Pierre de Fermat

Pierre de Fermat nacque a Beaumont-de-Lomagne, città a nord-ovest di Tolosa, nel 1601.

Figlio di un mercante di cuoio, dopo aver fatto i primi studi privatamente e soggiornato a Bordeaux, conseguì i gradi accademici in diritto presso l'università di Orléans nel 1631.

Trasferitosi subito dopo a Tolosa, vi trascorse gran parte della sua vita. Nello stesso anno sposò la cugina materna Luisa de Long, dalla quale ebbe cinque figli.

Fu consigliere al parlamento e avvocato. Lavorava duramente e scrupolosamente, ma nonostante ciò nel tempo libero si occupava di letteratura e poesia e, soprattutto, di matematica.

Per questo è chiamato "il principe dei dilettanti", poiché, pur dedicandosi alla matematica solo nel tempo libero, la sua influenza sulla storia della disciplina fu notevolissima.

Le sue occupazioni non gli consentirono di dare forma organica alle ricerche matematiche, che furono affidate a brevi inserti in opere di altri autori. Per questo spesso il suo lavoro fu imputato ad altri.

Per lo più sappiamo delle sue scoperte grazie non alle pubblicazioni ma alla corrispondenza scambiata con altri matematici, come **Descartes**, **Mersenne**, **Huygens**, **Pascal**.

Negli stessi anni in cui Descartes elaborava, come saggio del suo metodo, la *Géométrie*, Fermat svolgeva ricerche indipendenti nella stessa direzione. Tali ricerche, riguardanti in particolare le equazioni delle coniche, se ebbero rispetto alla geometria cartesiana meno l'impronta della generalità, presentarono efficaci strumenti di calcolo.

Nella corrispondenza con Mersenne e Roberval del 1636 si apprende che aveva già composto il suo *Ad locos planos et solidos isagoge*.

Nel 1644, nel supplemento al *Cursus mathematicus* di P. Hérigone veniva pubblicato il metodo di Fermat per i massimi e per i minimi, che costituì, fino alla memoria di Leibniz del 1684 con la quale si inaugurava il calcolo differenziale, il più importante contributo a questa teoria matematica, collegata con i metodi delle tangenti.

Nel *Metodo dei massimi e dei minimi* (pubblicato postumo) e nell'analogo *Metodo delle tangenti* il ricorso a metodi "di tipo infinitesimale" è evidente: vicino al punto di contatto la tangente e la curva sono circa uguali; ancor più questo appare quando Fermat studia la quadratura delle cosiddette parabole e iperboli di Fermat, $y = x^n$ e $y = x^{-n}$ con $n \geq 2$.

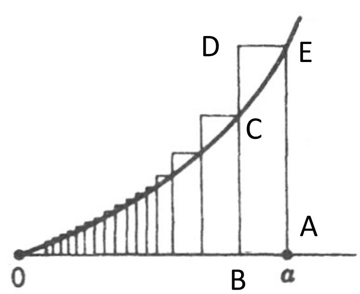
Ecco il ragionamento del *Metodo di adequazione* di Fermat.

Consideriamo la curva $y = x^n$ e si voglia trovare l'area da essa delimitata nell'intervallo della x fra 0 e a (ovviamente $a > 0$!).

Suddividiamo l'intervallo $[0, a]$ in k sottointervalli prendendo i punti di ascisse

$$a, ae, ae^2, ae^3, \ldots, ae^k$$

dove il numero $0 < e < 1$ è "vicino" a uno, in modo da poter usare il metodo di esaustione di Archimede con poligoni interni ed esterni, cioè in modo che si possano *adequare* i rettangoli del tipo $ABDE$ con i trapezoidi $ABCE$.



Area delimitata dalla *parabola di Fermat*.

