

A.A. 2021-2022

Prof. F. Matteucci

# Introduzione all'evoluzione di stelle e galassie

Dispense

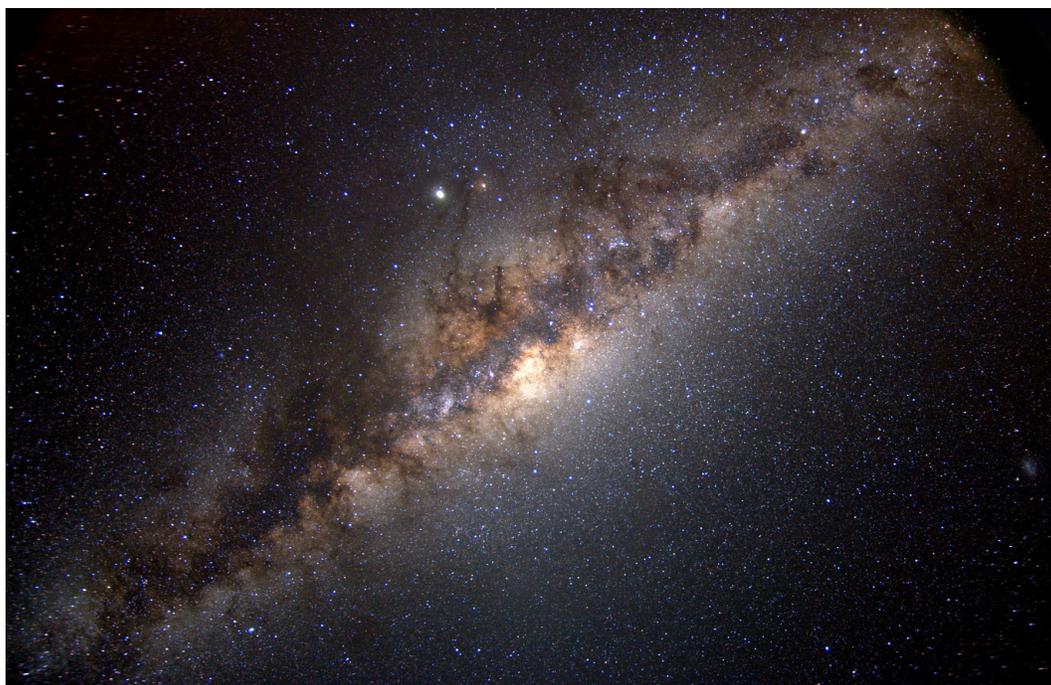


Figura di copertina: La nostra Galassia- The Milky Way

Università di Trieste – Dipartimento di Fisica  
Corso di Laurea Magistrale in Fisica



# Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>8</b>
1.1	La scoperta delle galassie . . . . .	8
1.1.1	La classificazione di Hubble . . . . .	9
1.1.2	La scala delle distanze . . . . .	9
1.1.3	Distanze delle galassie e legge di Hubble . . . . .	13
1.1.4	Le galassie ellittiche . . . . .	15
1.1.5	Galassie Spirali . . . . .	18
1.1.6	Le galassie irregolari . . . . .	20
1.2	Possibile interpretazione fisica della sequenza di Hubble . . . . .	20
1.2.1	Gli ammassi stellari . . . . .	24
1.2.2	Gruppi e ammassi di galassie . . . . .	25
1.2.3	Nuclei galattici . . . . .	25
<b>2</b>	<b>LA NOSTRA GALASSIA</b>	<b>27</b>
2.1	La Galassia e' fatta di stelle . . . . .	29
2.2	Cinematica Stellare . . . . .	31
2.2.1	Le velocita' stellari . . . . .	31
2.2.2	Il moto e la posizione del Sole . . . . .	31
2.2.3	Il sistema di riferimento locale di quiete o Local Standard of Rest . . . . .	31
2.3	Le principali componenti stellari della Galassia . . . . .	32
2.3.1	Evoluzione chimica . . . . .	34
2.4	La rotazione differenziale della Galassia . . . . .	36
2.4.1	La curva di rotazione Galattica dalla riga a 21 cm . . . . .	37
2.5	Cenni sulla struttura di spirale . . . . .	37
2.6	La legge di gravitazione universale . . . . .	37
2.6.1	Il teorema del Viriale . . . . .	40
<b>3</b>	<b>LE GALASSIE ESTERNE</b>	<b>43</b>
3.1	La determinazione delle masse delle galassie . . . . .	43
3.1.1	Derivazione semplice della massa della Galassia . . . . .	43
3.1.2	Masse di sistemi sferici . . . . .	45
3.1.3	Masse di Galassie Binarie . . . . .	46
3.1.4	Masse di Gruppi ed Ammassi di Galassie . . . . .	46
3.1.5	Derivazione della Massa delle Galassie Spirali . . . . .	47
3.2	I rapporti M/L e la materia oscura . . . . .	48
3.2.1	Il rapporto M/L delle ellittiche . . . . .	48
3.3	Proprieta' delle popolazioni stellari delle galassie ellittiche . . . . .	49
3.4	Proprieta' delle popolazioni stellari delle galassie con formazione stellare attiva . . . . .	54
3.5	Proprieta' delle spirali: gradienti di abbondanza . . . . .	54
3.6	Galassie attive . . . . .	56

3.6.1	L'origine dell'energia dei QSO . . . . .	59
3.6.2	Gli spettri dei QSO . . . . .	61
<b>4</b>	<b>IL MEZZO INTERSTELLARE</b>	<b>62</b>
4.1	La scoperta della polvere interstellare . . . . .	62
4.2	La scoperta del gas interstellare . . . . .	63
4.2.1	Le Nebulose Oscure . . . . .	63
4.2.2	Le Nebulose di riflessione . . . . .	63
4.2.3	Le regioni HII . . . . .	66
4.2.4	Emissione radio da regioni HII . . . . .	67
4.3	Nebulose con emissione non termica: resti di supernovae . . . . .	67
4.4	Regioni di idrogeno neutro e molecolare . . . . .	68
4.4.1	Le regioni HI: emissione radio a 21-cm . . . . .	68
4.4.2	Nubi molecolari . . . . .	69
4.5	La nascita delle stelle . . . . .	70
4.5.1	Formazione delle stelle di piccola massa . . . . .	70
4.5.2	Formazione di stelle di grande massa . . . . .	74
4.5.3	Stelle Primordiali . . . . .	75
4.6	Tempi Scala Caratteristici delle Stelle . . . . .	76
<b>5</b>	<b>NATURA E STRUTTURA DELLE STELLE</b>	<b>78</b>
5.1	Equazioni della struttura stellare . . . . .	78
5.1.1	Equilibrio idrostatico e teorema del Viriale . . . . .	78
5.1.2	Risoluzione delle equazioni della struttura stellare . . . . .	80
5.1.3	Modelli stellari semplici (modelli politropici) . . . . .	82
5.2	Trasporto energetico all'interno delle stelle . . . . .	84
5.3	La massa minima e massima per le stelle . . . . .	87
5.3.1	La massa minima . . . . .	87
5.3.2	La massa massima . . . . .	88
5.4	La fisica degli interni stellari . . . . .	89
5.4.1	Il calcolo dell'opacita' . . . . .	90
5.4.2	Espressione per il coefficiente di generazione di energia nucleare . . . . .	90
5.5	Equazioni di Boltzmann e di Saha . . . . .	92
5.5.1	L'equazione di Boltzmann . . . . .	92
5.5.2	L'equazione di Saha . . . . .	93
5.5.3	Espressione del peso molecolare medio di un gas ionizzato . . . . .	94
5.6	Equazioni di stato . . . . .	95
5.6.1	Derivazione dell'equazione di stato per un gas perfetto . . . . .	96
5.6.2	Derivazione dell'equazione di stato per un gas di fotoni . . . . .	96
5.6.3	Derivazione dell'equazione di stato del gas degenere . . . . .	97
5.7	La massa di Chandrasekhar . . . . .	99
5.8	Evoluzione Stellare . . . . .	100
5.8.1	Fase di Presequenza . . . . .	100
5.8.2	Evoluzione lungo la Sequenza Principale . . . . .	104
5.8.3	Il Sole . . . . .	104
5.8.4	Ascesa al ramo gigante di una stella come il Sole . . . . .	107
5.8.5	Le masse di ignizione dei combustibili nucleari . . . . .	108
5.8.6	Evoluzione di stelle di massa intermedia ( $2.25-10M_{\odot}$ ) . . . . .	109
5.8.7	Stelle supergiganti, $M > 8M_{\odot}$ . . . . .	118
5.9	Riassunto dell'evoluzione stellare . . . . .	118

<b>6</b>	<b>PULSAZIONI STELLARI: LE STELLE VARIABILI</b>	<b>124</b>
6.1	La scoperta delle variabili . . . . .	124
6.2	Classificazione delle variabili . . . . .	124
6.3	LA FISICA DELLE PULSAZIONI . . . . .	125
6.4	Come si modellano le pulsazioni . . . . .	128
<b>7</b>	<b>LA PERDITA DI MASSA NELLE STELLE</b>	<b>130</b>
7.1	La perdita di massa nelle stelle supergiganti . . . . .	130
7.2	Derivazione osservativa della perdita di massa . . . . .	131
7.2.1	Perdita di massa in stelle dei primi tipi spettrali . . . . .	131
7.2.2	La perdita di massa in stelle degli ultimi tipi spettrali (giganti e supergiganti) . . . . .	134
7.2.3	Il profilo P-Cygni . . . . .	134
7.3	Effetti della perdita di massa sull'evoluzione stellare . . . . .	137
7.3.1	Stelle con $M > 60M_{\odot}$ . . . . .	137
7.3.2	Stelle con $25 \leq M/M_{\odot} \leq 60$ . . . . .	137
7.3.3	Stelle con $M < 25M_{\odot}$ . . . . .	137
7.3.4	Modelli con perdita di massa e rotazione . . . . .	139
<b>8</b>	<b>LE FASI FINALI DELL'EVOLUZIONE STELLARE</b>	<b>143</b>
8.1	Le nane bianche . . . . .	143
8.1.1	Classi spettrali delle nane bianche . . . . .	146
8.2	Stelle di Neutroni . . . . .	146
8.2.1	Le pulsars . . . . .	147
8.3	Buchi Neri . . . . .	148
8.3.1	In viaggio verso il buco nero . . . . .	149
8.3.2	Come si rivelano i buchi neri? . . . . .	156
8.4	Le supernovae . . . . .	157
8.4.1	Classificazione osservativa . . . . .	157
8.4.2	Distribuzione delle supernovae nelle galassie . . . . .	160
8.5	Teorie sulle supernovae di tipo II . . . . .	161
8.6	Teorie sulle supernovae di tipo I . . . . .	164
8.6.1	Classificazione osservativa dei sistemi binari . . . . .	168
8.7	Modello di Roche per i sistemi binari . . . . .	169
8.7.1	Classificazione delle binarie sulla base del modello di Roche . . . . .	169
8.8	Le novae . . . . .	170
8.9	Le supernovae di tipo Ia . . . . .	171
8.10	Possibili sistemi che portano all'esplosione di una nana bianca in un sistema binario . . . . .	172
8.10.1	La nana bianca e una stella normale in un sistema binario (singola degenere) . . . . .	172
8.10.2	Accrescimento di materia ricca di H su una nana bianca di C-O . . . . .	174
8.10.3	Accrescimento di materia ricca di He su una nana bianca di C-O . . . . .	175
8.10.4	Accrescimento di materia ricca di H su una nana bianca di He . . . . .	175
8.10.5	Accrescimento di materia ricca di He su una nana bianca di He . . . . .	175
8.10.6	Modello particolare per la singola degenere: il modello di Nomoto et al. 1984, W7, e modelli seguenti . . . . .	176
8.10.7	Due nane bianche in un sistema binario (doppia degenere)-Il modello di Iben e Tutukov, 1984 . . . . .	180
8.11	Tempi di esplosione nei diversi modelli di progenitori di SNe Ia . . . . .	183
8.12	Modelli proposti per i progenitori delle supernovae Ia peculiari e delle supernovae Ib e Ic . . . . .	183
8.12.1	SNe Ia peculiari . . . . .	183

8.12.2	SNe Ib . . . . .	183
8.12.3	SNe Ic . . . . .	184
8.13	Pair-creation supernovae . . . . .	184
8.14	Le supernovae come indicatori di distanza . . . . .	188
<b>9</b>	<b>LA FORMAZIONE DEGLI ELEMENTI</b>	<b>194</b>
9.1	Generazione di energia nucleare nelle stelle . . . . .	194
9.1.1	L'energia di legame dei nuclei atomici . . . . .	194
9.2	Le reazioni nucleari . . . . .	198
9.2.1	La fusione dell'H . . . . .	200
9.2.2	Il problema dei neutrini solari . . . . .	202
9.2.3	La fusione dell'He e piu' pesanti . . . . .	203
9.3	La formazione di elementi con $A > 60$ . . . . .	208
9.3.1	Il decadimento $\beta$ . . . . .	208
9.3.2	Processi s ed r . . . . .	212
9.3.3	I processi p . . . . .	214
9.3.4	I processi i . . . . .	214
9.4	Nucleosintesi Primordiale . . . . .	216
9.4.1	Cenni sulla teoria del Big Bang . . . . .	216
9.4.2	I primi tre minuti del Big Bang . . . . .	219
9.5	Le reazioni nucleari coinvolte nella nucleosintesi primordiale . . . . .	224
9.6	Determinazione osservativa delle abbondanze primordiali di D, $^3\text{He}$ , $^4\text{He}$ e $^7\text{Li}$ . . . . .	224
9.6.1	Abbondanze primordiali da WMAP . . . . .	227
9.6.2	Abbondanze primordiali da Planck . . . . .	227
9.6.3	Il problema del Litio . . . . .	227
9.7	Produzione di elementi per spallazione . . . . .	230
9.8	Riassunto sulla produzione degli elementi . . . . .	231
9.9	Le abbondanze cosmiche . . . . .	232
9.9.1	Derivazione delle abbondanze cosmiche . . . . .	232
<b>10</b>	<b>EVOLUZIONE CHIMICA DELLE GALASSIE</b>	<b>241</b>
10.1	Ingredienti fondamentali . . . . .	241
10.1.1	Condizioni Iniziali . . . . .	241
10.1.2	La funzione di nascita stellare . . . . .	242
10.1.3	Derivazione della IMF . . . . .	242
10.1.4	Tasso di formazione stellare . . . . .	243
10.2	Fattori che influenzano la formazione stellare . . . . .	253
10.3	La nucleosintesi stellare . . . . .	253
10.4	Flussi di gas . . . . .	256
10.5	Il MODELLO SEMPLICE per i dintorni solari . . . . .	256
10.6	Limiti del MODELLO SEMPLICE: il problema delle nane G . . . . .	259
10.7	Modelli con flussi di gas . . . . .	261
10.8	Infall . . . . .	263
10.9	Elementi primari e secondari . . . . .	267
10.10	Elementi radioattivi . . . . .	268
10.11	Flussi di gas radiali lungo il disco . . . . .	269
10.12	Modelli numerici di evoluzione chimica . . . . .	271
10.13	Calcolo dei tassi di esplosione delle supernovae in funzione del tempo . . . . .	273
10.13.1	Supernovae di tipo II . . . . .	273
10.13.2	Supernovae di tipo Ib e Ic . . . . .	273

10.13.3	Supernovae di tipo Ia . . . . .	275
10.14	Vincoli osservativi . . . . .	276
10.14.1	Osservazioni di abbondanze relative nel cilindro solare . . . . .	276
10.14.2	Osservazioni di abbondanze, gas e formazione stellare lungo il disco . . . . .	283
10.15	Interpretazione dei dati osservativi sulla base dei modelli . . . . .	284
10.15.1	Gradienti lungo il disco . . . . .	287
10.15.2	$[\alpha/\text{Fe}]$ in galassie con diverse storie di formazione stellare . . . . .	288
10.16	La Sequenza Principale delle galassie . . . . .	294
10.17	La relazione massa-metallicita' nelle galassie e possibili interpretazioni . . . . .	294
10.17.1	Modelli analitici di evoluzione chimica e relazione massa-Z per galassie passive e con formazione stellare attiva . . . . .	295
10.18	ESERCIZI . . . . .	303
<b>11</b>	<b>EVOLUZIONE FOTOMETRICA E SPETTRALE DELLE GALASSIE</b>	<b>304</b>
11.1	Evoluzione di una SSP . . . . .	304
11.1.1	Il flusso evolutivo . . . . .	305
11.1.2	Flusso evolutivo specifico . . . . .	309
11.2	Tasso di perdita di massa e tasso di perdita di massa specifico da una SSP . . . . .	309
11.2.1	Evoluzione della luminosita' bolometrica integrata . . . . .	310
11.2.2	Contributi alla luce totale da parte di stelle diverse in una SSP . . . . .	310
11.2.3	Dal bolometrico al monocromatico . . . . .	316
11.3	Sintesi evolutiva delle popolazioni stellari . . . . .	317
11.3.1	Il calcolo di $F_\lambda$ . . . . .	317
11.3.2	Esempi di modelli fotometrici per galassie ellittiche . . . . .	322
11.4	Evoluzione del contenuto luminoso in funzione del redshift . . . . .	322
11.4.1	La correzione $K(z)$ . . . . .	322
11.4.2	La correzione evolutiva $E(z)$ . . . . .	323
11.5	Metodo di datazione basato sulla sintesi delle popolazioni . . . . .	323
11.5.1	Determinazione delle eta' degli ammassi globulari . . . . .	323
11.5.2	Determinazione delle eta' delle galassie ellittiche . . . . .	324
11.6	Derivazione della massa delle galassie da modelli di sintesi di popolazioni . . . . .	327
11.7	ESERCIZI . . . . .	327
<b>12</b>	<b>EVOLUZIONE DELLE GALASSIE E COSMOLOGIA</b>	<b>329</b>
12.1	Come si derivava $q_o$ . . . . .	329
12.2	Il tempo di formazione delle galassie . . . . .	330
12.3	La formazione stellare cosmica . . . . .	334
12.4	Gli stadi finali dell'evoluzione delle galassie . . . . .	337
<b>13</b>	<b>EVOLUZIONE CHIMICA COSMICA</b>	<b>338</b>
13.1	Modelli analitici . . . . .	338
13.2	Modelli numerici: il modello di Calura & Matteucci (2004) . . . . .	339
13.2.1	Altri scenari di formazione delle galassie . . . . .	343
13.2.2	Approccio puramente cosmologico: modello di Daigne et al.(2006) . . . . .	349
13.3	References . . . . .	353

# Capitolo 1

## Introduzione

### 1.1 La scoperta delle galassie

All'inizio del ventesimo secolo era noto che attorno alla Via Lattea (la nostra Galassia) si trovavano un certo numero di oggetti che non erano stelle singole a cui era stato dato il nome di "nebulae". Alcune di tali nebulose furono in seguito identificate come vere nebulose o nubi di gas, mentre altre, note come nebulose spirali, furono poi identificate come insiemi di molte stelle deboli. In particolare, fu solo negli anni venti che tali nebulose furono identificate con le galassie esterne. Ancora nel 1920 si dibatteva se tutte le stelle e nebulose osservate appartenessero alla nostra Galassia o se le nebulose fossero "universi isola", come già suggerito dal filosofo Kant. La controversia culminò nel **Grande Dibattito** che ebbe luogo il 26 aprile 1920 presso il Museo di Storia Naturale Smithsonian di Washington. La discussione avvenne tra Harlow Shapley ed Heber Curtis: il primo sosteneva che l'universo coincidesse con la Via Lattea e che il sistema solare fosse alla periferia della nostra Galassia, mentre il secondo sosteneva che le nebulose spirali fossero galassie indipendenti ma sosteneva anche che il sistema solare fosse proprio al centro della Via Lattea. In realtà avevano un po' ragione e un po' torto tutti e due, perché ora sappiamo che le nebulose spirali sono galassie e che il sole si trova alla periferia e non al centro della nostra Galassia. In quegli stessi anni Edwin Hubble stava cercando una risposta al dilemma e lo faceva misurando le distanze delle nebulose spirali (Andromeda, ovvero M31 ed il Triangolo, ovvero M33). Per misurare tali distanze utilizzò delle candele standard (vedi in seguito), ovvero le novae e le Cefeidi che trovò in esse. Grazie allo studio di Henrietta Leavitt, infatti, esisteva una relazione tra la luminosità intrinseca delle Cefeidi ed il loro periodo, e proprio grazie a questa relazione Hubble fu in grado di misurare la velocità di recessione delle galassie, ovvero di derivare la relazione tra velocità di recessione e distanza che prende il nome di legge di Hubble. Questa legge è stata rinominata legge di "Hubble-Lemaitre" da una decisione dell'Unione Astronomica Internazionale (IAU) del 2018. Questo perché in realtà Georges Lemaitre, sacerdote belga, nel 1927, ovvero 2 anni prima del famoso articolo di Hubble sull'espansione dell'universo, aveva pubblicato un articolo in cui interpretava la velocità di recessione delle galassie come espansione dell'universo. Purtroppo l'articolo di Lemaitre, scritto in francese e pubblicato in un'oscura rivista belga, non venne notato. Ora la IAU ha voluto rendergli giustizia.

Si sa ora che l'Universo osservabile contiene migliaia di milioni di galassie e tale numero può essere una sottostima del numero reale di questi oggetti a causa della difficoltà di identificare piccole e deboli galassie nonché ogni galassia che abbia una bassa luminosità superficiale. La nostra Galassia è grande ma non una delle più grandi, essa contiene circa  $10^{11}$  stelle. Le galassie più grandi ne contengono da  $10^{12}$  a  $10^{13}$ . Benché le galassie contengano anche gas e polveri le

stelle rappresentano la maggior parte della materia visibile. Tuttavia le galassie non contengono solo materia visibile, ma anche grandi quantità di *materia oscura* e questa materia può essere costituita da entità che non sono né gas né stelle, come vedremo in seguito.

Sia le stelle che le galassie vengono tenute insieme dalla forza di attrazione gravitazionale ed una delle domande fondamentali in astronomia è: *perché la maggior parte della materia luminosa nell'Universo si trova in oggetti di massa galattica che contengono delle sottounità di massa tipica stellare?* Benché questa domanda non abbia ancora una precisa risposta, cercheremo di presentare evidenze in base alle quali tale risposta dovrebbe trovarsi.

Benché siano entrambe tenute insieme dalla forza di gravità le stelle e le galassie differiscono sotto molti punti di vista. Prima di tutto la maggior parte delle stelle è di forma sferica mentre le galassie esistono in forme svariate come vedremo nel prossimo paragrafo. Un'altra importante differenza tra stelle e galassie risiede nel fatto che mentre non esiste alcuna chiara evidenza che le galassie abbiano età diverse (si pensa che si siano tutte formate  $10^{10}$ -  $2 \cdot 10^{10}$  anni fa), le stelle presentano un grande intervallo di età.

### 1.1.1 La classificazione di Hubble

Quando l'esistenza delle galassie esterne fu stabilita nei primi anni 1920, fu subito realizzato che le galassie di forma regolare potevano essere suddivise in due categorie principali: **galassie spirali** e **galassie ellittiche** (vedi Fig. 1). In seguito si stabilì che le spirali possono essere ulteriormente suddivise in *spirali ordinarie* e *spirali barrate* e si dovette introdurre anche un'ulteriore classe di galassie: le **lenticolari**. Oltre a queste c'era poi la categoria delle **galassie irregolari** le quali non possiedono alcuna evidente simmetria. Nel 1930 Hubble introdusse la sua classificazione delle galassie che è ancora usata oggi. Egli credette che la sua classificazione potesse avere un significato evolutivo nel senso che una galassia potesse passare da ellittica a spirale ad irregolare durante il corso della sua evoluzione. Oggi non crediamo affatto che le cose siano così. Esiste anche un altro tipo di galassie che non era noto al tempo di Hubble, le cosiddette galassie cD, esse sono ellittiche giganti e si trovano generalmente al centro di ammassi di galassie ricchi. Esse sono probabilmente il risultato della fusione di due o più galassie più piccole (mergers).

### 1.1.2 La scala delle distanze

Prima di illustrare i metodi per derivare le distanze delle galassie ricordiamo come si misurano le distanze delle stelle. Per le stelle che si trovano entro 100 parsec (pc) da noi ( $1 \text{ parsec} = 3 \cdot 10^{18} \text{ cm} = 3,26 \text{ anni luce}$ ) si usa il metodo della **parallasse trigonometrica**. Questo metodo si basa sul moto annuale apparente delle stelle, causato dal moto orbitale della Terra. Con questo metodo sono state misurate con grande accuratezza le distanze di moltissime stelle grazie ai telescopi satellitari Hipparcos (lanciato dall'ESA nel 1989) e Gaia (anch'esso lanciato dall'ESA ed entrato in funzione nel 2013 ed ora pienamente operante). La parallasse è l'angolo sotteso dalla stella in esame avente come base la distanza Terra-Sole (1 Unità Astronomica). Dalla figura si può facilmente vedere che per angoli piccoli la distanza della stella è data da

$$d = R/p^*$$

con R distanza Terra-Sole e  $p^*$  angolo di parallasse. La parallasse si misura in secondi d'arco. Ricordiamo che  $10^3 \text{ pc} = 1 \text{ kpc}$ ,  $10^6 \text{ pc} = 1 \text{ Mpc}$  e  $10^9 \text{ pc} = 1 \text{ Gpc}$ .

Altri metodi per misurare le distanze, ad esempio fino a 500 pc sono le **parallasse statistiche**. Tutte le stelle nella nostra Galassia (e con esse il Sole) ruotano intorno al centro galattico ma a causa dell'attrazione gravitazionale esercitata dalle stelle vicine posseggono un ulteriore moto

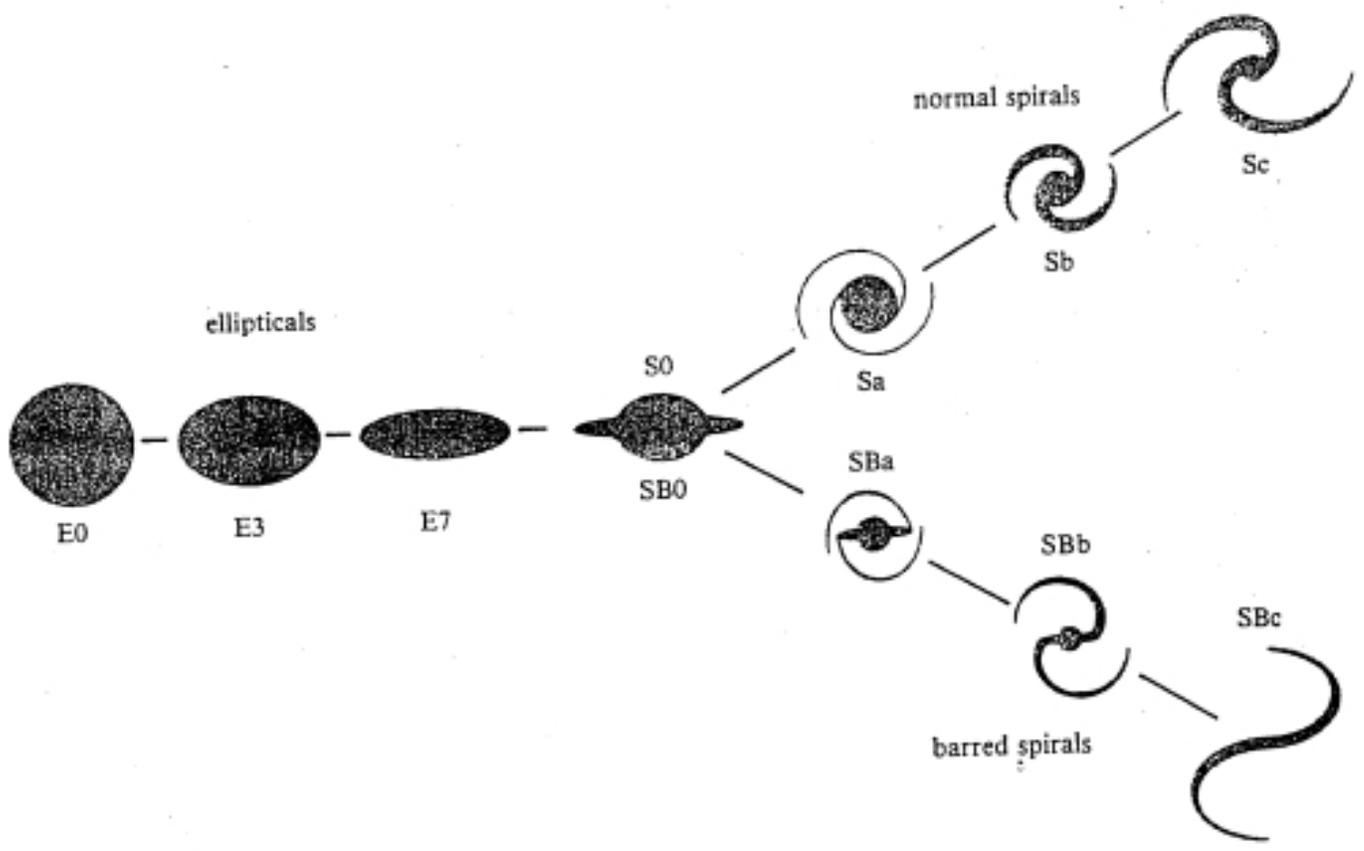


Figura 1.1: La Sequenza di Hubble

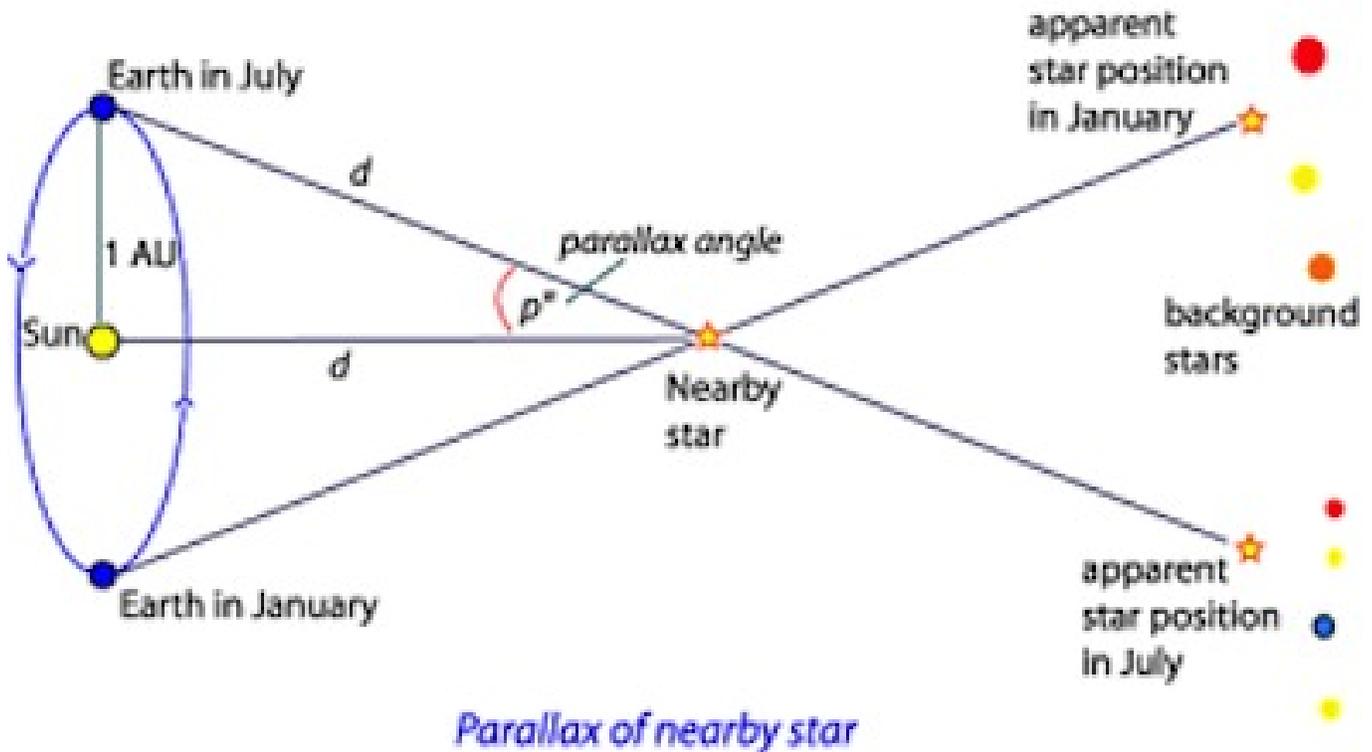


Figura 1.2: La misura della parallasse

casuale. Per effetto di questi due moti, un osservatore vedrà che le stelle non rimangono in una posizione fissa nel cielo, ma si spostano rispetto allo sfondo delle stelle più lontane. Questo spostamento prende il nome di **moto proprio**. Il moto casuale di ogni stella può venire decomposto in una componente radiale lungo la linea di vista ( $V_r$ ) ed una perpendicolare alla linea di vista ( $V_T$ ), detta anche velocità tangenziale. La distanza  $d$  di una stella sarà data da:

$$d = V_T / \mu$$

dove  $\mu$  è l'angolo che misura lo spostamento della stella nell'arco di un anno. Tuttavia questo metodo presuppone che si conosca la velocità tangenziale, altrimenti si può supporre che la stella abbia una velocità uguale a tutte le stelle vicine a noi, incluso il Sole (a meno del segno positivo o negativo). Si considera dunque la velocità del Sole  $V_o$  e si ottiene:

$$d[\text{pc}] = \frac{V_o \sin \phi}{4.74} \frac{1}{\mu ["/\text{anno}]}$$

dove  $\phi$  è l'angolo tra la direzione del moto della stella e la congiungente Terra-Sole (vedi figura 1.3). Tuttavia l'ipotesi di  $V_o = \text{costante}$  è molto drastica e il metodo lo si può applicare meglio a gruppi di stelle che ad oggetti singoli, derivando così una distanza media. Per questo motivo il metodo si chiama **parallasse statistica**.

Infine per distanze fino a 30 kpc si può applicare il metodo del **fit della Sequenza Principale o delle parallasse fotometriche**. Questo metodo si basa sul fatto che le stelle che stanno bruciando H al centro (fase di Sequenza Principale) mostrano una correlazione tra la loro magnitudine assoluta e il colore (Diagramma di Hertzsprung-Russell). Si definisce magnitudine apparente:

$$m = -2.5 \log l + C$$

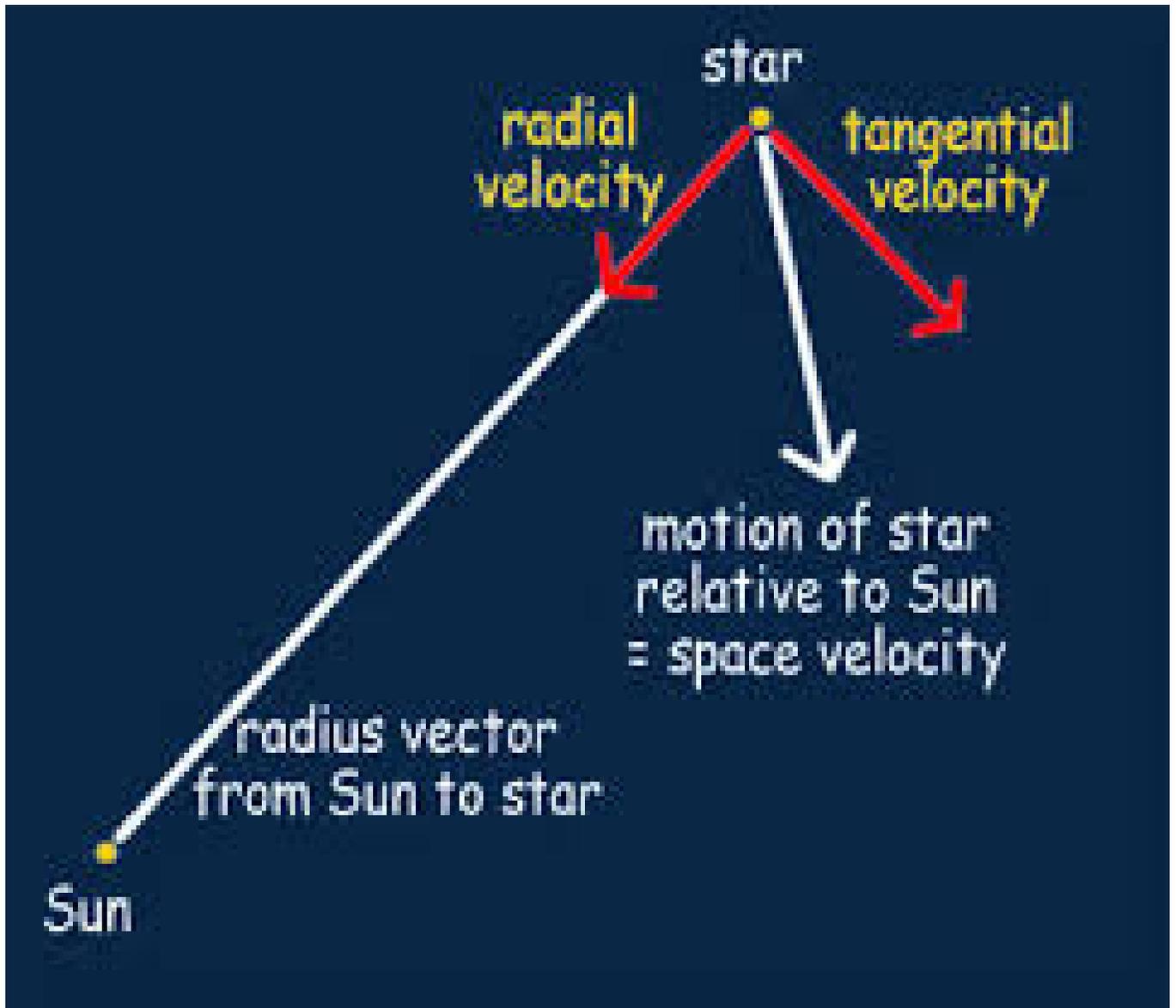


Figura 1.3: Il moto proprio e le parallassi statistiche

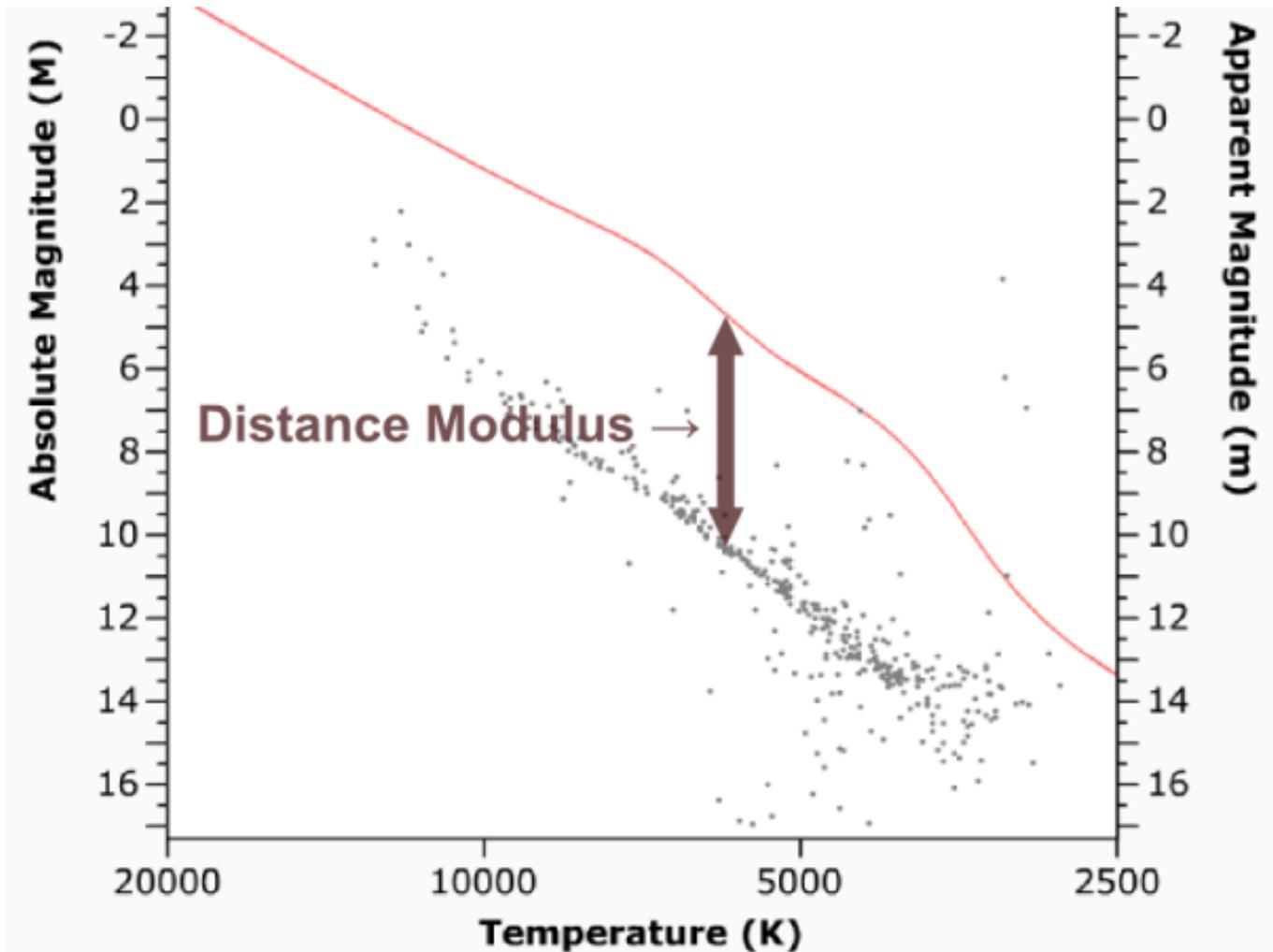


Figura 1.4: Metodo del fit della Sequenza Principale

dove  $l = L/4\pi d^2$  con L luminosita' totale intrinseca della stella. Da qui si deduce che la magnitudine assoluta e':

$$M = -2.5 \log L + C'$$

ovvero:

$$M = m + 5 - 5 \log d$$

Da quest'ultima equazione si puo' dedurre la distanza d di un oggetto una volta note le due magnitudini. Confrontando dunque stelle di Sequenza Principale dello stesso colore (temperatura effettiva) si puo' risalire alla loro magnitudine assoluta, e da questa e dalla magnitudine appa-  
rante alla distanza. Questo metodo viene usato anche per derivare la distanza degli ammassi aperti, oggetti che si trovano sul disco galattico (figura 1.4), come sara' discusso in seguito.

### 1.1.3 Distanze delle galassie e legge di Hubble

Per galassie distanti alcuni Mpc la distanza puo' essere determinata misurando la luminosita' delle stelle piu' luminose che e' la stessa in tutte le galassie di un certo tipo o misurando il flusso luminoso delle stelle variabili Cefeidi di cui si conosce la relazione periodo-luminosita'(vedi in seguito). A distanze maggiori, dove le stelle singole non sono piu' distinguibili, si usano altri calibratori quali le supernovae di tipo Ia o altri meno accurati quali le regioni HII, sfere di gas

ionizzato che circondano stelle O e B, o la luminosita' degli ammassi globulari piu' luminosi, o la correlazione tra luminosita' e velocita' di rotazione o morfologia.

