figura di **Marin Mersenne** (1588 -1648),

frate dell'ordine dei Minimi, svolse addirittura il ruolo di centro di smistamento delle informazioni matematiche consentendone quindi una rapida diffusione.

Si tratta di una matematica attiva che si sviluppa più per una sua logica interna, che per sollecitazioni di forze economiche, sociali o tecnologiche, ma che non tarderà tuttavia ad alimentare poi un vastissimo campo di applicazioni nei settori più svariati.

La nascita della geometria analitica o geometria delle coordinate è dovuta a Descartes e Fermat. Bisogna però sottolineare che l'uso di coordinate risale comunque alla più remota antichità: per esempio gli architetti egiziani per riportare in più grande scala un disegno su una parete, lo riferivano ad un reticolato a maglie quadrate oppure i primi astronomi determinavano la posizione di una stella sulla sfera celeste, mediante due numeri.

### **La geometria nel 1600**

Descartes e Fermat fondarono la geometria analitica contemporaneamente, ma separatamente, spinti entrambi, anche se per motivazioni diverse, da un desiderio di ritorno al passato, all'*età d'oro* della geometria, ai problemi classici dei matematici greci.

Descartes, in particolare, prende le mosse dalla constatazione della gran diversità dei procedimenti in uso nelle ricerche scientifiche. Egli pensa che per porre fine a questo stato caotico non vi è che un mezzo: scoprire un fondamento assoluto, superiore a qualsiasi dubbio, da cui siano derivabili tutte le verità della scienza. La geometria analitica riuscirebbe, per l'appunto, a risolvere tale problema, per lo meno nell'ambito della matematica. La geometria analitica, chiamata anche geometria cartesiana, è lo studio della geometria attraverso il sistema di coordinate oggi dette cartesiane, ma già studiate nel Medio Evo da **Nicola d'Oresme** (1323 – 1382).

### **Biografia di René Descartes**

#### *Le origini familiari*

René Descartes nacque nel 1596 a La Haye en Touraine, in una casa «delle più nobili, delle più antiche e delle più in vista della Turenna». Il nonno Pierre Descartes era un medico e il figlio Joachim, che esercitò l'avvocatura a Parigi, acquistò la carica di consigliere del Parlamento di Bretagna, dove si trovava quando la moglie Jeanne Brochard partorì il terzo figlio René.

Il bambino fu subito affidato a una balia, che si prese a lungo cura di lui, gli sopravvisse e percepì dal filosofo un vitalizio. La madre

morì nel 1597, l'anno dopo la sua nascita, dando alla luce un figlio che le sopravvisse solo tre giorni. Il vedovo Joachim Descartes si risposò intorno al 1600 con Anne Morin, una bretone conosciuta a Rennes, dalla quale ebbe due figli.

La curiosa inesattezza circa la morte della madre, l'oscura allusione alla malattia materna, da lui ereditata, i rapporti forse non particolarmente affettuosi con il padre: tutto questo può far pensare ad un'infanzia non solo malaticcia, ma anche intimamente turbata.

Orfano di madre e con il padre spesso assente, a prendersi cura di René furono soprattutto la nonna materna e la nutrice. Trascorse l'infanzia con i due fratelli a La Haye, ove un precettore privato gli impartì l'istruzione elementare: il costante pallore e una frequente tosse secca, che facevano pensare ai medici che non sarebbe vissuto a lungo, ritardarono l'inizio dei suoi studi regolari.

### *Gli studi*

Solo nel 1607 entrò nel collegio gesuita di La Flèche che già godeva di alta rinomanza e dove il fratello aveva iniziato gli studi qualche anno prima. Nello stesso collegio studiò il teologo e scienziato **Marin Mersenne**, che Cartesio conoscerà probabilmente solo nel 1622, di cui fu amico per tutta la vita e che si occupò dei suoi affari in Francia quando Cartesio risiedette in Olanda.