La somma delle aree dei k rettangoli circoscritti, a cominciare dal più grande, è data da

$$a^n(a - ae) + (ae)^n(ae - ae^2) + \cdots + (ae^k)^n(ae^k - ae^{k+1}) =$$

$$= a^{n+1}[(1-e) + e^n(e-e^2) + \cdots + e^{kn}(e^k - e^{k+1})] =$$

$$= a^{n+1}[(1-e) + e^{n+1}(1-e) + \cdots + e^{k(n+1)}(1-e)] =$$

$$= a^{n+1}(1-e)[1 + e^{n+1} + \cdots + e^{k(n+1)}].$$

Pur non disponendo della nozione di serie, Fermat sa che la somma della "serie geometrica" è

$$\sum_{i=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x}.$$

Quindi, al tendere di k all'infinito, la somma delle aree dei k rettangoli circoscritti si avvicina a

$$a^{n+1}(1-e)\,\frac{1}{1-e^{n+1}} = \frac{a^{n+1}}{1+e+e^2+\cdots+e^n}.$$

Al tendere di e a uno, i rettangoli sono più sottili e la somma delle loro aree si avvicina a quella richiesta, cioè

$$\text{Area} \quad = \quad \frac{a^{n+1}}{n+1}.$$

Fermat estende questo a valori frazionari dell'esponente, cioè considera $n = p/q$.

Per valori negativi di n (tranne $n = -1$), Fermat usa un procedimento simile, con la sola differenza che e viene preso maggiore di uno, ma sempre vicino a uno.

Nella procedura, mai compare qualcosa di infinitesimale o che diventi sempre più piccolo. L'impressione è sempre quella di un calcolo algebrico per il "circa uguale a".

Ancora una volta il metodo di Fermat era circolato precedentemente in forma manoscritta e si era sviluppata nel 1638 anche una polemica tra Fermat e Descartes che aveva presentato nella *Géometrie* (1637) un metodo generale per le tangenti alle curve algebriche.

Fermat deve essere anche ricordato, con Pascal, per i suoi studi sul calcolo delle probabilità in problemi di giochi d'azzardo.

Notevole è anche il suo contributo (1662) all'ottica geometrica: per primo ricavò da un principio di minimo *(Principio di Fermat)* la legge della rifrazione pubblicata da Descartes nella *Dioptrique*.

Ma il nome di Fermat è legato soprattutto ai suoi contributi alla teoria dei numeri e in particolare a un risultato che ha resistito ai tentativi di dimostrazione dei più grandi matematici, da Euler a Dirichlet: il *Grande teorema di Fermat* (enunciato da Fermat in margine a un'edizione di Diofanto) che asserisce che per ogni intero $n \geq 3$ non esistono tre numeri interi positivi x, y, z tali che