Le Cefeidi, le supernovae Ia, le novae e le regioni III sono note col nome di candele standard. Ognuno di questi oggetti possiede infatti una luminosita' intrinseca costante, che non varia con la distanza, e grazie a tale caratteristica confrontata con la luminosita' apparente si riesce a risalire alla distanza. Per galassie lontane si usano anche relazioni tra la luminosita' delle galassie e la velocita' di rotazione delle stelle nel disco (relazione di Fisher-Tully valida per le spirali) o la dispersione delle velocita' stellari, quantita' legata alla massa in stelle (relazione Faber-Jackson per le ellittiche). Vedremo meglio in seguito tali correlazioni.

A distanze ancora maggiori ( $> 10$  Mpc) la velocita' lungo la linea di vista di una galassia relativa al centro galattico,  $V_r$ , e' correlata con la sua distanza  $l$ . Per  $d \leq 20$  Mpc questa correlazione e' complicata dagli effetti gravitazionali prodotti dall'ammasso della Vergine, ma a distanze sufficientemente grandi ( $d > 25$  Mpc) la velocita'  $V_r$  soddisfa la legge di Hubble:

$$V_r = H_o d \quad (1)$$

dove  $H_o$  e' la costante di Hubble al tempo presente  $t_o$ . Questa costante per lungo tempo e' stata nota entro un' incertezza di un fattore 2 (50-100 km/sec/Mpc). Recentemente le misure della radiazione di fondo cosmica (CMB) effettuate dal satellite Planck (2016) hanno suggerito:

$$H_o = 67.74 \pm 0.46 \text{ km/sec/Mpc}$$

e la costante di Hubble e' dunque nota con molta piu' precisione. Generalmente, per tenere conto dell'incertezza su  $H_o$  si definisce il parametro  $h$ :

$$h = H_o/100 \text{ Kmsec}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$$

Notiamo che il parametro  $H_o$  e' esattamente l'inverso dell'eta' dell'Universo poiche'  $V = H_o d$  e  $d = V \cdot t$ , per cui :

$$H_o = 1/t_o \sim 14 \text{ Gyr}$$

dove  $t_o$  e' il tempo di vita dell'Universo. La legge di Hubble va modificata se si vuole andare a distanze molto grandi dove  $V$  e' confrontabile con la velocita' della luce. In tal caso bisogna tenere conto del modello cosmologico dell'Universo, e la distanza  $d$  non e' piu' data dalla formula dell'effetto Doppler:

$$d = cz/H_o$$

dove  $z = \frac{\lambda_o - \lambda_e}{\lambda_e}$  (con  $\lambda_o$  si indica la lunghezza d'onda di laboratorio e con  $\lambda_e$  la lunghezza d'onda emessa) e' lo spostamento verso il rosso della radiazione emessa, o **redshift**. In particolare la (1) e' valida nell'intervallo:

$$10h^{-1} \ll d \ll 300h^{-1}$$

corrispondente a redshifts:

$$10^{-2} \leq z \leq 10^{-1}$$

Il modello di Universo che e' ora accettato, noto col nome di  $\Lambda$ CDM, prevede che esso sia dominato dall'energia oscura e dalla materia oscura non barionica, e che quindi la materia barionica sia solo una piccola percentuale (vedi Capitoli 8 e 9).

### 1.1.4 Le galassie ellittiche

Le galassie ellittiche vengono classificate sulla base del rapporto tra il loro asse maggiore ed il loro asse minore. Se  $a$  e  $b$  sono il loro semiasse apparente maggiore e minore, rispettivamente, una galassia ellittica viene indicata con  $E_n$  dove  $n = 10(a - b)/a$ . L'ellitticità è definita come  $e = 1 - \frac{b}{a}$ . Le galassie ellittiche vanno da  $E_0$  ad  $E_7$ , non esistono galassie ellittiche con  $n > 7$ . Benché il valore osservato di  $n$  sarà sempre minore o uguale al valore reale a causa di effetti di proiezione, la forte discontinuità ad  $n = 7$  indica che non esistono galassie sferoidali o ellissoidali con un alto grado di appiattimento. Questo è in contrasto con le altre galassie di forme regolari quali le lenticolari, le spirali e le spirali barrate che sono molto appiattite, come la nostra Galassia. Fino ad una decina di anni fa si credeva che tutte le ellittiche fossero sferoidi oblati e che il loro piccolo appiattimento fosse dovuto al fatto che la loro velocità rotazionale fosse confrontabile con le velocità random delle stelle. Ora invece è chiaro che la maggior parte delle ellittiche sono *triassiali*. Una galassia si dice triassiale quando possiede tre assi di simmetria l'uno diverso dall'altro. L'estremo appiattimento delle galassie spirali è in genere attribuito a rapida rotazione. Quando le galassie ellittiche erano considerate sferoidali si assumeva che il loro modesto appiattimento fosse dovuto ad una rotazione molto lenta. Non è facile misurare la rotazione delle ellittiche ma quando fu misurata -dalla forma delle righe di assorbimento prodotta da tutte le stelle lungo la linea di vista (vedi fig. 2)- si trovò che la rotazione era troppo piccola anche per rendere conto del loro modesto appiattimento. L'appiattimento delle ellittiche è in realtà dovuto all'anisotropia delle velocità random. Una dimostrazione diretta della triassialità delle ellittiche è data dalla rotazione delle isofote. Le isofote sono i contorni di uguale luminosità.

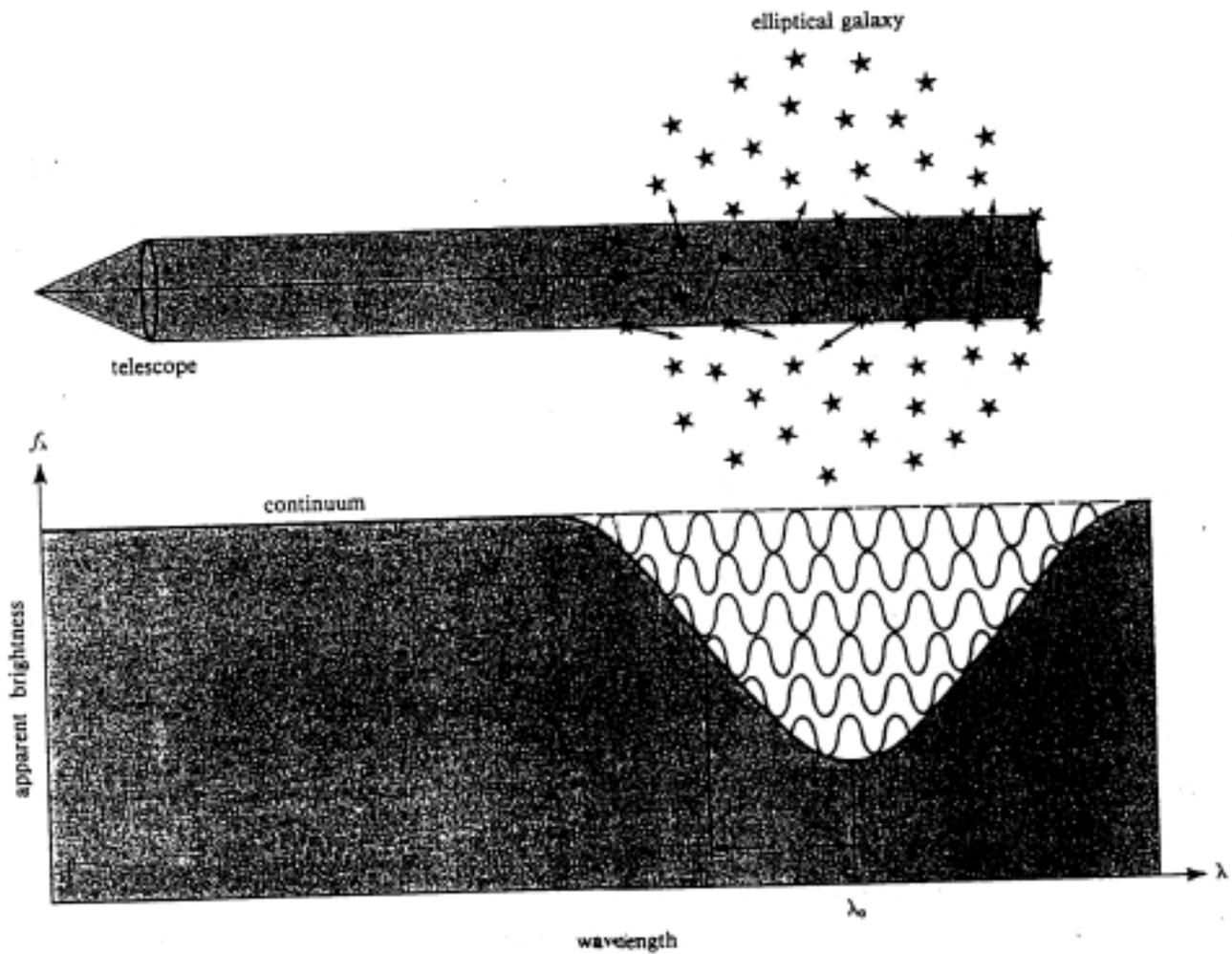
Se una galassia è sferoidale tutte le superfici isofotiche sono degli sferoidi e se lo sferoide è osservato da una direzione qualsiasi le isofote proiettate saranno delle ellissi coi loro assi maggiori paralleli. Ciò non è necessariamente vero se la galassia è triassiale con le lunghezze relative dei tre assi che variano tra le regioni centrali della galassia e quelle esterne. In tal caso ci si aspetta una rotazione di isofote. La brillantezza superficiale di una galassia ellittica cala lentamente con il raggio. Spesso le parti più esterne sono indistinguibili dalla brillantezza del fondo del cielo. I profili di luminosità superficiale della maggior parte delle ellittiche può essere rappresentata dalla legge di de Vaucouleurs (1948):

$$I(R) = I(0)\exp(-kR^{0.25}) = I_e \exp(-7.67[(R/R_e)^{0.25} - 1]) \quad (3)$$

dove  $R_e$  è il raggio effettivo ovvero il raggio dell'isofota contenente metà della luminosità totale ed  $I_e$  è la brillantezza superficiale ad  $R_e$ . Poiché le galassie in genere non hanno un contorno ben definito è convenzione identificare la loro estensione spaziale per mezzo del raggio di Holmberg, ovvero il raggio dell'isofota corrispondente alla brillantezza superficiale  $26.3 \text{ mag}(\text{arcsec})^{-2}$  nella banda B. Corrisponde alla minima brillantezza superficiale che può essere effettivamente misurata. Le luminosità delle galassie ellittiche possono variare di un fattore pari a  $10^7$ . La funzione di luminosità  $\varphi(L)$  descrive i numeri relativi di galassie nell'intervallo di luminosità  $L, L+dL$  in un volume unitario di universo. Una conveniente approssimazione analitica della funzione di luminosità osservata è la legge di Schechter (1976):

$$\varphi(L)dL = n_* \left(\frac{L}{L_*}\right)^\alpha \exp(-L/L_*) \frac{dL}{L_*} \quad (4)$$

dove  $n_* = 1.2 \cdot 10^{-2} h^3 \text{ Mpc}^{-3}$  è la cosiddetta "ricchezza" dell'ammasso e indica la densità di galassie in un cluster,  $\alpha = -1.25$  è la pendenza della funzione di luminosità e  $L_* = 10 \cdot 10^{10} h^{-2} L_\odot$  è la magnitudine di "break" (cioè la magnitudine corrispondente al punto in cui la funzione di luminosità osservata e teorica mostra un rapido cambiamento di pendenza). Le



**Fig. 2.** The broadening of a spectral line by the velocity dispersion of stars in an elliptical galaxy. In the top diagram, a telescope collects light from all stars within a cylinder through galaxy. Each star may possess a narrow spectral line at the rest wavelength  $\lambda_0$ , Doppler-shifted to a different wavelength  $\lambda$  because of its component of velocity along the line of sight. The superposition of billions of such line profiles produces the broadened spectral line seen in the bottom diagram, in which the line width  $\Delta\lambda$  is proportional to the velocity dispersion  $V$  of the stars in the galaxy.

Figura 1.5: Dispersione delle velocità stellari in un'ellittica

galassie ellittiche ( $\simeq 80\%$ ) si trovano in ammassi mentre le spirali si trovano prevalentemente nel campo. Per le galassie ellittiche vale la relazione di Faber-Jackson:

$$L_B \propto \sigma_{los}^4 \quad (5)$$

dove  $\sigma_{los}$  e' la dispersione delle velocita' totale misurata lungo la linea di vista, che nelle ellittiche rappresenta la dispersione delle velocita' stellari random, mentre nelle spirali rappresenta la dispersione nelle velocita' rotazionali del gas. La luminosita'  $L_B$  e' la luminosita' in banda B (visuale). Ricordiamo qui che la dispersione delle velocita' e' la dispersione statistica delle velocita' rispetto alla velocita' media delle stelle nella galassia considerata. In pratica, la dispersione delle velocita' e' data dalla misura di meta' ampiezza  $\Delta\lambda$  di una riga presa a meta' della sua altezza. Questa quantita' infatti e' proporzionale alla dispersione di velocita' delle stelle che hanno contribuito a quella data riga.

In modo piu' preciso possiamo definire la dispersione delle velocita' come:

$$\sigma_{los}^2 = \int (v_{los} - \langle v_{los} \rangle)^2 F(v_{los}) dv_{los}$$

dove *los* indica *line of sight*, *linea di vista* ed  $F(v_{los})$  e' la distribuzione delle velocita' lungo la linea di vista e la velocita' media  $\langle v_{los} \rangle$  e' definita come:

$$\langle v_{los} \rangle = \int v_{los} F(v_{los}) dv_{los}$$

La distribuzione delle velocita' lungo la linea di vista,  $F(v_{los})$ , si trova analizzando lo spettro integrato di una galassia: lo spettro integrato di una galassia, infatti, e' dato dalla convoluzione degli spettri delle stelle e dalla distribuzione delle velocita' stellari lungo la linea di vista.

Fisher e Tully scoprirono una relazione analoga per le spirali valida per la luminosita' infrarossa:

$$L_I \propto V_{rot}^4, \quad (5bis)$$

dove  $V_{rot}$  e' la dispersione delle velocita' rotazionali delle stelle nel disco di una galassia spirale.

Tali relazioni vengono usate per misurare la luminosita' intrinseca delle galassie e quindi la distanza, una volta nota la luminosita' apparente. Infatti, sia  $L$  la luminosita' assoluta e  $l$  quella apparente, si ha:

$$d = \left(\frac{L}{4\pi l}\right)^{1/2}. \quad (6)$$

Si ricorda che  $4\pi d^2$  e' l'area di una sfera di raggio  $d$ .

### 1.1.5 Galassie Spirali

Le spirali sono state le prime galassie ad essere state scoperte poiche' sono le galassie piu' luminose che si trovino attorno alla nostra Galassia. Esse sono chiamate spirali a causa della distribuzione approssimativamente spirale della loro luce evidente dalle immagini fotografiche. Nelle spirali si identificano un nucleo centrale (bulge), che e' molto simile ad una galassia ellittica, ed un disco. La struttura di spirale e' caratteristica del disco. La sequenza di Hubble puo' essere interpretata come una sequenza in cui il rapporto bulge/disco decresca andando dai primi agli ultimi tipi di galassie. Le spirali possono contenere una barra, la differenza tra spirali barrate e non e' che il nucleo centrale e' approssimativamente sferico nel caso di spirali normali e decisamente allungato a formare una barra nel caso delle altre. Le galassie spirali sono ulteriormente suddivise in Sa, Sb, Sc e spirali barrate SBa, SBd, SBc. Le lettere a,b,c si riferiscono sia alle dimensioni del nucleo che all'avvitamento delle braccia di spirale, rispettivamente. In particolare, le dimensioni del nucleo diventano piu' piccole e le braccia meno avvitate quando si passa da *a* a *c*. Alla originale classificazione di Hubble sono in seguito stati aggiunti i tipi Sd e SBd. Grazie al dettaglio sempre maggiore con cui si osservano oggi le spirali si e' visto che molte di loro hanno piccole barre triassiali nelle loro regioni centrali e cio' rende la distinzione tra S e SB meno chiara. Recenti osservazioni suggeriscono che la nostra Galassia abbia una piccola barra centrale.

La distribuzione della brillantezza superficiale (banda blu) nei dischi delle galassie spirali obbedisce ad una legge esponenziale:

$$I(R) = I(0)exp(-R/R_D) \quad (7)$$

dove  $R_D$  e' la lunghezza di scala del disco  $R_D = 3h^{-1}$  Kpc ( $R_D = 3.5 \pm 0.5$  Kpc nella nostra Galassia, il che significa che il Sole e' piu' distante dal centro della Galassia di circa il 70% di tutta la luce del disco). La brillantezza superficiale centrale delle spirali e' costante e vale  $I(0) \sim 140L_{\odot}pc^{-2}$  indipendentemente dalla costante di Hubble (infatti la brillantezza superficiale e' una quantita' indipendente dalla distanza in quanto la luminosit   $L \propto d^{-2}$  e l'area  $A \propto d^{-2}$ , cosi'  $L/A$  e' indipendente da  $d$ ).

La nostra Galassia e' una spirale di tipo Sbc anche se ora tale tipologia dovrebbe contenere anche l'informazione riguardante la piccola barra da poco scoperta.

Una interessante correlazione scoperta da Magorrian e' quella tra la luminosit  dei nuclei di galassie spirali e la massa dei buchi neri al loro centro, come indicato in figura. Questa relazione indica che c'e' una relazione tra il meccanismo di formazione delle galassie ed i buchi neri giganti nel loro centro e vale anche per i Quasars che si trovano nel centro di galassie ellittiche. Galassie spirali con buchi neri attivi al loro centro si chiamano "galassie di Seyfert" (vedi paragrafo 3.6).

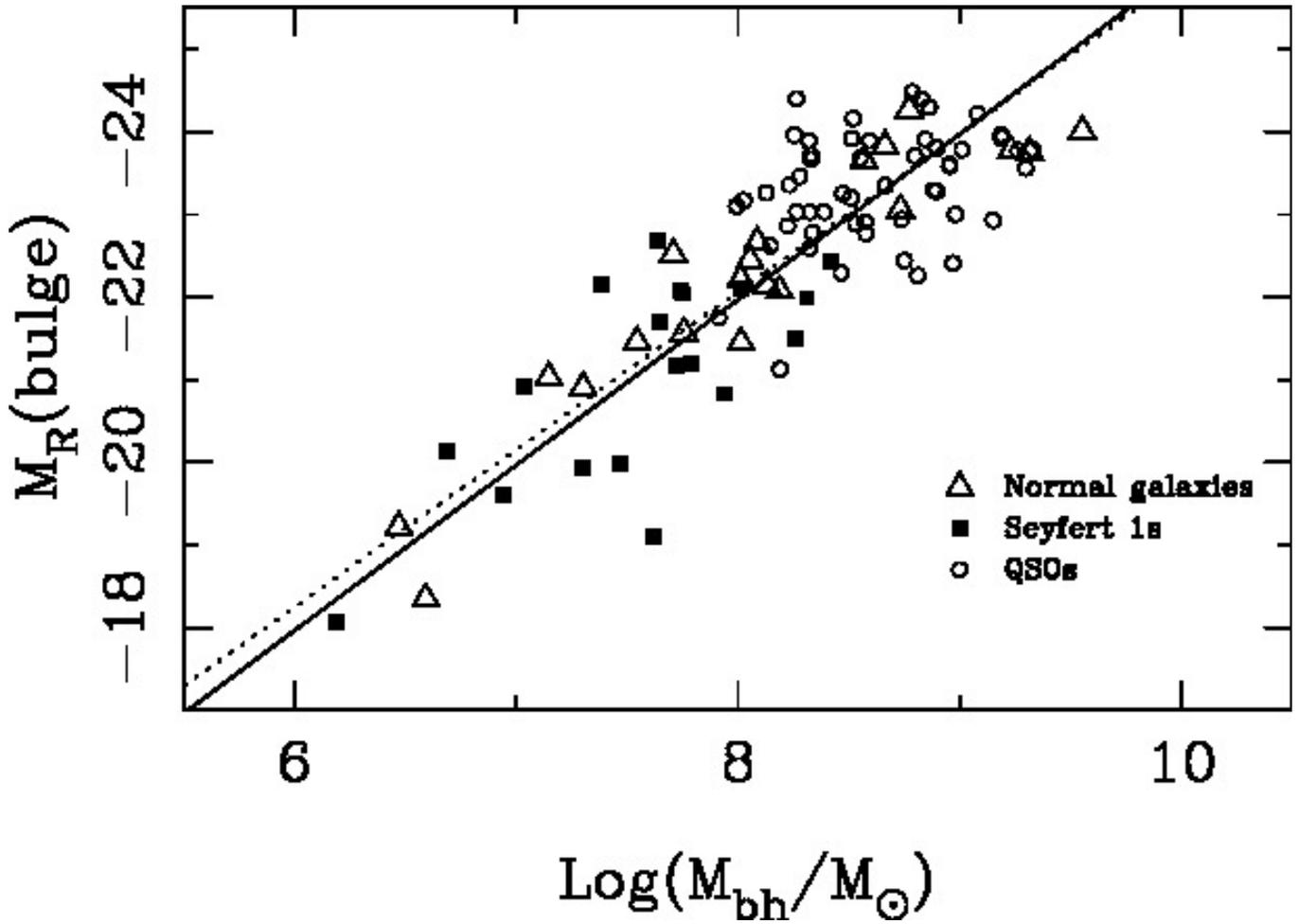


Figura 1.6: Relazione tra la luminosita' in banda R del bulge in funzione della massa del buco nero centrale. Nei punti osservativi sono inclusi anche i Quasars (QSO) che sono buchi neri al centro di galassie ellittiche e le galassie normali, ovvero non attive ma con buco nero centrale. Questa relazione e' nota come relazione di Magorrian. Da McLure & Dunlop (2002).

### 1.1.6 Le galassie irregolari

Le galassie irregolari possono essere divise in due tipi IrrI e IrrII nel senso che le IrrI sembrano irregolari ma non sono in verita' molto irregolari, mentre le IrrII sia sembrano sia sono irregolari. La distinzione consiste nel fatto che nelle IrrI, quali i due principali satelliti della Galassia, le Nubi di Magellano, la distribuzione di massa e' molto meno irregolare della distribuzione della luce -esse sono spirali mancate. Le vere irregolari (IrrII) tendono ad essere sia oggetti che hanno di recente subito una violenta esplosione oppure oggetti distorti dalla presenza di una o piu galassie nelle vicinanze.

## 1.2 Possibile interpretazione fisica della sequenza di Hubble

Ulteriori raffinamenti alla sequenza di Hubble vennero introdotti in seguito da de Vaucouleurs e Morgan. de Vaucouleurs trovo' che nella sequenza c'e' una gradazione di barre, anelli e strutture spirali, cosi' introdusse i termini (r) ed (s) per indicare la prominente di anelli (rings) e di struttura spirale. Morgan invece introdusse una classificazione spettrale delle galassie sulla base delle popolazioni stellari che dominano il nucleo e il disco rispettivamente. La sua classificazione indica le galassie con af, f, fg, gk, e k, e tali lettere corrispondono a quanta luce dal nucleo centrale domina quella del disco. Oggi sappiamo che il tipo spettrale ed il colore di una galassia dipendono in parte dall'eta' delle stelle ed in parte dalla loro composizione chimica. La separazione di questi due effetti rappresenta a tutt'oggi uno dei problemi astrofisici piu' importanti da risolvere. Le ellittiche e i nuclei centrali delle spirali contengono soprattutto stelle vecchie (circa  $10^{10}$  anni) e appaiono rossi, mentre i dischi delle spirali contengono una mescolanza di stelle vecchie e giovani con le stelle giovani preferenzialmente disposte lungo i bracci di spirale. Il loro colore dominante e' il blu cosi' come lo e' per le irregolari la cui luce nella maggior parte dei casi e' dominata da stelle blu giovani e massicce. Non si ha evidenza di mancanza di stelle vecchie in nessuna galassia, mentre sembra che nella maggior parte delle ellittiche non vi siano stelle giovani. Questo ha indotto a pensare che tutte le galassie siano vecchie circa  $10^{10}$  anni, benché in alcune galassie si possano ancora formare stelle attivamente oggi. In aggiunta alla variazione del colore e tipo spettrale delle galassie, indicante una variazione nel contenuto relativo di stelle vecchie e giovani, lungo la sequenza di Hubble vi e' anche una sistematica variazione nel contenuto di gas, sebbene con notevole dispersione, relativamente alla massa luminosa. In particolare si ha che il contenuto in stelle giovani e' positivamente correlato con il contenuto di gas. La spiegazione maggiormente accettata della sequenza di Hubble, cioe' della variazione del gas e del contenuto stellare in galassie di diverso tipo morfologico, e' che sia dovuta ad una diversa storia di formazione stellare. La formazione stellare ha, infatti, un ruolo centrale nella formazione ed evoluzione delle galassie. Se la formazione stellare avviene molto rapidamente si forma un sistema stellare sferoidale, mentre se la formazione stellare e' molto lenta la maggior parte del gas ha tempo di dissipare energia e disporsi lungo un disco prima di cominciare a formare stelle. Il rapporto disco/nucleo di una galassia viene cosi' a dipendere dal tasso di formazione stellare durante le prime fasi del collasso di una galassia. Le ellittiche hanno molto probabilmente consumato la maggior parte del gas in un intenso evento di formazione stellare iniziale, mentre le irregolari hanno subito una formazione stellare piu' lenta e probabilmente non continuativa poiche' contengono ancora una notevole quantita' di gas. Pertanto per capire la sequenza di Hubble e' necessario capire i fattori che governano la formazione stellare nelle protogalassie. L'evoluzione chimica, il rapporto M/L, i colori ed il tasso di esplosione delle supernovae tutti dipendono criticamente dal processo di formazione stellare.

Il processo di formazione stellare e' a sua volta influenzato dalle condizioni iniziali nella nube collassante. Vediamo come. Al momento accontentiamoci di assumere che il tasso di formazione stellare sia soltanto proporzionale alla densita' del gas. Questa e' certamente una eccessiva semplificazione poiche' altri parametri fisici quali la temperatura, la composizione chimica, la viscosita' del gas nonche' il campo magnetico sono certamente importanti nel processo di formazione delle stelle. In genere si assume la legge proposta da Schmidt (1959) che dice che il tasso di formazione stellare (ovvero quanto gas va in stelle per unita' di tempo e per unita' di volume) sia proporzionale ad una potenza della densita' di volume del gas:

$$\frac{d\rho_{gas}}{dt} \propto \rho_{gas}^n \quad (8)$$

Schmidt trovo' che un esponente  $n=2$  fosse consistente con le varie osservazioni benché non tutti si trovarono in seguito d'accordo ed oggi si propende a credere che  $n < 2$  (Vedi Kennicutt 1998 che propone  $n = 1.4 - 1.5$ ). Comunque sia se  $n > 1$  il tempo scala per la consumazione del gas  $\tau_{SF}$  e' proporzionale ad una potenza negativa  $(-n+1)$  (dall' integrale dell' inverso della legge di formazione stellare) della densita' del gas, e quindi il gas e' intrappolato in stelle piu' rapidamente nelle regioni di piu' alta densita' iniziale. Questa previsione e' qualitativamente in accordo con il fatto che le parti interne piu' dense della maggior parte delle spirali appaiono aver processato il loro gas in stelle in maniera piu' completa delle parti esterne.

Definiamo poi il tempo scala necessario ad una nube di densita'  $\rho$  priva di pressione, che subisce l'effetto della sua stessa gravita', a collassare in un punto: Tale tempo scala e' noto come **tempo di caduta libera o free-fall** ed e' definito come:

$$t_{ff} = \sqrt{\frac{3\pi}{32G\rho}} \propto \rho^{-1/2} \quad (9)$$

Tale tempo scala (espresso in secondi) si deriva nel seguente modo: supponiamo di avere una sfera omogenea di densita' costante  $\rho$ , tale che  $M = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$ . La velocita' circolare dentro la sfera e':

$$v_c = \sqrt{GM/r} = \sqrt{4\pi G\rho r^2/3}$$

Il periodo orbitale e'

$$T = 2\pi r/v_c = \sqrt{3\pi/G\rho}$$

Se una particella campione viene rilasciata dalla posizione di riposo nel campo gravitazionale di questa sfera omogenea la sua equazione del moto sara':

$$\frac{d^2r}{dt^2} = -G\frac{M(r)}{r^2} = -\frac{4\pi G\rho r}{3}$$

Questa e' l'equazione di un oscillatore armonico di frequenza angolare  $2\pi/T$ . Quindi, la massa campione raggiungera'  $r=0$ , indipendentemente dal raggio  $r$  a cui si trovava, in un quarto di periodo orbitale. Definiamo cosi' il tempo dinamico ovvero il tempo impiegato da una stella orbitante ad attraversare meta' della distanza attraverso un sistema di densita' media  $\rho$  come

$$t_{dyn} = 1/4T = \sqrt{\frac{3\pi}{16G\rho}} \quad (10)$$

Questo tempo dinamico differisce dal tempo di caduta libera (eq. 9) nel seguente modo:

$$t_{ff} = t_{dyn}/\sqrt{2} \quad (11)$$

Questa equazione e' facilmente verificabile seguendo la stessa procedura fatta per ottenere  $t_{dyn}$  ma sostituendo  $v_c$  con  $v_{esc}$ , ovvero la *velocita' di fuga* che e' ottenuta eguagliando l'energia cinetica del sistema a quella gravitazionale. Si ha cosi' che:

$$v_{esc} = \sqrt{2GM/r} \quad (12)$$

Ritorniamo ora al nostro argomento principale, la sequenza di Hubble. Per quanto detto sopra, se il tasso di formazione stellare ha  $n > 1.5$ , allora il rapporto tra il tempo scala della formazione stellare e il tempo di caduta libera e' proporzionale a  $\rho^{-n+1.5}$  e cresce al diminuire della densita', in tal caso ci si aspetta che modelli con piu' grandi raggi di contorno e piu' basse densita' iniziali sviluppino meno nucleo e piu' disco. Inoltre, se il tasso di formazione stellare cresce con l'aumentare della dispersione di velocita' del gas, il rapporto disco/nucleo dipendera' dalla dispersione di velocita' iniziale della protogalassia, aumentando al diminuire della dispersione di velocita' iniziale. Poiche' una protogalassia di grande raggio ha anche una minore dispersione della velocita', questo effetto agisce nello stesso modo della dipendenza dalla densita' iniziale e di nuovo suggerisce che protogalassie diffuse dovrebbero formare galassie con grandi rapporti disco/nucleo. Larson ha calcolato modelli di galassie tenendo in conto tali fattori ed ha concluso che: **due dei principali fattori che determinano il tipo di Hubble di una galassia sono la densita' e la dispersione di velocita' della protogalassia iniziale.** Pertanto ci aspettiamo che galassie sferoidali o galassie la cui componente sferoidale e' predominante vengano formate in regioni di alta densita' ed alta dispersione di velocita' del gas. Queste previsioni sono in accordo qualitativo col fatto che le galassie ellittiche si trovino soprattutto in ammassi densi con grandi dispersioni di velocita', mentre le spirali si trovano soprattutto nel campo o in gruppi poco legati dove la densita' e la dispersione di velocita' sono bassi. Tuttavia, la proposta interpretazione qualitativa della sequenza di Hubble non coinvolge direttamente il momento angolare delle protogalassie in collasso. E' possibile che una correlazione tra il momento angolare per unita' di massa ed il tipo di Hubble possa venir fuori indirettamente dalla proposta dipendenza del tipo di Hubble dalla densita' iniziale, poiche' una protogalassia piu' estesa e diffusa possiede probabilmente piu' momento angolare; questo dovrebbe accadere se le velocita' rotazionali caratteristiche scalano approssimativamente con la velocita' del Viriale. Sulla base di questa interpretazione i sistemi molto appiattiti dovrebbero essere quelli col momento angolare piu' alto, mentre per contrasto una nube pregalattica non rotante dovrebbe produrre una galassia sferica (meno estesa, piu' compatta, piu' alto tasso di formazione stellare iniziale). Tuttavia non sembrano esserci evidenze osservative forti di una correlazione stretta tra tipo di Hubble e momento angolare specifico.

### Sommario:

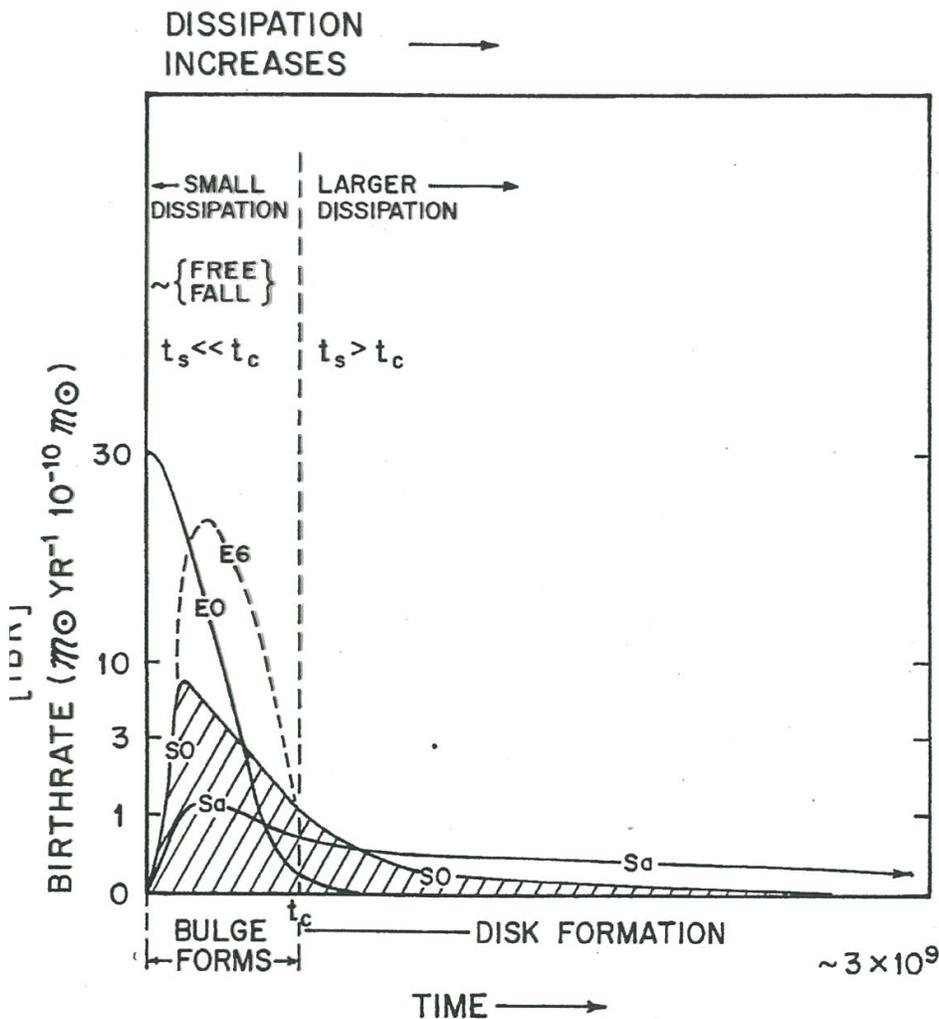
Una interpretazione coerente della sequenza di Hubble suggerisce che tutte le galassie hanno la stessa eta' ed il loro aspetto morfologico e' il risultato di una diversa efficienza di formazione stellare. Sistemi in cui la formazione stellare e' molto efficiente all'inizio formano preferenzialmente sistemi *sferoidali*. Tale processo avviene con poca dissipazione di energia. Al contrario se il processo di formazione e' lento e il gas dissipa parte della sua energia (attraverso collisioni di nubi) si ha la formazione di un *disco*. Le cause che determinano la diversa efficienza iniziale di formazione stellare sono sconosciute, tuttavia si pensa che la densita' iniziale del gas e la sua dispersione di velocita' giuochino un ruolo fondamentale. Un altro possibile parametro potrebbe essere il momento angolare. Nella figura e' illustrato questo concetto delle diverse storie di formazione stellare come responsabili delle diverse morfologie delle galalassie, come suggerito da Sandage (1986). In particolare, si suggerisce che il tasso di formazione stellare per unita' di massa stellare sia stato molto intenso e rapido negli sferoidi (e.g. ellittiche E0) mentre sia stato piu' blando e continuo con una discesa piu' lenta nei sistemi a disco fino ad essere basso e quasi costante nelle galassie irregolari che hanno ancora molto gas e formazione stellare attiva al momento presente.

5

Sendage 1986

# FORMAZIONE STELLARE E SEQUENZA DI HUBBLE

$t_s$  = tempo di formazione stellare  
 $t_c$  = tempo di collasso



SSFR = SFR/H

ig. 9. Schematic representation of the change of the star formation rate with time for galaxies of types E, SO, and Sa. The dashed vertical line at the collapse time  $t_c$  separates regions of low dissipation (to the left) from those of high dissipation (to the right). Bulges form in the left region, disks in the right. The integral under the curves gives the total number of stars formed (per unit galaxy mass). The integral under the SO curve is shaded

Simulazioni ad N-corpi sono state studiate da vari autori per capire il processo di formazione delle galassie ellittiche. Tali modelli sono noti con il nome "collasso non-dissipativo". Le stelle si formano prima che l'oggetto collassi, così che non si possono tenere in conto differenze in metallicità nelle stelle (gradienti) che invece si osservano. D'altra parte, questi modelli riproducono la distribuzione in luminosità (legge  $r^{1/4}$ ). Se si vogliono spiegare i gradienti di metallicità occorre seguire l'evoluzione del gas ed assumere l'esistenza di processi dissipativi. Tali modelli sono noti con il nome di "collasso dissipativo". Larson è quello che ha maggiormente contribuito a tale studio. Si parte da una sfera di gas omogeneo, le stelle si formano durante il collasso gravitazionale del gas e tendono a formarsi di più nelle zone interne, dove la densità è più alta, come conseguenza dell'accumulo di gas al centro che segue la dissipazione di energia. Quelle che si formano ad un dato raggio rimangono in orbita con un piccolo moto verso l'interno mentre il gas continua a cadere verso il centro. Così i metalli prodotti e restituiti dalle stelle di grande massa tendono ad accumularsi verso il centro e così si forma un gradiente di metallicità. Lo stesso processo di dissipazione porta ad una maggiore concentrazione di stelle al centro. Se non ci fosse dissipazione il gas e le stelle collasserebbero insieme ed i metalli non si concentrerebbero al centro. Nelle parti più esterne di tali galassie la dissipazione è minore e pertanto non si forma gradiente. La mancanza di gradiente osservata negli ammassi globulari a distanze  $> 10 Kpc$  (benche' la situazione sia controversa) potrebbe essere interpretata in questo schema. Maggiore è la dissipazione e maggiore è il tempo di collasso e maggiore è il tempo di formazione stellare e maggiore è il gradiente che si viene a formare.

Un'altra classe di modelli è quella dei "mergers". Le galassie ellittiche potrebbero essere il risultato della fusione di due galassie spirali, in questo caso il gradiente iniziale sarebbe preservato sebbene meno ripido di quello iniziale delle due spirali. Tuttavia tale modello non riesce a spiegare la relazione massa-metallicità nelle galassie ellittiche, come vedremo in seguito.

### 1.2.1 Gli ammassi stellari

Una galassia tipica contiene miriadi di piccoli sistemi stellari contenenti dalle  $10^2$  alle  $10^6$  stelle. Questi sistemi sono chiamati "ammassi stellari" e possono essere divisi in due tipi principali:

*-Ammassi aperti della Galassia:* sono costituiti da stelle di cosiddetta popolazione I (cioè stelle blu e con composizione chimica simile a quella solare,  $\sim 2\%$  della massa sotto forma di metalli). Gli ammassi aperti si formano di continuo e la maggior parte di quelli che vediamo sono più giovani di alcune centinaia di milioni di anni ( $\leq 10^8$  anni). Sembra che gli ammassi più vecchi siano stati distrutti, probabilmente a causa di perturbazioni gravitazionali dovute a nubi interstellari di passaggio. Si pensa che ci siano  $\sim 10^5$  ammassi aperti nella nostra Galassia.

*Ammassi Globulari:* Questi ammassi contengono stelle di popolazione II (rosse e con metallicità fino a 200 volte minore di quella solare). Tali sistemi contengono da  $10^4$  a  $10^6$  stelle. La nostra Galassia contiene circa 200 ammassi globulari i quali formano una distribuzione approssimativamente sferica concentrata verso il centro galattico. Essi non contengono né gas né polveri né stelle giovani. Gli ammassi globulari stessi hanno una forma sferica e sembrano dinamicamente stabili e molto vecchi ( $10^{10}$  anni). Sono gli oggetti più vecchi nella nostra Galassia e infatti si cerca di capirne l'età per porre un limite all'età dell'Universo. La densità stellare all'interno di tali ammassi è molto maggiore della densità stellare nella maggior parte delle galassie: un valore tipico di densità è  $10^4 M_{\odot} pc^{-3}$  che è alto al confronto col valore tipico della densità nei dintorni solari:  $0.05 M_{\odot} pc^{-3}$ . Gli ammassi globulari sono molto disomogenei una singola misura del loro raggio è insufficiente e di solito si definiscono tre raggi diversi: *il raggio del nucleo*, ovvero la dove la brillantezza superficiale è scesa alla metà del suo valore centrale, *il raggio medio*, ovvero il raggio di una sfera che contiene metà della luce dell'ammasso, *il raggio mareale* che rappresenta il limite esterno dell'ammasso dove la densità va a zero. Gli ammassi

globulari piu' luminosi sono tanto luminosi quanto le piu' deboli galassie ellittiche nane. Tuttavia, una tipica galassia di bassa luminosita'e' un oggetto di bassa brillantezza superficiale, avendo un raggio di alcuni Kpc, mentre un ammasso globulare luminoso ha un raggio molto piu' piccolo ( $\leq 100$  pc) ed ha quindi una brillantezza superficiale piu' alta.