Gli studenti, provenienti da ogni parte della Francia senza distinzione di classe sociale, erano tenuti al solo pagamento della pensione e i corsi prevedevano grammatica, studi umanistici e filosofia. Coloro che avessero voluto intraprendere la carriera ecclesiastica vi avrebbero continuato a studiare per altri cinque anni la teologia e le Scritture con studi propriamente filosofici o filosofico-scientifici: logica, fisica, matematica, morale e metafisica. L'insegnamento aveva come base Aristotele. Scarso era l'insegnamento della matematica, impartito per meno di un'ora al giorno ai soli studenti del secondo anno di filosofia.

I libri che Cartesio cercò di fuggire come la peste furono quelli di filosofia, e particolarmente i grandi e oscuri libri della Scolastica vecchia e nuova. Della poesia, poi, conservò sempre intatta l'ammirazione, pur considerando poesia ed eloquenza doni dell'ingegno, piuttosto che frutti dello studio.

«La Logica e la Metafisica erano insegnate in latino; la Fisica e la Matematica, a partite dalla seconda metà del XVII secolo, in francese». Cartesio si mostrerà poi deluso dell'insegnamento ricevuto: «Sono stato allevato nello studio delle lettere fin dalla fanciullezza, e poiché mi si faceva credere che con esse si poteva conseguire una

conoscenza chiara e sicura di tutto ciò che è utile nella vita, avevo un estremo desiderio di apprendere. Ma non appena ebbi concluso questo intero corso di studi, al termine del quale si è di solito annoverati tra i dotti, cambiai completamente opinione: mi trovavo infatti in un tale groviglio di dubbi e di errori da avere l'impressione di non aver ricavato alcun profitto, mentre cercavo di istruirmi, se non scoprire sempre più la mia ignoranza».

Sono le considerazioni del Cartesio maturo che scrive il suo *Metodo* e lamenta che nelle scuole non si promuova lo spirito critico degli allievi; una tale volontà di ricerca personale era già presente nel giovane René: «Da giovane, quando mi si presentava qualche scoperta ingegnosa, mi domandavo se io stesso non fossi in grado di trovarla da solo, anche senza apprenderla dai libri».

Tuttavia l'anno successivo, in una lettera a un amico che gli chiedeva consigli in merito all'educazione del figlio, il giudizio di Descartes sugli studi condotti a La Flèche sarà molto più positivo.

Uscì dal collegio gesuita nel 1615, conservando un affetto riconoscente nei confronti del rettore e per il regime di vita osservato nella scuola, durante il quale la sua salute si ristabilì completamente.

Si stabilì a pensione presso un sarto di Poitiers per studiare giurisprudenza nella Università di quella città, dove il fratello si era laureato tre anni prima: nel 1616 ottenne il baccalaureato e, il giorno dopo, la laurea *in utroque iure*. Si riunì alla famiglia che, dopo il secondo matrimonio del padre, viveva a presso Nantes.

#### *L'incontro con Isaac Beeckman*

Raggiunta la maggiore età, con una salute recuperata e il desiderio di conoscere cose nuove, ai primi del 1618 Cartesio si arruolò volontario in uno dei due reggimenti francesi di stanza a Breda, nei Paesi Bassi, sotto il comando del principe d'Orange. È un periodo di tregua della guerra che oppone le Province Unite alla Spagna: Cartesio aveva un valletto al suo servizio, ma l'ignoranza e la volgarità dei compagni, e l'ozio forzato a cui era spesso costretto non gli fecero amare l'ambiente militare. Tuttavia quel soggiorno si rivelerà importante sotto un altro aspetto: conobbe casualmente il medico Isaac Beeckman ed entrambi si trovarono a cercare di risolvere un problema matematico. Il trentenne Beeckman esercitò naturalmente una forte attrazione intellettuale su René e ne nacque un'amicizia che, pur contrastata negli anni, orienterà gli interessi di Cartesio verso le scienze matematiche.

In un problema posto da Beeckman a Cartesio – conoscendo lo

spazio percorso da un grave in due ore, determinare lo spazio percorso dal medesimo in un'ora – la risposta (erronea) di Cartesio è che la velocità del grave aumenta all'aumento dello spazio percorso, anziché al tempo trascorso.