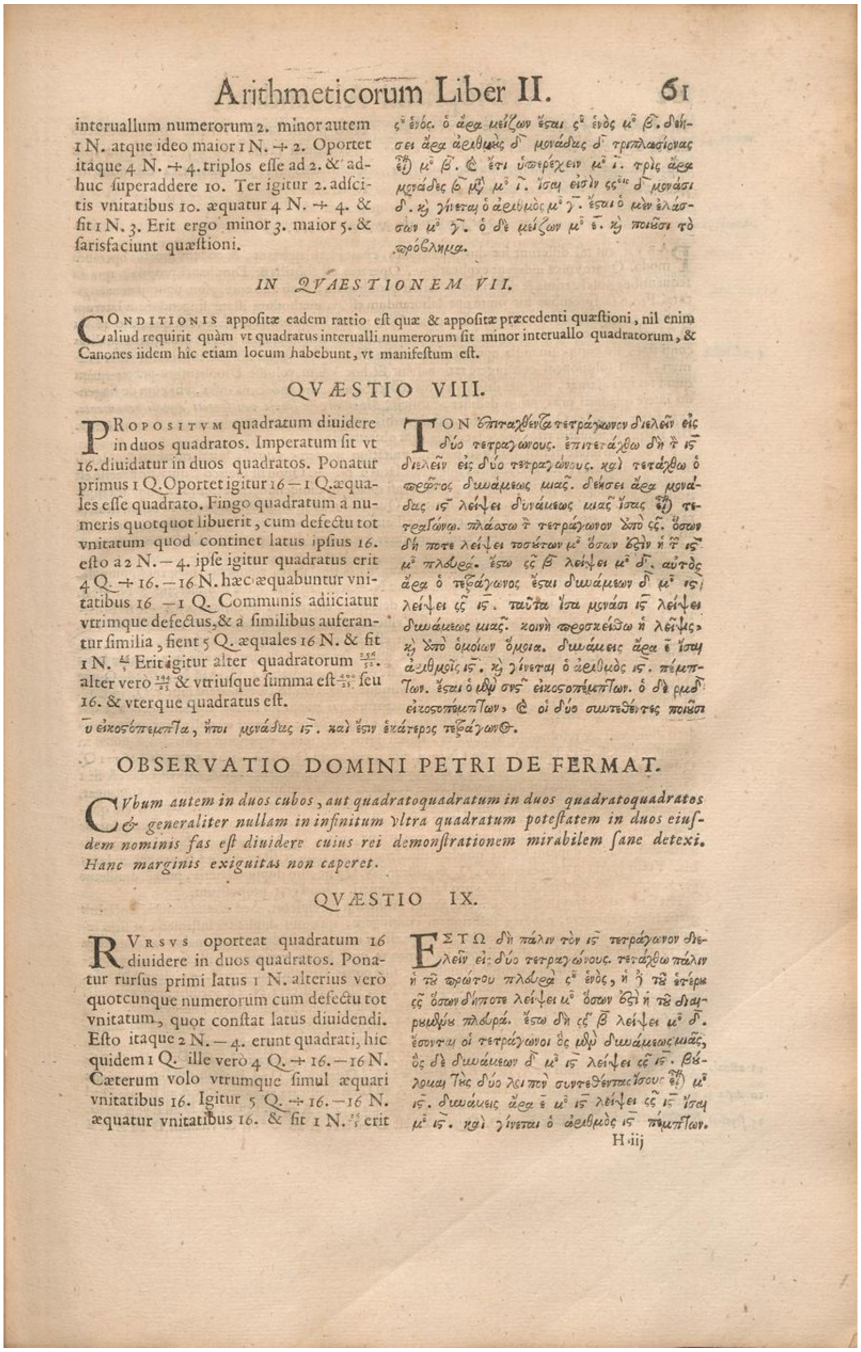
$$x^n + y^n = z^n.$$

Au contraire, il est impossible de partager soit un cube en deux cubes, soit un bicarré en deux bicarrés, soit en général une puissance quelconque supérieure au carré en deux puissances de même degré: j'en ai découvert une démonstration véritablement merveilleuse que cette marge est trop étroite pour contenir.

Nel 1648 divenne Consigliere del Re al Parlamento di Tolosa e mantenne tale carica per i successivi diciassette anni. Morì all'età di 63 anni a Castres, vicino a Tolosa.

In vita Fermat non pubblicò nulla, eccetto un'appendice al testo di p. Antoine de la Louvère *Veterum Geometria Promota in Septem De Cycloide Libris, Et in Duabus Adiectis Appendicibus* (1660).

Alcuni scritti di Fermat furono pubblicati (postumi) a Tolosa dal figlio Samuele nelle *Varia opera mathematica* (1679) e in una nuova edizione degli *Arithmeticorum libri sex* di Diofanto (1670). Infine un'edizione critica degli scritti fu stampata a cura di Henry e Tannery, *Oeuvres de Fermat* (1891-1912).



Arithmeticorum Liber II. 61

interuallum numerorum 2. minor autem 1 N. atque ideo maior 1 N. + 2. Oportet itaque 4 N. + 4. triplos esse ad 2. & adhuc superaddere 10. Ter igitur 2. adscitis vnitatibus 10. æquatur 4 N. + 4. & fit 1 N. 3. Erit ergo minor 3. maior 5. & satisfaciunt quæstioni.

ϛ ἑνός. ὁ ἄρα μείζων ἔσται ϛ ἑνὸς μο β. δεήσει ἄρα ἀριθμοὺς δ μονάδας δ τριπλασίονας εἶναι μο β. καὶ ἔτι ὑπερέχειν μο ι. τρὶς ἄρα μονάδες β μετὰ μο ι. ἴσαι εἰσὶν ϛϛ δ μονάσι δ. καὶ γίνεται ὁ ἀριθμὸς μο γ. ἔσται ὁ μὲν ἐλάσσων μο γ. ὁ δὲ μείζων μο ε. καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

IN QVAESTIONEM VII.

CONDITIONIS appositæ eadem rattio est quæ & appositæ præcedenti quæstioni, nil enim aliud requirit quàm vt quadratus interualli numerorum sit minor interuallo quadratorum, & Canones iidem hîc etiam locum habebunt, vt manifestum est.

QVÆSTIO VIII.