### 1.2.2 Gruppi e ammassi di galassie

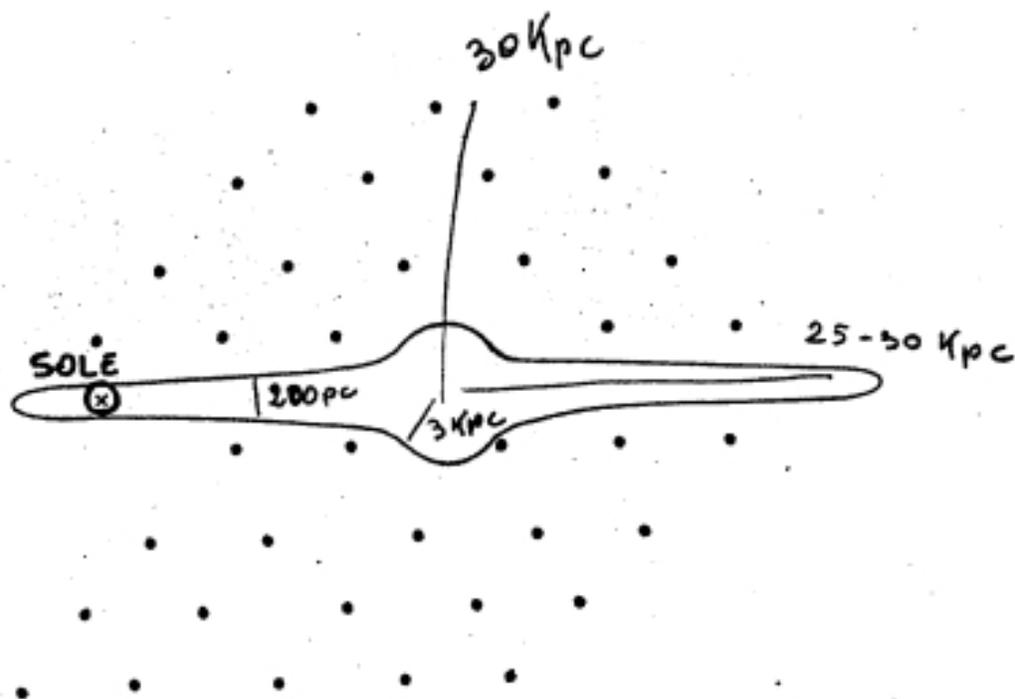
Le galassie non sono distribuite uniformemente nell'Universo, per lo meno fino a distanze dell'ordine dei 300 Mpc. La maggior parte delle galassie appartengono ad una struttura gerarchica che comprende galassie binarie, piccoli gruppi di poche galassie vicine le une alle altre, enormi vuoti in cui la densita' di galassie e' bassissima e ammassi giganteschi contenenti migliaia di galassie. La distinzione tra gruppi e ammassi e' arbitraria, comunque e' utile definire un ammasso come un insieme di piu' di 50 membri le cui luminosita' si trovano entro 2 magnitudini rispetto alla terza galassia piu' luminosa dell'ammasso. La dispersione delle velocita' lungo la linea di vista in un gruppo di galassie e' dell'ordine di 150 Km/sec mentre negli ammassi ricchi e' dell'ordine di 1000Km/sec. Negli ammassi le ellittiche sono piu' concentrate verso il centro di quanto lo siano le spirali, mentre le S0 hanno una distribuzione intermedia rispetto alle ellittiche e alle spirali. Le irregolari sono presenti in numeri minimi. Come le galassie, i gruppi e gli ammassi possono essere considerati come un insieme di punti di massa orbitanti a causa della loro mutua attrazione gravitazionale. Tuttavia i gruppi e gli ammassi sono dinamicamente piu' giovani delle galassie. In molti gruppi e ammassi le galassie si trovano nelle parti esterne indicando che stanno collassando verso il centro per la prima volta. Per esempio la Galassia e M31 sono i due membri dominanti di un gruppo che si chiama "Gruppo Locale", il quale e' ancora in fase di collasso. In altri termini, non e' ancora "virializzato". E' probabile che alla fine di questo collasso, tra  $10^{10}$  anni, la Galassia e Andromeda si fonderanno insieme in un sistema stellare gigante. Una differenza importante tra galassie ed ammassi di galassie e' che la parte di volume occupata dalle galassie in un cluster e' molto maggiore ( $10^{-3}$ ) della parte di volume occupata dalle stelle in una galassia ( $10^{-22}$ ), cosi' le collisioni e gli incontri tra galassie dentro un ammasso sono molto piu' frequenti e giocano un ruolo molto piu' importante di quanto facciano le collisioni tra le stelle nelle galassie. La distribuzione radiale di galassie in un ammasso e' simile alla distribuzione radiale di stelle nelle galassie ellittiche e puo' essere descritta da una legge " $R^{1/4}$ " con raggio effettivo  $R_e = 1 - 2h^{-1}$  Mpc.

### 1.2.3 Nuclei galattici

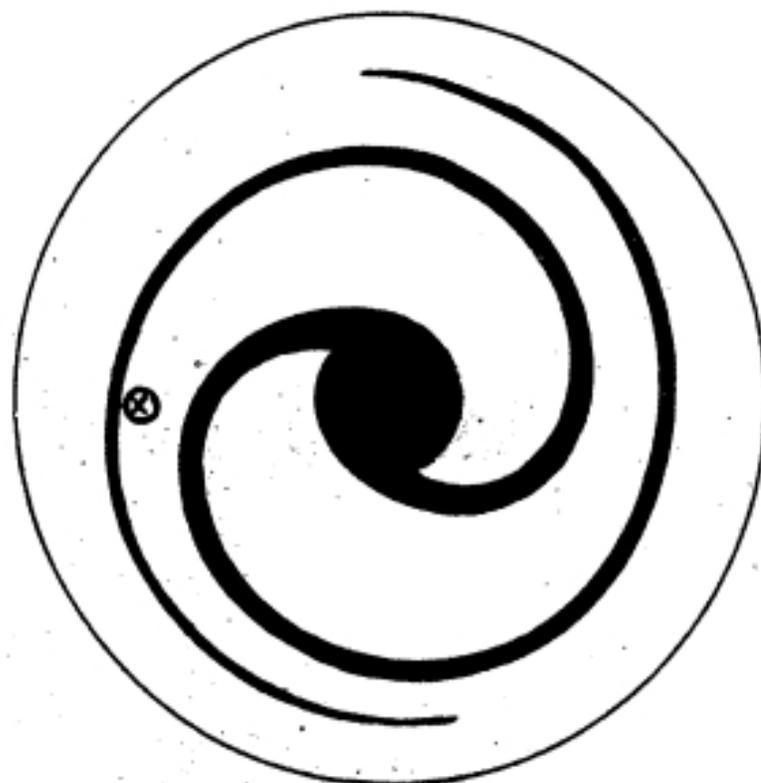
I centri di molte galassie appaiono contenere piccoli e densi sistemi stellari chiamati nuclei. Questi sistemi sono difficili da studiare poiche' non possono essere risolti da telescopi ottici a terra. Essi sono interessanti poiche' una certa frazione di essi sono forti sorgenti di emissione ottica, radio ed X. Tale emissione sembra essere dovuta ad accrescimento di materia su di un buco nero centrale massiccio ( $10^6$ - $10^9 M_\odot$ ). Altri tuttavia attribuiscono tale attivita' all'esplosione di supernovae. In tabella 1 sono riportati i valori di tipici parametri osservativi di ammassi stellari e galattici nonche' di nuclei attivi.

# LA NOSTRA GALASSIA

Sbc



A schematic view of the Galaxy from the side, showing the thin galactic disk and the central nuclear bulge. The position of the Sun is marked with a cross and the filled circles represent globular clusters.



A schematic view of the Galaxy from above. The spiral structure is shown and the position of the Sun is marked with a cross.

## Capitolo 2

# LA NOSTRA GALASSIA

Il nostro Sole si trova in un sistema stellare chiamato La Via Lattea o Galassia (dal greco "gala"). Purtroppo essendo immersi in questo sistema stellare non possiamo studiarlo nei dettagli come e' possibile fare con le galassie esterne lo studio delle quali ci ha rivelato strutture a larga scala impossibili da osservare nella nostra Galassia. Il primo studio scientifico della nostra Galassia risale a Galileo, quando, nel 1610 capi' che la Via Lattea altro non era che un insieme di tantissime stelle deboli. Nella meta' del diciottesimo secolo, Wright e Kant proposero l'idea che la Galassia fosse costituita da un disco di stelle in cui il Sole e' immerso. Kant propose anche che ci dovessero essere sistemi stellari esterni simili alla Galassia che chiamo' *Universi Isola*. Tale intuizione si rivelo' in seguito quanto mai esatta. W. Herschel, alla fine del diciottesimo secolo costruì telescopi enormi per l'epoca ed osservò la Galassia. Il suo maggior risultato fu di capire la forma della Galassia che suggerì essere un sistema appiattito, ellissoidale dove il Sole occupa la posizione centrale. Egli raggiunse questa conclusione contando le stelle che riusciva ad osservare a successivi limiti di magnitudine apparente in circa 700 regioni del cielo. Egli suppose che le stelle abbiano tutte la stessa luminosità assoluta, che siano uniformemente distribuite sulla volta celeste e che la loro luminosità cali come l'inverso del quadrato della loro distanza e che egli potesse osservare fino al bordo estremo del sistema. Quindi i rapporti delle radici cubiche dei numeri di stelle osservati in date direzioni riflettevano le loro distanze relative. Egli così dedusse che la Galassia si estende 5 volte di più lungo il piano che nella direzione perpendicolare ad esso. Alla fine del diciannovesimo secolo, lo sviluppo delle tecniche fotografiche aprì favolose nuove possibilità di esplorazione del cielo. Kapteyn studiò 200 aree di cielo ed iniziò collaborazioni internazionali per collezionare osservazioni spettroscopiche, moti propri e velocità radiali. Kapteyn e van Rhijn furono in grado di stimare le distanze di stelle di diversa luminosità apparente e la loro distribuzione nello spazio. Il problema delle distanze fu di fondamentale importanza poiché senza conoscere le distanze non si poteva capire l'entità dell'estensione della Galassia. Il metodo che usarono e' quello del *moto proprio* e consiste nel misurare lo spostamento reale delle stelle vicine dovuto al loro moto intrinseco, mentre il metodo della *parallasse* si basa sulla misura dello spostamento apparente delle stelle vicine dovuto al moto di rivoluzione della Terra attorno al Sole. In ambedue i metodi lo spostamento (reale o apparente) e' inversamente proporzionale alla distanza della stella così che tali metodi possono essere applicati con successo solo a stelle vicine (di solito a distanze < 100 per la parallasse e a distanze leggermente maggiori per il moto proprio). Essi supposero di nuovo che la luminosità assoluta stellare fosse inversamente proporzionale al quadrato della distanza e che lo spazio interstellare fosse completamente trasparente. Ora sappiamo che ciò non e' vero poiché esiste un forte assorbimento della radiazione da parte del materiale interstellare lungo il piano del disco galattico. Il quadro che emerge dallo studio di Kapteyn e' noto come "Universo di Kapteyn": la Galassia e' un sistema sferoidale appiattito esteso 5 volte di più lungo il piano che

perpendicolarmente. Questo confermava quanto suggerito da Herschel e in particolare suggeriva che il Sole occupasse una posizione centrale nella Galassia, benché a 650 pc. Kapteyn arrivò a tale conclusione a causa del fatto che la densità stellare sembrava decrescere uniformemente a partire dal centro del sistema. Tuttavia egli intuì la possibilità dell'assorbimento interstellare benché non riuscì a produrre nessuna evidenza di un tale assorbimento. D'altra parte, ancora prima che Kapteyn pubblicasse il suo lavoro, l'astronomo americano Shapley, in una serie di lavori pubblicati tra il 1915 ed il 1919, aveva proposto che il Sole non occupasse affatto una posizione centrale nella Galassia. Era arrivato a tale conclusione studiando gli ammassi globulari, sistemi stellari luminosissimi che possono essere osservati a grandi distanze dal Sole poiché si trovano alti sul piano galattico e non risentono dell'assorbimento interstellare. Shapley osservò che mentre gli ammassi globulari sopra e sotto il piano galattico sono distribuiti uniformemente quelli attorno al piano non lo sono. Questo lo portò a concludere che, se gli ammassi globulari sono i maggiori costituenti della nostra Galassia e sono distribuiti uniformemente attorno al suo centro, allora il Sole non è al centro. Egli stimò che il raggio della distribuzione degli ammassi globulari è di circa 100 Kpc dal centro e che il Sole si trova a circa 18 Kpc dal centro. Oggi sappiamo che il Sole si trova a circa 8.5 Kpc dal centro e che l'intuizione di Shapley era corretta. Nello stesso periodo si pose il problema di interpretare la natura delle nebulose spirali esterne alla nostra Galassia. Se la Galassia aveva le dimensioni suggerite da Shapley allora le nebulose esterne sarebbero dovute essere incredibilmente lontane. Questa considerazione discendeva dal fatto che all'epoca si ignorasse l'assorbimento interstellare. Per questa ragione Shapley non fu creduto subito e si dovette aspettare la scoperta dell'assorbimento interstellare da parte di Trumpler ed il lavoro di Hubble, Oort e Linblad per arrivare alla concezione moderna delle galassie. In particolare Oort e Linblad scoprirono la rotazione galattica e confermarono la posizione decentrata del Sole, mentre Hubble capì che le nebulose spirali altro non erano se non sistemi stellari del tutto simili alla Galassia. Oort scoprì anche che la rotazione della Galassia è differenziale, cioè la velocità angolare di rotazione cambia col variare della distanza dal centro galattico ed è maggiore verso il centro che verso l'esterno. Nel 1927 l'Universo di Kapteyn era già storia e la nostra Galassia era entrata a far parte delle "nebulose spirali".

Nel 1944 W. Baade evidenziò un nuovo importantissimo aspetto dello studio delle galassie quando identificò l'esistenza delle popolazioni stellari. Egli realizzò che le stelle che si trovano nei nuclei delle spirali, nelle ellittiche e negli ammassi globulari sono molto diverse dalle stelle che si trovano lungo i bracci di spirale. Le stelle dei nuclei, delle ellittiche e degli ammassi globulari erano rosse e quelle degli ammassi globulari avevano un contenuto metallico molto inferiore (un fattore 200) a quello solare ed egli le chiamò *popolazione II*, mentre quelle dei bracci di spirale erano blu e con contenuto metallico simile al Sole. Egli le chiamò *popolazione I*. Ora sappiamo che le stelle nei nuclei delle spirali e nelle ellittiche pur essendo prevalentemente stelle vecchie e rosse hanno una metallicità pari a quella solare e anche maggiore. Pertanto non è corretto identificare con "popolazione II" tutte le stelle dei nuclei delle spirali, delle ellittiche e degli ammassi globulari bensì tale denominazione deve valere solo per le stelle degli ammassi globulari e in generale dell'alone galattico.

La nostra Galassia così come la conosciamo ora è una spirale di tipo morfologico Sbc e può essere descritta come un disco di gas e stelle con un nucleo sferico al centro (una piccola barra sembra anche essere presente) circondato da un alone sferico di stelle e ammassi globulari. Le popolazioni stellari delle componenti principali della Galassia hanno caratteristiche molto diverse, sia chimiche che dinamiche, e riflettono la storia della formazione e dell'evoluzione della Galassia. L'alone si estende per circa 30 Kpc dal centro, il nucleo si estende per 3 Kpc ed il disco, di spessore di circa 200 pc, si estende per circa 25-30 Kpc dal centro, come si può vedere nell'illustrazione.

## 2.1 La Galassia e' fatta di stelle

La maggior parte delle informazioni sulle stelle proviene dalla loro luminosita' e dal loro spettro. Definiamo innanzitutto la quantita' di energia emessa dalla superficie di una stella per unita' di tempo e di frequenza:

$$L_\nu = 4\pi R^2 F_\nu \quad (\text{ergsec}^{-1}\text{Hz}^{-1})$$

dove  $R$  e' il raggio della stella e:

$$F_\nu = \frac{\pi 2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{(h\nu/KT)} - 1}$$

e' la Legge di Planck, in quanto le stelle vengono considerate come corpi neri. Quindi definiamo luminosita' di una stella come l'energia emessa per unita' di tempo a tutte le frequenze:

$$L = 4\pi R^2 \int F_\nu d\nu = \pi a c R^2 T_s^4 (\text{ergsec}^{-1}) \quad (13)$$

dove  $a$  e' la costante di Boltzmann ed indica la densita' di radiazione,  $c$  e' la velocita' della luce e  $T_s$  e' la temperatura superficiale che si usa indicare anche con  $T_e$ , temperatura effettiva. La luminosita' solare e':  $L_\odot = 3.83 \cdot 10^{33} \text{ergsec}^{-1}$ , le luminosita' delle stelle si trovano tutte nell'intervallo:

$$10^{-4} \leq L/L_\odot \leq 10^4$$

Mentre le temperature effettive si trovano nell'intervallo:

$$2000 \leq T_e \leq 50000$$

con  $T_{e_\odot} = 5800\text{K}$ . In alcuni casi speciali, quali la stella centrale delle nebulose planetarie la temperatura puo' salire fino a  $T_e = 200000\text{K}$ .

Le stelle vengono classificate sulla base delle righe che predominano nel loro spettro. La variabile fisica che piu' determina la forma dello spettro e' la temperatura superficiale. La composizione chimica non ha un grande effetto poiche' le differenze in composizione chimica tra le stelle sono relativamente piccole.

La sequenza spettrale e':

**O, B, A, F, G, K, M, R, N, S** (oh, be, a, fine, girl, kiss, me, right, now, sweetheart), ed e' una sequenza di temperatura decrescente. **O, B, A** sono chiamati *primi tipi spettrali*, **F, G** sono detti *tipi intermedi* e **K, M, R, N, S** sono gli *ultimi tipi*. L'idrogeno e' l'elemento piu' abbondante nelle stelle e nell'Universo ma non e' visibile nelle stelle molto calde poiche' e' ionizzato ed in quelle molto fredde poiche' le sue righe si trovano nella regione ultravioletta. All'interno di ogni tipo spettrale c'e' un'ulteriore suddivisione da 0 a 9; il Sole, per esempio, e' una stella G2 di Sequenza Principale.

E' possibile distinguere stelle in diverse fasi evolutive dai loro spettri? Le stelle irradiano come corpi neri:

Se due stelle hanno la stessa  $T_e$  ma diversa luminosita' quella piu' luminosa deve avere il raggio maggiore (es. le stelle giganti relativamente a quelle di sequenza principale che vengono anche dette "nane"). Le giganti hanno una densita' minore delle nane e quindi hanno un diverso grado di ionizzazione che si riflette in diversita' nelle righe che predominano il loro spettro relativamente alle nane. Si puo' pertanto applicare un criterio di luminosita' per stabilire se una stella di cui non si conosca la distanza e' una gigante o una nana. Le stelle si distinguono pertanto in classi di luminosita' che vanno da I a V: I sono le supergiganti e V le nane di sequenza principale. Questo e' a sua volta un metodo per determinare le distanze stellari ed e' detto *parallasse spettroscopica*.

Le stelle di Sequenza Principale, definita nel diagramma magnitudine-colore, ovvero nel diagramma di Herzprung-Russel (vedi Capitolo V), seguono una relazione tra la loro massa e la loro luminosita':

$$L \propto M_s^4 \quad (14)$$

Poiche' in sequenza principale le stelle trasformano l'H in He e l'energia nucleare e' proporzionale alla massa:

$$E_N \propto M_s \quad (15)$$

ne discende che il tempo di vita delle stelle sulla sequenza e':

$$t_{ms} \propto E_N/L \propto M_s^{-3} \quad (16)$$

Questa relazione e' molto importante perche' ci indica che tanto piu' una stella e' massiccia e tanto piu' rapidamente emette radiazione. Poiche' l'energia rilasciata nella conversione da H a He e' molto maggiore dell'energia rilasciata nella conversione da He ad elementi piu' pesanti, ne consegue che il tempo di sequenza principale e' molto maggiore del tempo speso nelle fasi evolutive seguenti e pertanto si puo' considerare come il tempo di vita.

## 2.2 Cinematica Stellare

### 2.2.1 Le velocita' stellari

Le stelle, nella nostra Galassia si muovono le une rispetto alle altre: di solito, il moto stellare si divide in due componenti, una lungo la linea di vista, **velocita' radiale**, ed una perpendicolare alla linea di vista, **velocita' tangenziale**. Indichiamo con  $v$  la velocita' di una stella e con  $v_r$  e  $v_T$  le sue componenti radiale e tangenziale, rispettivamente. Le velocita'  $v$  e  $v_T$  sono sempre definite positive, mentre  $v_r$  puo' essere positiva (oggetto in allontanamento) o negativa (oggetto in avvicinamento). La componente  $v_r$  e' misurata dall'effetto Doppler nelle righe spettrali mentre la componente  $v_T$  e' misurata dal cosiddetto *moto proprio*, ovvero l'angolo che misura lo spostamento di una stella, a distanza di anni, relativamente a stelle piu' lontane. Se  $r$  e la distanza di una data stella da noi, vale:

$$v_T = \mu \cdot r$$

dove  $\mu$  e' il moto proprio.

### 2.2.2 Il moto e la posizione del Sole

Le osservazioni indicano che la maggior parte delle stelle della nostra Galassia sono confinate in un disco sottile e ruotano in orbite circolari attorno al centro della Galassia. Esistono pero' anche stelle che spendono la maggior parte del tempo nell'alone galattico e ruotano in orbite estremamente allungate che attraversano il piano galattico, cosi' che le vediamo solo in questa fase. Il piano della Galassia e' ben definito dalla Via Lattea. Il centro della Galassia si trova nella direzione dove le stelle sono piu' dense, nella costellazione del Sagittario. Il Sole e' molto vicino al piano galattico ma non e' fermo poiche' si muove, come tutte le altre stelle, sotto l'effetto del potenziale Galattico.

Come si determina il moto solare?

Appena una stella muove fuori dal piano galattico viene attratta indietro dalle forze gravitazionali esercitate dalle altre stelle ed oscilla su e giu' durante il tempo di vita della Galassia. Cosi' possiamo immaginarci le stelle del disco come rotanti circolarmente attorno al centro galattico ed allo stesso tempo oscillanti su e giu'. Il sistema stellare e' un sistema in equilibrio statistico cosi che ci sono tante stelle che si allontanano e tante che si avvicinano al piano galattico.

### 2.2.3 Il sistema di riferimento locale di quiete o Local Standard of Rest

Il sistema di riferimento locale di quiete o Local Standard of Rest (LSR) e' il sistema rispetto al quale il Sole si trova in quiete. Consideriamo un campione di stelle nei dintorni solari- i dintorni solari sono definiti come un cilindro di raggio 1 Kpc centrato nel Sole-la stella  $i$ -esima avra' tre componenti di velocita'  $(u_i, v_i, w_i)$  nel LSR. La velocita' media del sistema stellare relativamente al Sole sara':

$$(\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}) = (\sum u_i/N, \sum v_i/N, \sum w_i/N)$$

dove  $N$  e' il numero totale di stelle. Questo e' il moto del LSR. Il moto del Sole rispetto al LSR e', per definizione:

$$(u_{\odot}, v_{\odot}, w_{\odot}) = -(\bar{u}, \bar{v}, \bar{w})$$

La prima proprieta' che si scopre seguendo questo metodo e' che le velocita' stellari casuali,  $(u_i - \bar{u}, v_i - \bar{v}, w_i - \bar{w})$ , non sono distribuite isotropicamente rispetto al LSR. Per poter capire meglio bisogna fissare un sistema di coordinate, ad esempio cilindriche  $\bar{w}, \varphi, z$ , dove  $\bar{w}$  rappresenta la distanza radiale dal centro galattico,  $\varphi$  la direzione della rotazione e  $z$  la direzione

perpendicolare al piano galattico. Indichiamo con  $v_{\varphi_o}$  la velocità del LSR relativamente ad un sistema che non ruoti con la Galassia (ad esempio gli ammassi globulari o le galassie esterne). Siano  $v_{\bar{\omega}}$ ,  $v_{\varphi}$ ,  $v_z$  le tre componenti di velocità delle stelle relativamente al LSR in questo sistema di coordinate. Si trova che:

$$\langle v_{\varphi}^2 \rangle \simeq \langle v_z^2 \rangle \simeq 0.4 \langle v_{\bar{\omega}}^2 \rangle \quad (17)$$

dove il simbolo  $\langle \rangle$  indica una media. Tuttavia anche la Galassia ruota come un insieme, pertanto è più comodo esprimere tutto nel sistema di riferimento non-rotante:

$$\langle (v_{\varphi} - v_{\varphi_o})^2 \rangle \simeq \langle v_z^2 \rangle \simeq 0.4 \langle v_{\bar{\omega}}^2 \rangle \quad (18)$$

Questo risultato indica che le stelle hanno moti casuali maggiori lungo la direzione radiale che nelle altre due direzioni ed è dovuto al fatto che la Galassia ruota in maniera differenziale, ovvero con velocità angolare variabile. Infatti Lindblad dimostro' che in una rotazione di corpo rigido la componente radiale e quella di rotazione dovrebbero essere statisticamente uguali. Il moto solare in queste coordinate, ovvero il moto del Sole relativo alla maggioranza delle stelle nei dintorni solari è:

$$\begin{aligned} v_{\bar{\omega}_{\odot}} &= -10.4 \text{K}msec^{-1} \\ v_{\varphi_{\odot}} &= 14.8 \text{K}msec^{-1} \\ v_{z_{\odot}} &= 7.3 \text{K}msec^{-1} \end{aligned}$$

È interessante notare che il moto solare cambia leggermente a seconda dei sistemi stellari scelti come riferimento, o meglio relativamente a stelle di diverso tipo spettrale. Questo significa che la Galassia è costituita da più di un sistema di stelle con diversa cinematica. Ad esempio le velocità delle stelle dei primi tipi spettrali, o stelle giovani, relativamente al LSR, sono piuttosto basse  $\simeq 10 - 20 \text{K}msec^{-1}$ , esse sono confinate in un disco sottile. D'altra parte una piccola frazione di stelle degli ultimi tipi spettrali (stelle di tutte le età) possiede velocità che vanno da 65 ad alcune centinaia di  $\text{K}msec^{-1}$ . Una parte di queste stelle appartiene all'alone galattico e sono vecchie e povere di metalli. Esse sono chiamate "stelle di alta velocità". Altre stelle con velocità intermedie tra quelle di disco e quelle di alone sono confinate in un disco spesso (*thick disk*). Le stelle del nucleo centrale non hanno moti circolari ordinati ma posseggono un'alta dispersione delle velocità casuali, come nelle galassie ellittiche.

## 2.3 Le principali componenti stellari della Galassia

Nella nostra Galassia possiamo dunque identificare 4 strutture stellari diverse caratterizzate da diverse proprietà chimiche e cinematiche. Come abbiamo già accennato, Baade nel 1944 identificò due popolazioni principali (I e II) ma in realtà è più corretto identificarne quattro, alla luce delle maggiori conoscenze che abbiamo al momento attuale.

Le popolazioni stellari principali sono:

- **Popolazione di alone**

L'alone stellare contiene meno stelle di tutte le altre componenti. La sua morfologia è sferica e si estende a distanze molto maggiori del disco, fino ad almeno 80 kpc dal centro galattico. L'alone stellare non ruota e le stelle sono dotate di moti disordinati su orbite di varia orientazione e molto ellittiche. Le stelle di alone sono tutte vecchie con età maggiore di 12 miliardi di anni ed il contenuto metallico è il più basso della Galassia (Popolazione II nella suddivisione di Baade). L'alone non è una componente omogenea:

una struttura fine di questa componente e' stata rivelata attraverso conteggi stellari che mostrano degli "streams" stellari che si estendono come entita' separate per piu' di alcune centinaia di gradi nel cielo. Tre correnti stellari sono identificate coi nomi di Sagittario, Orphan e Monoceros. Queste strisce di stelle potrebbero essere il risultato della cattura da parte della Galassia di piccole galassie satelliti. In questo contesto, ricordiamo che la galassia sferoidale nana Sagittarius e' tuttora in fase di essere catturata dalla Galassia. A tutt'oggi non e' chiaro quante stelle dell'alone si siano formate *in situ* e quante siano state accresciute. Una buona diagnostica sono i rapporti di abbondanze chimiche che variano in galassie diverse e di diversa massa. Nell'alone Galattico oltre alle stelle sono presenti gli ammassi globulari, che contengono tipicamente 100.000 stelle che nella maggior parte dei casi hanno la stessa eta' e composizione chimica, benché si siano trovati molti ammassi (quelli piu' massivi) che mostrano la presenza di piu' di una popolazione.

- **Popolazione di bulge (nucleo centrale)**

La Via Lattea ha un bulge stellare modesto. Le sue caratteristiche sono a meta' tra quelle di un *bulge classico*, ovvero di un ellissoide molto concentrato senza rotazione (orbite caotiche), e quelle di uno *pseudo-bulge* che e' piu' simile ad un disco a causa della sua rotazione, appiattimento e concentrazione. Negli pseudo-bulge la loro formazione puo' essere avvenuta grazie alla barra centrale che ha catturato le stelle dal disco. La maggior parte delle stelle del bulge sono vecchie (> 12 miliardi di anni), benché ci siano anche stelle giovani. La metallicita' presenta una grande dispersione e troviamo stelle molto povere e molto ricche di metalli.

- **Popolazione di disco spesso**

La popolazione di disco spesso e' stata scoperta negli anni 1980-90s, grazie allo studio delle popolazioni stellari nei dintorni del Sole. Il disco spesso ruota, anche se piu' lentamente del disco sottile, e le orbite delle stelle non sono circolari ma nemmeno cosi ellittiche come quelle delle stelle di alone. Anche dal punto di vista chimico le stelle del disco spesso hanno caratteristiche intermedie tra quelle dell'alone e quelle del disco sottile. Le stelle del disco spesso sono vecchie (>12 miliardi di anni) e mostrano una sovrabbondanza di elementi alfa (O, Mg, Si, Ca) relativamente al ferro, in analogia con le stelle di alone (vedi capitoli successivi ed in particolare Capitolo 10), ma hanno un'abbondanza di Fe intermedia tra le stelle di alone e quelle di disco sottile. Lo spessore del disco spesso e' di circa 1.2 kpc alla distanza galattocentrica del sistema solare (circa 8.3 kpc, vedi capitoli successivi). Molti dischi spessi sono stati osservati anche in altre galassie spirali viste di taglio.

- **Popolazione di disco sottile**

Le stelle del disco sottile ruotano attorno al centro galattico in orbite circolari. Sono stelle sia vecchie che giovani e di contenuto metallico crescente a partire da quello delle stelle del disco spesso fino ad arrivare alla metallicita' solare (Popolazione I nella definizione di Baade). Il disco sottile ha uno spessore di 300 pc. Assieme al disco sottile di stelle si trova un disco ancora piu' sottile di idrogeno atomico neutro e di idrogeno molecolare. Il contenuto metallico delle stelle del disco sottile decresce con la distanza galattocentrica

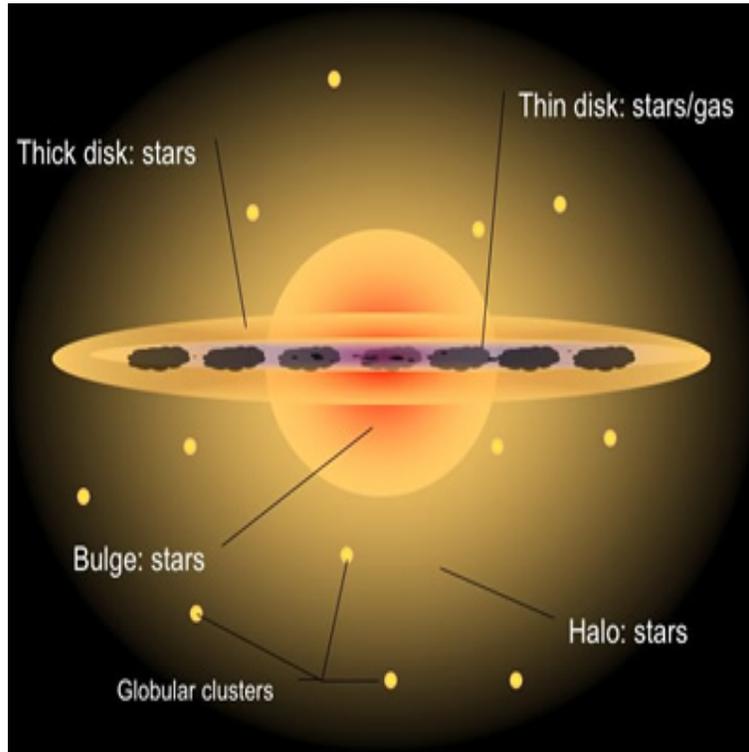


Figura 2.1: La nostra Galassia e le sue componenti

(gradienti di abbondanza). Il disco sottile di stelle si estende fino a circa 16 kpc dal centro galattico. Nel disco sottile le stelle giovani ed il gas e le polveri si trovano distribuiti lungo i cosiddetti bracci di spirale.

### 2.3.1 Evoluzione chimica

I primi a capire che le stelle piu' vecchie sono anche piu' povere di metalli e che esiste un generale processo di evoluzione chimica nella Galassia furono Eggen, Lynden-Bell & Sandage (1962) che scoprirono due correlazioni fondamentali: i) le stelle con piu' alto eccesso ultravioletto (ovvero le piu' povere di metalli) hanno orbite non-circolari ma fortemente eccentriche e ii) le stelle con un alto valore della componente delle velocita' nella direzione perpendicolare al piano galattico (componenti  $w$ ) sono generalmente piu' povere di metalli. In altri termini, le stelle vecchie, povere di metalli, si formarono a tutte le altezze dal piano galattico mentre quelle piu' ricche di metalli e piu' giovani si formarono solo vicino al piano galattico.

Tutto cio' li porto' a concludere che la Galassia si formo' grazie al collasso del gas e che le stelle si formarono mentre il gas collassava, trattenendo ancora oggi le proprieta' cinematiche di tale gas. Essi conclusero anche che il collasso della Galassia inizio' circa  $10^{10}$  anni fa e che dovette essere molto rapido ( $\sim 10^8$  anni). Questa conclusione derivo' dal fatto che il collasso, secondo loro, dovette essere piu' rapido del periodo di una rotazione galattica che e' circa  $2 \cdot 10^8$  anni, altrimenti la velocita' circolare delle stelle, che si formavano mentre il gas collassava, avrebbe dovuto essere maggiore di quella radiale e cosi' non si sarebbero mai formate le orbite altamente eccentriche delle stelle di alone. Ora sappiamo che il tempo scala per il collasso dell'alone dovette essere maggiore di  $10^8$  anni poiche' le differenze in eta' tra gli ammassi globulari galattici sono di almeno mezzo miliardo di anni, e che il tempo scala per formare il disco galattico dovette essere

stato di alcuni miliardi di anni (vedi Capitolo 10), pero' questo primo lavoro rimane tuttora una pietra miliare nella comprensione dell'evoluzione galattica.

## 2.4 La rotazione differenziale della Galassia

Oort e Lindblad scoprirono contemporaneamente la rotazione differenziale della Galassia che consiste nel fatto che le stelle piu' vicine al centro galattico impiegano meno tempo a fare un giro completo delle stelle piu' lontane, ovvero la velocita' angolare decresce al crescere della distanza. Il LSR si muove attorno al centro Galattico con una velocita' circolare dell'ordine di  $250K msec^{-1}$ . Questo significa che impiega circa  $2.3 \cdot 10^8$  anni per fare un giro completo attorno al centro galattico. Tale valore e' stato determinato relativamente a sistemi non-rotanti, quali gli ammassi globulari o le galassie esterne. Le velocita' casuali delle stelle del disco sono molto piccole relativamente al moto di rotazione del LSR attorno al centro galattico, pertanto si puo' assumere che le stelle del disco si muovano in pura rotazione attorno al centro Galattico, ovvero che i loro moti casuali nella direzione radiale ed in quella perpendicolare siano trascurabili.

### *Derivazione delle equazioni di Oort*

Data una stella S a distanza  $\bar{\omega}$  dal centro sia  $\omega(\bar{\omega})$  la sua velocita' angolare,  $R_o$  sia la distanza del LSR dal centro Galattico e  $\omega_o$  sia la velocita' angolare del LSR. Sia  $v_{circ}(\bar{\omega})$  la velocita' circolare della stella S con longitudine galattica  $l$  e distanza  $d$  dal LSR. Infine sia  $v_{circ}(R_o) = v_{\varphi_o}$ . Possiamo dividere  $v_{circ}(\bar{\omega})$  in due componenti, una radiale ed una trasversale (cioe' perpendicolare a quella radiale):

$$v_R = \omega(\bar{\omega})\bar{\omega} \cos \alpha - \omega_o R_o \sin l \quad (19)$$

$$v_T = \omega(\bar{\omega})\bar{\omega} \sin \alpha - \omega_o R_o \cos l \quad (20)$$

Attraverso la fig. 3 e grazie a noti teoremi di trigonometria si puo' scrivere:

$$v_R = (\omega - \omega_o)R_o \sin l \quad (21)$$

$$v_T = (\omega - \omega_o)R_o \cos l - \omega d \quad (22)$$

Se la stella S e' sufficientemente vicina a LSR si puo' sviluppare  $(\omega - \omega_o)$  in serie di Taylor trascurando i termini di ordine superiore al primo:

$$\omega - \omega_o = (d\omega/d\bar{\omega})(\bar{\omega} - R_o)$$

Sostituendo poi  $R_o$  con

$$R_o = \bar{\omega} + d \cos l$$

si ottiene:

$$v_R = Ad \sin 2l \quad (23)$$

$$v_T = Ad \cos 2l + Bd \quad (24)$$

dove  $A = -\frac{1}{2}R_o(d\omega/d\bar{\omega})_{R_o}$  e' la costante di Oort legata al tasso di distorsione ed indica chiaramente che la rotazione Galattica e' differenziale, cioe' che la velocita' angolare di rotazione e' inversamente proporzionale alla distanza dal centro Galattico.

$B = -\omega_o - \frac{1}{2}R_o(d\omega/d\bar{\omega})_{R_o}$  e' la seconda costante di Oort legata alla vorticita' del moto. Ricordiamo che le equazioni scritte sopra sono valide nei dintorni solari.

Le costanti di Oort si determinano da  $v_R/d = A \sin 2l$  graficando il valore  $v_R/d$  quando sia noto in funzione di  $\sin 2l$ , questo da' una sinusoide di ampiezza A. La costante B la si determina una volta nota A attraverso la misura dei moti propri, poiche'  $v_T = \mu d$ , dove  $\mu$  e' il moto proprio. I valori delle costanti di Oort sono:  $A = 14.4 kmsec^{-1} Kpc^{-1}$  e  $B = -12 kmsec^{-1} Kpc^{-1}$ , come stabilito dalla Unione Astronomica Internazionale (IAU) nel 1985, unitamente a  $v_{\varphi_o} = 220 kmsec^{-1}$  e  $R_o = 8.5 Kpc$ . E' interessante notare che la costante A misura il gradiente della curva di rotazione nei dintorni solari, mentre la costante B misura il gradiente di momento angolare nei dintorni solari.

### 2.4.1 La curva di rotazione Galattica dalla riga a 21 cm

Dallo spettro radio nella regione a 21 cm, guardando nella direzione di una certa longitudine galattica  $l$ , si vede uno spettro con righe di emissione allargate a causa dei moti interni del gas. Ogni picco corrisponde ad una nube di idrogeno neutro. Per maggiori dettagli sulla riga a 21 cm e sulla distribuzione del gas nella Galassia si rimanda al prossimo capitolo. Se assumiamo, correttamente, che il moto predominante di queste nubi sia quello circolare, si scrive:

$$v_R = (\omega - \omega_o)R_o \text{sen} l \quad (25)$$

Si puo' cosi' costruire la curva di rotazione della Galassia a distanze maggiori o minori di  $R_o$  grazie alla rotazione del gas. La velocita' radiale viene infatti misurata dall'effetto Doppler sulla riga a 21 cm,  $R_o$  e' nota, pertanto si deriva  $\omega(\bar{\omega})$  e  $v_{circ}$ . La curva di rotazione della Galassia cosi' ottenuta mostra che la velocita' di rotazione prima sale ripidamente, poi varia lentamente per un lungo intervallo di  $\bar{\omega}$ , il che implica che la Galassia e' un sistema rotante differenzialmente con velocita' angolare decrescente verso l'esterno. E' come pensare ad un'autostrada circolare con diverse corsie con diverse velocita' di scorrimento. Infatti, se la velocita' circolare e' quasi costante significa che la velocita' angolare diminuisce all'aumentare del raggio.

Modelli di massa per la nostra Galassia mostrano che per riprodurre la curva di rotazione osservata occorre supporre che ci sia un nucleo sferico centrale, un disco ed un alone massiccio. Tuttavia, la materia luminosa contenuta nell'alone Galattico e' solo una piccola percentuale di quella del disco, questo implica che la maggior parte della massa dell'alone e' *materia oscura*.

## 2.5 Cenni sulla struttura di spirale

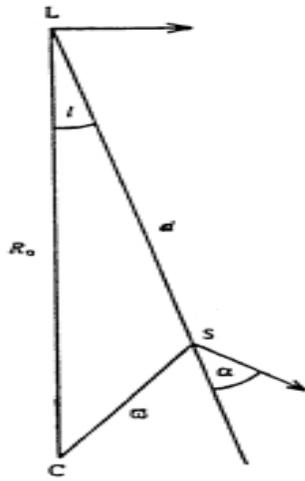
Il disco sottile della nostra Galassia presenta la tipica struttura di spirale, evidenziata otticamente dalla distribuzione delle stelle O e B e dalle regioni HII (idrogeno ionizzato) che le circondano. Le stelle O e B hanno vita molto breve, pertanto la struttura di spirale persistente nel tempo indica che il processo di formazione stellare e' un processo continuo nel disco Galattico.

La struttura di spirale non e' dovuta alla rotazione differenziale in se' e la materia che costituisce i bracci non e' sempre la stessa. Infatti se cosi' fosse, come mostrato in Fig. 4 gli avvolgimenti dei bracci spirali sarebbero moltissimi e non solo due come si osserva. Lin e Shu (1963) proposero la teoria dell'onda di densita' spirale per spiegare la struttura spirale delle galassie. La struttura di spirale altro non e' che un'onda di densita' mantenuta dall'autogravita' dovuta alla distribuzione della materia su larga scala nella Galassia. Pensiamo di nuovo all'autostrada Galattica, se ci sono lavori in corso in una corsia si crea un ingorgo, questa e' un'onda di densita' di macchine. Le macchine che si trovano nell'ingorgo ad istanti diversi sono sempre diverse e viaggiano a velocita' diverse dalla velocita' con cui i lavori procedono. Nella Galassia i lavori in corso sono perturbazioni del potenziale gravitazionale dovute al fatto che la distribuzione di materia nel disco non e' assisimmetrica. Queste perturbazioni creano dei contrasti di densita'(onde) che sono massimi la' dove si osservano i bracci di spirale. La velocita' angolare della struttura di spirale e' indipendente dalla distanza dal centro Galattico ed e' quindi diversa dalle velocita' angolari dovute alla rotazione differenziale.