Cartesio concluse nel 1618 un breve trattato sulla musica intitolato *Compendium musicae* che offrì a Beeckman come regalo per il nuovo anno. In questo testo, Cartesio si dice convinto che le diverse passioni suscitate dalla musica abbiano una giustificazione nella variazione delle misure dei suoni e nei rapporti tonali: se alla base dell'effetto emotivo prodotto dalla musica sull'ascoltatore sono meri rapporti quantitativi, egli riconosce che occorrerebbe una più precisa analisi della natura dell'anima umana e dei suoi movimenti per comprendere compiutamente le emozioni indotte dalla musica.

I due amici rimasero in contatto epistolare: nel 1619 Cartesio informò Beeckman di aver inventato dei compassi grazie ai quali aveva potuto formulare nuove dimostrazioni sui problemi relativi alla divisione degli angoli in parti uguali e alle equazioni cubiche, ripromettendosi di sviluppare queste scoperte in un trattato ove egli avrebbe esposto «una scienza del tutto nuova, con la quale si possano risolvere in generale tutte le questioni proponibili in qualsiasi specie di quantità, sia continua sia discreta». È la prima testimonianza dell'intuizione della geometria analitica.

### *La Mirabilis Scientia*

L'incontro con Beeckman fu decisivo per Cartesio: comunque lo si voglia valutare, costituì una scossa e un incitamento. Ma nel 1629 Cartesio sarà durissimo; infatti Mersenne gli aveva riferito che Beeckman si vantava di avergli insegnato fisica e matematica, dieci anni prima. Era la conclusione ingiusta di una amicizia breve ma profonda. Era anche la cruda informazione che non si dà sapere se non unitario, e se non fondato su una presa di coscienza radicale e completa dei fondamenti. Beeckman e Cartesio si riconciliarono in seguito.

Nel 1619 Descartes s'imbarcò da Amsterdam per Copenaghen: contava di visitare la Danimarca, poi la Polonia e l'Ungheria per raggiungere di qui la Boemia, ma rinunciò al lungo viaggio per dirigersi alla fine di luglio a Francoforte, dove assistette all'incoronazione di Ferdinando II.

Con la ripresa di quella che verrà definita la guerra dei trent'anni, sembra che Cartesio si sia arruolato nell'esercito comandato da Massimiliano di Baviera e abbia passato l'inverno a Neuburg, nel nord della Baviera, in una confortevole e ben riscaldata casa sulla riva del Danubio: qui, prese un giorno «la decisione di studiare anche in sé

stesso e d'impiegare tutte le forze del suo spirito a scegliere le strade che doveva seguire».

Viaggia inquieto e dalle vicende reali è come stranamente distaccato.

Nella notte fra il 10 e l'11 novembre 1619 e poi negli stessi giorni dell'anno successivo, Cartesio fece un sogno: questa esperienza gli sembrò decisiva. Ecco le parole con cui si apre la seconda parte del Discorso: «Ero allora in Germania, dove mi aveva chiamato l'occasione delle guerre che non vi sono ancora finite; e mentre dall'incoronazione dell'imperatore facevo ritorno all'esercito, l'inizio dell'inverno mi costrinse a fermarmi in un alloggio dove, non trovando conversazione che mi distraesse, e non avendo d'altra parte, per fortuna, né cure né passioni che mi turbassero, me ne restavo tutto il giorno chiuso da solo in una stanza riscaldata, dove avevo tutto l'agio d'intrattenermi con i miei pensieri». In quel momento preciso Cartesio colloca ancora la propria radicale riforma del sapere e la decisione di sradicare dalla propria mente tutte le opinioni apprese fino ad allora, e di ricostruire, secondo un sicuro metodo di razionalità, chiarezza e distinzione, tutto ciò che può essere oggetto di apprendimento e conoscenza da parte della mente umana e l'elaborazione del proprio metodo.

Occorre una revisione delle opinioni acquisite dalla nascita e la loro sostituzione, se necessario, con quelle legittimate da un criterio di verità.

Per intanto, egli non avrebbe accolto nessuna cosa per vera se non si fosse presentata alla mente «con tale chiarezza e distinzione da non avere alcun motivo di dubitarne». Poi, ogni problema doveva essere diviso in quante più parti possibili per meglio risolverlo e, «cominciando dagli oggetti più semplici e più facili da conoscere, salire a poco a poco, per gradi, fino alla conoscenza dei più complessi». Infine, fare «enumerazioni così complete e rassegne così generali da esser sicuro di non aver omesso nulla».