PROPOSITVM quadratum diuidere in duos quadratos. Imperatum sit vt 16. diuidatur in duos quadratos. Ponatur primus 1 Q. Oportet igitur 16 − 1 Q. æquales esse quadrato. Fingo quadratum a numeris quotquot libuerit, cum defectu tot vnitatum quod continet latus ipsius 16. esto a 2 N. − 4. ipse igitur quadratus erit 4 Q. + 16. − 16 N. hæc æquabuntur vnitatibus 16 − 1 Q. Communis adiiciatur vtrimque defectus, & a similibus auferantur similia, fient 5 Q. æquales 16 N. & fit 1 N. $\frac{16}{5}$ Erit igitur alter quadratorum $\frac{256}{25}$. alter verò $\frac{144}{25}$ & vtriusque summa est $\frac{400}{25}$ seu 16. & vterque quadratus est.

ΤΟΝ ἐπιταχθέντα τετράγωνον διελεῖν εἰς δύο τετραγώνους. ἐπιτετάχθω δὴ τὸν ιϛ διελεῖν εἰς δύο τετραγώνους. καὶ τετάχθω ὁ πρῶτος δυνάμεως μιᾶς. δεήσει ἄρα μονάδας ιϛ λεῖψει δυνάμεως μιᾶς ἴσας εἶναι τετραγώνῳ. πλάσσω τὸν τετράγωνον ἀπὸ ϛϛ. ὅσων δή ποτε λεῖψει τοσούτων μο ὅσων ἐστὶν ἡ τῶν ιϛ μο πλευρά. ἔστω ϛϛ β λεῖψει μο δ. αὐτὸς ἄρα ὁ τετράγωνος ἔσται δυνάμεων δ μο ιϛ λεῖψει ϛϛ ιϛ. ταῦτα ἴσα μονάσι ιϛ λεῖψει δυνάμεως μιᾶς. κοινὴ προσκείσθω ἡ λεῖψις, καὶ ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια. δυνάμεις ἄρα ε ἴσαι ἀριθμοῖς ιϛ. καὶ γίνεται ὁ ἀριθμὸς ιϛ πέμπτων. ἔσται ὁ μὲν σνϛ εἰκοστοπέμπτων. ὁ δὲ ρμδ εἰκοστοπέμπτων, καὶ οἱ δύο συντεθέντες ποιοῦσι υ εἰκοστόπεμπτα, ἤτοι μονάδας ιϛ. καὶ ἔστιν ἑκάτερος τετράγωνος.

OBSERVATIO DOMINI PETRI DE FERMAT.

CVbum autem in duos cubos, aut quadratoquadratum in duos quadratoquadratos & generaliter nullam in infinitum vltra quadratum potestatem in duos eiusdem nominis fas est diuidere cuius rei demonstrationem mirabilem sane detexi. Hanc marginis exiguitas non caperet.

QVÆSTIO IX.

RVRSVS oporteat quadratum 16 diuidere in duos quadratos. Ponatur rursus primi latus 1 N. alterius verò quotcunque numerorum cum defectu tot vnitatum, quot constat latus diuidendi. Esto itaque 2 N. − 4. erunt quadrati, hic quidem 1 Q. ille verò 4 Q. + 16. − 16 N. Cæterum volo vtrumque simul æquari vnitatibus 16. Igitur 5 Q. + 16. − 16 N. æquatur vnitatibus 16. & fit 1 N. $\frac{16}{5}$ erit

ΕΣΤΩ δὴ πάλιν τὸν ιϛ τετράγωνον διελεῖν εἰς δύο τετραγώνους. τετάχθω πάλιν ἡ τοῦ πρώτου πλευρὰ ϛ ἑνός, ἡ δὲ τοῦ ἑτέρου ϛϛ ὅσων δήποτε λεῖψει μο ὅσων ἐστὶν ἡ τοῦ διαιρουμένου πλευρά. ἔστω δὴ ϛϛ β λεῖψει μο δ. ἔσονται οἱ τετράγωνοι ὃς μὲν δυνάμεως μιᾶς, ὃς δὲ δυνάμεων δ μο ιϛ λεῖψει ϛϛ ιϛ. βούλομαι τοὺς δύο λοιπὸν συντεθέντας ἴσους εἶναι μο ιϛ. δυνάμεις ἄρα ε μο ιϛ λεῖψει ϛϛ ιϛ ἴσαι μο ιϛ. καὶ γίνεται ὁ ἀριθμὸς ιϛ πέμπτων.

H iij

L’edizione del 1670 dell’Arithmetica di Diofanto di Alessandria include a margine il commento di Fermat, in latino, che espone il teorema *(Observatio Domini Petri de Fermat)*