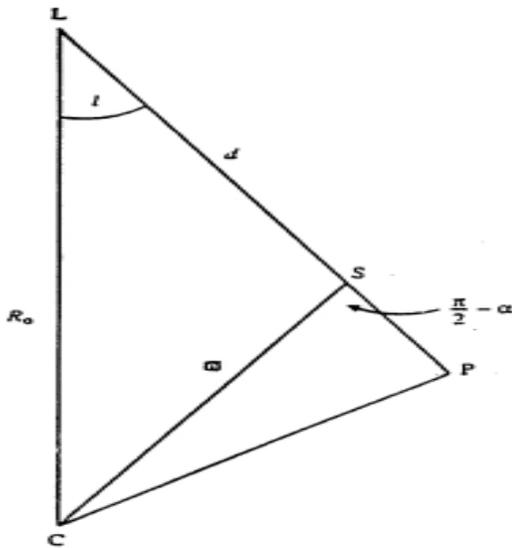
## 2.6 La legge di gravitazione universale

Newton capi' che la materia di per se' e' una sorgente di forza che influenza il moto di altra materia. In particolare, tale forza e' attrattiva: per masse puntiformi la forza di attrazione

Figure 3



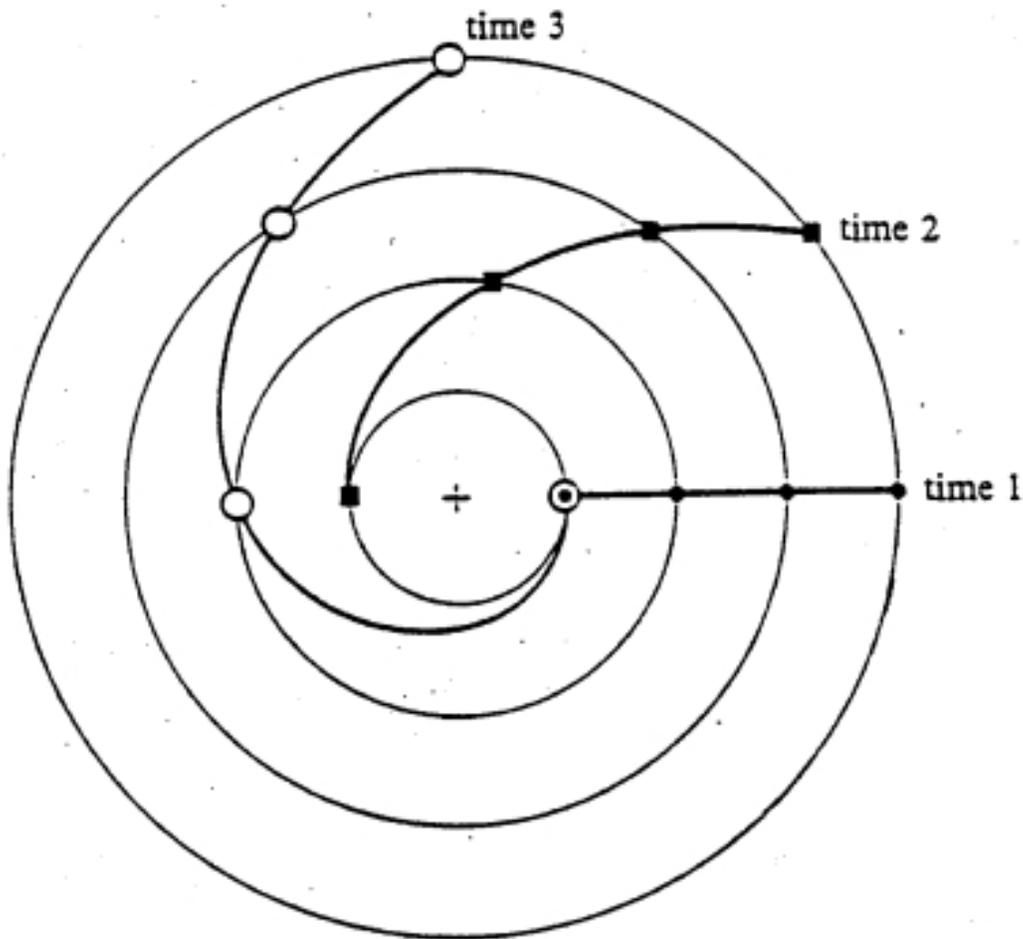
The position of the Local Standard of Rest, L, and a star, S, relative to the centre of the Galaxy C. The arrows indicate the circular motions of both L and S.



$$CP = R_0 \sin l = \tilde{\omega} \cos d$$

$$LP = R_0 \cos l = d + \tilde{\omega} \sin d$$

Figure 2.2: Local Standard of Rest



**Fig. 4** The winding dilemma associated with thinking of spiral arms as material alignments in a field of differential rotation. By the time ( $\sim 10^8$  yr) the innermost gas cloud has completed one circle of rotation, an originally straight arm would have added almost a complete turn. Since spiral galaxies are likely to be  $10^{10}$  years old, this picture cannot account for the observed spiral structures.

Figura 2.3: Il dilemma dell'avvitamento dei bracci di spirale

gravitazionale e' diretta lungo la linea dei centri e varia come il prodotto delle due masse diviso per il quadrato della loro distanza di separazione:

$$F_{1,2} = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \quad (26)$$

dove  $G = 6.67 \cdot 10^{-8} gm^{-1}cm^3sec^{-2}$  e' la costante di gravitazione universale. Qualche volta nella (26) viene posto il segno meno al membro di destra per indicare che e' una forza di attrazione.

Per masse non puntiformi vale il teorema di Gauss: *l'attrazione gravitazionale di un corpo sferico e' la stessa che eserciterebbe se tutta la sua massa fosse concentrata in un unico punto al suo centro.*

Supponiamo di avere una distribuzione di materia caratterizzata da una densita' di massa  $\rho$  che puo' essere una funzione arbitraria dello spazio e del tempo. Sia  $g$ , anch'esso funzione di  $x$  e  $t$ , il campo gravitazionale che deriva dalla distribuzione di massa. Se costruiamo un volume arbitrario  $V$  e sia  $A$  l'area della superficie del volume  $V$ , chiamiamo  $g_p$  la componente di  $g$  perpendicolare ad ogni punto sulla superficie e diretta verso l'interno. Sia  $\langle g_p \rangle$  la media di  $g_p$  sulla area  $A$ , il teorema di Gauss afferma che:

$$\langle g_p \rangle A = 4\pi GM \quad (27)$$

La (26) e la (27) sono equivalenti dal punto di vista matematico ma la (27) consente di scegliere una qualunque distribuzione di massa  $\rho(x, t)$  e la forma del volume  $V$  in maniera completamente arbitraria. Se consideriamo ora un volume  $V$  sferico di raggio  $r$  maggiore del raggio  $R$  della massa considerata,  $g$  sara' costante ovunque e si potra' scrivere:

$$g = 4\pi GM/A = GM/r^2 \quad (28)$$

poiche  $4\pi r^2$  e' l'area di una sfera. La conservazione dell'energia: e' possibile provare che per due punti massa (o corpi sferici) isolati l'energia totale (energia cinetica + gravitazionale) si conserva nel tempo:

$$E = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 + \left(-\frac{Gm_1m_2}{r}\right) = costante \quad (29)$$

dove  $r$  e' la separazione tra i due corpi. La quantita'  $\left(-\frac{Gm_1m_2}{r}\right)$  e' l'energia potenziale del sistema. Durante il moto dei due corpi l'energia cinetica si puo' trasformare in energia gravitazionale e viceversa ma la somma rimane sempre costante nel tempo. Quando  $E > 0$  diciamo che il sistema e' slegato, mentre quando  $E < 0$  diciamo che il sistema e' legato. Le orbite di sistemi non legati sono iperbole e quelle di un sistema legato sono ellissi. I casi di transizione ( $E=0$ ) sono parabole.

### 2.6.1 Il teorema del Viriale

Consideriamo  $N$  punti massa interagenti solo attraverso la mutua attrazione gravitazionale. Sia  $m_i$  la massa  $i$ -esima alla posizione  $(x_i, y_i, z_i)$  al tempo  $t$ . Le equazioni del moto per una massa  $m_i$  sotto l'influsso dell' attrazione di tutte le altre particelle sono:

$$\begin{aligned} m_i \ddot{x}_i &= \frac{\sum_{j \neq i} Gm_i m_j (x_j - x_i)}{[(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2]^{3/2}} \\ &= \frac{\sum_{j \neq i} Gm_i m_j (x_j - x_i)}{r_{ij}^3} \\ m_i \ddot{y}_i &= \frac{\sum_{j \neq i} Gm_i m_j (y_j - y_i)}{r_{ij}^3} \end{aligned}$$

$$m_i \ddot{z}_i = \frac{\sum_{j \neq i} G m_i m_j (z_j - z_i)}{r_{ij}^3} \quad (30)$$

dove  $r_{ij}$  e' la distanza tra  $m_i$  ed  $m_j$  e  $\frac{(x_j - x_i)}{r_{ij}}$  e' la componente  $x$  di  $f$  (forza) nella direzione  $r_{ij}$ . Consideriamo per prima la parte sinistra delle equazioni (30). Dopo aver moltiplicato ogni equazione per la coordinata spaziale corrispondente e sommato su tutte le  $i$  si ottiene:

$$\sum_i m_i (x_i \ddot{x}_i + y_i \ddot{y}_i + z_i \ddot{z}_i) = \frac{d}{dt} \sum_i m_i (x_i \dot{x}_i + y_i \dot{y}_i + z_i \dot{z}_i) - \sum_i m_i (\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2 + \dot{z}_i^2) \quad (31)$$

Si nota subito che l'ultimo termine di destra nella (31) altri non e' che  $2T$ , dove  $T$  e' l'energia cinetica del sistema. Il primo termine della parte destra puo' invece essere riscritto come:

$$\sum_i m_i (x_i \dot{x}_i + y_i \dot{y}_i + z_i \dot{z}_i) = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \sum_i m_i (x_i^2 + y_i^2 + z_i^2)$$

e  $\sum_i m_i (x_i^2 + y_i^2 + z_i^2)$  altri non e' che il momento d'inerzia  $I$  del sistema. Consideriamo adesso la parte destra delle equazioni (30). Per ogni due particelle questo termine conterra' un termine  $\frac{G m_i m_j x_i (x_j - x_i)}{r_{ij}^3}$  e un termine  $\frac{G m_j m_i x_j (x_i - x_j)}{r_{ij}^3}$ . Questi, a loro volta, si sommano per dare  $-G m_i m_j (x_i - x_j)^2 / r_{ij}^3$  e quando questo ultimo termine e' aggiunto ai due termini in  $y$  e  $z$ , il numeratore contiene  $r_{ij}^2$  che si cancella con  $r_{ij}^2$  al denominatore. Il risultato netto e' che il contributo totale dell'interazione tra  $m_i$  ed  $m_j$  e':

$$-G m_i m_j / r_{ij}$$

ma questi altri non e' che l'energia gravitazionale reciproca tra due particelle. La somma di tutte le coppie da'

$$- \sum_{i,j \neq i} G m_i m_j / r_{ij} = \Omega$$

che e' l'energia potenziale del sistema. Le equazioni (30) alla fine diventano:

$$\frac{1}{2} \frac{d^2 I}{dt^2} = 2T + \Omega \quad (32)$$

che e' la forma generale del **teorema del Viriale**, valida per un sistema le cui proprieta' possano cambiare nel tempo. Per un sistema le cui proprieta' non variano nel tempo si avra':

$$2T + \Omega = 0 \quad (33)$$

Notiamo che l'energia totale del sistema e':

$$E = T + \Omega = \Omega/2 \quad (34)$$

*Applicazione del teorema del Viriale a sistemi sferici.* L'energia potenziale di un sistema sferico e':

$$\Omega = -\alpha G M^2 / R \quad (35)$$

$\alpha$  dipende dalla distribuzione della materia ed e' generalmente dell'ordine dell'unita'. Inoltre:

$$T = 1/2 M \langle v^2 \rangle \quad (36)$$

Applicando il teorema del Viriale si ha:

$$M \langle v^2 \rangle - \alpha G M^2 / R = 0 \quad (37)$$

La velocità media del sistema si ricava dalle espressioni precedenti:

$$\langle v \rangle = \sqrt{\alpha GM/R} \quad (38)$$

ed è approssimativamente la velocità di fuga dal sistema definita dalla (12):

$$v_{esc} = \sqrt{2GM/R}$$

Se un sistema sferico autogravitante si contrae da riposo e finalmente raggiunge uno stato in cui il teorema del Viriale valga ( $2T + \Omega = 0$ ), allora il suo raggio deve essere minore o uguale alla metà del suo raggio iniziale. Infatti, se non c'è perdita di energia (dissipazione) possiamo uguagliare l'energia totale iniziale a quella finale del sistema:

$$\frac{\alpha GM^2}{R_{in}} = \frac{1}{2} \frac{\alpha GM^2}{R_{fin}} \quad (39)$$

Nella realtà ci sarà perdita di energia così che il segno di uguale si sostituisce con il segno di  $\leq$ , così che :

$$R_{fin} \leq R_{in}/2 \quad (40)$$

Notare che questa dimostrazione non è rigorosa poiché  $\alpha$  non è stato provato essere costante.

## Capitolo 3

# LE GALASSIE ESTERNE

### 3.1 La determinazione delle masse delle galassie

La determinazione delle masse delle galassie e' importante per capire i meccanismi che le hanno fatte formare ed evolvere e per misurare la densita' attuale dell'universo,  $\Omega_{univ} = \frac{3H_0^2}{8\pi G\rho}$ , ovvero il rapporto tra la densita' di massa reale e la densita' richiesta per chiudere l'universo.

#### 3.1.1 Derivazione semplice della massa della Galassia

Una semplicissima applicazione del teorema del Viriale e' la derivazione della massa della nostra Galassia, ovvero della massa interna al circolo solare. Noi conosciamo la velocita' rotazionale del sistema di riferimento locale di quiete, quindi possiamo scrivere l'energia cinetica come:

$$2T = v_{rot}^2 M_G$$

d'altra parte l'energia potenziale sara':

$$\Omega = -GM_G^2/R_o$$

dove  $R_o$  e' la distanza del Sole dal centro Galattico. Applicando il teorema del Viriale si ottiene:

$$M_G = v_{rot}^2 R_o / G$$

Sostituendo i valori numerici si ottiene:

$$M_G = 1.3 \cdot 10^{11} M_\odot$$

che e' una stima approssimata della massa Galattica poiche' abbiamo fatto l'ipotesi che la velocita' di rotazione sia costante al variare della distanza, cosa non vera nel centro. Tuttavia tale stima approssimata e' in buon accordo con stime piu' raffinate.

La massa delle varie componenti Galattiche e':

$$M_{halo} = 5 \cdot 10^9 M_\odot$$

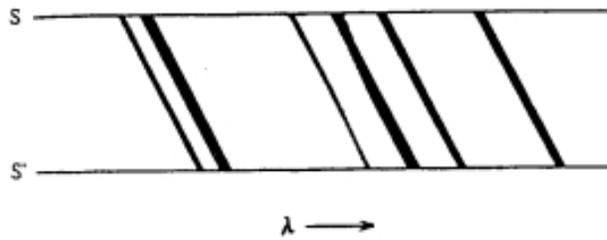
$$M_{disco} = 6 \cdot 10^{10} M_\odot$$

$$M_{bulge} = 2 \cdot 10^{10} M_\odot$$

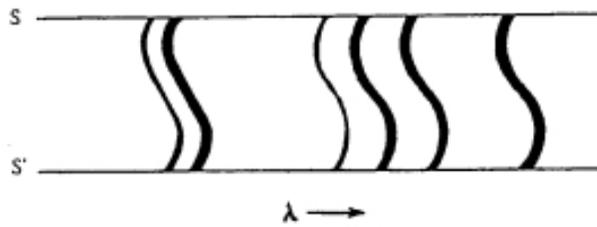
Figure 5



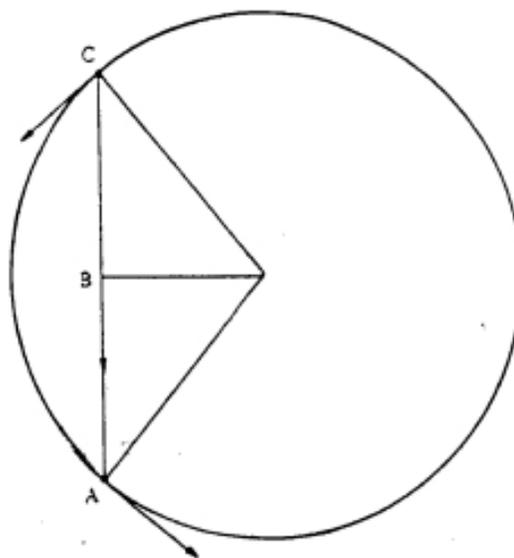
The measurement of a galactic rotation curve. The image of the major axis of the galaxy is aligned along the spectrograph slit SS'.



The spectrum of a uniformly rotating galaxy.



The spectrum of a differentially rotating galaxy.



A spiral galaxy is rotating in the sense shown by the arrows at A and C. An observer viewing the galaxy edge-on receives radiation from the line ABC, which appears as one point on the apparent galactic disk.

### 3.1.2 Masse di sistemi sferici

La curva di rotazione delle ellittiche e' molto difficile da ottenere poiche' i moti random non sono trascurabili relativamente ai moti ordinati. Le masse delle ellittiche vengono derivate dalla dispersione totale delle velocita', adottando il teorema del Viriale:

$$M\sigma_{tot}^2 = G \int_0^R \frac{M(R)dM}{R} \quad (41)$$

dove  $\sigma_{tot}$  e' la dispersione di velocita' totale. Infatti se assumiamo che l'asse  $x$  coincida con la linea di vista, la relazione tra  $\sigma_x$  che e' la quantita' misurata e la  $\sigma_{tot}$  e':

$$\sigma_x = \frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_{tot}$$

avendo assunto che:

$$\langle \sigma_x^2 \rangle = \langle \sigma_y^2 \rangle = \langle \sigma_z^2 \rangle \quad (42)$$

Nel caso in cui il sistema sia sferico si ha che l'energia potenziale  $\Omega = -\frac{\alpha GM^2}{R_e}$ , pertanto la massa del sistema sara':

$$M = \frac{\langle \sigma_{tot}^2 \rangle R_e}{\alpha G} \quad (43)$$

dove  $R_e$  e' il raggio di meta' luce o *raggio effettivo*.

In generale si trova osservativamente che il raggio di meta' luce e' minore del raggio gravitazionale, in particolare  $R_e = 0.4R_t$ , dove

$$R_t = \frac{\alpha GM^2}{\Omega} \quad (44)$$

e' il raggio gravitazionale.

#### Masse delle ellittiche e relazione Faber-Jackson

Scriviamo di nuovo il potenziale gravitazionale di un corpo sferico:

$$\Omega = -\frac{\alpha GM^2}{R_e}$$

dove  $\alpha = 3/5$  per un corpo a densita' costante. Scriviamo ora anche l'energia cinetica:

$$T = \frac{3}{2}M\sigma^2$$

con  $\sigma$  dispersione di velocita' in una dimensione. Applicando il teorema del Viriale ( $2T+\Omega=0$ ) otteniamo:

$$\sigma^2 = \frac{1}{5} \frac{GM}{R_e}.$$

Se il rapporto  $M/L$  e' costante si puo' scrivere  $M \propto L$  e quindi:

$$R_e \propto \frac{LG}{\sigma^2}.$$

Se  $B = L/4\pi R_e^2$  e' la brillanza superficiale, possiamo scrivere:

$$L = 4\pi R_e^2 B \propto 4\pi \left(\frac{LG}{\sigma^2}\right)^2 B$$

e pertanto:

$$L \propto \frac{\sigma^4}{4\pi G^2 B}$$

ovvero:

$$L \propto \sigma^4$$

che e' la nota relazione di Faber-Jackson. Questo implica che la relazione di Faber-Jackson e' intimamente collegata al teorema del Viriale.

### 3.1.3 Masse di Galassie Binarie

In teoria si potrebbero derivare da elementi orbitali, in pratica non si puo' poiche' ignoriamo l'inclinazione della linea che congiunge le due galassie alla linea di vista. La formula del Viriale in questo caso produce una massa minima,  $M_T = \frac{v^2 R}{2G}$ , dove  $R$  e' la distanza tra le due galassie, la massa vera del sistema totale sara':

$$M_T = \frac{v^2 R}{2G} \frac{1}{\cos^3 i \cos^2 \varphi} \quad (45)$$

dove  $i$  e' l'angolo tra le galassie ed il piano del cielo,  $\varphi$  e' l'angolo tra la velocita' orbitale vera ed il piano definito dalle due galassie e dall'osservatore.

### 3.1.4 Masse di Gruppi ed Ammassi di Galassie

L'energia cinetica di un gruppo o ammasso di galassie e' data da:

$$T_{clus} = \frac{3}{2} M_{clus} \langle \sigma_R^2 \rangle \quad (46)$$

dove  $\sigma_R$  e' la dispersione di velocita' lungo la linea di vista.

L'energia potenziale e':

$$\Omega_{clus} \simeq - \frac{\alpha G M_{clus}^2}{R_{clus}} \quad (47)$$

dove  $R_{clus}$  e' il raggio dell'ammasso opportunamente misurato. Da queste misure si ottiene che:

$$M_{clus} = 10^{15} h^{-1} M_{\odot} \quad (48)$$

da queste stime si ottiene che:

$$\Omega_{Univ} = 0.2 - 0.4 \quad (49)$$

### 3.1.5 Derivazione della Massa delle Galassie Spirali

La massa delle galassie spirali si deriva generalmente dalle loro curve di rotazione. Per osservare la rotazione e' necessario che la galassia sia di taglio o quasi cosi' che si abbia un moto non trascurabile verso e via dall' osservatore. Si prende poi lo spettro della luce integrata di tutta la galassia facendo si' che la fenditura dello spettroscopio sia allineata con l'asse maggiore della galassia. Infatti se S e' un estremo della galassia e viene verso di noi, S' al suo opposto si muovera' via da noi, pertanto le righe spettrali non saranno diritte a causa dei diversi spostamenti Doppler di S ed S' (vedi figura 5). Dallo spettro e' poi semplice ricavare la velocita' di rotazione reale applicando una correzione dovuta all'inclinazione della galassia che non sara' mai perfettamente di taglio. L'inclinazione viene dedotta dal rapporto tra gli assi maggiore e minore che sarebbe zero se la galassia fosse esattamente di taglio. Le righe che si osservano sono allargate a causa dei moti stellari. Tuttavia nelle spirali il moto ordinato e' molto maggiore dei moti casuali, pertanto si possono trovare righe sufficientemente strette da consentire una buona determinazione della curva di rotazione. La curva di rotazione, come abbiamo gia' visto, si determina dalla riga radio a 21 cm, ma la si puo' derivare anche dalla riga  $H_\alpha(6563A)$  proveniente da regioni III.

Le curve di rotazione delle galassie spirali sono simili a quella della nostra Galassia, cioe' sono differenziali e non Kepleriane a grandi distanze. Le curve di rotazione sarebbero Kepleriane ( $v_{circ} \propto 1/\sqrt{R_G}$ ) se la distribuzione di materia seguisse quella della luce (esponenziale). Poiche' le curve sono invece piatte a grandi distanze cio' implica che M/L cresce all' aumentare della distanza dal centro galattico. Questa e' la prova piu' stringente dell'esistenza di materia oscura nelle galassie spirali.

Una stima rozza della massa del Viriale sia per la nostra Galassia che per galassie esterne da':

$$M = \frac{v_{rot}^2 R}{2G} \quad (50)$$

dove  $v_{rot}$  e' la velocita' di rotazione all'ultimo punto che racchiude la massa che si vuol misurare. Questo vale per una distribuzione sferica se si vuole tenere conto della struttura a disco ci vogliono modelli piu' raffinati. Si puo' tuttavia dimostrare che per la nostra Galassia la stima rozza della massa viriale e le stime piu' raffinate differiscono di solo un fattore 2. Pertanto la massa viriale e' una stima accettabile della massa della nostra Galassia. Generalmente, per avere una stima piu' raffinata si deve avere un'idea del potenziale galattico e poi attraverso l'equazione di Poisson:

$$\nabla^2 \varphi = -4\pi G \rho \quad (51)$$

si deduce la densita' di volume della materia. La componente del campo gravitazionale nella direzione  $\bar{\omega}$  e' data dalla velocita' circolare:

$$-g_{\bar{\omega}} = v_{\varphi}^2 / \bar{\omega} \quad (52)$$

Occorre quindi determinare la componente nella direzione  $z$ ,  $g_z$ . Cio' viene fatto per i dintorni solari studiando i moti perpendicolari di alcuni campioni di stelle. In questo modo si determina il limite di Oort, ovvero, la densita' di volume della materia nei dintorni del sole. Tale limite sembra essere il doppio della densita' di materia che si deduce dalle masse visibili (stelle, gas e resti quali le nane bianche). Tuttavia recentemente e' stato suggerito che il limite di Oort dipende dal campione di stelle studiato e che se si misura la densita' superficiale invece che quella di volume non esiste alcun problema di massa mancante (Kujiken e Gilmore, 1989). Pertanto la questione non e' ancora risolta.

## 3.2 I rapporti M/L e la materia oscura

Indichiamo con materia oscura ogni forma di materia la cui esistenza ci sia indicata dai suoi effetti gravitazionali. Un modo per verificare la presenza di materia oscura e' dato dalla misura del rapporto M/L.

*I dintorni solari*

La misura del rapporto  $M/L_V$  minimo nei dintorni solari, cioe' del rapporto tra materia identificabile otticamente (stelle vive, gas e nane bianche) e luminosita' da':

$$\gamma_{min} = (M/L_V)_{min} \simeq 3.3M_{\odot}/L_{\odot}$$

Dalle misure dinamiche appena discusse nel paragrafo precedente [eq. (51) e (52)] si ottiene il limite di Oort, ovvero il seguente valore per il rapporto massa/luminosita':

$$\gamma_{dyn} = (M/L_V)_{dyn} \simeq 5M_{\odot}/L_{\odot}$$

Il che significa che la stima dinamica indica che c'e' circa il 50% in piu' di materia oscura. Tale materia oscura potrebbe essere semplicemente data da buchi neri e/o stelle di piccolissima massa, stelle mancate, dette anche "nane nere" (oggetti di massa inferiore a  $\simeq 0.8M_{\odot}$ ). Ricordiamo pero' che la questione della massa mancante nei dintorni solari e' controversa.

### 3.2.1 Il rapporto M/L delle ellittiche

Il rapporto M/L si puo' misurare direttamente nei nuclei delle ellittiche confrontando i profili di luminosita' osservati, in particolare la brillantezza superficiale  $I(R)$ , e i profili di dispersione di velocita' osservati  $\sigma(R)$  con una sfera isoterma. Da tali studi si ottiene che il valor medio di  $(M/L_V)_{core} = 12hM_{\odot}/L_{\odot}$ . Questi rapporti non appaiono molto diversi dal valore nei dintorni solari, soprattutto se si apportano alcune correzioni al valore solare, come togliere il contributo delle stelle giovani e del gas interstellare. Questi rapporti indicano pertanto che non dovrebbe esserci molta materia oscura (se c'e') nei nuclei delle ellittiche. Recenti studi hanno mostrato che il rapporto M/L sembra non cambiare nelle ellittiche fino a circa  $2R_e$  con l'eccezione forse di alcuni oggetti particolarmente massivi. Tuttavia anche su questo punto non c'e' ancora accordo tra diversi autori. Una indicazione indipendente della presenza della materia oscura nelle ellittiche viene dallo studio dei loro aloni-X. La maggior parte delle ellittiche contiene infatti  $10^{10} - 10^{11}M_{\odot}$  di gas caldo che emette nella banda X. Questo gas sembra estendersi fino a 50Kpc e la sua origine piu' probabile e' stellare. I raggi X che vengono misurati sono fotoni del continuo emessi da un gas a temperatura di  $\simeq 10^7K$  che raffredda attraverso il processo di emissione libero-libero (vedi paragrafi seguenti). La sorgente principale di energia che riscalda il gas sono le supernovae. In una galassia a simmetria sferica, l'equilibrio idrostatico implica:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM(r)\rho}{r^2}$$

dove P e' la pressione e  $\rho$  e' la densita'.  $M(r)$  e' la massa contenuta entro il raggio r. Usando la legge dei gas perfetti  $P = \frac{\rho kT}{\mu_m m_H}$  si ottiene:

$$M(r) = \frac{kTr}{G\mu_m m_H} \left[ -\frac{d \ln \rho}{d \ln r} - \frac{d \ln T}{d \ln r} \right] \quad (53)$$

dove  $\mu_m$  indica il peso molecolare medio del gas (vedi in seguito) ed  $m_H$  la massa del protone. Pertanto se misuriamo  $T(r)$  e  $\rho(r)$  possiamo ottenere  $M(r)$ . Mapped X di galassie ellittiche sono state ottenute col satellite Einstein; per la galassia M87 si e' derivato che  $M(r)$  cresce linearmente con r fino a piu' di 300 Kpc e  $M(< 300Kpc) \simeq 3 \cdot 10^{13}M_{\odot}$ . Il rapporto M/L che se ne deriva e'  $750M_{\odot}/L_{\odot}$ !! Cio' implica che il 99% della massa di M87 e' sotto forma di materia oscura!

### 3.3 Proprieta' delle popolazioni stellari delle galassie ellittiche

Esiste un *piano fondamentale* per le galassie ellittiche nello spazio tridimensionale definito da dispersione di velocita' centrale  $\sigma_o$ , brillanza superficiale  $I_e$  al raggio  $r_e$  e raggio effettivo  $r_e$ . L'esistenza del piano fondamentale puo' essere pensata come conseguenza del teorema del Viriale, ma la precisa inclinazione del piano nello spazio tridimensionale dipende dalla variazione sistematica di M/L con L (vedi figura 6a di Bender et al. 1992). L'esistenza di tale piano non e' ormai piu' in discussione ma lo sono ancora la sua pendenza ed il suo punto zero. Diversi tipi di popolazioni stellari popolano regioni diverse del piano fondamentale. L'esistenza del piano fondamentale implica che le proprieta' delle galassie ellittiche necessitano di almeno due parametri per essere descritte. Consideriamo la dispersione di velocita' centrale e la brillanza superficiale; il primo parametro e' chiaramente legato alla profondita' della buca di potenziale, mentre il secondo e' legato alla densita' proiettata del materiale luminoso. Il piano fondamentale puo' essere visto sotto due angolazioni diverse, di faccia e di taglio, a seconda degli assi che si considerano. Visto di taglio il piano fondamentale mostra di avere uno spessore molto piccolo; questa piccola dispersione indica inequivocabilmente che il processo di formazione delle galassie deve essere stato molto regolare e quindi contraddice le teorie secondo le quali le galassie dovrebbero essersi formate per aggregazione di sottounita' (mergers) in un processo fondamentalmente casuale che avviene in un lungo intervallo di tempo. Il piano fondamentale ci da' pertanto preziose indicazioni su come si possano essere formate le galassie che lo popolano. Analizziamo i fattori che principalmente influenzano l'evoluzione galattica: la dissipazione di energia, l'accrescimento o coalescenza di materia, la formazione stellare, la perdita di massa indotta dall'energia depositata dalle supernovae (venti galattici) e lo "stripping" di gas ad opera di "ram-pressure". A seconda della posizione delle popolazioni stellari sul piano fondamentale si puo' capire quale di questi fenomeni ha maggiormente influenzato l'evoluzione della galassia a cui appartengono (vedi figure 6a,b prese da Bender et al. 1992).

I dati piu' rilevanti che si conoscono per le popolazioni stellari delle galassie ellittiche sono:

-le popolazioni stellari nelle ellittiche giganti, come indicato dai loro spettri visibili in Figura 7 ed in Figura 8 (pannello superiore), sono vecchie benché ci sia un generale disaccordo su cosa significhi "vecchio" o anche sul fatto se tutte le ellittiche abbiano la stessa eta' (di fatto, il piccolo spessore del piano fondamentale indicherebbe coevita', vedi anche Capitolo X).

-Le ellittiche piu' luminose hanno righe metalliche di assorbimento piu' forti: l'indicatore di metallicita' (centrale)  $M_{g2}$  si correla molto bene con la dispersione di velocita' centrale  $\sigma_o$  (ovvero con la massa) e con la luminosita' L ed il colore  $(B - V)_o$  centrale. La relazione  $M_{g2}$  vs.  $\sigma_o$  e' praticamente una relazione massa-metallicita'. L'interpretazione classica di tale relazione, mostrata in Figura 6b, e' che sia dovuta ai venti galattici che avvengono preferenzialmente in oggetti di piccola massa sottraendo cosi' metalli.

-La metallicita' e' la causa primaria della differenza tra i colori integrati delle galassie ellittiche, benché l'eta' puo' influenzare i colori integrati. Il problema della degenerazione eta'/metallicita' e' ancora non completamente risolto. Le deviazioni dai rapporti solari sono anche molto importanti ed influiscono sui colori integrati. A tal proposito va ricordato che recentemente e' stato suggerito, da confronti tra indici di metallicita' sintetici ed osservati, che il rapporto  $[Mg/Fe]_o > 0$  nei nuclei delle giganti ellittiche e che tale rapporto cresce al crescere della luminosita' (si definisce  $[Mg/Fe] = \log(Mg/Fe)_* - \log(Mg/Fe)_\odot$  il rapporto tra le abbondanze di Mg e Fe relativamente al sole, il sole per definizione ha  $[Mg/Fe] = 0.0$ ). Questa relazione e' mostrata nella Figura 8 bis. Questa figura mostra i dati osservativi (punti pieni) e le previsioni di un modello che assume la formazione delle ellittiche come continua e dove le ellittiche piu' massicce si formano per ultime. La figura e' di Thomas et al. (2002). Sull'interpretazione di questi dati ritorneremo estesamente piu' avanti.

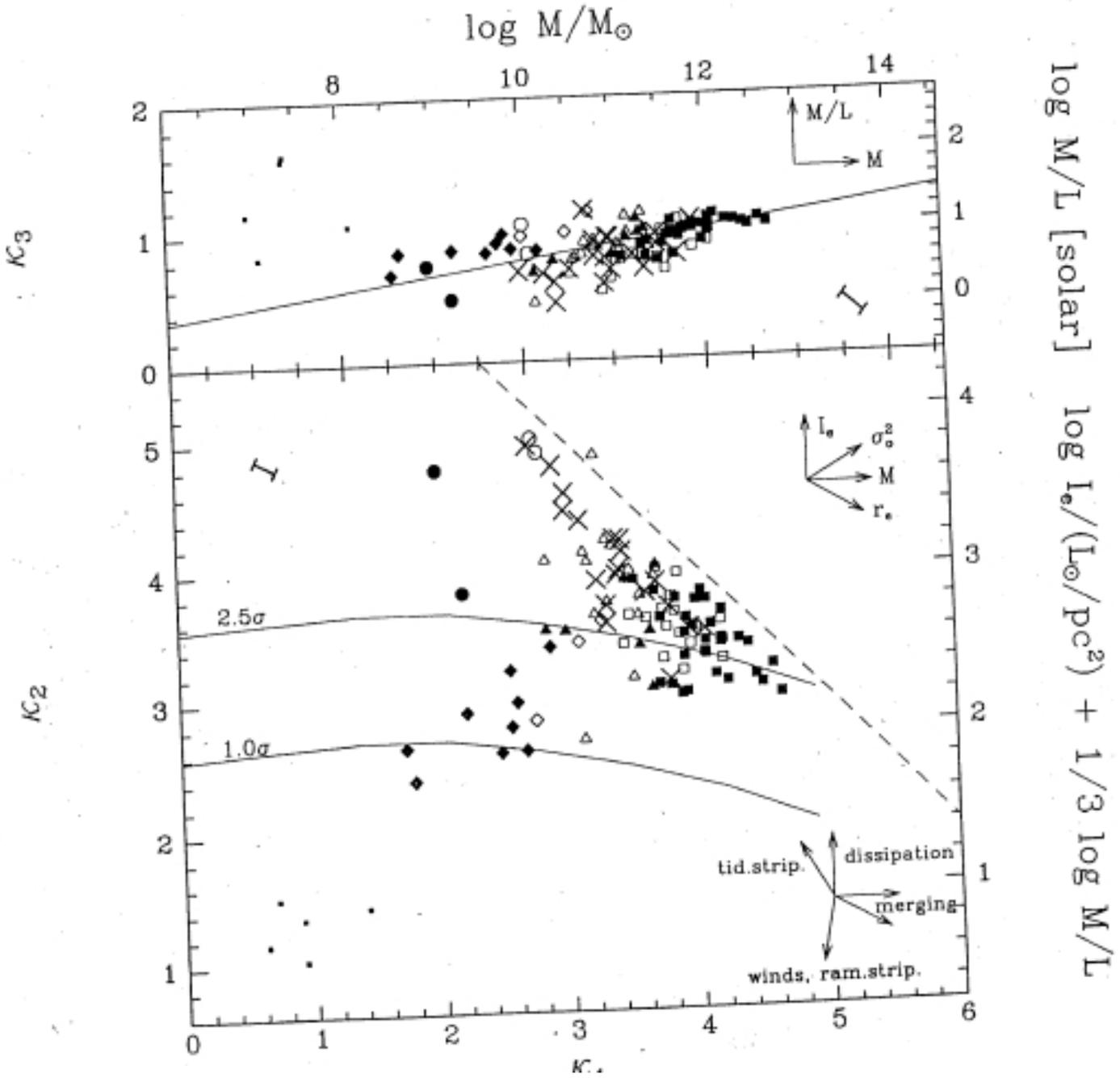


Figura 3.2: Il piano fondamentale delle ellittiche

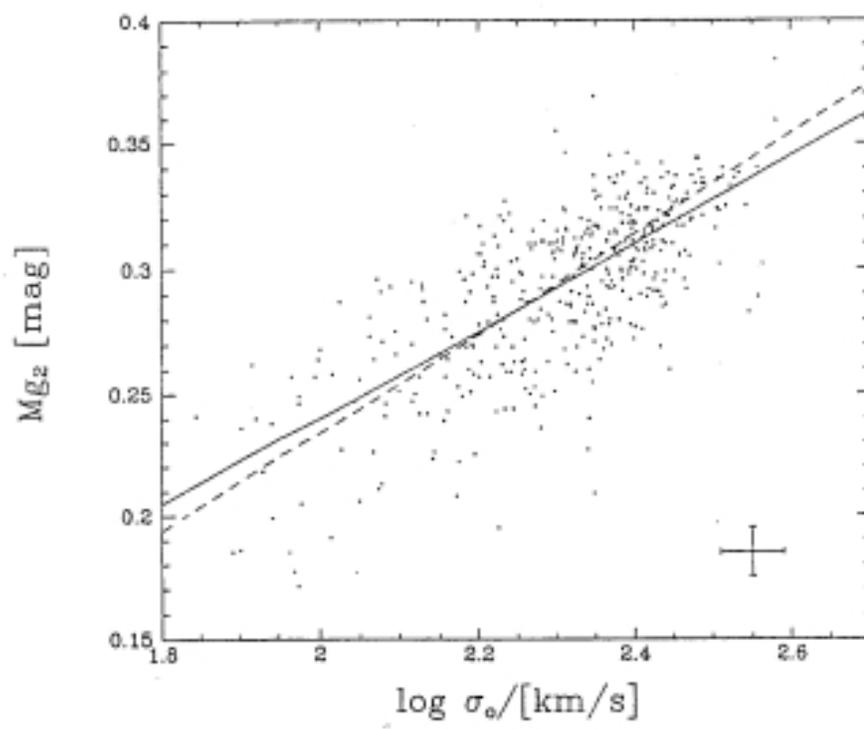


Figura 6b

Figura 3.3: La relazione massa-metallicita' delle ellittiche

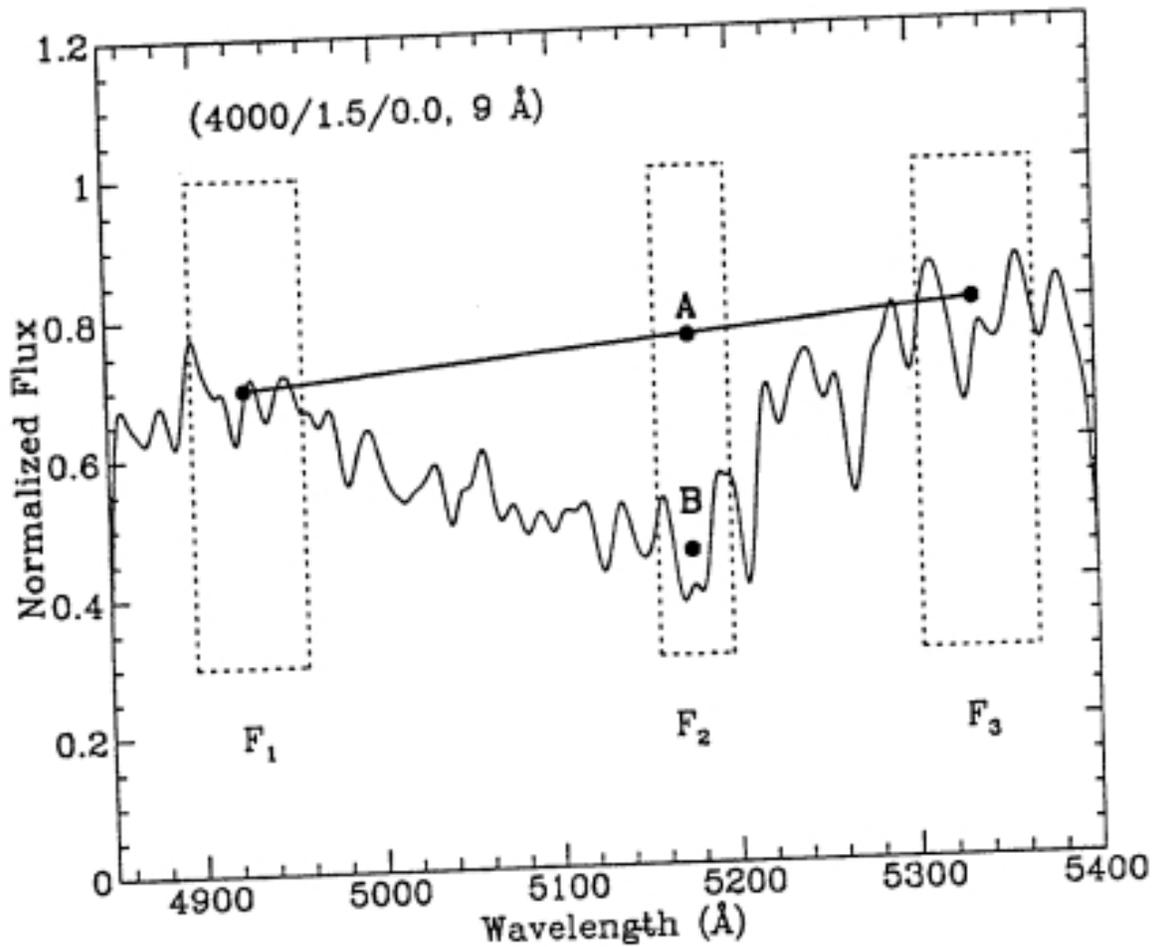


Fig. 7 Definition of a spectral index. The three bands defining the  $Mg_2$  index are shown inside the dotted boxes; the straight solid line represents the pseudocontinuum. An index is measured by comparing the flux in the pseudocontinuum (A) and the average flux in the central bandpass (B).

Figura 3.4: Definizione degli indici di metallicità per le ellittiche

-C'è una dispersione intrinseca nella relazione  $M_{g2} - \sigma_o$  dovuta ad oggetti che presentano anomalie nell'ottico, quali anelli, piume etc..

-Esistono gradienti di metallicità dentro le galassie (misurati da indicatori di metallicità e da colori) e sono correlati con la velocità di fuga locale. Tali gradienti vengono dedotti sia da gradienti nei colori che da gradienti negli indici di metallicità (vedi più avanti).

Una delle caratteristiche più importanti delle galassie ellittiche è che esse rivelano la presenza di gradienti di metallicità. Infatti, sia i colori diventano più blu con l'aumentare della distanza galattocentrica sia gli indicatori di metallicità diventano più deboli. Tuttavia bisogna tenere presente che sia i colori che gli indicatori di metallicità sono influenzati non solo dalla metallicità ma anche dall'età delle popolazioni stellari stesse, così che non si possono avere conclusioni definitive sull'esistenza di gradienti metallici nelle ellittiche. L'importanza di stabilire la presenza o meno di gradienti di metallicità sia nelle galassie ellittiche che nei dischi delle spirali (in questi ultimi le abbondanze si misurano da regioni HII, nebulose planetarie e stelle O,B) risiede nel fatto che i gradienti ci danno indicazioni sul meccanismo di formazione galattica. Per esempio, se un oggetto si è formato molto rapidamente e senza dissipare energia non dovremmo aspettarci un gradiente poiché in tal caso tutte le stelle si sono formate più o meno allo stesso tempo, viceversa in un processo lento con dissipazione di energia ci aspettiamo che le generazioni stellari successive alla prima si formino con un ritardo rispetto alle precedenti così da formarsi da un gas che ha avuto tempo di arricchirsi chimicamente. Un modo semplice per visualizzare la formazione dei gradienti è immaginarsi che si formino più rapidamente le regioni centrali di quelle periferiche, dando così origine a differenze nel contenuto metallico.

Esiste anche una correlazione tra i gradienti di colore (in particolare, (B-R) ed (U-R)) e la velocità locale di fuga dentro le galassie ellittiche. Se interpretiamo i gradienti di colore come dovuti in massima parte a variazioni di metallicità, questo risultato ci suggerisce che parti diverse delle galassie sottostanno a potenziali diversi e che venti galattici (perdite di gas dalla galassia) possono essere la causa di tale correlazione nel senso che parti più legate gravitazionalmente svilupperanno venti galattici in ritardo rispetto a parti meno legate. Questa differenza temporale consente pertanto alle parti più legate di avere una più lunga formazione stellare ed una maggiore metallicità nel gas. Dopo l'avvenuta perdita di gas, infatti, ci sono basse probabilità che la formazione stellare continui. Lo stesso meccanismo viene suggerito per spiegare la correlazione tra metallicità e luminosità galattica tra diverse galassie ellittiche.