Quelle sono parole scritte circa quindici anni dopo nel *Discorso sul metodo*. L'ambasciatore francese in Svezia, dettando il suo epitaffio, si riferì a questo episodio: *nel riposo dell'inverno, avvicinandosi ai misteri della natura con le leggi matematiche, osò sperare di aprire i segreti dell'una e dell'altra con la stessa chiave*.

Probabilmente, proseguendo le sue ricerche sulle corrispondenze dell'algebra con la geometria, aveva raggiunto la convinzione che il sapere potesse essere unificato in un'unica scienza della quale le singole discipline formavano una branca particolare, come scriverà nelle *Regulae ad directionem ingenii*.

Lasciò Neuburg ai primi di marzo del 1620 e «in tutti i nove anni seguenti non fece altro che vagare qua e là per il mondo».

### *Il ritorno in Francia*

Lasciato l'esercito, nel 1622 tornava presso la famiglia a Rennes e si trasferiva nei primi mesi del 1623 a Parigi, ospite di un amico. In autunno partiva per un lungo viaggio in Italia.

Secondo alcuni biografi Cartesio sarebbe andato a Loreto per visitare la leggendaria Casa di Nazareth, poi a Roma, a Firenze e a Venezia. Rientrò in Francia attraverso il passo del Moncenisio ed ebbe occasione di assistere alla caduta di valanghe, un fenomeno che tratterà nel libro sulle *Météores*. Nel complesso non ricavò una buona impressione della penisola e dei suoi abitanti: «la calura del giorno è insopportabile, il fresco della sera malsano e l'oscurità della notte copre furti e omicidi». Giunse a Parigi nel maggio del 1625.

Da questo momento Cartesio adottò uno stile di vita che osserverà per sempre: avendo rinunciato alla carriera militare e a occupare qualsiasi magistratura, vivrà dei proventi dei suoi possedimenti terrieri, che gli assicuravano una condizione libera dal bisogno e gli permettevano di dedicarsi ai suoi studi. Si mantenne in corrispondenza con Beeckman ed entrò in relazione epistolare con matematici, con letterati e con Padre Mersenne, già autore di un trattato sull'ottica, la cui sollecitazione può averlo indotto a studiarne i problemi, giungendo a determinare la legge della costanza del rapporto dei seni degli angoli di incidenza e di rifrazione.

Nel 1627, per lavorare con maggiore tranquillità, partì per la Bretagna e poi si trasferì in una sua proprietà nel Poitou dove stese le *Regulae ad directionem ingenii* ma il testo è stato lasciato incompiuto; Cartesio darà lo sviluppo organico del tema del metodo della conoscenza nel successivo *Discours de la méthode*.

### *In Olanda*

Fu di nuovo a Parigi nel 1628 e nel 1629 ripartì per l'Olanda: si stabilì a Franeker, ove si iscrisse all'Università per frequentare i corsi di filosofia. Continuò a lavorare sui problemi dell'ottica e in agosto fu messo a conoscenza dell'osservazione sul fenomeno ottico-astronomico dei pareli, effettuata dall'astronomo gesuita Christoph Scheiner. La descrizione di quel fenomeno verrà ripresa da Cartesio nelle *Météores*.

Nel 1629 compone un *Petit traité de métaphysique* (opera perduta) i cui punti principali sono di provare l'esistenza di Dio e l'immortalità delle nostre anime quando sono separate dai corpi.

Dal 1630 cominciò a lavorare al *Le Monde ou traité de la lumière* che avrebbe dovuto essere l'esposizione della propria filosofia naturale, ma la notizia della condanna, nel 1633, di **Galileo Galilei** e della messa all'Indice del *Dialogo sopra i due massimi sistemi* lo dissuasero dal completare e pubblicare l'opera che in più parti sposava le tesi di Copernico condannate dalla Chiesa. Il trattato fu pubblicato nella versione originale francese a Parigi nel 1664.