-Le galassie sferoidali nane hanno anche una relazione metallicità'- luminosità simile a quella delle galassie ellittiche.

-Molte galassie ellittiche mostrano evidenza di strutture dinamicamente distinte: nuclei di saccoppiati cinematicamente, una grande varietà di strutture quali jets, polveri, anelli, piume etc..

Tutte le correlazioni discusse altro non sono che proiezioni del piano fondamentale.

Una cosa interessante riguardo al piano fondamentale è che le sue equazioni possono essere usate come indicatori di distanza. Per esempio esiste una correlazione tra  $\sigma_o$  e  $D_n$ , un diametro definito fotometricamente da Dressler et al. (1987) come il diametro che racchiude una certa brillantezza superficiale  $I=20.75 \text{ mag arcsec}^{-2}$  nella banda B. Tale diametro si correla molto bene sia con la dispersione di metallicità che con la metallicità ( $M_{g2}$ ). Una relazione alternativa, proposta da Kormendy e Djorgovski, che vale sia per le ellittiche che per i bulges delle spirali è:

$$R \propto \sigma^{1.4 \pm 0.5} I^{-0.9 \pm 0.1} \quad (54)$$

Infine, come si derivano le abbondanze metalliche nelle ellittiche?

Gli spettri ottici integrati delle galassie ellittiche presentano alcune caratteristiche quali righe di assorbimento dovute al Mg e al Fe. Da queste righe si definiscono gli indicatori di metallicità. In particolare, l'indice  $M_{g2}$ , relativo a righe di assorbimento dovute a molecole quali MgH, è

definito nel seguente modo: e' la differenza, in magnitudine, tra il flusso strumentale in una finestra  $F_2 = [5156.0 - 5197.25]\text{\AA}$  centrata sulla riga dovuta al magnesio e lo pseudo-continuo ottenuto interpolando tra due finestre  $F_1 = [4897.0 - 4958.25]\text{\AA}$  ed  $F_3 = [5303.0 - 5366.0]\text{\AA}$  che si trovano dal lato blu e dal lato rosso della riga, rispettivamente. In pratica si ha:

$$M_{g2} = -2.5 \log \frac{F_2}{F_1 + 0.61(F_3 - F_1)}$$

Analogamente si possono definire altri indicatori di metallicita', quali il  $\langle Fe \rangle$  seguendo la stessa logica ma ad esempio nel caso del Fe, in cui si hanno righe atomiche e non molecolari, come nel caso del Mg, si definisce come differenza tra lunghezze d'onda e quindi tali indici sono espressi in  $\text{\AA}$  anziche' in magnitudini. E' importante sapere che tali indicatori di abbondanza non ci danno una stima esatta dell'abbondanza degli elementi chimici da cui sono influenzati ed il motivo e' che le caratteristiche di questi spettri integrati dipendono non solo dalle abbondanze chimiche delle stelle che contribuiscono alla loro formazione ma anche dall'eta' delle stelle nonche' dalla loro gravita' superficiale e temperatura (e.g. nane o giganti). In generale si cerca di calibrare questi indicatori in funzione dell'abbondanza del Fe, o meglio di  $[\text{Fe}/\text{H}]$  che misura l'abbondanza relativa all'idrogeno e al sole dell'elemento ferro ( $[\text{Fe}/\text{H}] = \log(\text{Fe}/\text{H})_* - \log(\text{Fe}/\text{H})_\odot$ ). Una possibile calibrazione e' quella di Burstein (1979):

$$[\text{Fe}/\text{H}] = 3.9M_{g2} - 0.9$$

in parte ottenuta da misure sia di  $[\text{Fe}/\text{H}]$  che di  $M_{g2}$  in ammassi globulari.

In figura 7 mostriamo la definizione generica di un indice spettrale. In figura 8 vediamo un tipico spettro di assorbimento di una galassia ellittica (pannello superiore) confrontato con uno spettro con righe di emissione tipico di una regione HII extragalattica (per la definizione delle regioni HII vedi prossimo paragrafo).

### 3.4 Proprieta' delle popolazioni stellari delle galassie con formazione stellare attiva

Piu' recentemente (Tremonti et al. 2004) sono state analizzate circa 53.000 galassie con formazione stellare attiva, osservate con la Sloan Digital Sky Survey (SDSS), e si e' misurata l'abbondanza di ossigeno ( $12 + \log(\text{O}/\text{H})$ , vedi Capitolo 8) e la massa stellare di tali galassie. Ne e' risultato il grafico di Figura 8 in cui e' chiara una correlazione tra la metallicita' media delle galassie e la loro massa. Tale correlazione e' importante perche', come per la galassie ellittiche, puo' indicare precisi meccanismi di formazione galattica. In particolare, l'interpretazione piu' semplice che viene data a questa correlazione e' il fatto che galassie piu' piccole soffrono maggiormente una perdita di metalli dovuta forse a venti galattici rispetto alle galassie piu' massive dotate di buche di potenziale piu' profonde. Lasciamo tuttavia le interpretazioni al Capitolo 9 di questo libro dove tratteremo in dettaglio i processi di evoluzione chimica delle galassie. Ancora piu' recente e' la derivazione della relazione massa-metallicita' per galassie con formazione stellare ad alto redshift (Erb et al. 2006,  $z > 2$ ). Questa relazione e' riportata nella Figura 8iv e mostra una pendenza simile a quella derivata da Tremonti et al per le galassie locali.

### 3.5 Proprieta' delle spirali: gradienti di abbondanza

I dischi delle galassie spirali, inclusa la nostra Galassia, mostrano l'esistenza di gradienti nelle abbondanze chimiche. In particolare, mostrano una decrescita dell'abbondanza dei metalli

Figura 8

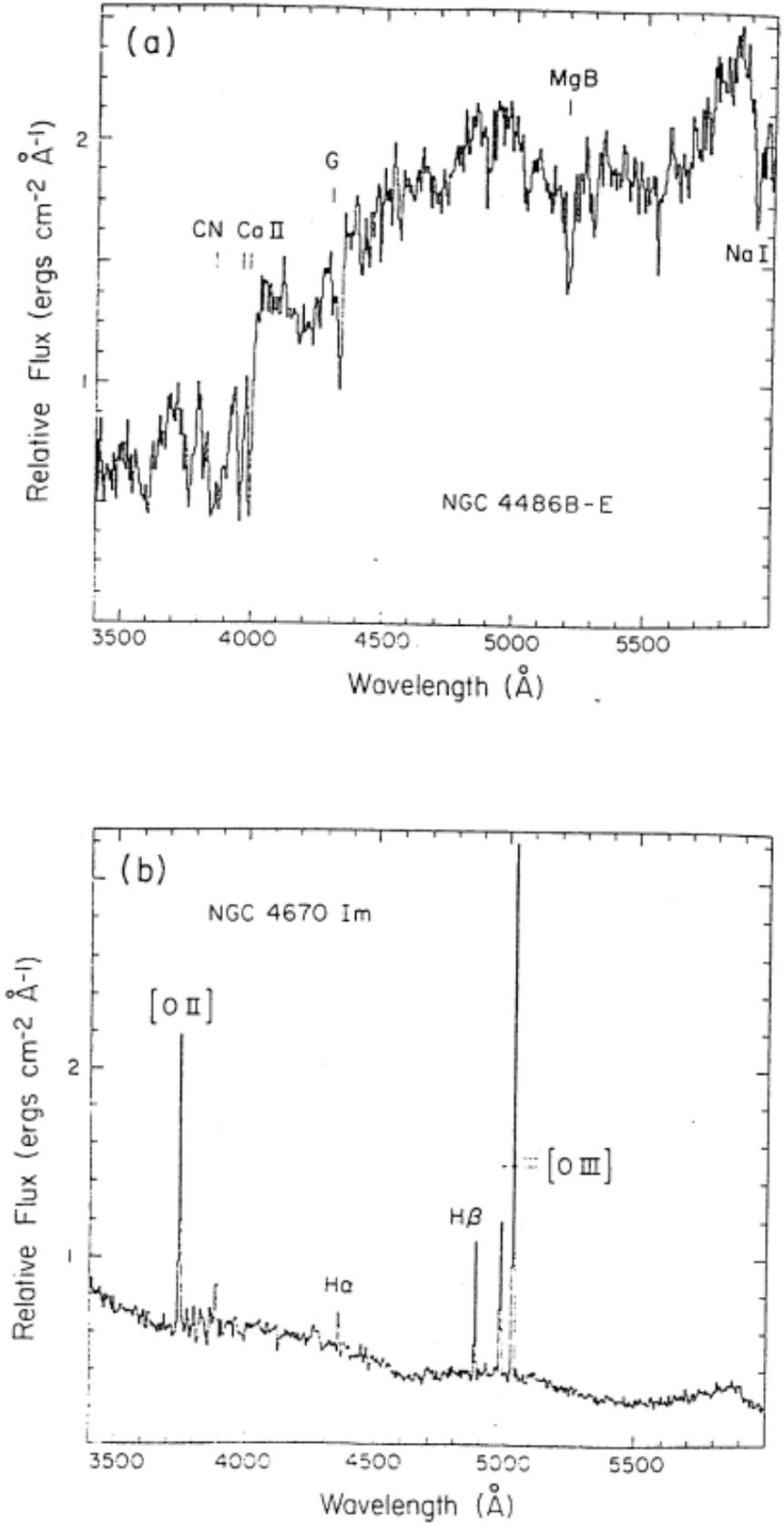


Figura 3.5: Spettri tipici di galassie: pannello superiore, galassia ellittica, pannello inferiore galassia con formazione stellare attiva.

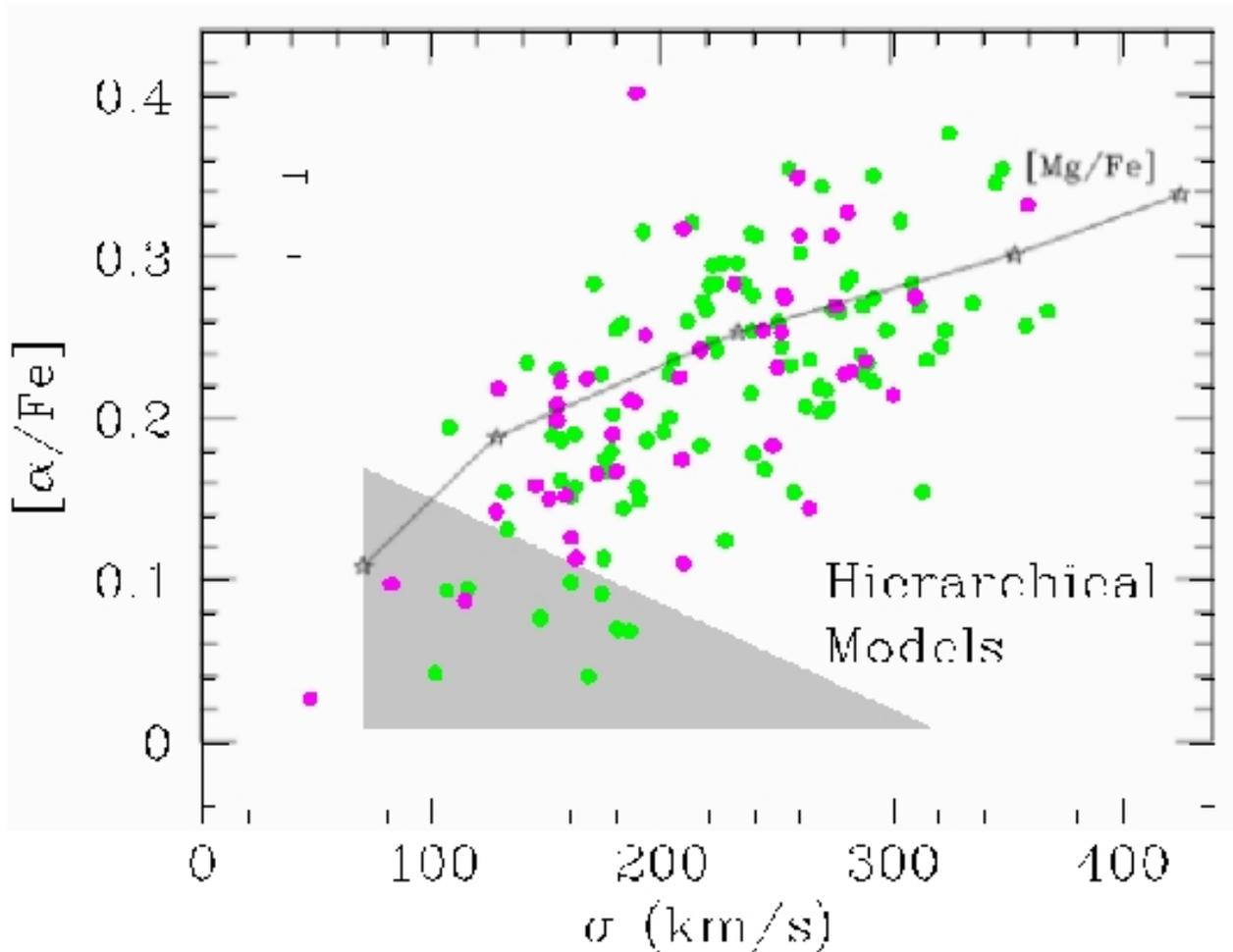


Figura 3.6: Relazione  $[\alpha/\text{Fe}]$ -massa per le ellittiche. Il triangolo rappresenta le previsioni dei modelli gerarchici, mentre la linea continua quelle dei modelli monolitici con effetto “down-sizing” nella formazione stellare.

col crescere della distanza galattocentrica. Tali gradienti vengono misurati dalle abbondanze che si derivano dalle regioni HII e dalle nebulose planetarie (vedi prossimo Capitolo), attraverso l’analisi di righe di emissione dal gas caldo. Gli elementi chimici che possono venire misurati in questo modo sono He, C, N, O, Ne, Si, S, Cl, Ar, Fe e Ni. Tuttavia l’abbondanza del ferro (Fe) puo’ essere derivata anche dalle stelle ed in particolare dalle stelle negli ammassi aperti. Recentemente si sono osservate abbondanze di vari metalli anche nelle stelle molto luminose O e B a grandi distanze galattocentriche (grazie ai potenti moderni telescopi) e nelle stelle Cefeidi. L’esistenza di gradienti nelle abbondanze dei metalli e’ un’indicazione del meccanismo di formazione dei dischi, come vedremo nel Capitolo 10.

### 3.6 Galassie attive

Le galassie attive si classificano nel seguente modo:

- **Galassie di Seyfert.** Sono galassie spirali con nuclei brillanti e presentano intense righe di emissione sia permesse che proibite e un continuo radio-termico. Si dividono in Seyfert 1 e Seyfert 2: le Seyfert 1 presentano righe proibite (vedi prossimo Capitolo) piuttosto strette

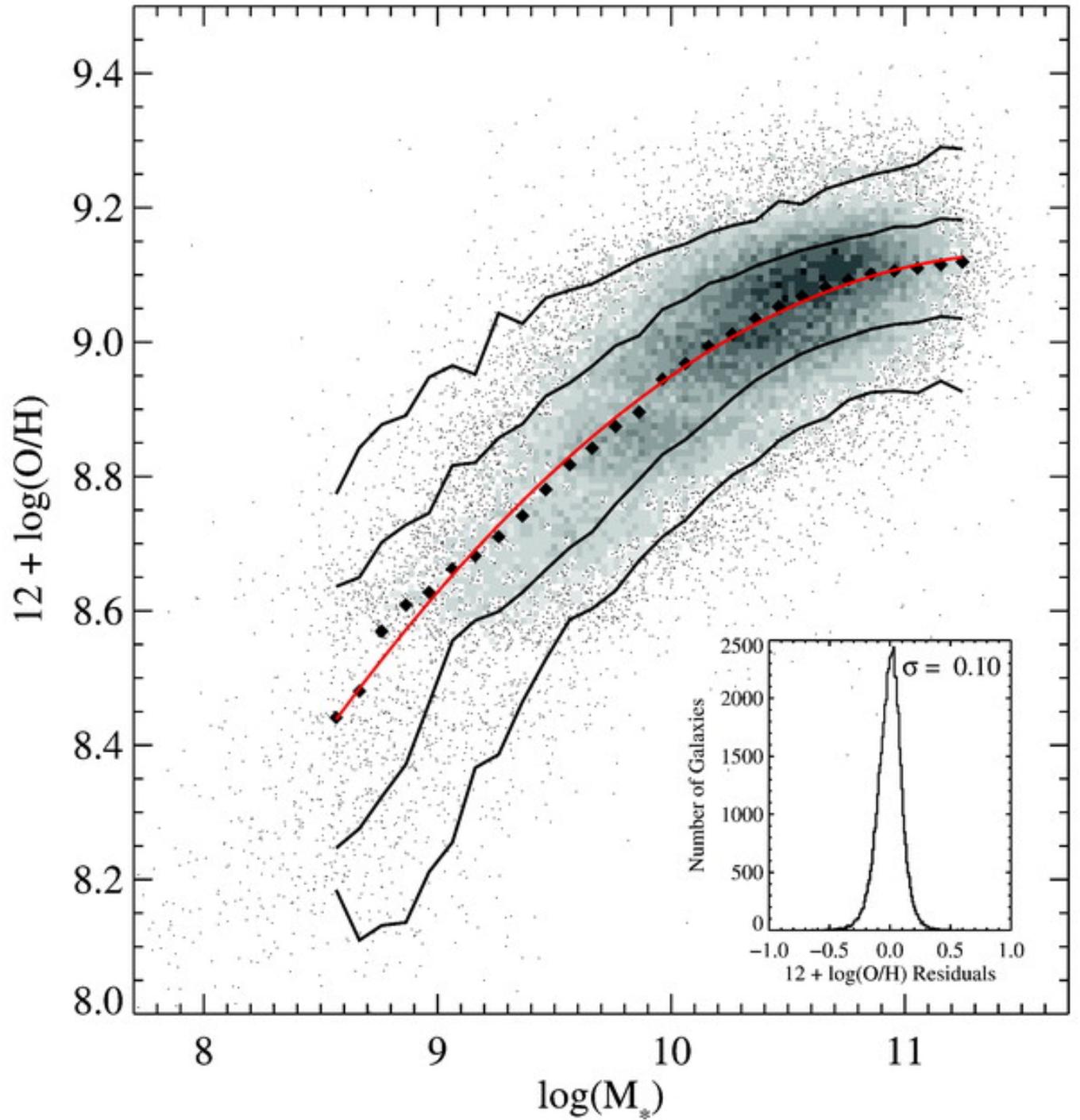


Figura 3.7: Relazione massa-metallicita' per galassie con formazione stellare attiva al momento presente. Figura da Tremonti et al. (2004).

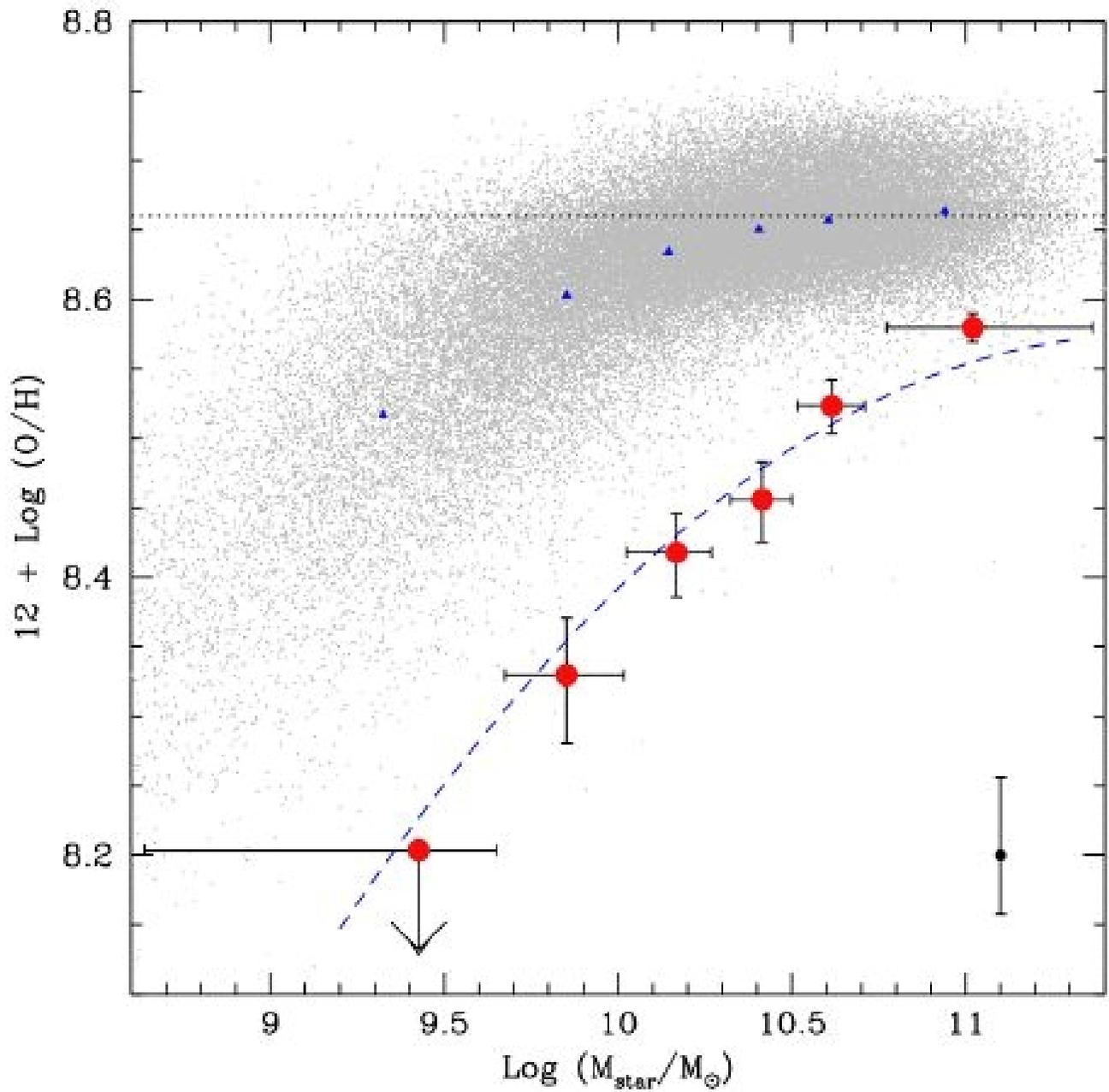


Figura 3.8: Relazione massa-metallicita' per galassie con formazione stellare attiva a redshift  $z > 2$ . Da Erb et al. (2006).

e righe permesse allargate, mentre le Seyfert 2 hanno tutte le righe strette. Si ritiene oggi che queste differenze dipendano da un toro di gas e polveri che circondano il nucleo attivo e dall'angolazione sotto la quale osserviamo le diverse galassie attive.

- **Radiogalassie.** Sono generalmente galassie ellittiche giganti e il loro nucleo e' simile alle galassie di Seyfert. Sono caratterizzate dalla presenza di radio lobi che si trovano a grande distanza dal nucleo e da "jets". Questi jets sono costituiti da particelle e fotoni che fuoriescono da nucleo e che possono estendersi fino ad 1 Mpc da esso. La maggior parte dell'emissione radio e' dovuta a radiazione di sincrotrone (elettroni accelerati in un campo magnetico).
- **BL Lacertae.** Queste galassie non presentano righe di emissione bensì un intenso continuo che va dalle lunghezze d'onda radio a quelle X. Presentano anche rapidissima variabilità'.
- **Quasars (QSO).** Sono oggetti puntiformi e si trovano generalmente ad alto redshift. Sono eccezionalmente luminosi a tutte le frequenze e presentano rapida variabilità'. Alcuni sono attivi nella banda radio e altri no (radio-quieti). I QSO radio-quieti sono per meta' nelle galassie spirali e per meta' nelle ellittiche mentre i radio-attivi sono sempre nelle ellittiche. Quindi possiamo concludere che i QSO generalmente sono ospitati da galassie ellittiche.

### 3.6.1 L'origine dell'energia dei QSO

Il nome quasar deriva dal fatto che questi oggetti appaiono puntiformi come le stelle. Essi mostrano tuttavia caratteristiche ben diverse dalle stelle quali righe di emissione molto larghe e si trovano ad alto redshift. Uno dei redshifts piu' alti trovati per un QSO e'  $z=6.4$  che corrisponde ad una velocita' di recessione vicina a quella della luce ed indica una distanza di piu' di 12 miliardi di anni luce! I QSO sono 100 volte piu' luminosi otticamente delle galassie normali poste alla stessa distanza, essi possiedono magnitudini tipiche  $M_B < -2.3$  che corrispondono a luminosita' bolometriche  $L_{bol} = 10^{47} \text{ erg sec}^{-1}$ .

Ricordiamo qui che le luminosita' tipiche delle ellittiche normali si trovano nell'intervallo  $-9 > M_B > -23$ , quelle delle spirali normali nell'intervallo  $-15 > M_B > -18$  e quelle delle irregolari nell'intervallo  $-13 > M_B > -18$ . I QSO sono gli oggetti osservabili piu' distanti e quindi sono associati alle prime fasi dell'evoluzione delle galassie. Esiste tuttavia anche qualche QSO vicino. I QSO, come gia' accennato, mostrano una spiccata variabilità': la loro luminosita' varia su tempi dell'ordine dei mesi o degli anni. Questo indica che la regione che emette non sia piu' grande di alcuni mesi o anni luce:

$$\Delta l \leq c\Delta t$$

Cosa puo' produrre tanta energia in un volume cosi' piccolo? Per spiegare le enormi energie emesse dai QSO si pensa ad un grande buco nero centrale di massa dell'ordine di  $M_{bh} \sim 10^8 - 10^9$  che accresca materia ad un tasso di  $1-10 M_{\odot} \text{ anno}^{-1}$  e che si spenga dopo aver ingoiato tutta la materia che ha a disposizione. La luminosita' emessa in tale situazione puo' essere espressa come:

$$L = \eta c^2 \frac{dM}{dt}$$

dove  $\eta$  e' un'efficienza che vale  $\sim 30\%$  nel caso di un buco nero di Kerr.

Il modello unificato spiega tutti i nuclei galattici attivi come dovuti ad una stessa situazione fisica, l'accrescimento di materia su un buco nero gigante, ma le differenze tra tutti questi oggetti sono dovute semplicemente all'angolazione sotto la quale li vediamo. In figura e' riportato un esempio del modello unificato. Guardando la figura dal basso verso l'alto vediamo prima un Blazar (visto di faccia, a zero gradi), poi Quasar/galassia Seyfert 1 ad angoli di 30 e 60 gradi e infine una radio galassia/galassia Seyfert 2 a 90 gradi.

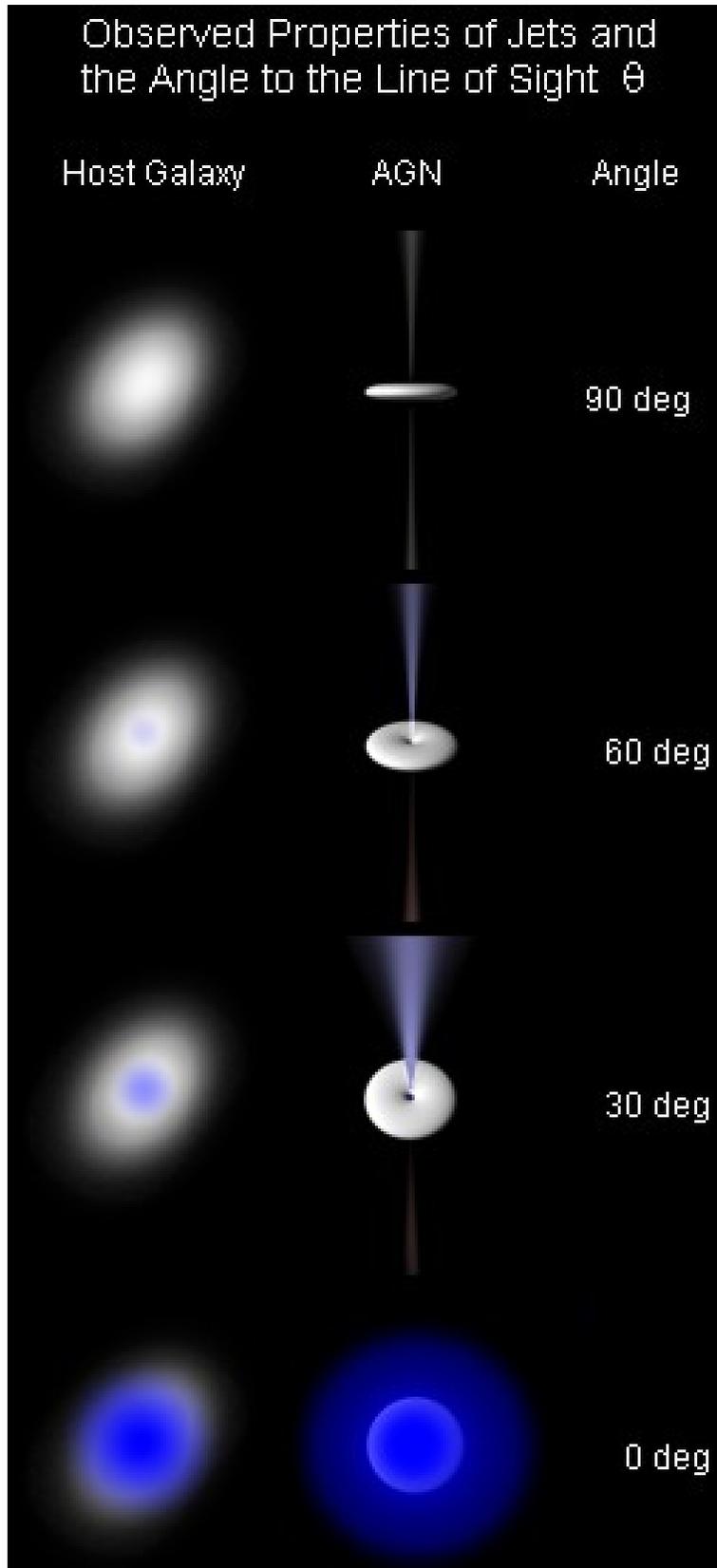


Figura 3.9: Modello unificato per spiegare gli AGN di vario tipo.

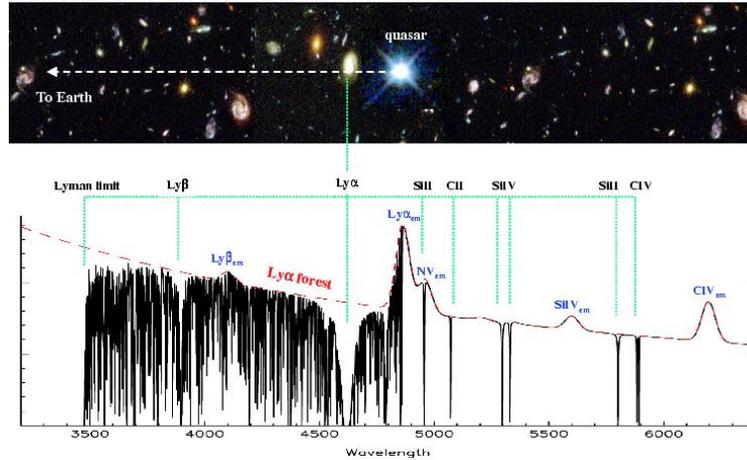


Figura 3.10: Tipico spettro di un QSO dove appaiono righe strette di assorbimento dovute a sistemi interposti tra noi ed il QSO. Queste righe si trovano a redshift minori di quello indicato dalle righe di emissione proprie del QSO. Figura Pettini (2004).

### 3.6.2 Gli spettri dei QSO

Gli spettri dei QSO presentano un continuo radio non termico del tipo  $F_\nu \propto \nu^{-\alpha}$ . Tutti i QSO mostrano larghe righe di emissione corrispondenti a velocità del gas che le emette dell'ordine di  $20.000 \text{ kmsec}^{-1}$  ma anche dei sistemi di righe di assorbimento di metalli e/o della serie di Lyman. Dalle righe di emissione si derivano le abbondanze di elementi quali Fe, Si, Al, Mg e C e queste abbondanze riflettono la composizione chimica del gas vicino al QSO. D'altra parte, le righe di assorbimento possono essere dovute sia a gas vicino al QSO, ma diverso da quello che forma le righe di emissione, sia a gas molto distante dal QSO che si trova interposto tra noi e il QSO, e pertanto ne intercetta la luce (vedi Figura 3.10). Gli assorbitori della luce dei QSO possono essere galassie o nubi di gas che noi non avremmo potuto vedere se non si fossero trovati sulla linea di vista del QSO. Per capire che gli assorbitori del QSO sono oggetti diversi dal QSO stesso basta misurarne il redshift che, in questi casi, è molto diverso da quello del QSO. Tra i sistemi assorbitori ricordiamo i cosiddetti "Damped Lyman- $\alpha$  (DLA) che presentano alte densità di idrogeno, in particolare  $n_H > 10^{20} \text{ cm}^{-2}$ . La natura dei sistemi DLA ancora non è chiara e solo lo studio delle abbondanze dei metalli che si derivano dallo spettro del QSO potranno aiutare a capire che tipo di galassie siano. Per capire ciò occorre conoscere i principi di evoluzione chimica delle galassie che studieremo nel Capitolo 9.

## Capitolo 4

# IL MEZZO INTERSTELLARE

Tra le stelle si trova una grande quantità di materiale in forma di gas e polvere. La massa di tale materiale interstellare è una frazione non trascurabile (circa alcuni percento) della massa di tutte le stelle visibili nella Galassia. Tuttavia la presenza della materia interstellare è meno ovvia della presenza delle stelle, poiché la massa contenuta in stelle ordinarie è stata compattata dall'autogravità in uno stato denso ed osservabile. Al contrario, il gas interstellare è finemente distribuito su vasti spazi tra una stella e l'altra. Il gas interstellare è molto più rarefatto del miglior vuoto prodotto nei laboratori. Per questo motivo gli astronomi hanno scoperto in ritardo l'esistenza del gas e della polvere nella Galassia.

### 4.1 La scoperta della polvere interstellare

La prova conclusiva sull'esistenza della polvere interstellare la si ebbe nel 1930 con lo storico lavoro di R. J. Trumpler sulle proprietà degli ammassi stellari. Il ragionamento che portò alla scoperta della polvere riguarda le dimensioni degli ammassi stellari. Sia  $D$  il diametro lineare di un ammasso aperto ed  $r$  la sua distanza. Poiché  $D$  deve essere indipendente da  $r$  ci si aspetta che il diametro angolare  $\theta = D/r$  decresca coll'aumentare della distanza. Così ci aspettiamo che  $\theta^2 = (D/r)^2$ . La luminosità apparente  $f = L/4\pi r^2$  di un ammasso aperto varia anche col quadrato inverso della distanza da noi. Così se si grafica la luminosità apparente di ammassi aperti in funzione dei diametri angolari quadrati ci si dovrebbe aspettare una linea retta, ma in realtà i dati deviano da una linea retta. Lo spostamento sistematico dalla linea retta (vedi Figura 9) si interpreta come dovuto al fatto che ammassi lontani presentano un oscuramento della luce stellare che aumenta all'aumentare della distanza poiché l'oscuramento aumenta lungo la linea di vista. Gli astronomi sanno ora che il materiale oscurante è composto da gas e da piccole particelle solide, grani di polvere, la cui composizione chimica è quella dei silicati (come la sabbia) o contenente composti del carbonio (grafite). L'oscuramento della luce avviene attraverso una combinazione di reale **assorbimento** e di **diffusione** da parte sia del gas che della polvere e a tale combinazione si dà il nome di **estinzione interstellare**.

La polvere interstellare produce anche il fenomeno dell'**arrossamento**. L'arrossamento avviene poiché la luce blu in un fascio diretto verso di noi viene diffusa di più della luce rossa. Il fatto che la luce blu venga preferenzialmente diffusa è dovuto al fatto che le dimensioni dei grani sono leggermente più piccole della lunghezza d'onda della luce visibile (vedi figura 10). Questo spiega anche l'estinzione. Lo stesso fenomeno di arrossamento avviene per il Sole al tramonto e all'alba confrontato con quello di mezzogiorno. L'arrossamento in questo caso è dovuto al fatto che all'alba e al tramonto la luce del Sole deve attraversare uno strato di atmosfera più grande che a mezzogiorno. Pertanto vediamo il Sole più rosso all'alba ed al tramonto.

## 4.2 La scoperta del gas interstellare

La prova conclusiva dell'esistenza del gas interstellare fu portata da Hartmann nel 1904. Egli scoprì che alcune righe di assorbimento del Ca II non subivano il periodico spostamento Doppler che avviene per le righe di assorbimento nello spettro di una binaria spettroscopica. In altri termini, mentre le lunghezze d'onda delle righe provenienti dalla fotosfera delle stelle nel sistema binario si spostavano in avanti e indietro a seconda del moto di rotazione, le lunghezze d'onda di alcune righe rimanevano stazionarie. Hartmann concluse che le righe stazionarie provenissero da assorbimento da parte di una nube di gas interstellare fredda che si trovasse tra il sistema binario e la Terra. In questi casi la difficoltà maggiore consiste nel capire se la nube è circumstellare o interstellare. Dal fatto che le righe interstellari sono strette si deriva che il gas deve essere relativamente freddo e diffuso e deve essere distribuito in nubi separate che si muovono coerentemente come una sola unità. Il fatto che lo spazio interstellare non sia vuoto ma riempito di nubi di gas in movimento è basilare per capire il mezzo interstellare. Sappiamo ora che la polvere ed il gas nel mezzo interstellare (ISM) sono intimamente mescolati e che ambedue si trovano generalmente in nubi o complessi di nubi. Il rapporto massa polvere/massa gas nella Galassia è  $\simeq 1\%$ . Tuttavia la polvere influenza notevolmente il modo in cui percepiamo la Galassia, poiché oscura la luce stellare in molte direzioni.

### *Nebulose gassose*

- i) **Nebulose Oscure**– si osservano grazie all'oscuramento di stelle di fondo o di regioni HII,
- ii) **Nebulose di riflessione**–si osservano grazie alla luce diffusa proveniente dalle stelle immerse nelle nebulose stesse,
- iii) **Regioni HII**– regioni luminose ionizzate che circondano stelle calde e luminose appena nate (tipo spettrale O e B). Spettro dominato da righe di emissione. Radio continuo termico.
- iv) **Nebulose Planetarie**–simili alle regioni HII, ma la stella ionizzante è una stella calda, molto evoluta che sta per morire. Sono più dense e compatte delle regioni HII.
- v) **Resti di Supernovae**–emissione ottica più forte dai filamenti i cui spettri sono dominati da righe di emissione. Emissione radio non termica, ma l'emissione X ed ottica può provenire da processi termici in un gas riscaldato da un'onda d'urto.

### 4.2.1 Le Nebulose Oscure

Una nube di gas e polvere situata in un campo ricco di stelle blocca la maggior parte se non tutta la luce dietro di sé. In tal caso noi vediamo molte stelle ai lati della nube di polvere. Pertanto tale nube si manifesta come un **buco di Herschel**. Particolarmente interessanti tra questi tipi di nebulose sono quelle rotonde studiate da Barnard e Bok. Le forme regolari dei "globuli di Bok" suggeriscono che tali oggetti sono autogravitanti ed indussero Bok a suggerire che sono probabilmente i siti dove si formano nuove stelle. Sembra che tale interpretazione sia corretta quando i globuli si trovano in complessi molecolari giganti. Se i globuli di Bok isolati collassino per formare stelle non è ancora stato stabilito con certezza.

### 4.2.2 Le Nebulose di riflessione

Una nube di gas e polvere che circonda un gruppo di stelle può brillare di luce riflessa. Tale effetto fu trovato osservativamente da Hubble e spiegato teoricamente da Russel nel 1922. La spiegazione risiede nel processo di diffusione della luce da parte dei grani di polvere. Le nebulose di riflessione tendono a sembrare più blu della luce che proviene direttamente dalla stella poiché la luce blu è diffusa più della luce rossa (questo è il motivo per cui il cielo è blu anche se illuminato da luce gialla).

*The Discovery of Interstellar Dust*

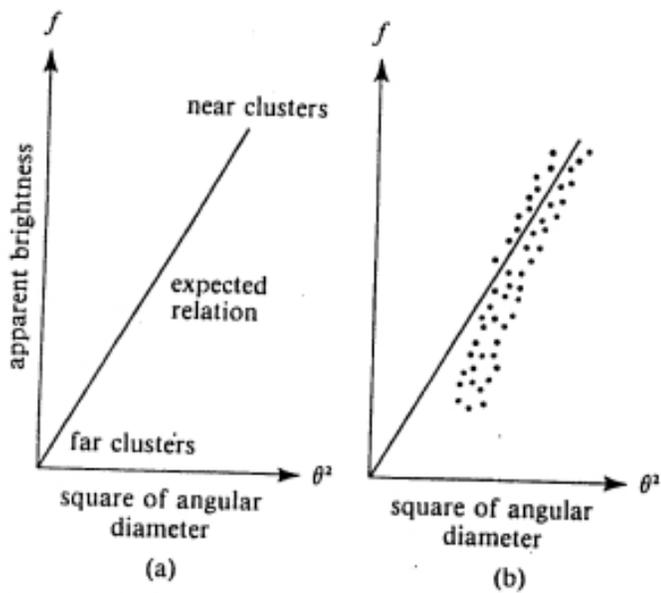


Figure 9. Apparent brightness plotted against angular diameter squared for open clusters. (a) The expected relation in the absence of extinction. (b) A schematic representation of the observed relation (the dots are data points) found by Trumpler. The deviation of the dots from the expected relation enabled Trumpler to prove conclusively that there is a general interstellar extinction by dust.

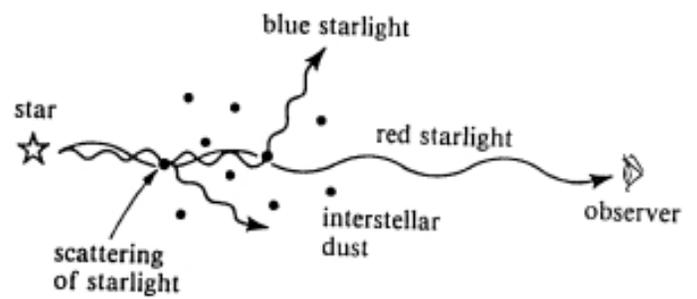


Figure 10. The mechanism of interstellar reddening.

Figura 4.1: La scoperta della polvere interstellare.

# LA FLUORESCENZA (REGIONI HII E NEBULOSE PLANETARIE)

THE MATERIAL BETWEEN THE STARS

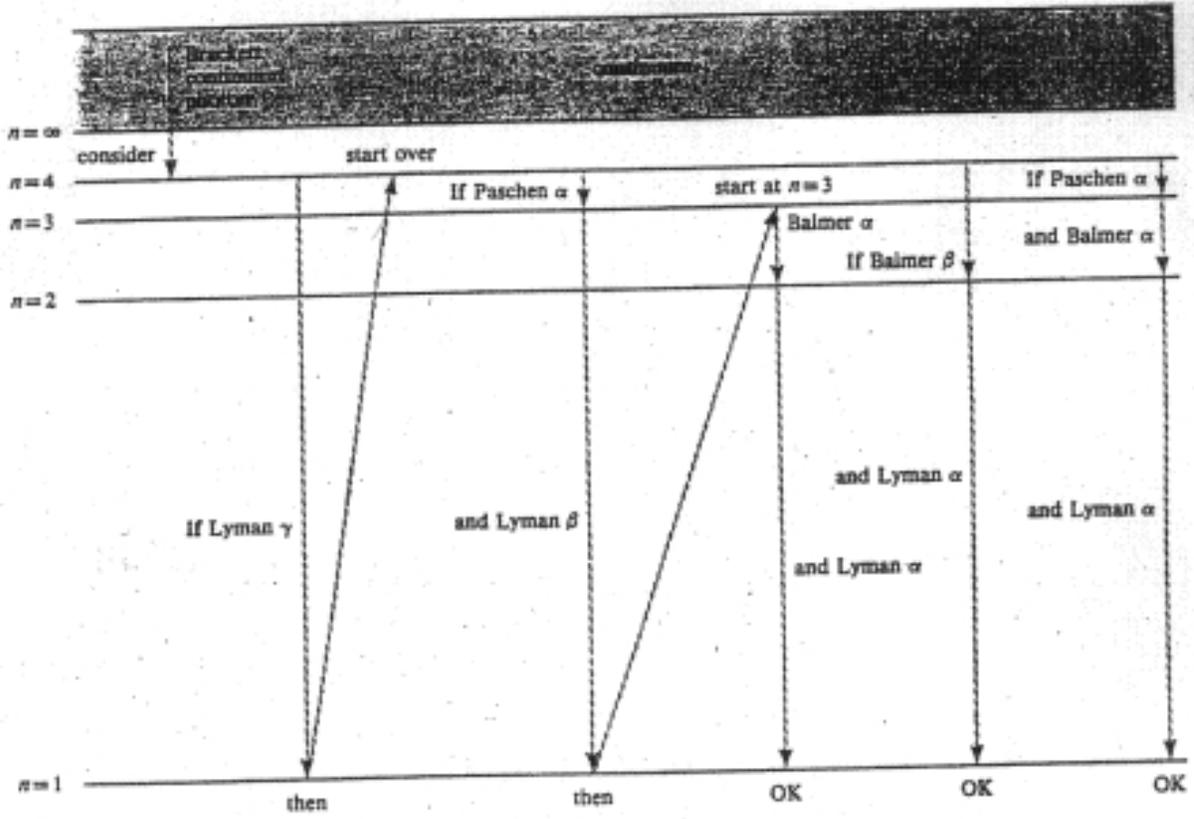


Fig. 11 The recombination cascade which produces hydrogen emission lines in HII regions and planetary nebulae can take many possible paths. But in a nebula which is optically thick to the Lyman transitions, all such paths ultimately produce one Balmer photon plus one Lyman  $\alpha$  photon plus, perhaps, lower-energy continuum and line photons (the paths marked OK).

Figura 4.2: La fluorescenza

### 4.2.3 Le regioni HII

Gli atomi di idrogeno in una nube interstellare che si trovi vicino ad una stella calda (O o B) sono esposti ad una grande quantita' di luce ultravioletta. I fotoni ultravioletti con energie piu' alte del limite di Lyman possono ionizzare gli atomi di idrogeno. La parte di nube interstellare dove gli atomi di idrogeno sono stati ionizzati una volta (il massimo possibile per l'idrogeno) si indica col nome di regione HII. Dentro la regione HII l'idrogeno tenta costantemente di ricombinarsi per formare nuclei di H neutro, ma il plasma e' mantenuto costantemente quasi completamente ionizzato dal flusso continuo di fotoni ultravioletti provenienti dalla sorgente centrale.

La parte della regione HII dove il flusso ultravioletto stellare e' in grado di mantenere un bilancio tra ionizzazione e ricombinazione si chiama **sfera di Stromgren**. La ricombinazione porta ad un processo dove una nube di gas che circonda una stella calda, o un gruppo di tali stelle, puo' brillare nella parte visibile dello spettro. Tale meccanismo, la **fluorescenza**, funziona sia nelle nebulose planetarie che nelle regioni HII. Ma vediamo in dettaglio tale fenomeno: la ricombinazione radiativa di un protone e di un elettrone formera' generalmente uno stato eccitato dell'H neutro che, in seguito, decadra' allo stato fondamentale emettendo fotoni. Poiche' le nebulose sono molto rarefatte ed i processi radiativi molto efficienti, la maggior parte degli atomi di H si trova allo stato elettronico fondamentale. Se la nebulosa contiene abbastanza H, ogni fotone del continuo Lyman proveniente dalla stella finira' per essere degradato in un fotone della riga  $Ly\alpha$  piu' un fotone delle righe di Balmer ( $\alpha$  e  $\beta$ ), piu' forse alcuni fotoni di energia minore (vedi figura 11). Come risultato finale si ha che il numero totale di fotoni di riga Balmer (gli unici che raggiungono l'osservatore poiche' i fotoni della riga  $Ly\alpha$  vengono diffusi in maniera risonante dagli atomi di H e devono seguire un percorso "random" per uscire dalla regione HII) creati nel processo di ricombinazione eguagliano il numero di fotoni ultravioletti prodotti dalla stella. Quindi misurando il flusso di fotoni Balmer si puo' avere una stima del flusso ultravioletto della stella ionizzante. Tale flusso infatti non e' misurabile direttamente poiche' l'atmosfera terrestre ed il mezzo interstellare assorbono tale radiazione. **La temperatura di Zanstra** che si misura con questo sistema e che e' la temperatura della stella ionizzante, varia da alcune decine a centinaia di migliaia di gradi. Nel caso delle Nebulose Planetarie queste temperature sono indicative di stelle altamente evolute che hanno perso il loro involucro esterno. Il bilancio di ionizzazione e di ricombinazione nelle regioni HII porta anche ad un riscaldamento del plasma di H che a sua volta porta a processi di radiazione aggiuntivi. Il meccanismo di riscaldamento agisce nel modo seguente: in generale la stella centrale avra' una distribuzione di fotoni ultravioletti con diverse energie oltre il limite di Lyman. Quando un atomo di H neutro allo stato fondamentale assorbe un fotone di energia maggiore del limite di Lyman, l'elettrone liberato portera' con se' l'eccesso di energia sotto forma di energia cinetica. Per una stella centrale calda, questo eccesso di energia e' apprezzabilmente piu' grande delle energie termiche delle particelle di gas nella regione HII. Cosi' dopo susseguenti collisioni con tali particelle gassose, l'elettrone tendera' a dividere piu' equamente la sua energia con le altre particelle. Questo porta ad un guadagno netto di calore nella regione HII. In stato stazionario questo input di calore e' bilanciato da un output di calore. L'output di calore e' dovuto al seguente processo: elettroni e ioni collidono continuamente. Una frazione di tali collisioni e' completamente anelastica e porta un atomo non completamente ionizzato -per esempio un atomo di O ionizzato una o due volte- ad uno stato elettronico eccitato. Prima che l'atomo abbia l'opportunita' di dare indietro la sua energia di eccitazione attraverso collisioni con altre particelle, si puo' diseccitare radiativamente attraverso emissione di un fotone. A causa della rarefazione del gas e della bassa abbondanza dell'idrogeno, questo fotone di riga puo' essere libero di lasciare il sistema. La perdita di tale energia rappresenta un netto raffreddamento della regione HII. Il bilancio di riscaldamento e raffreddamento porta ad una temperatura di equilibrio dell'ordine di  $10^4$  K per le regioni HII Galattiche. Tale temperatura e' due ordini di grandezza maggiore della

temperatura caratteristica delle regioni HI ( $10^2\text{K}$ ). La radiazione di raffreddamento da parte di una regione HII e' interessante perche' da' origine a righe di emissione che non sono state viste nei laboratori terrestri! Si e' gia' detto che le nebulose sono molto rarefatte e che pertanto quasi tutti gli atomi sono nel loro stato fondamentale. Consideriamo ora l'eccitazione collisionale di atomi a partire dal loro stato fondamentale. A temperature di  $10^4\text{K}$  la maggior parte delle collisioni tra particelle termiche e' troppo debole per portare gli atomi ad uno stato eccitato con piu' di una piccola differenza di energia dallo stato fondamentale. Gli atomi di idrogeno non posseggono tali stati di eccitazione ma atomi di N, O, S, ionizzati una volta e di O o Ne ionizzati due volte si. Gli stati di bassa energia accessibili di questi atomi sono livelli metastabili. Il che significa che gli atomi non hanno transizioni radiative "permesse" dal momento che possono rapidamente emettere un fotone e cadere ad un livello inferiore se lasciati in pace per un tempo sufficiente, per esempio un'ora. In condizioni terrestri normali tali atomi vengono disturbati da collisioni con altri atomi ogni nanosecondo. Di conseguenza si diseccitano collisionalmente prima di aver tempo di farlo radiativamente. Solo nelle condizioni dello spazio interstellare tali righe sono visibili. Gli astronomi distinguono le righe proibite da quelle permesse applicando le parentesi quadre ([ ]) attorno al simbolo dell'atomo responsabile. Le famose righe verdi nebulari, spiegate per la prima volta da Bowen nel 1927, vengono indicate da [OIII]4959 e [OIII]5007. Poiche' le righe nebulari "proibite" sono eccitate da collisioni con elettroni termici, l'osservata intensita' di tali righe ci da' una misura della densita', delle temperature e delle abbondanze chimiche delle regioni HII. Le densita' delle regioni HII vanno da 10 a  $10^3$  particelle per  $\text{cm}^3$ . Le temperature delle regioni HII Galattiche sono un po' meno di  $10^4$  K. Le composizioni chimiche delle regioni HII Galattiche sono simili a quelle delle stelle piu' giovani (popolazione I).

#### 4.2.4 Emissione radio da regioni HII

Lo stesso processo di ricombinazione a cascata che porta alla formazione delle righe di emissione nell'ottico puo' dare origine, per gli stati alti di  $n$ , a righe di emissione nel radio. Tale ricombinazione puo' essere presente anche per altri atomi. Le righe di ricombinazione radio di H, He e C sono ormai ben note agli astronomi. Tali righe sono importanti per studiare la struttura delle regioni HII. Dallo spostamento Doppler e' possibile avere informazioni sulla velocita'. Inoltre tali righe, grazie alla loro grande lunghezza d'onda, non sono influenzate dalla polvere interstellare. Esse vengono utilizzate per esplorare le regioni HII compatte cosi' come per studiare la distribuzione delle regioni HII nella Galassia. Il plasma di H nelle regioni HII e' caldo e quindi puo' emettere radiazione del continuo. Il meccanismo responsabile per la generazione del continuo radio e' l'emissione "libero-libero". Tale processo avviene perche' gli elettroni vengono accelerati da incontri con altre particelle cariche (protoni e ioni) a causa dell'attrazione Coulombiana. Gli elettroni emettono energia passando da uno stato "libero" ad un altro stato "libero". La durata del processo e' molto breve relativamente alla frequenza delle onde radio, cosiche' l'intensita' del continuo radio termico e' piatta rispetto alla lunghezza d'onda. Tale caratteristica rende la radiazione termica distinguibile da quella non-termica, in cui la intensita' aumenta all'aumentare della lunghezza d'onda. Inoltre la radiazione termica non e' mai polarizzata.

### 4.3 Nebulose con emissione non termica: resti di supernovae

Nel 1844 Lord Ross scopri' una nebulosa che si trova nella costellazione del Toro e che ha la forma di un granchio e per questo fu chiamata "Crab Nebula". La Crab Nebula e' il resto dell'esplosione di una supernova. La luce della Crab proviene sia da una parte amorfa (radiazione di sincrotrone) sia da parte di strutture filamentari. Spettri di filamenti rivelano righe di emissione simili a quelle osservate nelle regioni HII. Tali filamenti si espandono in tutte le direzioni a partire

da un oggetto blu al centro della nebulosa. Il tasso di espansione dei filamenti e' consistente con l'ipotesi che l'oggetto centrale sia esploso nove secoli fa. Gli astronomi cinesi osservarono l'esplosione che dette origine alla Crab il 4 luglio 1054. Altre nebulose filamentose sono state identificate con resti di supernovae (SNe). L'esame spettroscopico dei filamenti rivela che sono arricchiti in elementi pesanti. Questo indica che tali filamenti sono costituiti dalla materia espulsa dalla stella esplosa, la quale aveva raggiunto uno stadio evolutivo tale da aver creato elementi pesanti nelle sue parti piu' interne. Questa e' una prova del fatto che le SNe sono tra i maggior responsabili dell'arricchimento chimico del mezzo interstellare. La parte amorfa della Crab emette un continuo radio e la luce di tale continuo e' altamente polarizzata. Cio' e' dovuto ad emissione di sincrotrone. L'emissione di sincrotrone e' dovuta ad elettroni relativistici che spiraleggiano in un campo magnetico: un elettrone relativistico di carica  $-e$  e che si muove con velocita'  $v$  in un campo magnetico di intensita'  $B$  e' sottoposto ad una forza:

$$-e(v/c) \times B$$

e spiraleggia attorno alle linee di forza del campo magnetico. Come conseguenza di tale decelerazione l'elettrone emette radiazione (di sincrotrone) che viaggia primariamente nella direzione istantanea del moto dell'elettrone. Il vettore di polarizzazione della maggior parte della radiazione di sincrotrone e' perpendicolare alla direzione del campo magnetico. Da dove provengono gli elettroni? Dalla pulsar che e' una stella di neutroni rapidamente rotante. Rapida rotazione e forte campo magnetico inducono (per le equazioni di Maxwell) forti campi elettrici alla superficie della stella. Questi campi elettrici forzano le particelle cariche ad uscire dalla superficie della stella. Si pensa che esse escano fuori dai poli magnetici della pulsar parallelamente alle linee di forza del campo magnetico.

## 4.4 Regioni di idrogeno neutro e molecolare

### 4.4.1 Le regioni HI: emissione radio a 21-cm

Le regioni HII sono in realta' piuttosto rare, la maggior parte del mezzo interstellare si trova in uno stato freddo ( $T \sim 10$  to  $100$  K) dove l'idrogeno si trova in forma atomica (HI) o molecolare ( $H_2$ ). Tali nubi di gas vengono rivelate otticamente dall'oscuramento che producono o dalle righe di assorbimento nell'ottico da parte degli atomi di elementi pesanti mescolati all'idrogeno. Tuttavia le tecnologie ottiche consentono di osservare tali nubi solo nei dintorni del Sole. Per osservare tali nubi a grandi distanze ci si serve della riga di emissione radio a 21-cm. Tale riga fu predetta da Van der Hulst ed osservata nel 1951. La scoperta della riga a 21-cm ha rappresentato la scoperta piu' importante per lo studio delle proprieta' fisiche del mezzo interstellare. La cosa va cosi': l'atomo di H nello stato fondamentale possiede due livelli dovuti ad un effetto quantomeccanico. Tale effetto e' noto come struttura iperfine dell'atomo di idrogeno. Un protone dotato di spin ed un elettrone dotato di spin agiscono come due sbarrette magnetiche. La polarita' magnetica del protone va nella stessa direzione dello spin, quella dell'elettrone va nella direzione opposta allo spin. Nello stato fondamentale dell'atomo di H, la posizione nello spazio dell'elettrone e' definita da una distribuzione di probabilita' che e' sfericamente simmetrica relativamente al protone. L'energia di interazione delle due sbarrette e' tuttavia diversa nei diversi punti della shell elettronica e i due conseguenti stati iperfini agiscono come se fossero orientati nel seguente modo: lo stato di alta-energia corrisponde a spins orientati parallelamente mentre lo stato di bassa-energia corrisponde a spins antiparalleli. La configurazione di alta energia tende sempre a trasformarsi in quella di bassa energia. Tale transizione si chiama "spin-flip transition" e la differenza di energia tra i due stati viene portata fuori da un fotone radio con lunghezza d'onda di 21 cm. Tale transizione non puo' essere osservata sulla Terra poiche'

e' una transizione proibita, come descritto precedentemente. La riga a 21 cm e' stata ora osservata sia in emissione che in assorbimento. La riga di emissione ci consente di misurare la quantita' totale di H atomico lungo la linea di vista, mentre la riga in assorbimento ci consente di misurare la temperatura del gas assorbitore. Un aspetto interessante e' che l'emissione a 21 cm contiene due componenti: una consiste di righe strette a lunghezze d'onda leggermente spostate rispetto alla lunghezza d'onda a riposo, una caratteristica indicante molte nubi fredde che si muovono a diverse velocita', un'altra consiste di righe molto piu' larghe che appaiono come spalle al di sotto delle componenti strette. Gli studi della 21-cm in assorbimento mostrano invece solo componenti strette. La componente allargata dovrebbe essere quindi troppo calda per produrre un misurabile assorbimento a 21 cm, mentre e' rivelabile in emissione. Tali studi hanno pertanto messo in evidenza che il mezzo interstellare possiede due fasi: una fredda ( $T \sim 10^2$  K) e densa ( $n \sim 10 \text{ atomi/cm}^3$ ) che e' concentrata in nubi ed una calda ( $T \sim 10^4$  K) e rarefatta ( $n \sim 0.1 \text{ atomi/cm}^3$ ). C'e' poi una fase parzialmente ionizzata che costituisce il mezzo che si trova tra una nube e l'altra. Le due fasi si trovano probabilmente in equilibrio di pressione, il che spiega perche' le nubi non si dissolvano pur non essendo legate gravitazionalmente. Al presente tuttavia non abbiamo ancora una teoria in grado di spiegare tutti i fenomeni delle due fasi del mezzo interstellare nonche' la sorgente di ionizzazione.

#### 4.4.2 Nubi molecolari

A densita' pari a  $10^2$  particelle per  $\text{cm}^3$  o maggiori e a temperature di 10K, l'idrogeno nelle nubi interstellari tende a formare molecole nel modo seguente:



E' stato suggerito che tale reazione avvenga attraverso l'azione catalitica dei grani di polvere interstellare. Le superfici dei grani, infatti, forniscono la sede per la reazione poiche' assorbono l'eccesso di energia e momento rilasciati dalla reazione. Tale transizione rende impossibile studiare le nubi molecolari attraverso la riga a 21 cm. Cio' e' particolarmente negativo poiche' le nubi molecolari sono le regioni dove si formano le stelle. Per studiare la distribuzione delle nubi molecolari nella Galassia si usano le righe molecolari di OH e CO.

## 4.5 La nascita delle stelle

La Galassia ha un'età di più di 10 miliardi di anni eppure contiene stelle del tipo spettrale O, il cui tempo di vita è dell'ordine di non più di 3 milioni di anni. La formazione stellare deve essere pertanto un fenomeno ancora in atto. Tale conclusione è rinforzata dal fatto che le stelle OB sono quasi sempre circondate da nubi dense e da polveri. L'apparizione di una stella calda e brillante in una nube di  $H_2$  o di  $HI$  produce immediatamente una regione HII nella parte che circonda la stella. La regione HII ha una densità e temperatura molto maggiori del gas ambiente ( $H_2$  o  $HI$ ) quindi prima o poi la maggiore pressione termica della regione HII causerà la sua espansione nel gas circostante a velocità confrontabili con la velocità termica del gas di HII. In questo modo il mezzo interstellare può essere portato a velocità di  $10 \text{ Kmsec}^{-1}$ . L'espansione della regione HII nelle zone circostanti può determinare instabilità gravitazionali e indurre così la formazione di nuove stelle OB. Il processo di formazione stellare è così autopropagante come un'infezione. Osservazioni ottiche ed infrarosse hanno mostrato che anche le stelle di piccola massa nascono nei complessi molecolari giganti benché esse si trovino di preferenza nelle nebulose oscure come la vicina nube Taurus. Una differenza tra le stelle di massa piccola e quelle di massa grande è che le prime si trovano generalmente isolate come ad indicare che esse si formano così come sono senza passare attraverso un processo di frammentazione gerarchica. D'altra parte le stelle massicce si formano solo in gruppi e solo nelle nubi molecolari giganti. Le stelle giovani più massicce si trovano anche nei nuclei densi di grandi ammassi stellari, e ciò fa pensare che la formazione di ammassi condensati (NGC 3603, 30 Doradus) abbia un ruolo nella formazione delle stelle massicce. Le osservazioni in generale suggeriscono che: **la formazione di stelle di piccola massa sia un processo primario che implica la frammentazione di nubi in pezzi ed il collasso diretto di questi pezzi in stelle. La formazione delle stelle massicce d'altra parte, può essere un processo secondario che avviene come risultato di processi di accrescimento in ambienti densi.**

### 4.5.1 Formazione delle stelle di piccola massa

Le stelle di piccola massa appena nate sono note col nome di stelle TTauri. Esse sono sempre immerse in nubi dense di gas e polvere, i loro spettri sono dominati da intense righe di emissione. Cosa significhino tali righe non è ancora interamente chiaro (attività cromosferica?). Esse mostrano evidenze di forti venti stellari, che è anche evidenza di attività cromosferica. La luminosità delle stelle TTauri può cambiare nel giro di ore e non abbiamo una spiegazione neanche per ciò. Le TTauri presentano anche un'elevata abbondanza di Litio nella loro atmosfera. Poiché il Litio viene distrutto dalle reazioni nucleari la sua presenza nell'atmosfera di una stella è indice di giovinezza, benché si osservino alte abbondanze di Litio anche in stelle evolute ed in quel caso la presenza di tale elemento indica che la stella ha subito processi di mescolamento (dredge-up) durante la fase di ascesa del ramo gigante (vedi capitolo successivo). La prova migliore della giovinezza delle TTauri viene invece dalla loro posizione sul diagramma di Hertzsprung-Russel: tutte le TTauri stars si trovano in una regione al di sopra della sequenza principale teorica delle stelle di popolazione I. Questo è consistente con l'idea che tali stelle non sono ancora in sequenza principale poiché hanno da poco cominciato a contrarsi. L'idea che abbiamo dei primi istanti di vita di una stella è la seguente: immaginiamo un globulo sferico di massa  $M$  la cui temperatura  $T$  rimane quasi costante a  $10 \text{ K}$  per tutto il tempo in cui il gas e la polvere rimangono sufficientemente trasparenti alla loro stessa radiazione di raffreddamento. Come questo globulo inizia a contrarsi, a causa di un non specificato aumento di pressione esterna  $P_{ext}$ , il volume della nube comincerà a diminuire. Poiché ci aspettiamo che il gas della nube si comporti come un gas perfetto quando il volume è grande,  $V$  comincerà a decrescere in proporzione inversa alla crescita di  $P_{ext}$ . Tuttavia, come  $V$  inizia a diminuire ci aspettiamo

che l'autogravita' prenda il sopravvento. Infatti, oltrepassato un certo valore di raggio critico, l'autogravita' diventa cosi' forte che un'ulteriore diminuzione in  $V$  non richiede un aumento in  $P_{ext}$ . Oltrepassato questo punto, il globulo diviene dinamicamente instabile al collasso gravitazionale. Il collasso procede piu' rapidamente nelle regioni piu' interne del globulo. Quando il nucleo diventa sufficientemente opaco da non irradiare il calore da compressione tanto velocemente quanto questo viene generato dal collasso, il collasso del nucleo viene bloccato da una forte onda d'urto. A questo punto al centro del globulo si trova un oggetto idrostatico che puo' essere chiamato **protostella**, un oggetto in cui vale il teorema del viriale ( $2T + \Omega = 0$ ). La massa iniziale di tale protostella puo' essere di sole  $10^{-3}M_{\odot}$  ma lentamente accresce materia al cadere di gas e polveri circostanti. Questa fase di accrescimento porta la protostella a masse stellari su tempi scala dell'ordine di  $10^4-10^6$  anni, a seconda delle condizioni iniziali che hanno dato origine al collasso. Nella figura 11bis mostriamo la struttura teorica di una proto-stella di piccola massa nella fase di accrescimento di materia da un involucro che collassa. Il nucleo centrale della protostella e' nascosto da un anello otticamente spesso di polvere collassante. Questo e' uno schema idealizzato di collasso sferico, nella realta' ci sono la rotazione ed i campi magnetici a complicare le cose. Se vi e' rotazione il gas di accrescimento alla fine si accumula in un disco attorno all'embrione stellare e una quantita' non trascurabile di materiale protostellare puo' cadere in questo disco. Dischi residui sembrano infatti essere presenti intorno alle stelle appena formatesi. E' interessante capire quanto materiale di disco possa essere accresciuto dalla stella centrale. Questo dipende chiaramente da quanto efficientemente viene trasportato il momento angolare da fuori a dentro o rimosso dal disco e sembra che il vento stellare abbia un ruolo nel bloccare l'accrescimento. Le masse stellari delle TTauri sono molto simili alla massa di Jeans prevista per le condizioni fisiche delle nubi protostellari. La massa di Jeans si definisce come la massa minima che una nube di densita'  $\rho$  e temperatura  $T$  deve avere per essere in grado di collassare. Quindi la massa della nube deve obbedire alla seguente condizione:

$$M > M_J = (2.5R_gT/\mu G)^{3/2}(\frac{4}{3}\pi\rho)^{-1/2} \quad (55)$$

dove  $R_g$  e' la costante dei gas e  $\mu$  e' il peso molecolare medio del gas.

La massa di Jeans la si ottiene imponendo che l'energia gravitazionale di una nube sia maggiore della sua energia interna, condizione necessaria per l'instaurarsi del collasso. La condizione della massa di Jeans e' molto restrittiva: una nube tipica di gas interstellare (HI) ha una temperatura di  $\simeq 50K$ , una densita' di  $1.7 \cdot 10^{-23} gr cm^{-3}$ ,  $\mu = 1$ , questo da':

$$M_J = 3600M_{\odot} \quad (56)$$

Le masse reali delle nubi sono molto minori di questo valore, dal che se ne deduce che le nubi di HI non sono gravitazionalmente legate. D'altra parte le condizioni tipiche di una nube molecolare sono:  $T=10 K$ ,  $\rho = 1.7 \cdot 10^{-21} gr/cm^3$  e  $\mu = 2$ . Questo implica una massa di Jeans  $M_J = 8M_{\odot}$ , che e' dell'ordine di grandezza delle masse stellari. Le masse delle nubi molecolari, d'altra parte, sono molto maggiori ( $10^4 - 10^5 M_{\odot}$ ). Il problema fondamentale e' capire come le nubi di HI si accumulino e si comprimano sino a formare nubi molecolari. Il problema non e' ancora risolto, si pensa pero' che alcuni processi possano contribuire a formare le nubi molecolari, quali ad esempio: collisioni nube-nube, onde d'urto associate ai bracci di spirale, instabilita' di Rayleigh-Taylor indotte dall'avvitamento delle linee di forza del campo magnetico nel piano galattico.

Il momento angolare delle nubi interstellari rappresenta un ostacolo alla formazione stellare; il momento angolare minimo di una nube lo si puo' calcolare assumendo che la nube ruoti alla stessa velocita' angolare che e' associata al suo moto di rotazione attorno al centro galattico,  $\simeq 10^{-15} rad/sec$ . Il momento angolare per unita' di massa e' pertanto:

$$J/M = 10^{24} cm^2 sec^{-1} \quad (57)$$

per una massa di nube di  $10^4 M_\odot$ . Tuttavia le velocita' rotazionali di stelle che si trovano in presequenza indicano:

$$J/M = 10^{17} \text{cm}^2 \text{sec}^{-1} \quad (58)$$

il che vuol dire che i frammenti di nube che in seguito daranno origine alle stelle devono perdere 7 ordini di grandezza in  $J/M$ !

Due processi possono produrre perdita di momento angolare: 1) se la materia e' accoppiata al campo magnetico B, l'avvitamento delle linee di forza del campo puo' dare origine ad onde di Alfvén che trasferiscono momento angolare dalla nube al mezzo esterno. Si pensa che una riduzione significativa di momento angolare avvenga in  $10^6 - 10^7$  anni. Questo meccanismo e' valido fino a  $\rho = 10^{-19} \text{gr/cm}^3$ , poiche' a tale densita' il campo magnetico non e' piu' accoppiato alla materia, cioe' la densita' di particelle cariche diventa molto bassa.

2) Quando la frammentazione avviene in una nube in rotazione, la regione centrale si spezza in frammenti orbitanti. Ogni frammento trattiene del momento angolare di spin ma e' piccolo a sufficienza da lasciar collassare il frammento. Al procedere del collasso i frammenti si possono ulteriormente spezzare in altri frammenti convertendo momento angolare di spin in moto orbitale. Dopo alcune di queste fasi il momento angolare di spin di alcuni dei frammenti piu' piccoli puo' essersi ridotto di alcuni ordini di grandezza. Una sequenza di frammentazioni e' un evento molto probabile durante il processo di formazione stellare. Il fatto che la massa di Jeans nelle nubi molecolari sia maggiore della tipica massa stellare ( $\simeq 1M_\odot$ ) indica che si hanno frammentazioni successive. Infatti al procedere del collasso la densita' cresce ma la temperatura diminuisce o rimane costante (collasso isoterma). Cio' e' dovuto al fatto che la nube tende a scaldarsi a causa della compressione gravitazionale ma l'energia interna viene convertita in parte in radiazione che puo' facilmente uscire dalla nube grazie alla ancor bassa densita'. Pertanto la massa di Jeans tende a diminuire facilitando ulteriore frammentazione. La frammentazione continua fino a quando la densita' non e' cresciuta al punto da rendere la nube opaca alla radiazione. Questo punto critico avviene a  $\rho \simeq 10^{-13} - 10^{-14} \text{gr/cm}^3$ , che significa:

$$M_J(T = 10K) = 0.005M_\odot \quad (59)$$

A questo punto un ulteriore aumento in  $\rho$  determina un aumento in T e quindi un aumento di  $M_J$ .

# FORMAZIONE DI UNA STELLA DI PICCOLA MASSA

THE MATERIAL BETWEEN THE STARS

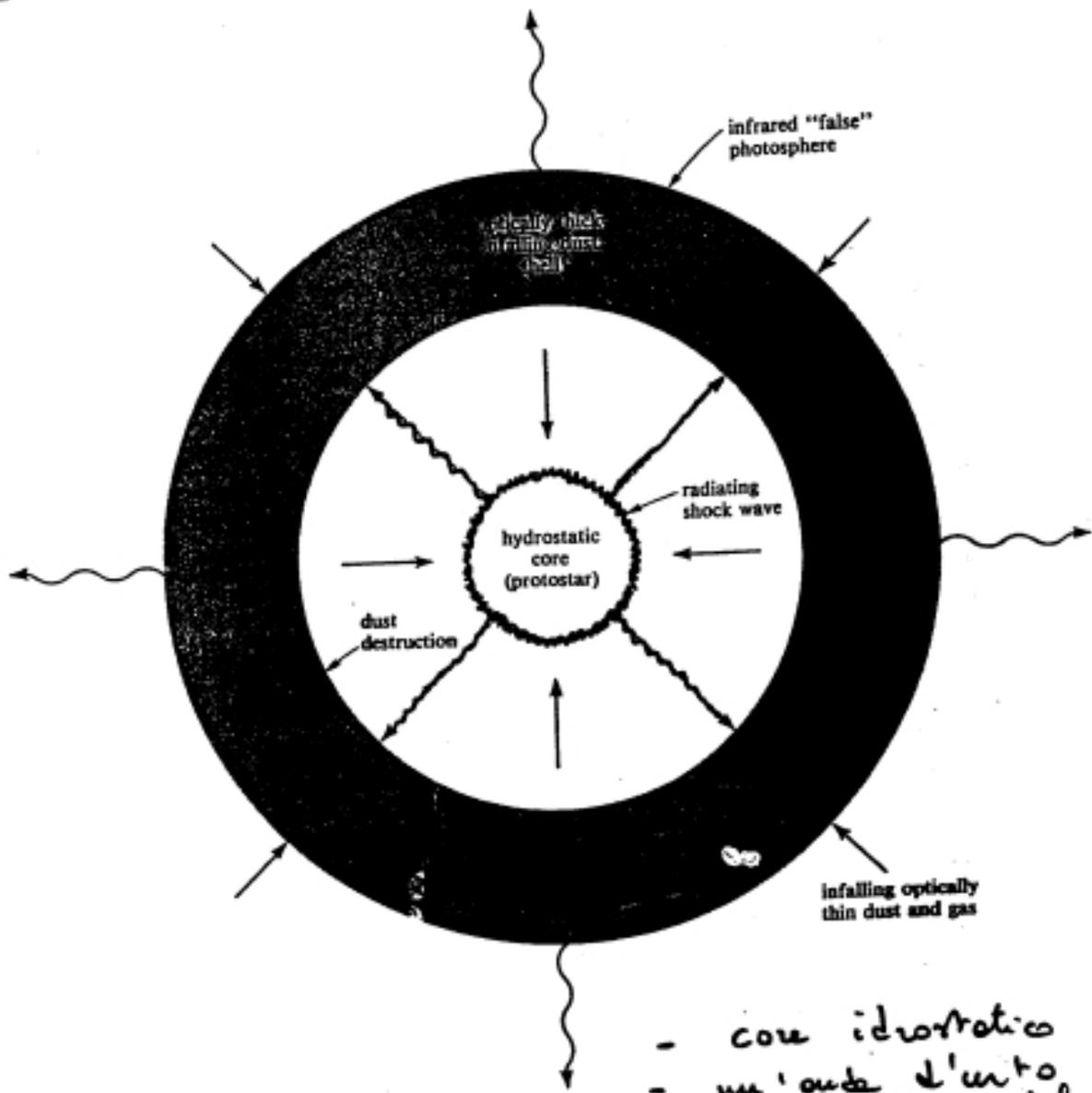


Figure 4.3 The theoretical structure of a low-mass protostar in the phase of accreting matter from a collapsing cloud envelope. The central protostar is hidden by an optically thick shell of infalling dust. (Adapted from Stahler, Shu, and Taam, *Ap. J.*, 241, 1980, 637.)

- core idrostatico
- un'onda d'urto che innesca e definisce la superficie della proto-stella
- una zona libera da polvere distrutta dalla radiazione dell'onda d'urto (HI) → spazio
- una shell opaca fatta di polvere che cade sulla proto-stella e innesca nell'infrarosso

Figura 4.3: La formazione di una stella di piccola massa.

## 4.5.2 Formazione di stelle di grande massa

Come abbiamo già accennato le stelle massicce si formano soltanto in grandi aggregati di gas e altre stelle giovani e le più massicce tendono a formarsi di preferenza nei nuclei densi di grandi ammassi. Questo suggerisce che l'evoluzione dinamica di ammassi di stelle in formazione può giocare un ruolo essenziale nella formazione delle stelle più massicce. Sfortunatamente la formazione delle stelle massicce è meno compresa della formazione delle stelle di piccola massa. In ogni caso è chiaro che la formazione di stelle massicce deve essere un processo più complesso. Una ragione è che, a differenza dei piccoli e calmi nuclei dove si formano le stelle di massa piccola, le nubi molecolari dove si formano le stelle massicce contengono sempre moti interni turbolenti e più di una massa tipica di Jeans. Pertanto si ha la possibilità che vi si formi più di una stella, come indicato osservativamente dal fatto che le stelle massicce non sono mai isolate. Un'altra differenza è che per le stelle massicce la pressione di radiazione diventa importante durante il processo di formazione ed impedisce che ulteriore gas si accresca sulla stella in formazione, almeno nel collasso sferico. Pare che la pressione di radiazione impedisca ulteriore accrescimento già a partire da masse dell'ordine di  $15-30M_{\odot}$ . La pressione di radiazione può però essere vinta da accrescimento non sferico a partire da un disco denso di gas, ma tutta la materia destinata a formare una stella massiccia dovrebbe in tal caso condensare in una struttura molto piatta. Infine, se le stelle massicce si formano in sistemi multipli e chiusi, collisioni stellari e mergers possono avvenire e rappresentare un modo particolarmente efficiente di generare stelle massicce senza l'ostacolo della pressione di radiazione. Un'altra differenza tra la formazione di stelle di piccola e grande massa è che in quest'ultimo caso il processo di formazione è più lungo. Sembra pertanto chiaro che le stelle di grande massa si formino dopo le stelle di piccola massa. Una caratteristica comune ai vari scenari di formazione di stelle massicce è il fatto che si formino dal materiale residuo lasciato dalla formazione delle stelle di piccola massa. Una conseguenza di ciò è che la maggior parte della materia che condensa in stelle va in stelle di piccola massa e una quantità sempre più piccola rimane per formare stelle più massicce. Se la funzione di distribuzione delle masse stellari è una legge di potenza questo significa che l'esponente deve essere  $>1$  per le stelle di grande massa.

Le stelle massicce sono anche collegate alla struttura di spirale, infatti si trovano concentrate soprattutto nei bracci di spirale. Questo fatto suggerisce che la struttura di spirale possa essere dovuta alla formazione stellare e non il viceversa che è pure altrettanto plausibile (abbiamo visto precedentemente che la struttura di spirale può essere spiegata dalla teoria delle onde di spirale, che sono onde di densità e pertanto possono indurre formazione stellare). L'idea della *formazione stellare stocastica autopropagantesi* venne a due ricercatori del centro IBM di Yorktown (Gerola e Seiden, 1978). Consiste nel fatto che la maggior parte della formazione stellare sia indotta dalle stelle massicce della generazione precedente attraverso l'espansione delle regioni HII e delle supernovae che comprimono il gas interstellare stimolando la formazione di nuove stelle. Allo stesso tempo la formazione stellare viene inibita nelle zone dove c'è appena stata esplosione di supernovae, a causa dell'elevata temperatura raggiunta dal gas. Tutta la catena inizia a causa di formazione stellare spontanea che avviene grazie ai meccanismi prima descritti, collisioni nube-nube etc.. In questa teoria la struttura di spirale origina dall'effetto combinato della curva di rotazione differenziale e della formazione stellare. La rotazione infatti distribuisce le stelle in una struttura a spirale. Simulazioni numeriche hanno mostrato che con questa semplice teoria è possibile riprodurre molto bene alcune strutture di spirale ma non tutte, ad esempio non è possibile riprodurre le spirali *a gran disegno*, cioè con braccia molto avvitate, come M51. Probabilmente ciò è dovuto alla ancora limitata conoscenza del processo di formazione stellare.

### 4.5.3 Stelle Primordiali

Nelle prime fasi dell'evoluzione dell'Universo, in assenza di metalli (composizione chimica derivante dal Big Bang), i meccanismi di raffreddamento della materia erano basati solo su transizioni molecolari di  $H_2$  e HD. Simulazioni numeriche hanno mostrato che in queste condizioni la massa di Jeans puo' essere  $> 100M_\odot$  fino a raggiungere  $10^5M_\odot$ . Quando appaiono i primi metalli, il meccanismo di raffreddamento dovuto all' $H_2$  lascia il posto a quello dovuto ai metalli e la massa di Jeans si abbassa. La transizione tra i due regimi di raffreddamento sembra avvenire quando il contenuto metallico del gas si trova nell'intervallo  $(10^{-6} - 10^{-4}) \cdot Z_\odot$  ( $Z_\odot = 0.02$ ). Questa ipotetica generazione di stelle molto massicce viene generalmente indicata col nome di Popolazione III.

## 4.6 Tempi Scala Caratteristici delle Stelle

Ci sono alcuni tempi scala caratteristici di diverse fasi dell'evoluzione stellare: tempo di caduta libera, tempo di contrazione, tempo nucleare e tempo di raffreddamento.

### *Il tempo di caduta libera*

Se la stella non e' in equilibrio idrostatico (cioe' le forze di pressione non bilanciano le forze gravitazionali) evolve in un tempo dinamico, detto anche di caduta libera. Questo tempo e' gia' stato definito precedentemente nella equazione (9):

$$t_{ff} = \sqrt{\frac{3\pi}{32G\rho}} \propto \rho^{-1/2}$$

dove R e' il raggio iniziale ed M la massa iniziale e  $\rho$  la densita' iniziale. Questo tempo scala e' il tempo necessario per il collasso completo dell'oggetto. Stelle che evolvono su questo tempo scala sono le protostelle per le quali  $t_{ff} = 10^5$  anni, i nuclei delle stelle massicce che subiscono la fotodissociazione dei nuclei di Fe per i quali  $t_{ff} = 0.1$  secondi. Le stelle variabili come le Cefeidi evolvono anche su tempi scala dinamici dell'ordine di 10 giorni.

### *Tempo scala di contrazione*

Per stelle in equilibrio idrostatico ma senza sorgente di energia interna si ha contrazione lenta con emissione di energia gravitazionale (teorema del Viriale). Il tempo scala associato a questo fenomeno e' noto come tempo di "Kelvin-Helmoltz" ed e' dato da:

$$t_{K-H} = \frac{\Omega}{L} = \frac{GM^2}{RL}$$

Stelle che si contraggono verso la Sequenza Principale (stelle di Pre-Sequenza) evolvono su questo tempo scala.

### *Tempo scala nucleare*

Le stelle passano la maggior parte della loro vita a convertire H in He, cioe' 4 protoni di massa 1.008, in unita' di massa atomica, si fondono per dare 1 atomo di He di massa 4.0027. Una differenza di massa di  $\Delta m = 0.0073$  per protone viene rilasciata sotto forma di energia.

Il tempo scala associato a questo processo e':

$$t_{nuc} = 0.0073Mc^2/L$$

Per il bruciamento dell'He, si hanno tre nuclei di He che si fondono per dare un nucleo di C. Il rilascio di energia per unita' di massa atomica di questo processo e' un fattore 10 piu' piccolo che per il bruciamento dell'idrogeno. Pertanto, ne consegue che il tempo che la stella spende in questa fase e' dieci volte piu' breve del tempo di Sequenza Principale.

### *Il tempo di raffreddamento*

Per stelle "nane bianche", in equilibrio idrostatico senza sorgente di energia nucleare, l'energia irradiata proviene dal raffreddamento del loro interno caldo. L'energia termica e' fornita dai soli ioni poiche' gli elettroni sono altamente degeneri. Il tempo scala di raffreddamento e' dato da:

$$t_{cool} = \frac{E_{th}}{L} = \frac{1.5R_gTM}{(\mu_A L)}$$

dove T e' la temperatura degli ioni e  $\mu_A$  e' il peso atomico degli ioni. Per una nana bianca di  $0.7M_\odot$  composta di C, il tempo di raffreddamento e'  $\simeq 1.15 \cdot 10^9$  anni, o meglio il tempo necessario a raggiungere una luminosita' di  $10^{-3}L_\odot$ . Questo tempo scala si applica anche alle

stelle di piccolissima massa che non ce la fanno ad innescare reazioni nucleari, una volta raggiunto il raggio di contrazione finale.

Nella maggior parte delle stelle nella maggior parte dei loro stadi evolutivi vale la seguente disuguaglianza:

$$t_{ff} \ll t_{cool} \ll t_{nuc}$$

# Capitolo 5

## NATURA E STRUTTURA DELLE STELLE

### 5.1 Equazioni della struttura stellare

La storia dell'evoluzione di una stella non e' altro che la storia della contrazione di una massa di gas sotto l'effetto del proprio campo gravitazionale. Assumendo che valga la simmetria sferica si puo' dire che in generale una struttura stellare e' in equilibrio grazie alle forze di pressione generate nella materia stessa che annullano l'effetto della forza del campo gravitazionale. Dal bilancio delle forze di pressione e delle forze gravitazionali su un elemento di materia di massa  $dm = \rho ds dr = \rho dV$  posto a distanza  $r$  dal centro della stella si ricava:

$$dP(r) = -\frac{GM(r)\rho(r)}{r^2}dr \quad (60)$$

nota come **equazione dell'equilibrio idrostatico**.

$(dP/dr)dr ds$  e' la forza di pressione operante sull'elemento (pressione di gas +pressione di radiazione),  $M(r)$  e' la massa contenuta nella sfera di raggio  $r$ . L'equazione dell'equilibrio idrostatico ci assicura che la pressione deve decrescere continuamente dalle zone centrali a quelle esterne di una stella.