Nelle *Regulae* Cartesio aveva individuato nella «matematica universale» la «scienza dell'ordine», ossia quella scienza che, stabilendo la disposizione nella quale tutte le varie conoscenze vanno disposte, essendo tra di loro legate da comuni principi, è la scienza alla quale tutte le altre fanno capo. Dopo la matematica, ne *Il Mondo* Cartesio affronta il problema della fisica, individuando il principio al quale tutti i fenomeni fisici obbediscono: la conoscenza «chiara e distinta» degli elementi semplici che costituiscono i corpi.

Nel 1635 diventò padre con la nascita della figlia Francine avuta da una domestica. Cartesio però riconobbe Francine, che morì a soli 5 anni, come figlia sua.

Nel 1637 pubblicò in un volume il *Discours de la méthode pour bien conduire sa raison, et chercher la vérité dans les sciences. Plus la Dioptrique. Les Meteores. Et la Géométrie. Qui sont des essais de cette Methode.*

Nel 1641 diede alle stampe la prima edizione, in latino, delle *Meditazioni metafisiche*.

Nel 1643 la filosofia cartesiana venne condannata dall'Università di Utrecht e accusata di pelagianesimo e persino di ateismo da parte di ambienti calvinisti; contemporaneamente Cartesio cominciò una lunga corrispondenza con la principessa Elisabetta di Boemia. Nel 1644 compose i *Principia philosophiae* e compì un viaggio in Francia. Nel 1647 la corona di Francia gli riconobbe una pensione.

#### *Precettore di filosofia in Svezia e morte*

Nel 1649 si trasferì a Stoccolma accettando l'invito della regina Cristina di Svezia, sua discepola, desiderosa di approfondire i contenuti della sua filosofia. Quell'anno dedicò alla principessa Elisabetta il trattato *Le passioni dell'anima*.

L'inverno svedese e gli orari ai quali Cristina lo costringeva a uscire di casa per impartirle le lezioni - alle cinque del mattino, quando il freddo era più pungente - ne minarono il fisico. Secondo il racconto tradizionale e l'ipotesi più accreditata, Cartesio morì l'11 febbraio 1650 per una sopraggiunta polmonite.

La condanna della Chiesa cattolica nei confronti del pensiero cartesiano non tardò a venire, con la messa all'Indice nel 1663 delle sue



opere (poste nell'Index con la clausola attenuante *suspendendos esse, donec corrigantur*).

Nel 1801 la sua città natale fu ribattezzata *La Haye-Descartes* e, nel 1966, *Descartes*. In paese esiste ancora la casa natale, che nel 1974 è stata trasformata in museo e successivamente nel 2005 è stata ampliata con un suggestivo percorso, pensato per far rivivere ai visitatori l'atmosfera dell'epoca oltre che conoscere la vita e il pensiero dello scienziato.

#### *Le ossa di Descartes*

Dopo la morte, il corpo di Cartesio venne tumulato in un piccolo cimitero cattolico a nord di Stoccolma dove rimase fino al 1666 quando i resti vennero riesumati per essere portati a Parigi e inumati nella chiesa di Sainte Geneviève-du-Mont dove rimase sino al 1819, quando la salma fu nuovamente trasferita e inumata nella chiesa di Saint-Germain-des-Prés. Ma aprendo la bara, alla presenza dei rappresentanti dell'Accademia delle scienze, i presenti si resero conto che qualcosa non andava, in quanto allo scheletro del filosofo mancava misteriosamente il cranio.

Si scoprì che gli svedesi ne avevano asportato la testa, che ricomparve a Stoccolma a un'asta, ove il cranio fu acquistato e donato alla Francia. Sul teschio, privo della mandibola e della parte inferiore, compaiono le firme dei suoi proprietari dalla fine del Seicento al momento della vendita. Secondo l'uso del tempo gli intellettuali tenevano sulla scrivania un teschio, meglio se di un illustre personaggio, a memento della morte comune e inevitabile.

Il teschio, attribuito a Descartes sia per l'età sia per le ricostruzioni fatte in base ai ritratti del filosofo, continuò a rimanere separato dal resto del corpo ed esposto al *Musée de l'Homme* a Parigi.