#### 5.1.1 Equilibrio idrostatico e teorema del Viriale

Come abbiamo appena visto, un elemento di materia a distanza  $r$  dal centro di un sistema sferico e' in equilibrio idrostatico se vale la (60). L'intero sistema e' in equilibrio se la (60) vale a tutti i raggi:

$$\int_0^R 4\pi r^3 \frac{dP}{dr} dr = - \int_0^R \frac{4\pi r^3 Gm(r)\rho(r)}{r^2} dr \quad (60bis)$$

dove ho moltiplicato la (60) per  $4\pi r^3$  ed integrato fra 0 ed  $R$ . Il membro di destra della (60bis) altri non e' che l'energia gravitazionale, ovvero:

$$E_{GR} = -G \int_0^M \frac{m(r)}{r} dm$$

dove  $dm = 4\pi r^2 \rho(r) dr$ .

Il primo membro della (60bis) lo si puo' scrivere come:

$$\int_0^R 4\pi r^3 \frac{dP}{dr} dr = [P(r)4\pi r^3]_0^R - 3 \int_0^R P(r)4\pi r^2 dr$$

dopo aver integrato per parti. La prima parte del membro di destra e' nulla perche' la pressione in R e' nulla, mentre la seconda puo'essere scritta come:

$$-3 \int_0^R P(r) 4\pi r^2 dr = -3 \langle P \rangle V$$

Quindi la (60bis) diventa:

$$\langle P \rangle = -\frac{1}{3} \frac{E_{GR}}{V}$$

D'altra parte, per un gas di particelle non-relativistiche possiamo scrivere:

$$\langle P \rangle = \frac{n}{3} (mv^2) = \frac{2}{3} \frac{E_{cin}}{V}$$

dove  $n = N/V$  e' il numero di particelle per unita' di volume. Questa espressione deriva dal fatto che in generale la pressione e' data da:

$$\langle P \rangle = \frac{n}{3} \langle p \cdot v \rangle$$

dove  $p = v \cdot m$ .

A questo punto eguagliando le due espressioni precedenti otteniamo:

$$2E_{cin} + E_{GR} = 0 \quad (60tris)$$

La (60tris) altri non e' che il teorema del Viriale per una struttura stellare. Poiche' l'energia totale del sistema e':

$$E_{tot} = E_{cin} + E_{GR}$$

se ne deduce che:

$$E_{tot} = -E_{cin} = \frac{1}{2} E_{GR}$$

Questo significa che nubi fortemente legate gravitazionalmente posseggono una grande energia cinetica e quindi sono calde. In altre parole, la gravita' e' il motore che riscalda le stelle e consente l'accensione dei vari combustibili nucleari e cio' e' l'effetto del teorema del Viriale.

La seconda condizione e' **l'equazione di continuita'**:

$$dM = 4\pi r^2 \rho dr \quad (61)$$

Cosi' che si ha un sistema di 2 equazioni in 3 incognite:  $P(r)$ ,  $M(r)$  e  $\rho(r)$ . Per scrivere la terza equazione definiamo le proprieta' della materia stellare:

$$P = P(\rho, T, \mu) \quad (62)$$

questa e' **l'equazione di stato**, dove  $\mu$  e' il peso molecolare medio.

Ci sono due tipi di pressione nelle stelle normali, la pressione del gas e la pressione di radiazione. In condizioni normali il gas si comporta come un gas perfetto e quindi la sua pressione e' data da:

$$P_{gas} = nKT = R\rho T/\mu \quad (63)$$

dove  $n$  e' il numero di particelle per  $cm^3$  e  $K$  e' la costante di Boltzmann  $K = 1.38 \cdot 10^{-23} JK^{-1}$  ed  $R = K/m_H JK^{-1} Kg^{-1}$  e' la costante di Raileigh. La quantita'  $\mu$  e' invece il peso molecolare medio del materiale stellare. La pressione di radiazione e' data da:

$$P_{rad} = \frac{1}{3} aT^4 \quad (64)$$

dove  $a = 7.55 \cdot 10^{-16} \text{ Jm}^{-3} \text{ K}^{-4}$  e' la costante di radiazione.

Ora pero' abbiamo introdotto una quarta incognita T. Occorre pertanto conoscere la legge di variazione della temperatura in funzione di r, ovvero il gradiente di temperatura  $dT/dr$  all'interno della stella. L'esistenza di un gradiente di temperatura indica di per se' l'esistenza di un flusso di energia.

In natura ci sono tre possibili meccanismi di trasporto di energia: CONDUZIONE, CONVEZIONE e RADIAZIONE. Se non vi sono fenomeni convettivi, il flusso di energia e' direttamente proporzionale al gradiente di temperatura esistente:

$$\frac{dT}{dr} \propto F$$

Tale proporzionalita' si puo' meglio esplicitare attraverso il coefficiente di opacita':

$$\frac{dT}{dr} \propto kF$$

dove  $k = k(\rho, T)$  e' la resistenza al flusso opposta dalla materia (opacita'). La relazione esatta e':

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{3}{4ac} \frac{k\rho}{T^3} F \quad (65)$$

questa e' **l'equazione del trasporto radiativo** dove  $1/k\rho = \lambda$  e' il cammino libero medio dei fotoni e  $c$  e' la velocita' della luce.

Il flusso di energia puo' essere espresso in funzione dell'energia  $L_r(r)$  che attraversa il generico strato sferico di raggio r per secondo:

$$L(r) = 4\pi r^2 F(r) \quad (66)$$

ricordandoci che la legge di emissione di Stefan-Boltzmann e':

$$L = 4\pi r^2 \sigma T_{eff}^4 \quad (67)$$

L'equazione del trasporto allora diventa:

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{3}{4ac} \frac{k\rho}{T^3} \frac{L_r}{4\pi r^2} \quad (68)$$

Adesso manca ancora una equazione per la nuova variabile  $L_r$ :

$$\frac{dL_r}{dr} = 4\pi r^2 \epsilon \rho \quad (69)$$

nota come **equazione di conservazione dell'energia**. Tale equazione impone che una variazione  $dL_r$  implichi una produzione o un assorbimento di energia nello strato di massa  $4\pi r^2 dr \rho$ . La quantita'  $\epsilon = \epsilon(\rho, T)$  e' il coefficiente di produzione di energia per grammo di materia e per secondo.

### 5.1.2 Risoluzione delle equazioni della struttura stellare

Quindi ora abbiamo un sistema di 5 equazioni in 5 incognite (P,  $\rho$ , T, M, L). Supponendo noti  $k$ ,  $\epsilon$  and  $\mu$  tale sistema e' risolubile solo numericamente e con le necessarie condizioni al contorno. Le condizioni al contorno sono:

$$r = 0 \rightarrow M_r = 0; L_r = 0$$

$$r = R \rightarrow P_r = \rho_r = T_r = 0; M_r = M; L_r = L. \quad (70)$$

Generalmente pero' si usa convertire le equazioni in funzione della massa della stella, ovvero si assume un approccio lagrangiano. Le condizioni al contorno in questo caso diventano:

$$M_r = 0 \rightarrow L_r = 0; r = 0$$

$$M_r = M_s \rightarrow P_r = \rho_r = T_r = 0; L_r = L. \quad (70bis)$$

e le equazioni dell'equilibrio stellare diventano:

$$\frac{dP}{dM} = -\frac{GM}{4\pi r^4}$$

$$\frac{dr}{dM} = \frac{1}{4\pi r^2 \rho}$$

$$\frac{dL}{dM} = \epsilon$$

$$\frac{dT}{dM} = -\frac{3kL}{64\pi^2 a c r^4 T^3}$$

a cui si aggiunge ovviamente l'equazione di stato e dove si e' operata la seguente sostituzione di variabile:

$$\frac{d}{dM} = \frac{d}{dr} \cdot \frac{dr}{dM}.$$

Esiste un teorema noto col nome di *Teorema di Vogt-Russell* che afferma che se la massa e la composizione chimica di una stella sono specificati, il set di 5 equazioni con variabile indipendente  $M$  ha una ed una sola soluzione e la struttura della stella e' cosi' univocamente determinata. Tuttavia, a questo punto viene naturale chiedersi *come facciamo a calcolare l'evoluzione nel tempo di una stella se le equazioni della struttura stellare hanno per variabile indipendente la massa?* Si procede cosi': data la massa e la composizione chimica  $(X, Y, Z)$ <sup>1</sup> di una stella al tempo  $t_o$  grazie alle equazioni della struttura stellare ne conosciamo l'esatta composizione chimica. Tale composizione cambia a causa delle reazioni nucleari. Dobbiamo quindi scrivere le equazioni dell'evoluzione chimica della stella in funzione del tempo, ovvero:

$$\frac{\partial(\text{composizione})_M}{\partial t} = f(\rho, T, \text{comp.})$$

Si scrive una tale equazione per ogni elemento chimico. Ad esempio, nella trasformazione da H in He si scrivono due equazioni, una per la diminuzione dell'H e l'altra per l'aumento dell'He. Calcoliamo poi la nuova composizione chimica al tempo  $t_o + \delta t$  nel seguente modo:

$$\text{composizione}_{M, t_o + \delta t} = \text{composizione}_{M, t_o} + \frac{\partial(\text{composizione})_M}{\partial t} \delta t$$

Cosi' conosciamo la nuova composizione chimica al tempo  $t_o + \delta t$  e tramite le 5 equazioni possiamo definire la nuova struttura della stella e cosi' via. Tutto cio' e' valido nell'ipotesi che nell'intervallo di tempo  $\delta t$  le proprieta' della stella non varino significativamente, altrimenti le derivate temporali non possono essere trascurate. A quel punto si hanno derivate in  $M$  e  $t$  e la risoluzione e' piu' complicata benché sempre fattibile.

---

<sup>1</sup>X e' l'abbondanza in massa dell'idrogeno, Y e' l'abbondanza in massa dell'elio e Z e' l'abbondanza in massa dei metalli, ovvero di tutti gli elementi piu' pesanti dell'elio

### 5.1.3 Modelli stellari semplici (modelli politropici)

Combinando l'equazione dell'equilibrio idrostatico ( $\frac{dP}{dr} = -\frac{GM\rho(r)}{r^2}$ ) con l'equazione di continuita' ( $\frac{dm}{dr} = 4\pi r^2\rho(r)$ ) si ottiene:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left[ \frac{r^2}{\rho} \frac{dP}{dr} \right] = -4\pi G\rho$$

Assumendo una relazione semplice tra  $P$  e  $\rho$ , in particolare un cosiddetto *modello politropico* di indice  $n$ :

$$P = k' \rho^{(n+1)/n}$$

con  $k'$  costante e sostituendo quest'espressione nell'equazione precedente si ha:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left[ \frac{r^2}{\rho} \frac{d}{dr} (k' \rho^{(n+1)/n}) \right] = -4\pi G\rho$$

Si ottiene un'unica soluzione imponendo le seguenti condizioni al contorno:

$$r = 0 \rightarrow \rho = \rho_c; \quad \frac{d\rho}{dr} = 0$$

e:

$$m(0) = 0.$$

Così una volta fissato  $\rho_c$ , la soluzione numerica dell'equazione dà il profilo di  $\rho(r)$ .

I modelli politropici richiedono anch'essi la soluzione di un'equazione differenziale con metodi numerici ma sono più semplici e servono per capire l'andamento delle variabili fisiche nelle stelle. Le stelle si dicono politropiche se la loro equazione di stato può essere espressa come sola funzione della densità ( $\rho$ ). Due possibili esempi sono: il gas ideale in regime di convezione (Vedi 5.2), dove l'equazione di stato è data da  $P = K\rho^\gamma$ , con  $\gamma = C_p/C_v = 5/3$  rapporto dei calori specifici in un gas ideale. Il gas degenere è il secondo esempio poiché l'equazione di stato di un gas degenere sia non relativistico che relativistico dipende solo dalla densità e non dalla temperatura (Vedi 5.6). Come vedremo nel paragrafo 5.6, ad esempio nel caso di gas degenere relativistico, si ha  $P \propto \rho^{4/3}$ . Quindi nel caso di gas perfetto o ideale  $n = 3/2$ , mentre nel caso di gas degenere relativistico abbiamo  $n = 3$  (basta porre  $\gamma = \frac{n+1}{n}$ ).

A seconda del valore dell'indice  $n$  si hanno politropi di vario ordine. Si può dimostrare che se  $n = 3/2$  (gas perfetto) si ha:

$$P_c = 0.48GM^{2/3}\rho_c^{4/3}$$

e se invece  $n = 3$  (particelle relativistiche) si ha:

$$P_c = 0.36GM^{2/3}\rho_c^{4/3}.$$

È interessante ricordare che pressione  $P$  e temperatura  $T$  vanno come:

$$P \propto \frac{M^2}{R^4}$$

come conseguenza dell'equilibrio idrostatico, mentre:

$$T \propto \frac{M}{R}$$

come conseguenza del teorema del Viriale. Usando le due equazioni precedenti e ricordandoci le espressioni di  $P_{gas}$  e  $P_{rad}$  si può scrivere:

$$\frac{P_{rad}}{P_{gas}} \propto M^2$$

Da cui si vede che la pressione di radiazione non può più essere trascurata in stelle di grande massa, come vedremo nel capitolo V.

## 5.2 Trasporto energetico all'interno delle stelle

Si e' visto che nel caso di assenza di moti convettivi in ogni zona della stella si instaura un gradiente termico collegato al flusso di energia uscente, tale gradiente e' indicato come **gradiente radiativo**.

Criterio di stabilita' alla convezione (criterio di Schwarzschild):

$$\left(\frac{dT}{dP}\right)_{rad} > \left(\frac{dT}{dP}\right)_{ad} \quad (71)$$

Supponiamo di operare un piccolo spostamento di materia. L'elemento trasportato trasforma la propria pressione adeguandola a quella circostante. Se l'elemento e' spostato verso l'alto la pressione diminuirà'. Poiche' i tempi scala termodinamici per lo scambio di calore sono piu' lunghi di quelli meccanici, si puo' assumere che durante lo spostamento l'elemento si mantenga adiabatico. Se il valore assoluto di  $(dT/dr)_{ad}$  e' minore del gradiente radiativo dell'ambiente circostante  $(dT/dr)_{rad}$ , la diminuzione di temperatura e' piu' sensibile nell'ambiente. Così' l'elemento spostandosi adiabaticamente tende a divenire piu' caldo dell'ambiente circostante, quindi meno denso, e quindi riceve una spinta secondo il principio di Archimede che favorisce il proseguimento del moto verso l'alto.

Il **principio di Schwarzschild** si esprime di solito nella forma:

$$\left(\frac{d\log T}{d\log P}\right)_{rad} > \left(\frac{d\log T}{d\log P}\right)_{ad} \quad (72)$$

ovvero:

$$\nabla_{rad} > \nabla_{ad} \quad (73)$$

In base a tale criterio nelle zone dove  $\nabla_{rad} > \nabla_{ad}$  un elemento convettivo tende ad essere continuamente accelerato. Il bordo di una zona convettiva e' definito, in generale, come il punto dove l'accelerazione degli elementi convettivi e' nulla. Tuttavia se l'accelerazione e' nulla non necessariamente lo e' la velocita', così' che ci sara' una zona dove gli elementi convettivi sbordano, tale fenomeno e' noto con il nome di "overshooting".

### *Trasporto radiativo*

Derivazione dell'equilibrio radiativo.

Se osserviamo una regione dove c'e' un gradiente di temperatura, essendo la densita' di fotoni maggiore nella zona a maggiore temperatura, esistera' un flusso netto di fotoni dalla zona a maggior temperatura a quella a minor temperatura. Sia  $N$  il numero di fotoni per unita' di superficie e per unita' di tempo che compongono il flusso, il numero di interazioni subite in un tragitto  $dr$  e'  $\frac{dr}{\lambda}$  dove  $\lambda$  e' il cammino libero medio dei fotoni. Il momento trasferito per unita' di superficie e':

$$\delta p = N \frac{dr}{\lambda} \frac{h\nu}{c} = \frac{F}{\lambda c} dr \quad (74)$$

dove  $F = Nh\nu$  e' il flusso energetico per unita' di superficie e per unita' di tempo. La pressione di radiazione e' il momento trasportato per unita' di tempo e di superficie dalla radiazione:

$$\delta p = dP_r$$

da cui ne consegue che:

$$\frac{F}{\lambda c} = \frac{dP_r}{dr} \quad (75)$$

dove

$$P_r = \frac{a}{3} T^4. \quad (76)$$

Il differenziale della (76) e':

$$dP_r = \frac{4}{3}aT^3dT \quad (77)$$

Ora si assuma che valga l'equilibrio termodinamico:

$$F = \lambda c \frac{dP_r}{dr} = \lambda ca \frac{4}{3}T^3 \frac{dT}{dr} \quad (78)$$

poiche'  $\lambda = \frac{1}{k\rho}$  ne consegue che:

$$F = -\frac{4}{3} \frac{ac}{k\rho} T^3 \frac{dT}{dr} \quad (79)$$

F e' il flusso radiativo indotto dal gradiente di temperatura.

*Trasporto convettivo*

L'equazione del **trasporto radiativo** (65) puo' essere scritta come:

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{3}{4ac} \frac{k\rho}{T^3} \frac{L_r}{4\pi r^2} \quad (80)$$

che e' l'equivalente dell'equazione (65), mentre quella del **trasporto convettivo**:

$$\frac{dT}{dr} = (1 - \frac{1}{\gamma}) \frac{T}{P} \frac{dP}{dr} \quad (81)$$

dove  $\gamma = C_P/C_V$  e' il rapporto dei calori specifici. Pertanto la stabilita' dell'equilibrio convettivo puo' essere scritta come:

$$\left| -\frac{3}{4ac} \frac{k\rho}{T^3} \frac{L_r}{4\pi r^2} \right| > \left| (1 - \frac{1}{\gamma}) \frac{T}{P} \frac{dP}{dr} \right| \quad (82)$$

*Derivazione del gradiente convettivo*

In regime convettivo un elemento di materia continua a salire perche' diventa meno denso dell'ambiente circostante. Sia  $z$  la coordinata verticale e sia  $\delta z$  lo spostamento infinitesimo dell'elemento di materia che muove da  $z$  a  $z + \delta z$  e passa da pressione  $P$  e densita'  $\rho$  a pressione  $P - \delta P$  e densita'  $\rho - \delta\rho$ , mentre nell'ambiente circostante si passa da  $P$  e  $\rho$  a  $P + (dP/dz)\delta z$  e  $\rho + (d\rho/dz)\delta z$ . In base alla legge delle trasformazioni adiabatiche ( $\frac{P}{\rho^\gamma} = \text{costante}$ ), con  $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$  rapporto dei calori specifici, possiamo scrivere:

$$\frac{(P - \delta P)}{(\rho - \delta\rho)^\gamma} = \frac{P}{\rho^\gamma}$$

Se  $\delta P$ ,  $\delta\rho$  e  $\delta z$  sono sufficientemente piccoli possiamo scrivere:

$$(\rho - \delta\rho) = \rho^\gamma - \gamma\rho^{\gamma-1}\delta\rho$$

e pertanto:

$$\delta P = (\gamma P/\rho)\delta\rho$$

Poiche' l'elemento fluido rimane sempre alla stessa pressione dell'ambiente, possiamo scrivere:

$$\delta P = (-\frac{dP}{dz})\delta z$$

Combinando le due equazioni precedenti si ha:

$$\delta\rho = (\frac{\rho}{\gamma P})(-\frac{dP}{dz})\delta z$$

A questo punto, l'elemento fluido continuerà a salire se:

$$\rho - \delta\rho < \rho + \left(\frac{d\rho}{dz}\right)\delta z$$

ovvero:

$$\left(\frac{\rho}{\gamma P}\right)\left(\frac{dP}{dz}\right) < \frac{d\rho}{dz}$$

Divido ora ambo i membri della precedente equazione per  $-\frac{dP}{dz}$  ed ottengo:

$$\frac{P}{\rho} \frac{d\rho}{dP} < \frac{1}{\gamma}$$

Se il gas è perfetto  $P_{rad}$  è trascurabile e la pressione è data da:

$$P = \frac{\rho K T}{\bar{m}},$$

con  $\bar{m}$  massa media delle particelle nel gas. Facendo il logaritmo e differenziando l'espressione della pressione del gas si ottiene:

$$\frac{dP}{P} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dT}{T}$$

Combinando questa equazione con la disequazione si ottiene:

$$\frac{P}{T} \frac{dT}{dP} > \frac{\gamma - 1}{\gamma}$$

e questa è la condizione per l'instaurarsi della convezione. La quantità  $\frac{\gamma-1}{\gamma}$  è il **gradiente adiabatico**. Sostituendo il segno di maggiore con l'uguale e dividendo per  $\frac{dT}{dr}$  si ottiene:

$$\frac{dT}{dr} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{T}{P} \frac{dP}{dr}$$

che è l'**equazione del gradiente convettivo**.

## 5.3 La massa minima e massima per le stelle

### 5.3.1 La massa minima

Quando l'energia nucleare interna manca o si esaurisce un combustibile nucleare la stella inizia a collassare sotto l'effetto della propria gravita', pur rimanendo pero' in equilibrio idrostatico. Durante la contrazione, per effetto del teorema del Viriale la temperatura interna cresce ma non all'infinito: la crescita si arresta quando la materia diventa degenera. In particolare, gli elettroni diventano degeneri. La condizione si verifica quando la distanza media tra elettroni diviene confrontabile con la lunghezza d'onda degli elettroni, ovvero la lunghezza d'onda di de Broglie(vedi in seguito) :

$$\lambda = \frac{h}{(m_e KT)^{1/2}}$$

dove  $h$  e' la costante di Planck e  $m_e$  e' la massa degli elettroni. La materia si trova sotto forma di gas perfetto fintantoche':

$$\rho \ll \frac{\bar{m}}{\lambda^3} \sim \bar{m} \frac{(m_e KT)^{3/2}}{h^3}$$

dove  $\bar{m}$  e' la massa media delle particelle di gas ionizzato.

In equilibrio idrostatico vale il teorema del Viriale (eq. 60tris) dove l'energia cinetica puo' essere scritta come:

$$E_{cin} = \frac{3}{2} nKT$$

ed  $n = N/V$ . Applicando il teorema del Viriale si ottiene dunque:

$$KT \sim \frac{GM\bar{m}}{3R} \sim G\bar{m}M^{2/3}\rho^{1/3}$$

da cui si vede che la temperatura va come  $\rho^{1/3}$ . Quando  $\rho$  raggiunge il valore critico di degenerazione, corrispondente a  $\frac{\bar{m}}{\lambda^3}$  si ha:

$$KT \sim GM^{2/3}\bar{m}^{4/3} \frac{(m_e KT)^{1/2}}{h}$$

che si puo' riarrangiare come:

$$KT \sim \left[ \frac{G^2 \bar{m}^{8/3} m_e}{h^2} \right] M^{4/3}$$

Quest'equazione e' molto importante perche' ci dice che esiste una temperatura centrale massima che ogni stella puo' raggiungere e che coincide col momento in cui gli elettroni del gas diventano degeneri e da quel momento in poi la compressione non causa piu' aumento di temperatura (vedi in seguito eq. (98) e (99)).

Questa equazione ci da' anche la massa minima di una stella:

$$M_{min} \sim (KT)^{3/4} \cdot \left[ \frac{h^2}{G^2 \bar{m}^{8/3} m_e} \right]^{3/4}$$

e se sostituiamo a  $T = T_{ign}$  la temperatura di accensione dell'H ( $\simeq 1.5 \cdot 10^6$ K), si ottiene:

$$M_{min} \simeq 0.05 M_{\odot}$$

Calcoli piu' raffinati mostrano che in realta la massa minima per l'accensione dell'H e':

$$M_{min} \simeq 0.08 M_{\odot}$$

Gli oggetti con masse al di sotto di questo limite esistono e si chiamano "nane nere", esse brillano debolmente per raffreddamento termico e non ce la faranno mai a diventare stelle.

### 5.3.2 La massa massima

Siano  $T_c$ ,  $\rho_c$  e  $P_c = P_{gas} + P_{rad}$  i valori di temperatura, densità e pressione centrali in una stella. Se la temperatura è alta e la densità è bassa si ha un gas perfetto. Quindi:

$$P_{gas} = \frac{\rho_c}{\bar{m}} K T_c$$

$$P_{rad} = \frac{1}{3} a T_c^4$$

Introduco il parametro  $\beta$ :

$$P_{gas} = \beta P_c \quad P_{rad} = (1 - \beta) P_c$$

Dalla equazione della pressione del gas si può ricavare  $T_c$ :

$$T_c = \frac{\beta P_c \bar{m}}{\rho_c K}$$

Sostituendo questo valore nell'espressione della pressione di radiazione ottengo:

$$(1 - \beta) P_c = \frac{1}{3} a \left( \frac{\beta P_c \bar{m}}{\rho_c K} \right)^4$$

da cui:

$$P_c = \left( \frac{3(1 - \beta)}{a \beta^4} \right)^{1/3} \left( \frac{\rho_c K}{\bar{m}} \right)^{4/3}$$

Dalle equazioni politropiche si ha che quando vale l'equilibrio idrostatico, la pressione centrale si può scrivere come:

$$P_c = 0.48 G M^{2/3} \rho_c^{4/3}$$

Uguagliando le due espressioni precedenti per la pressione centrale si ha:

$$0.48 G M^{2/3} = \left[ \frac{3(1 - \beta)}{a \beta^4} \right] \left[ \frac{K}{\bar{m}} \right]^{4/3}$$

Se si assume che  $(1 - \beta) < 0.5$ , ovvero che non più del 50% della pressione al centro della stella è dovuto alla radiazione, si ottiene dall'equazione precedente il valore della massa massima, in quanto se la pressione di radiazione predomina la stella si dissolve:

$$M_{max} \simeq 100 M_\odot.$$

Ritourneremo in seguito sulla stabilità delle masse stellari.

## 5.4 La fisica degli interni stellari

*L'opacita' - La media di Rosseland*

Il tasso a cui l'energia fluisce nelle stelle sia per radiazione che per conduzione dipende dal coefficiente di opacita',  $k$ , il quale rappresenta la resistenza della materia al flusso di energia. Come si determina  $k$ ? Se materia e radiazione sono in equilibrio a temperatura  $T$ , la radiazione e' descritta dalla funzione di Planck:

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp(h\nu/KT) - 1} \quad (83)$$

$B_\nu(T)$  e' l'energia che passa per unita' di area e per unita' di tempo alla frequenza specifica  $\nu$ . L'opacita' si calcola partendo dalla conduttivita' che e' il suo inverso. La conduttivita'  $\Lambda$  si calcola cosi:

$$\Lambda = k^{-1} = \frac{\int_0^\infty \frac{1}{k_\nu} \frac{dB_\nu}{dT} d\nu}{\int_0^\infty \frac{dB_\nu}{dT} d\nu} \quad (84)$$

una volta noti i coefficienti di assorbimento alla varie frequenze  $k_\nu$ . Questa espressione e' nota come la opacita' media di Rosseland.

Le sorgenti di opacita' sono i processi microscopici, in particolare:

- i) *assorbimento legato-legato*
- ii) *assorbimento legato-libero*
- iii) *assorbimento libero-libero*
- iv) *diffusione*

I primi tre sono veri e propri processi di assorbimento (con sparizione di un fotone) mentre l'ultimo fa soltanto cambiare direzione al fotone.

*Assorbimento legato-legato (bound-bound)*

Un elettrone viene spostato da un livello di energia  $E_1$  ad un livello di energia superiore  $E_2$  sempre all'interno dell'atomo. Cio' avviene con assorbimento di un fotone di energia:

$$h\nu_{BB} = E_2 - E_1$$

Questo processo e' responsabile per la formazione delle righe di assorbimento nelle atmosfere stellari. Negli interni stellari questo processo e' meno importante poiche' gli atomi sono ionizzati. Il fatto che si formino righe di assorbimento e' dovuto al fatto che l'atomo eccitato puo' diseccitarsi in due modi:

- 1) collisionalmente
- 2) radiativamente.

Se vi e' un gradiente di temperatura negativo, i fotoni eccitanti arrivano da regioni interne piu' calde e sono piu' caldi della materia che eccitano, pertanto le eccitazioni radiative seguite da diseccitazioni collisionali sono statisticamente piu' frequenti delle eccitazioni collisionali seguite da diseccitazioni radiative. Quindi predomina l'assorbimento sull'emissione. Le righe appaiono come strisce scure che interrompono un continuo luminoso. Nel caso opposto, cioe' quando vi e' un gradiente di temperatura positivo, predominano le righe di emissione a causa del predominio delle eccitazioni collisionali seguite da diseccitazioni radiative.

*Assorbimento legato-libero (bound-free)*

In questa transizione un elettrone passa da uno stato legato  $E_1$  ad uno stato libero di energia  $E_3$  purché  $E_3 > E_1$ . In questo processo ci sara' assorbimento di un fotone di energia:

$$h\nu_{BF} = E_3 - E_1$$

*Assorbimento libero-libero (free-free)*

Rappresenta il passaggio di un elettrone tra uno stato  $E_4$  ed uno stato  $E_3$  con assorbimento di un fotone di energia:

$$h\nu_{FF} = E_4 - E_3$$

dove  $E_4 > E_3$  senza restrizioni sui possibili valori di energia.

*Diffusione di un fotone da parte di un elettrone o di un atomo*

Se  $h\nu \ll mc^2$ , dove  $m$  e' la massa della particella che diffonde, la particella non risente minimamente della collisione. Questa condizione vale nella maggior parte delle stelle. Esiste anche il processo di diffusione risonante che consiste in un assorbimento di un fotone da parte di un elettrone in un atomo con riemissione di un fotone alla stessa frequenza ma diversa direzione. Anche il processo di diffusione contribuisce alla formazione di righe di assorbimento poiche' devia i fotoni che altrimenti viaggerebbero lungo la linea di vista. Tale processo non e' statisticamente bilanciato dal suo contrario, cosa che avverrebbe in equilibrio termodinamico locale, poiche' la superficie della stella rappresenta una discontinuita' e il numero di fotoni diffusi via dalla linea di vista e' statisticamente maggiore del numero di fotoni che vi arrivano diffusi da altre direzioni.

### 5.4.1 Il calcolo dell'opacita'

L'opacita' si calcola numericamente. Il calcolo e' complicato poiche' bisogna considerare l'abbondanza di tutti gli elementi di cui l'opacita' e' funzione e le abbondanze cambiano continuamente. L'opacita' e' poi funzione anche di  $\rho$  e di  $T$ . L'andamento dell'opacita' e' tale che ad alte e a basse temperature l'opacita' e' bassa, nel primo caso poiche' i fotoni di alta energia hanno meno probabilita' di essere assorbiti, nel secondo caso poiche' gli atomi sono quasi tutti neutri e ci sono pochi elettroni liberi a disposizione per la diffusione ed il processo libero-libero. A temperature intermedie l'opacita' e' proporzionale a  $\rho$  ed inversamente proporzionale a  $T$ . Pertanto, ad alte temperature, dove predomina la diffusione Compton, l'opacita' puo' essere approssimata con una costante, che dipende solo dalla composizione chimica:

$$k = k_1 \tag{86}$$

A temperature intermedie l'opacita' si puo' approssimare come:

$$k = k_2 \rho / T^{3.5} \tag{87}$$

dove  $k_2$  e' una costante per una data composizione chimica. Questa e' nota come opacita' di Kramer ed e' predominante in stelle di piccola massa. A basse temperature si puo' invece usare l'approssimazione:

$$k = k_3 \rho^{1/2} T^4 \tag{88}$$

dove  $k_3$  e' la solita costante.

Vedi fig. 12a per l'andamento dell'opacita' in funzione della temperatura.

### 5.4.2 Espressione per il coefficiente di generazione di energia nucleare

Il coefficiente di generazione di energia nucleare puo' essere espresso come:

$$\epsilon = \epsilon_0 \rho^m T^n \tag{89}$$

Per esempio, nel bruciamento p-p si ha  $m=1$  ed  $n \sim 4$ , mentre nel bruciamento CNO si ha  $m=1$  ed  $n=16.7$  e nella combustione dell'He  $m=2$  ed  $n=40$ . Si vede pertanto come l'evoluzione delle stelle sia governata da funzioni altamente non lineari. Queste relazioni appaiono come rette nel piano  $\log \rho - \log T_c$ , come vedremo in seguito.

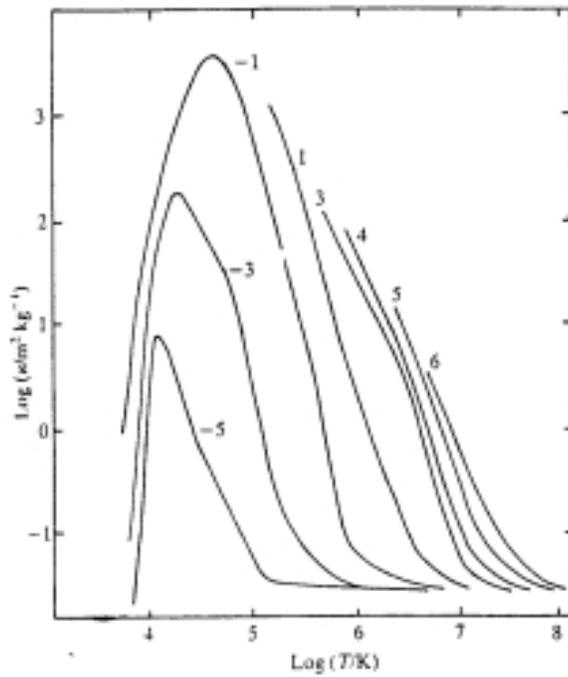


Fig. 12a The opacity  $\kappa$  as a function of temperature and density. Each curve represents a different value of the density and is labelled by  $\log(\rho/\text{kg m}^{-3})$ .

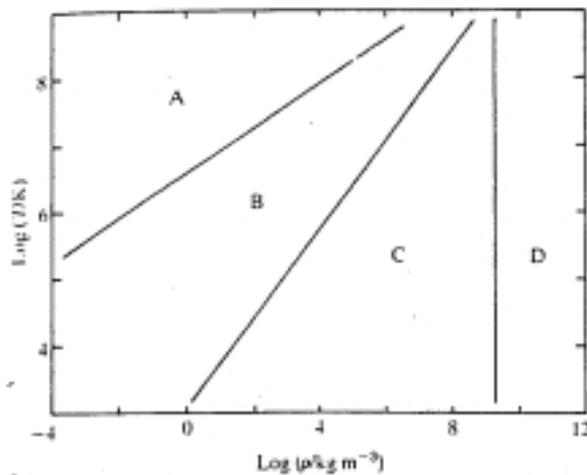


Fig. 12b Pressure as a function of temperature and density. In region A radiation pressure is larger than gas pressure, in region B the material behaves as an ideal classical gas, in region C the non-relativistic degenerate law holds and in region D the relativistic degenerate approximation is valid.

Figura 5.1: Figura in alto: andamento dell'opacità stellare in funzione della temperatura. Figura in basso: il piano  $\text{Log}T\text{-Log } \rho$  e regioni dove prevalgono diverse equazioni di stato.

## 5.5 Equazioni di Boltzmann e di Saha

Negli interni stellari le molecole vengono dissociate, gli atomi vengono ionizzati ed i nuclei atomici fotodissociati dalla radiazione. I meccanismi fisici che sono alla base di questi processi sono vari e complessi, tuttavia la situazione è semplificata se si ipotizza che la materia e la radiazione siano in equilibrio. In queste condizioni si possono derivare le equazioni di Boltzmann e di Saha che regolano la ionizzazione ed eccitazione degli atomi nel plasma stellare. Queste equazioni sono importanti per lo studio delle atmosfere stellari e di conseguenza per la derivazione delle abbondanze chimiche, come vedremo in seguito.

### 5.5.1 L'equazione di Boltzmann

Siano  $N_j$  e  $N_k$  i numeri di atomi per unità di volume con energie di eccitazione  $E_j$  e  $E_k$ , rispettivamente.

Le popolazioni relative dei due livelli possono allora essere espresse come:

$$\frac{N_j}{N_k} = \frac{g_j}{g_k} e^{-(E_j - E_k)/KT} \quad (89bis)$$

dove  $g_j$  e  $g_k$  sono i pesi statistici dei livelli energetici, ovvero il numero di possibili stati di eccitazione relativi ad un dato livello energetico.  $T$  è la temperatura di eccitazione e  $K$  è la costante di Boltzmann. Sia ora  $N_{ij}$  il numero di atomi per unità di volume nell' $i$ -esimo stato di ionizzazione ( $i=1, Z+1$ , dove  $Z$  è il numero di protoni del nucleo) e nel  $j$ -esimo stato di eccitazione ( $j=1, \infty$ ). Lo stato fondamentale di ionizzazione è considerato avere energia nulla, quindi possiamo scrivere:

$$\frac{N_{ij}}{N_{i1}} = \frac{g_{ij}}{g_{i1}} e^{-E_{ij}/KT}$$

dove  $E_{ij}$  è l'eccesso di energia del livello  $j$  relativamente allo stato fondamentale ovvero il potenziale di eccitazione del livello  $j$ .

Per ottenere  $N_i$ , ovvero il numero totale di atomi in un dato stato di ionizzazione si somma  $N_{ij}$  su tutti gli stati eccitati:

$$N_i = \sum_{j=1}^{\infty} N_{ij} = \frac{N_{i1}}{g_{i1}} \sum_{j=1}^{\infty} g_{ij} e^{-E_{ij}/KT}$$

Definiamo:

$$B_i = \sum_{j=1}^{\infty} g_{ij} e^{-E_{ij}/KT}$$

come la *funzione di partizione* di un dato stato di ionizzazione.

In questo caso si ottiene:

$$\frac{N_{ij}}{N_i} = \frac{g_{ij}}{B_i} e^{-E_{ij}/KT}$$

ovvero:

$$\log \frac{N_{ij}}{N_i} = \log \frac{g_{ij}}{B_i} - \frac{5040}{T} E_{ij}$$

dove  $E_{ij}$  è misurata in eV e  $T$  in gradi Kelvin.

Queste equazioni sono varie versioni dell'equazione di Boltzmann (89bis).

### 5.5.2 L'equazione di Saha

L'equazione di ionizzazione o "equazione di Saha" e' l'equazione che regola l'equilibrio tra ionizzazione e ricombinazione, e si scrive come:

$$\frac{N_{i+1}n_e}{N_i} = \frac{2B_{i+1}e^{-I_i/KT}}{B_i} \left(\frac{2\pi m_e KT}{h^2}\right)^{3/2} \quad (89tris)$$

La si ottiene partendo dalla equazione di Boltzmann:

$$\frac{N_i}{N_{i1}} = \frac{1}{g_{i1}} \sum_{j=1}^{\infty} g_{ij} e^{-(E_{ij})/KT},$$

dove  $N_{i1}$  rappresenta il numero di ioni nello stato fondamentale dello stato di ionizzazione  $i$ -esimo. Applichiamo ora la stessa equazione allo stato ionizzato  $i + 1$  e consideriamo anche gli elettroni liberi di energia  $E_e = p_e^2/2m_e$ :

$$\frac{N_{i+1}}{N_{i1}} = \frac{1}{g_{i1}} \sum_{j=1}^{\infty} g_{i+1,j} e^{-(E_{i+1,j}-E_{i1})/KT} \cdot \int_0^{\infty} g_e(p_e) e^{-E_e/KT} dp_e,$$

dove  $g_e(p_e)dp_e = 8\pi p_e^2 dp_e / n_e h^3$ , con  $n_e$  densita' di elettroni. Sostituendo l'espressione di  $g_e(p_e)dp_e$  nelle equazione sopra si ottiene:

$$\frac{N_{i+1}}{N_{i1}} = \frac{B_{i+1}}{g_{i1}} e^{-I_i/KT} \int_0^{\infty} g_e(p_e) e^{-E_e/KT} dp_e,$$

avendo sostituito  $E_{i+1,j} - E_{i1} = E_{i+1,j} - E_{i+1,1} + I_i$ , con  $I_i$  potenziale di ionizzazione. A questo punto si puo' scrivere:

$$\int_0^{\infty} g_e(p_e) e^{-E_e/KT} dp_e = \frac{8\pi}{n_e h^3} \int_0^{\infty} p_e^2 e^{-E_e/KT} dp_e$$

e, dopo aver effettuato il seguente cambio di variabile  $x = \frac{E_e}{KT} = \frac{p_e^2}{2m_e KT}$ , l'integrale si trasforma in :

$$\frac{4\pi}{n_e h^3} (2m_e KT)^{3/2} \int_0^{\infty} \sqrt{x} e^{-x} dx.$$

Ritornando ora all'equazione completa, si ottiene:

$$\frac{N_{i+1}}{N_{i1}} = \frac{B_{i+1}}{g_{i1}} e^{-I_i/KT} \frac{2}{n_e h^3} (2\pi m_e KT)^{3/2}$$

che si trasforma nell'equazione di Saha (89tris):

$$\frac{N_{i+1}n_e}{N_i} = \frac{2B_{i+1}}{B_i} \left(\frac{2\pi m_e KT}{h^2}\right)^{3/2} e^{-I_i/KT},$$

dopo aver diviso ambo i membri per  $N_i/N_{i1} = B_i/g_{i1}$ .

L'equazione di Saha puo' venire scritta anche nel seguente modo:

$$\log\left(\frac{N_{i+1}n_e}{N_i}\right) = 15.38 + \log\left(\frac{2B_{i+1}}{B_i}\right) + 1.5\log T - \frac{5040}{T} I_i.$$

Le equazioni di Boltzmann e Saha sono utili nello studio degli spettri stellari e della derivazione delle abbondanze degli elementi chimici.

### 5.5.3 Espressione del peso molecolare medio di un gas ionizzato

Il peso molecolare medio di un gas ionizzato, ovvero il peso medio delle particelle in un gas ionizzato, serve per calcolare l'equazione di stato del gas perfetto (vedi in seguito). Con peso molecolare medio si indica la massa media delle particelle nel gas in termini della massa dell'atomo di idrogeno,  $m_H = 1.66 \cdot 10^{-24}$  grammi. Il peso molecolare medio  $\mu(\rho, T)$  puo' essere valutato nel seguente modo. Nella maggior parte delle stelle (eccetto in atmosfera) H ed He sono completamente ionizzati. L'abbondanza in massa di H si indica con X, quella di He con Y e quella di tutti gli elementi piu' pesanti con Z. Si ha pertanto che:

$$X + Y + Z = 1 \quad (90)$$

In un'unita' di volume ci sono  $X\rho/m_H$  atomi di H. Poiche' l'H e' ionizzato esso puo' fornire due particelle per atomo (1p ed 1e), per cui si hanno  $2X\rho/m_H$  particelle per unita' di volume. Analogamente ci sono  $Y\rho/4m_H$  atomi di He che forniranno ciascuno 3 particelle (1nucleo e 2e), cosi' si ha  $3Y\rho/4m_H$  particelle fornite dall'He per unita' di volume. Per gli elementi pesanti si assume in generale che il numero di elettroni sia meta' del numero di massa atomico in unita' di  $m_H$ . Cio' implica che per metalli completamente ionizzati si abbiano  $Z\rho/2m_H$  particelle per unita' di volume. Il numero totale di particelle sara' quindi:

$$n = (\rho/m_H)[2X + \frac{3Y}{4} + \frac{Z}{2}] \quad (91)$$

ovvero:

$$n = (\frac{\rho}{4m_H})[6X + Y + 2] \quad (92)$$

avendo sfruttato la equazione  $X + Y + Z = 1$ . Poiche':

$$\mu = \frac{\rho}{nm_H} \quad (93)$$

si avra':

$$\mu = \frac{4}{(6X + Y + 2)} \quad (93)$$

che e' una buona approssimazione per il peso molecolare medio nelle stelle.