## METODO DELLE TANGENTI

*Per Descartes le curve geometriche piane sono quelle esprimibili tramite un'equazione polinomiale. Elabora un metodo generale, valido per tutte, per trovare la retta tangente alla curva in suo punto.*

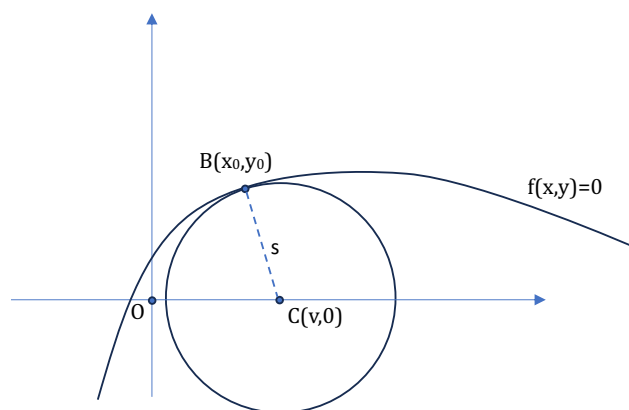
*A tale scopo, Descartes cerca la retta normale costruendo uno dei cerchi tangenti alla curva nel punto considerato: il raggio della circonferenza tangente alla curva in questo punto individua la retta normale e quindi la tangente alla curva nel punto.*

Si consideri una curva  $\Gamma$  di equazione (in un certo sistema di riferimento cartesiano)

$$(1) \quad f(x, y) = 0$$

dove  $f$  è un polinomio non nullo di grado  $n \geq 2$ .

Si consideri poi il punto  $B(x_0, y_0) \in \Gamma$ .



Si tratta di determinare il punto  $C$  appartenente all'asse delle ascisse in modo che la circonferenza di centro  $C$  sia tangente in  $B$  alla curva. Questo significa trovare quella circonferenza che ha in  $B(x_0, y_0)$  due intersezioni con la curva coincidenti.

Posti  $OC = v$  e  $CB = s$  (raggio), l'equazione della circonferenza sarà

$$y^2 + (x - v)^2 = s^2.$$

Le intersezioni tra circonferenza e curva risultano dal sistema

$$\begin{cases} f(x, y) = 0 \\ y^2 + (x - v)^2 = s^2 \end{cases}$$

eliminando, ad esempio, la  $y$ .

Nel caso in cui  $f(x, y)$  contenga monomi in  $y$  di grado dispari, nell'equazione (1) si separino i termini di grado pari in  $y$  da quelli di grado dispari, trasportandoli nei due diversi membri dell'equazione. Poi si elevano a quadrato i due membri dell'equazione ottenuta, e si ottiene un'equazione del tipo  $g(x, y) = 0$ , con  $g$  polinomio di grado  $2n$ . Poi si elimina la  $y$  dal sistema

$$\begin{cases} g(x, y) = 0 \\ y^2 + (x - v)^2 = s^2 \end{cases}$$

sostituendo in  $g(x, y)$  ad  $y^2$  il suo valore ricavato dalla seconda equazione del sistema.

Se invece  $f(x, y)$  non contiene monomi in  $y$  di grado dispari, si sostituisce direttamente in  $f(x, y)$  ad  $y^2$  il suo valore ricavato dalla seconda equazione del sistema.

In entrambi i casi, il sistema dopo aver eliminato la  $y$ , si riduce ad una equazione nella sola  $x$  del tipo  $F_{2n}(x) = 0$  (al più di grado  $2n$ ).

Se tale equazione deve avere una radice doppia in  $x = x_0$ , allora deve poter essere riscritta nella forma

$$(x - x_0)^2 F_{2n-2}(x) = 0$$

con  $F_{2n-2}(x)$  polinomio incognito di grado  $2n - 2$ .

Dopo di avere sviluppato e ordinato i monomi di tale equazione, si uguagliano i coefficienti così ottenuti a quelli rispettivamente di pari grado della equazione  $F_{2n}(x) = 0$ .

Si ottengono così equazioni che determinano  $s$  e  $v$  e quindi la normale cercata.

In realtà trovare il raggio  $s$  è superfluo, dato che una volta determinato il valore di  $v$  è individuato il centro  $C$  della circonferenza: si ottiene la retta normale a  $\Gamma$  in  $B$  in quanto è la retta per  $B$  e  $C$ .