In molti casi si ha che  $Z \ll 1$  e cosi' si puo' trascurare ponendo  $Y=1-X$  e si ottiene:

$$\mu = \frac{4}{(3 + 5X)} \quad (94)$$

Si puo' analogamente calcolare il peso molecolare medio  $\mu_e$  per i soli elettroni. Si procede in maniera simile a quanto fatto per ioni ed elettroni. In particolare:

$$n_e = (\rho/m_H)[X + \frac{Y}{2} + \frac{Z}{2}]$$

che porta a:

$$\mu_e = \frac{\rho m_H}{m_H \rho} \frac{1}{(X + Y/2 + Z/2)} = \frac{2}{(1 + X)} \quad (95)$$

che e' il peso medio degli elettroni nel gas.

## 5.6 Equazioni di stato

Come abbiamo già detto l'equazione di stato del materiale stellare si può scrivere:

$$P = P_{gas} + P_{rad} = nKT + \frac{1}{3}aT^4$$

Dove la prima parte rappresenta l'equazione dei gas perfetti e la seconda la pressione di radiazione. L'approssimazione di gas perfetto vale nella maggior parte del tempo di vita delle stelle. Tuttavia ci sono delle fasi in cui l'equazione dei gas perfetti non vale più. Quando la densità della materia è così alta da costringere le particelle a dover rispettare il principio di Pauli, si ha degenerazione della materia. Gli elettroni sono fermioni e obbediscono al principio di Pauli che afferma che non possono aversi due elettroni nello stesso stato quantico legato in un atomo. A causa del principio di Pauli si hanno però restrizioni anche per gli elettroni liberi. Per capire ciò bisogna ricordare anche il principio di Heisenberg:

$$\delta x \delta p \geq \frac{h}{4\pi}$$

Se le particelle sono molto concentrate nello spazio, per non violare il principio di Pauli, devono aumentare il loro momento  $p$  e questo può diventare più alto di quanto previsto dalla teoria cinetica dei gas. Il gas diventa così "degenero". Gli ioni non diventano mai degeneri poiché hanno  $p$  più alto degli elettroni e rischiano meno di violare il principio di Pauli, quindi possono essere trattati come gas perfetto. I neutroni, invece possono essere degeneri (vedi stelle di neutroni).

Definiamo una quantità che si chiama concentrazione quantica:

$$n_Q = \left[ \frac{2\pi mKT}{h^2} \right]^{3/2}$$

nel caso non-relativistico, mentre:

$$n_Q = 8\pi \left[ \frac{KT^3}{hc} \right]$$

nel caso relativistico. Nel caso non-relativistico si vede subito che la concentrazione quantica cresce come  $n_Q \propto T^{3/2}$ , ovvero:

$$n_Q \propto R^{-3/2}$$

Sappiamo che invece la concentrazione di particelle del gas  $n = N/V$  cresce come:

$$n \propto R^{-3}$$

Il che vuol dire che  $n$  cresce più rapidamente della concentrazione quantica  $n_Q$  e ad un certo punto sarà  $n > n_Q$ . Se  $n \gg n_Q$ , questo implica un vincolo sulla temperatura e cioè  $KT \ll \frac{h^2 n^{2/3}}{2\pi m}$ , che significa che un gas quantico è "freddo". In altri termini, anche se la sua temperatura è alta in assoluto è tuttavia bassa per quella densità. Quindi, se  $n \gg n_Q$  gli elettroni seguono la statistica di Fermi-Dirac:

$$f(\epsilon_p) = \frac{1}{\exp[(\epsilon_p - \mu')/KT] + 1}$$

con  $\epsilon_p$  energia dello stato quantico e  $\mu'$  potenziale chimico. Per i bosoni la distribuzione è quella di Bose-Einstein:

$$f(\epsilon_p) = \frac{1}{\exp[(\epsilon_p - \mu')/KT] - 1}$$

mentre per un gas perfetto si ha la distribuzione di Maxwell-Boltzmann:

$$f(\epsilon_p) = \frac{1}{\exp[(\epsilon_p - \mu')/KT]} \ll 1$$

In altri termini  $\exp[(\epsilon_p - \mu')/KT] \gg 1$ , e si trascura +1 nella distribuzione di Fermi-Dirac e -1 in quella di Bose-Einstein.

### 5.6.1 Derivazione dell'equazione di stato per un gas perfetto

La pressione di un gas di particelle in generale sarà data dalle leggi della termodinamica:

$$P = -\frac{\partial E}{\partial V} = -\int_0^\infty \frac{d\epsilon_p}{dV} f(\epsilon_p) g(p) dp$$

dove  $g(p)$  è definito come il numero di stati quantici che hanno momento compreso tra  $p$  e  $p + dp$ :

$$g(p)dp = g_s \frac{V}{h^3} 4\pi p^2 dp$$

e  $g_s$  è il numero di polarizzazioni indipendenti della particella.

Partendo da  $\frac{d\epsilon_p}{dV} = \frac{d\epsilon_p}{dp} \frac{dp}{dV}$  e considerando che  $V \propto l^3$  con  $l$  dimensione lineare ( $l$  è la dimensione di un cubo), e che quindi  $p \propto V^{-1/3}$  (in quanto il momento va come  $l^{-1}$ , dimensione caratteristica di un cubo, considerando il vettore d'onda) si ottiene  $\frac{dp}{dV} = -\frac{p}{3V}$  e che  $\frac{d\epsilon_p}{dp} = v_p$  avendo utilizzato l'energia di una particella di massa  $m$  in uno stato quantico di momento  $p$  che è dato dalla relatività speciale:

$$\epsilon_p = mc^2 + p^2/2m \quad (95bis).$$

A questo punto si ottiene:

$$\frac{d\epsilon_p}{dV} = -\frac{pv_p}{3V}.$$

Sostituendolo nell'equazione della pressione si ricava:

$$P = \frac{1}{3V} \int_0^\infty pv_p f(\epsilon_p) g(p) dp = \frac{N}{3V} \langle pv_p \rangle \quad (96)$$

Poiché in un gas di particelle non-relativistiche  $p \cdot v = m \cdot v^2$ , vuol dire che la pressione di un gas perfetto è due terzi della densità di energia cinetica, ovvero:

$$P = \frac{N}{3V} \langle m \cdot v^2 \rangle = \frac{2 \langle E_{cin} \rangle}{3V}$$

come mostrato nei paragrafi precedenti (equilibrio idrostatico). Utilizzando per  $f(\epsilon_p)$  la distribuzione di Maxwell-Boltzmann e risolvendo l'integrale della (96) tenendo anche conto di  $g(p)dp$  ed  $\epsilon_p$ , si ottiene l'equazione dei gas perfetti:

$$P = \frac{N}{V} KT = nKT$$

### 5.6.2 Derivazione dell'equazione di stato per un gas di fotoni

Per un gas di fotoni (bosoni) si applica la statistica di Bose-Einstein e si calcola la densità di energia dei fotoni, si sostituisce  $\epsilon_p = pc$  e  $v_p = c$  e si utilizza la eq. (96) come sopra, ottenendo:

$$P = \frac{N}{3V} \langle pc \rangle = \frac{1}{3} aT^4$$

dove  $a = \frac{4\sigma}{c} = \frac{8\pi^5 K^4}{15hc}$  è la costante di radiazione e vale  $7.56 \cdot 10^{-15} \text{ erg cm}^{-3} \text{ K}^{-4}$ .

### 5.6.3 Derivazione dell'equazione di stato del gas degenere

Ritorniamo ora agli elettroni degeneri e alla statistica di Fermi-Dirac. Se poniamo il potenziale chimico a temperatura zero pari ad un'energia  $\epsilon_F$  si ha:

$$f(\epsilon_P) = 1 \quad \text{se } \epsilon_P \leq \epsilon_F$$

e

$$f(\epsilon_P) = 0 \quad \text{se } \epsilon_P > \epsilon_F$$

L'energia degli elettroni piu' energetici in un gas freddo  $\epsilon_F$  e' chiamata *energia di Fermi* alla quale e' associato il *momento di Fermi*  $p_F$ . L'espressione sopra indica esattamente il principio di Pauli e cioe' che tutti gli stati quantici sono occupati fino al momento di Fermi da una particella mentre tutti gli altri stati sono vuoti. In questa situazione, il numero totale di elettroni in un dato stato quantico e':

$$N = \int_0^{p_F} f(\epsilon_p)g(p)dp = \int_0^{p_F} g_s 4\pi \frac{V}{h^3} p^2 dp = \frac{8\pi V}{3h^3} p_F^3$$

dove abbiamo imposto  $g_s = 2$  in quanto l'elettrone possiede due stati di spin. Da qui ricaviamo il *momento di Fermi*:

$$p_F = \left[ \frac{3n}{8\pi} \right]^{1/3} h \quad (97)$$

Da cui si ricava la lunghezza d'onda di de Broglie:

$$\lambda = \frac{h}{p_F} \simeq n^{1/3}$$

Per valutare l'equazione di stato del gas di elettroni occorre calcolare l'energia interna, che dipende dal momento posseduto da una particella, in questo caso l'elettrone. Se gli elettroni non sono relativistici  $p_F \ll mc$  allora  $n \ll (\frac{mc}{h})^3$  (avendo usato l'equazione (97) per l'espressione del momento di Fermi). L'energia interna sara' dunque:

$$E = \int_0^{p_F} \epsilon_P f(\epsilon_P)g(p)dp$$

ovvero:

$$E = \int_0^{p_F} \epsilon_P g_s \frac{V}{h^3} 4\pi p^2 dp$$

dove  $f(\epsilon_p) = 1$  per  $p \leq p_F$  ed  $\epsilon_p$  e' data dalla (95bis), e che integrata porta a:

$$E = N \left[ mc^2 + \frac{3p_F^2}{10m} \right]$$

Poiche'  $P = \frac{2}{3} \frac{\langle E_{cin} \rangle}{V}$ , dall'equazione precedente si ottiene:

$$P = n \frac{p_F^2}{5m}$$

avendo utilizzato il solo termine cinetico dell'energia.

Sostituendo ora  $p_F$  con la sua espressione si ottiene:

$$P = n \left[ \frac{3n}{8\pi} \right]^{2/3} \frac{h^2}{5m}$$

Pongo  $k_{NR} = \frac{h^2}{5m} \left[ \frac{3}{8\pi} \right]^{2/3}$  e quindi:

$$P = k_{NR} n^{5/3} \quad (98)$$

Questa e' l'equazione di stato di un gas degenere di elettroni non-relativistici.

Se la densita' continua a crescere, cioe'  $n \gg (mc/h)^3$  gli elettroni diventano relativistici, e ponendo  $\epsilon_P = pc$  nella equazione per l'energia interna si ottiene:

$$E = \frac{3}{4} N c p_F$$

e pertanto seguendo la stessa procedura del caso non-relativistico, si ha:

$$P = k_{UR} n^{4/3} \quad (99)$$

dove  $k_{UR} = \frac{hc}{4} \left[ \frac{3}{8\pi} \right]^{1/3}$ . Questa e' l'equazione di stato per il gas di elettroni degeneri relativistici.

Pertanto e' chiaro dalle formule precedenti che in un gas degenere la pressione dipende solo dalla densita' e dalla composizione chimica del gas ma non dipende dalla temperatura, un fatto che ha importanti conseguenze nell'evoluzione stellare, come vedremo in seguito. E' interessante notare che la pressione di un gas degenere relativistico cresce meno rapidamente di quella del gas non-relativistico. Nella figura 12b si possono vedere le zone nel piano  $\log \rho_c - \log T_c$  in cui predomina la pressione di radiazione, la pressione dei gas perfetti e la degenerazione relativistica e non-relativistica (zone A, B, C e D).

## 5.7 La massa di Chandrasekhar

La massa di Chandrasekhar  $M_{Ch}$  e' la massa limite che puo' essere assunta da una struttura totalmente degenere, in altri termini per  $M > M_{Ch}$  non c'e' alcuna possibile configurazione di equilibrio per un gas di elettroni totalmente degenere. Vediamo come si deriva: partiamo dall'equazione dell'equilibrio idrostatico

$$\frac{dP}{dR} = -G \frac{M}{R^2} \rho \quad (100)$$

sappiamo poi che:

$$\rho \propto \frac{M}{R^3} \quad (101)$$

Da cio' deriva che il secondo membro dell'equazione dell'equilibrio idrostatico va come:

$$-G \frac{M}{R^2} \rho \propto \frac{M^2}{R^5} \quad (102)$$

Ora sappiamo che la pressione di un gas totalmente degenere non-relativistico va come indicato dalla eq. (98), ne consegue allora

$$P \propto \frac{M^{5/3}}{R^5}$$

e quindi:

$$\frac{dP}{dR} \propto \frac{M^{5/3}}{R^6} \quad (103)$$

ovvero,

$$\frac{k_{NR} M^{5/3}}{R^6} = -G \frac{M^2}{R^5} \quad (104)$$

Se la gravitazione prevale sulla pressione si ha che R cala ma P cresce piu' rapidamente del termine gravitazionale, il che vuol dire che ci sara' sempre un valore di R per il quale la struttura si trovera' in equilibrio. La stessa cosa avviene se prevale la pressione sulla gravitazione: R cresce ma la gravitazione decresce piu' lentamente della pressione, quindi di nuovo ci sara' un raggio di equilibrio.

Cio' non avviene se il gas e' degenere e relativistico. In questo caso per la pressione vale l'eq. (99) e quindi:

$$\frac{k_{UR} M^{4/3}}{R^5} = -G \frac{M^2}{R^5} \quad (105)$$

In questo caso se P predomina sulla gravita' R cresce ma  $\rho$  cala per cui il gas diventa non-relativistico e si ritorna nel caso di prima, ma se prevale la gravitazione il collasso e' indefinito. Cio' non vuol dire che non esistano masse  $M > M_{Ch}$  totalmente degeneri ma semplicemente che questi oggetti collassano e la pressione degli elettroni degeneri non puo' fare piu' nulla per fermare il collasso.

La massa di Chandrasekhar si ottiene eguagliando l'espressione di  $P_c$  corrispondente ad un politropo di ordine  $n = 3$  alla pressione di un gas degenere relativistico, ovvero:

$$0.36GM^{2/3}\rho^{4/3} = K_{UR} \left[ \frac{\rho_c}{m_H \mu_e} \right]^{4/3}$$

da cui si ricava  $M_{Ch}$ :

$$M_{Ch} = \left[ \frac{K_{UR}}{0.36G} \right]^{3/2} \left[ \frac{1}{m_H \mu_e} \right]^2 = \frac{5.75}{\mu_e^2} \quad (106)$$

dove  $\mu_e = 2/(1+X)$  e' il peso molecolare medio del gas di elettroni. Si vede subito dall'equazione (106) che se  $X=1$ ,  $M_{Ch} = 5.75M_{\odot}$ , mentre se  $X=0$ , che e' il caso per le nane bianche, allora  $M_{Ch} \sim 1.44 M_{\odot}$ , il valore che noi tutti conosciamo.

## 5.8 Evoluzione Stellare

Il diagramma di Hertzsprung-Russell (H-R) mostra l'andamento della magnitudine visuale ( $M_v$ ) in funzione del colore (B-V). Il diagramma H-R delle stelle dei dintorni solari e' mostrato in figura 12bis dove si identifica una lunga banda diagonale che rappresenta la Sequenza Principale dove le stelle trasformano H in He. Vi si identificano poi altre zone quali la striscia delle giganti, quella delle supergiganti e quella delle nane bianche. Nella figura 12bis mostriamo anche il diagramma H-R tipico di un ammasso globulare che rappresenta un esempio per l'evoluzione di stelle di massa pari al Sole. In esso vi si identificano le fasi di sequenza principale, di braccio gigante, di braccio orizzontale e di ramo asintotico ed e' indicata anche la posizione occupata dalle stelle variabili RR Lyrae. Nei prossimi paragrafi cercheremo di capire perche' le stelle osservate occupano quelle particolari posizioni nel diagramma H-R sia per le stelle vicine che per gli ammassi globulari.

### 5.8.1 Fase di Presequenza

Si assume che inizialmente la materia destinata a diventare una stella, cioe' la protostella, formi una massa sferica gassosa a bassa temperatura, generata per condensazione della materia interstellare a causa di un'instabilita' gravitazionale. Si ignora la rotazione. L'equilibrio di una massa sferica isoterma (poiche' inizialmente la materia e' trasparente) di dimensioni finite non e' stabile e la protostella deve contrarsi. Quando la protostella diventa adiabatica vale il teorema del Viriale ( $2E_{cin} + E_{GR} = 0$ ) e meta' dell'energia gravitazionale deve essere spesa per aumentare l'energia cinetica ( $E_{cin}$ ) e meta' viene irradiata (eq. (60tris)). La temperatura va quindi crescendo e cosi' aumenta la ionizzazione, ma allora aumenta l'opacita' e la materia non puo' piu' restare isoterma.

Durante la fase di contrazione gravitazionale vale il teorema di Lane che deriva dall'applicazione del Viriale:

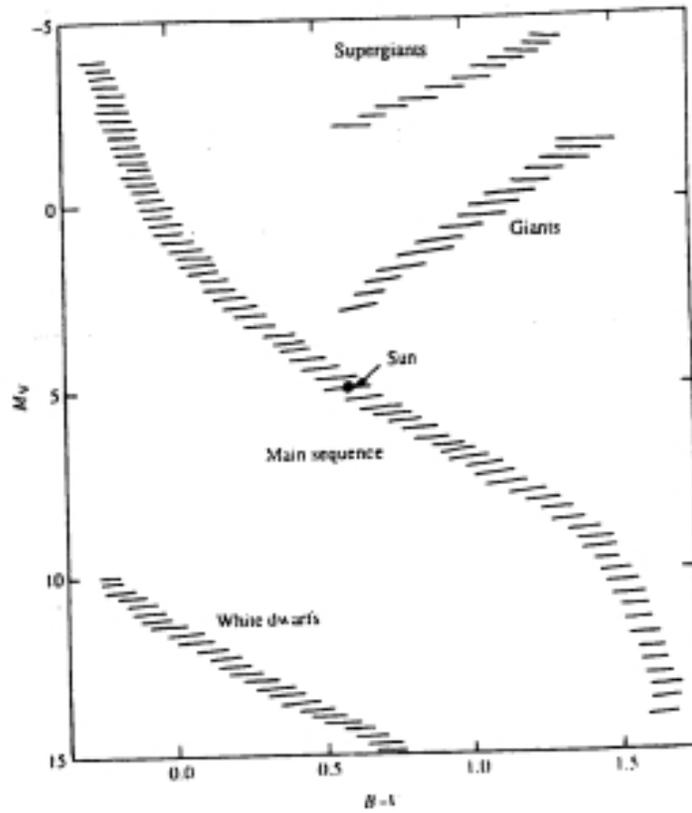
$$L = -\frac{1}{2} \frac{dE_{GR}}{dt},$$

e

$$\frac{dU}{dt} = -\frac{1}{2} \frac{dE_{GR}}{dt} \quad (107)$$

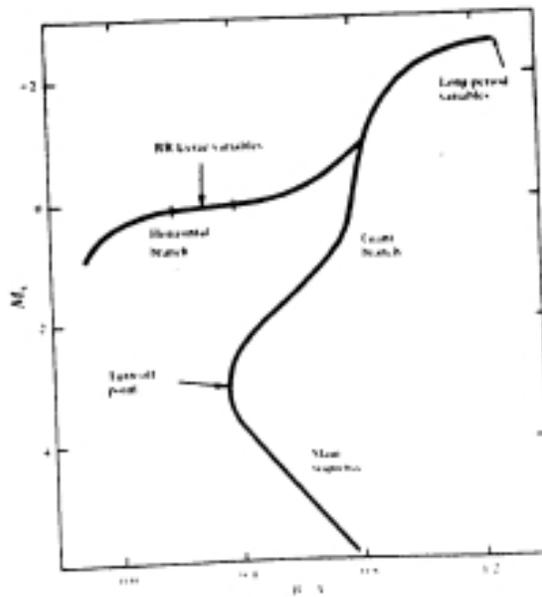
dove  $U$  e' l'energia interna del sistema ovvero l'energia termica totale. La cosiddetta eta' zero dell'evoluzione di una stella si fissa all'istante in cui la temperatura centrale della stella e' cosi' elevata che le reazioni nucleari producono una quantita' di energia sufficiente a compensare l'irraggiamento. Appena inizia la fase adiabatica si puo' applicare il teorema del Viriale e la stella e' nata. Nella prima parte della sua vita la stella e' interamente convettiva con solo un piccolo strato esterno radiativo poiche'  $T$  e' bassa e l'opacita' e' alta. La stella si sposta lungo la traccia di Hayashi (una linea verticale nel diagramma H-R, vedi figura 12tris), diminuendo in luminosita' fino a che compare un nucleo radiativo dovuto al progressivo aumento di  $T$  (diminuzione di opacita' e quindi radiativita'). La linea di Hayashi rappresenta un vero e proprio limite fisico oltre il quale non esistono strutture stellari stabili, in quanto tale linea rappresenta una situazione in cui la stella e' interamente convettiva. Osservativamente le stelle di Presequenza corrispondono alle TTauri, che si trovano a destra e un po' piu' in alto della sequenza principale a temperature molto basse (intorno a B-V = 1.4-1.5 nella figura 12bis)). La luminosita'  $L$  continua a diminuire finche' il nucleo ("core") e' talmente grande da produrre tanta energia: a questo punto si ha una svolta in cui l'evoluzione procede a  $L$  costante e a  $T_{eff}$  crescente, poiche'  $R$  diminuisce. La contrazione continua fintantoche' le prime reazioni nucleari sono in grado di sostenere la stella. Stelle con  $M < 0.3M_{\odot}$  sono interamente convettive. Esistono poi stelle piccolissime che degenerano prima di accendere l'idrogeno (nane nere o "brown dwarfs"). Le stelle di alta

Fig 12 bis



The Hertzsprung-Russell diagram for nearby stars.

Observational properties of stars



The HR diagram of a globular cluster.

Figura 5.2: Il diagramma di Hertzsprung-Russell per le stelle vicine (in alto) e per un ammasso globulare (in basso).

# FASE DI PRESEQUENZA

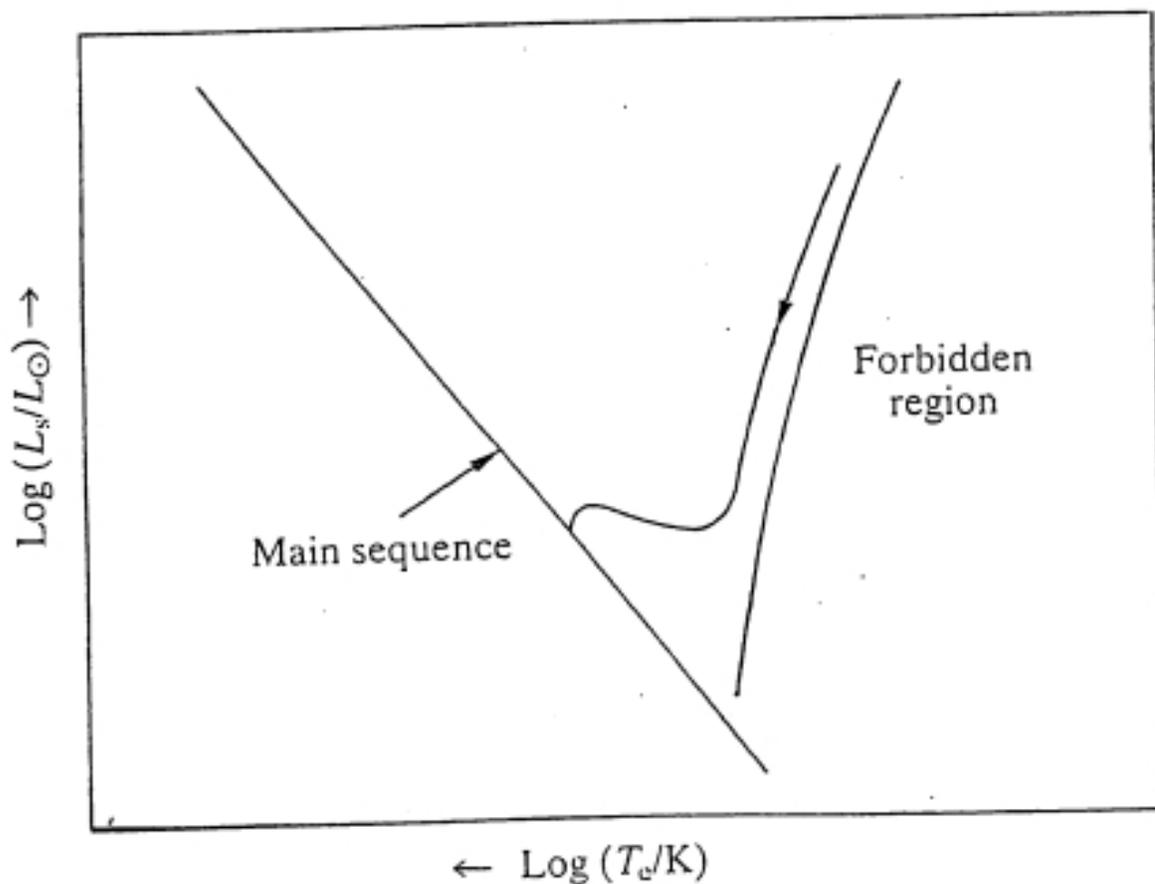


Fig. 12 The final approach to the main sequence according to Hayashi

sequenza formano anch'esse un core radiativo durante la presequenza ma poi all'inesco delle reazioni nucleari di bruciamento il loro core ritorna convettivo (bruciamento C-N). Pertanto, le stelle di bassa sequenza entrano nella Sequenza Principale con un core radiativo ed un involucro convettivo, mentre quelle di alta sequenza vi entrano con un core convettivo ed un involucro radiativo.

## 5.8.2 Evoluzione lungo la Sequenza Principale

La sequenza principale di eta' zero e' definita come il luogo dei punti in cui per la prima volta le reazioni nucleari forniscono l'intera luminosit  irradiata. Le stelle di sequenza principale sono chimicamente omogenee, con l'ovvia eccezione del nucleo dove l'idrogeno si sta trasformando in He. Il fattore principale che determina la posizione di una stella sulla sequenza e' la **massa** della stella. La composizione chimica e lo stadio di bruciamento hanno solo una piccola influenza. In particolare, la diminuzione di metallicit ,  $Z$ , fa spostare la posizione della stella verso il basso e cos  fa un aumento di  $Y$  (vedi figura 13a). L'allargamento della sequenza principale osservata che si vede nella figura 13a e' in generale dovuto a vari fattori, quali la variazione in composizione chimica delle stelle nei dintorni solari, a binarieta' non risolta e alla rotazione stellare- una stella rotante appare sempre a destra della sequenza principale di eta' zero di non-rotazione. Se non ci fossero questi effetti, l'allargamento della sequenza principale sarebbe dovuto ai soli errori osservativi.

Un concetto importante e' che le stelle di grande massa bruciano il combustibile nucleare piu' rapidamente delle stelle di piccola massa. Infatti, lungo la sequenza principale vale approssimativamente la relazione (14), con l'eccezione di stelle di massa molto piccola e molto grande (vedi figura 13a). Pertanto una stella di  $10M_{\odot}$  irradia  $10^4$  volte di piu' di una stella di  $1M_{\odot}$ . D'altra parte una stella di  $10M_{\odot}$  ha 10 volte piu' riserva energetica di una stella come il Sole, pero' la consuma diecimila volte piu' in fretta, ne consegue che la stella di  $10M_{\odot}$  vivra' per un tempo mille volte piu' corto (vedi eq. (16)).

In sequenza principale l'H viene trasformato in He con due diversi meccanismi che dipendono dalla massa della stella; se la stella e' minore di  $2M_{\odot}$  brucia H per mezzo del ciclo  $p - p$  (protone-protone), se invece e' maggiore lo fa attraverso il ciclo CNO.

Dal teorema del Viriale si ottiene che  $R \propto M$ , sappiamo poi che dal bilancio tra energia prodotta ed energia irradiata si ha  $L \propto M^4$  e che  $L = 4\pi R^2 \sigma T_{eff}^4$ , pertanto:

$$T_{eff} \propto M^{1/2} \quad (108)$$

Questo significa che in sequenza principale stelle di grande massa hanno superfici piu' calde e luminosit  piu' alte delle stelle di piccola massa, questo spiega la forma della sequenza (vedi figura 13b). Il Sole, ad esempio ha  $T_{eff} = 5800K$ , una stella di  $10M_{\odot}$  avra'  $T_{eff} = 20000K$  mentre una stella di  $0.5M_{\odot}$  ne avra'  $T_{eff} = 4000K$ . Questo vuol dire che il Sole e' una stella gialla, mentre stelle di  $10M_{\odot}$  sono blu e stelle di piccola massa sono rosse. Per una data massa, le dimensioni stellari sono minime quando si trovano in sequenza, pertanto le stelle di sequenza principale sono note col nome di **nane**.

## 5.8.3 Il Sole

Diamo qui alcuni valori dei parametri fisici che caratterizzano il Sole che assumiamo come stella tipica di sequenza principale.

La densita' nel Sole e':

$$n_{\odot} = 6 \cdot 10^{29} m^{-3}$$

e la sua concentrazione quantica e':

$$(n_Q)_{\odot} = 3 \cdot 10^{31} m^{-3}$$

quindi il gas nel Sole e' un gas perfetto.

La massa del Sole e'  $M_{\odot} = 2 \cdot 10^{30} Kg$ , il raggio  $R_{\odot} = 7 \cdot 10^8 m$  e la densita' media  $\langle \rho \rangle = 1.4 \cdot 10^3 Kg m^{-3}$ .

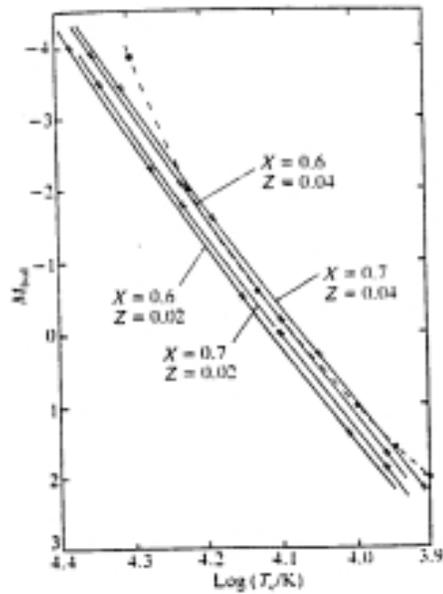


Fig. 13a Theoretical main sequences for four chemical compositions. Also shown as a dashed curve is a section of the observed main sequence.

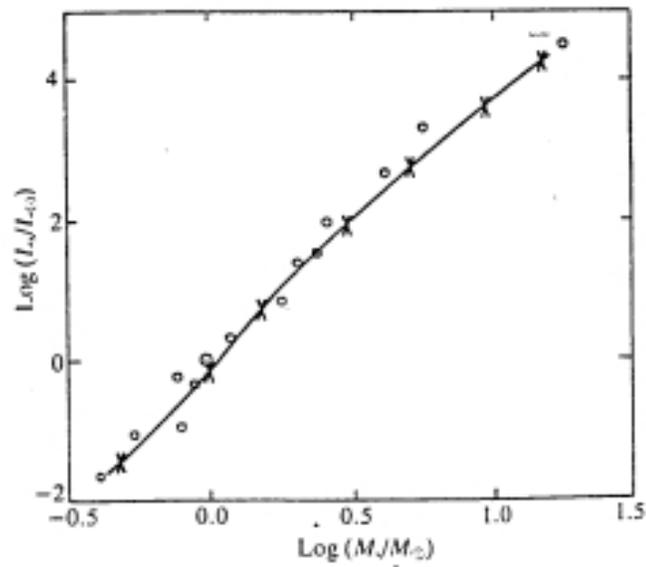


Fig 13b A theoretical mass-luminosity relation based on calculations by Iben. Also shown are some main sequence stars of well-determined mass and luminosity including the Sun  $\odot$ .

Il tempo dinamico del Sole e':

$$t_{ff} = \left( \frac{3\pi}{32G \langle \rho \rangle} \right)^{1/2} \simeq 1/2 \text{ ora}$$

Infine, la temperatura interne  $T_I = 6 \cdot 10^6 K$  puo' essere valutata dal teorema del Viriale:

$$KT_I = \frac{GM_{\odot} \bar{m}}{3R_{\odot}}.$$

#### 5.8.4 Ascesa al ramo gigante di una stella come il Sole

Sul perché una stella diventi gigante rossa c'è ancora dibattito e non tutti gli esperti del campo sono d'accordo nell'attribuzione dei fenomeni fisici che determinano l'espansione dell'involuppo di una stella alla fine della combustione dell'idrogeno nel suo nucleo. Il problema deriva dal fatto che le equazioni della struttura stellare sono fortemente non lineari e devono essere integrate numericamente. Tali equazioni predicono l'espansione dell'involuppo alla fine della combustione dell'H ma non consentono una immediata comprensione dei fenomeni fisici che danno origine al fenomeno stesso. Probabilmente la causa dell'espansione dell'involuppo è attribuibile a molti processi fisici concomitanti. Le cose dovrebbero andare più o meno così.

Quando la stella esaurisce l'H al centro comincia a perdere energia che non viene più rimpiazzata poiché la sorgente nucleare è spenta. La stella reagisce contraendosi in modo da aumentare la sua temperatura centrale. In questo modo si riscaldano anche gli strati di H immediatamente sopra al nucleo di He fino a che non raggiungono la temperatura per bruciare l'idrogeno che si accende quindi in un guscio sottile attorno al nucleo. Il nucleo intanto continua a contrarsi poiché l'energia prodotta non è sufficiente a bilanciare quella persa; quindi la gravità al bordo del nucleo cresce a causa del restringimento del nucleo e dell'He fresco che vi piove sopra. Il guscio di bruciamento risente di questo aumento di gravità e tenta di alzare la sua pressione per controbilanciarlo. Per fare ciò alza la sua densità e la sua temperatura, di conseguenza aumenta il tasso di produzione di energia nucleare determinando così un eccesso di produzione energetica che non può essere smaltito poiché la stella può smaltire energia grazie alla diffusione dei fotoni che è regolata dalla relazione  $L \propto M^4$ . La differenza tra energia prodotta ed energia smaltita va dunque a scaldare gli strati tra il guscio e la fotosfera determinandone l'espansione. Tale espansione ha lo scopo di diminuire l'opacità del materiale stellare e di favorire il flusso di energia. Recentemente, qualcuno ha proposto che un incremento di luminosità interna porta ad un' iniziale espansione e che, in stadi successivi, un cambiamento di stato del materiale produce un aumento di opacità che determina un'espansione accelerata quando la radiazione prova a sfuggire.

A causa dell'espansione la stella aumenta  $R$  e diminuisce  $T_{eff}$  e diventa rossa, siamo ora nella fase di **subgigante** in cui la stella evolve verso destra nel diagramma H-R a luminosità praticamente costante. Tuttavia la temperatura superficiale non può diminuire all'infinito. Per questo ci sono almeno due ragioni: una è l'esistenza di un limite trovato da Hayashi e collaboratori al di sotto del quale non esistono strutture stellari stabili, l'altra è il fatto che il nucleo a furia di contrarsi diventa degenere e nella materia degenere non valgono le leggi dei gas perfetti, ovvero non c'è più relazione tra pressione e temperatura. La stella è quindi forzata ad evolvere verticalmente nel diagramma H-R (fase di **gigante rossa**) aumentando moltissimo la sua luminosità (un fattore di circa  $10^3$ , vedi figura 14). Ciò è dovuto al fatto che  $T_{eff}$  rimane costante ma la stella continua ad espandersi, pertanto aumenta la propria luminosità. L'involuppo esterno della stella si espande fino a  $50R_{\odot}$  ed è convettivo, data la vicinanza col limite di Hayashi. Nel frattempo il nucleo continua a contrarsi e la contrazione continua fintanto che la temperatura centrale raggiunge i  $10^8 K$ , temperatura alla quale innesca le reazioni  $3\alpha$  che trasformano l'He in C e parte in O. Tale accensione avviene in maniera violenta poiché avviene nella materia allo stato degenere dove un aumento di temperatura provoca un aumento di produzione di energia nucleare il quale a sua volta innalza ancora di più la temperatura, producendo una reazione a catena. Nelle condizioni di gas ideale ciò non avverrebbe poiché la stella reagirebbe ad un aumento di produzione energetica con una espansione atta a diminuire la temperatura e a frenare la reazione a catena. L'accensione dell'He nel nucleo degenere prende il nome di **flash dell'He**. La stella sopravvive all'esplosione. Infatti la crescita di temperatura dovuta al flash fa "sdegenerare" la materia, si ha dunque un'espansione violenta che determina un'esplosione.

Stelle con masse maggiori di  $2.25M_{\odot}$  innescano l'He in maniera tranquilla poiché i loro

nuclei non sono degeneri. Superato il flash dell'He la stella discende verso il **ramo orizzontale** (Horizontal-Branch) (vedi figura 15a). Infatti l'espansione del nucleo dovuta al flash viene compensata da una contrazione dell'involuppo. Pertanto la temperatura superficiale cresce e la luminosità diminuisce. La stella brucia He nel nucleo e H nel guscio. Quest'ultimo brucia meno efficientemente di prima a causa dell'espansione subita durante il flash. L'intensità di bruciamento dell'H nel guscio dipende da quanta massa vi sia sopra al guscio stesso. Le stelle in H-B hanno tutte la stessa massa del nucleo ma diverse masse totali a seconda della massa persa lungo la salita al ramo gigante. Più massivo è l'involuppo e minore è la temperatura effettiva e diversa è la posizione sul braccio orizzontale che è più o meno alla stessa luminosità. Se la frazione iniziale di metalli nella stella è bassa (stelle di popolazione II) il braccio orizzontale è più esteso; questo è anche il motivo per il quale osserviamo questa fase evolutiva solo negli ammassi globulari. Quando l'He al centro si esaurisce il nucleo di C e O si comincia a contrarre e si ha l'accensione dell'He in un guscio sovrastante il nucleo, né più né meno come in fase di gigante. La stella possiede ora due sorgenti di energia in due gusci separati, questa fase si chiama **ramo asintotico** (vedi Figura 15b). Durante questa fase il guscio di bruciamento di He è estremamente sottile e subisce delle instabilità dovute all'estrema sensibilità della reazione  $3\alpha$  alla temperatura (vedi nel capitolo della nucleosintesi). L'instabilità determina sovrapproduzione energetica con conseguente espansione del guscio, dove la materia non è degenera. La prima espansione però non è sufficiente e si inizia una reazione a catena dove al crescere di T cresce la generazione di energia nucleare. Questo processo termina solo dopo una considerevole espansione del guscio di He (He-shell flash). Questa espansione determina lo spegnimento del bruciamento di H nel guscio più esterno. A tutto ciò segue la formazione di una zona convettiva al di sopra del guscio di bruciamento di He, così la convezione esterna e quella interna hanno modo di venire in contatto. In questo contatto si ha che il materiale del bruciamento di He (C, O ed elementi s) possono essere portati in superficie. Questo spiega l'esistenza delle stelle al carbonio e delle stelle S (con elementi-s in atmosfera). Questo fenomeno di "pescamento" si chiama "dredge-up". Vi sono un certo numero di dredge-up lungo la salita al ramo asintotico ma tre sono i più importanti. Questo fenomeno è molto importante per l'evoluzione chimica delle galassie poiché il materiale arricchito può venire espulso nel mezzo interstellare durante la perdita di massa che avviene lungo il ramo asintotico o susseguentemente nella fase di nebulosa planetaria. Alla fine di un pulso la stella ritorna alla configurazione di equilibrio con le due sorgenti di bruciamento nei gusci. Vi sono moltissimi pulsi termici durante questa fase evolutiva. Alla fine di questa fase si dovrebbe accendere il carbonio ma per stelle con masse inferiori alle  $7-8M_{\odot}$  cioè non avviene poiché la massa del nucleo di tali stelle, a causa della perdita di massa subita, non raggiunge mai la *massa di ignizione del carbonio* (vedi prossimo paragrafo). La stella quindi da' origine ad una nebulosa planetaria che si forma con la massa persa dalla stella la quale intanto si contrae verso la configurazione stabile di nana bianca con massa minore della massa di Chandrasekhar,  $1.4 M_{\odot}$ . Una volta raggiunta la stabilità grazie alla pressione degli elettroni degeneri, la nana bianca inizia il suo processo di raffreddamento che alla fine la porterà a far parte della materia oscura dell'Universo. Le fasi sinora descritte di braccio orizzontale e ramo asintotico sono tipiche di stelle con massa iniziale nell'intervallo  $0.5-2.25 M_{\odot}$ .

### 5.8.5 Le masse di ignizione dei combustibili nucleari

Prima di procedere oltre bisogna capire un fatto fondamentale, il diagramma  $\log \rho_c - \log T_c$  e le masse di ignizione, ovvero le masse al di sotto delle quali le stelle non sono in grado di accendere un dato combustibile nucleare. Nel piano  $\rho_c - T_c$  di figura 16, dove si descrive l'evoluzione dei nuclei stellari di diversa massa, si vede che in un gas perfetto all'aumentare della densità centrale per date masse di nuclei la temperatura cresce, mentre, se il gas è degenera, ad una crescita di

densita' non corrisponde un aumento di temperatura ma una diminuzione. Immediatamente al di sotto di una certa massa, la massa di Chandrasekhar, il comportamento cambia poiche' il gas degenera e' relativistico. Questo ha come effetto l'eliminazione dell'inversione della temperatura, la quale sparisce totalmente per masse maggiori della massa di Chandrasekhar. Si puo' capire meglio tutto cio' se si pensa alle cosiddette relazioni di omologia. Per un gas perfetto si puo' scrivere:  $\rho_c = c_1 \frac{M}{R^3}$ ,  $P_c = c_2 \frac{M^2}{R^4}$ ,  $T_c = c_3 \frac{M}{R}$ . Ricavando  $R$  dalla equazione per la temperatura e sostituendolo nella equazione per la densita' si ottiene  $\rho_c = (c_1/c_3^3) \frac{T_c^3}{M^2}$  che rappresenta una retta nel piano  $\log \rho_c - \log T_c$  per una data massa. Al crescere della massa, la retta corrispondente al regime di gas perfetto si sposta verso il basso. Nel caso di un gas degenera la equazione per la temperatura centrale diventa:  $\frac{T_c}{\Lambda(y)} = c'_3 \frac{M}{R}$  dove  $\Lambda(y)$  rappresenta il fattore di degenerazione elettronica. Pertanto si vede che la relazione  $\rho_c - T_c$  cambia in presenza di degenerazione elettronica, in particolare al sopravvenire della degenerazione la stella si discosta dalla retta del gas perfetto e si ha un'inversione della  $T_c$  al crescere della densita'. Quando cio' avviene si e' in regime di totale degenerazione. Nel diagramma si vede che al crescere della massa stellare aumenta il valore di  $T_c$  per cui si ha l'inversione e ci si sposta sempre di piu' verso la zona della degenerazione relativistica; cio' fa si' che si arrivi ad una particolare massa, che e' la massa di Chandrasekhar ( $M_{Ch}$ ) dove l'inversione non avviene piu'. Al di sopra di questa massa le stelle evolvono con crescita continua di densita' e temperatura.

Sullo stesso diagramma si possono riportare i luoghi dei punti di innesco delle reazioni nucleari. Abbiamo visto che il tasso di generazione di energia nucleare si puo' approssimare come:

$$\epsilon = \epsilon_0 \rho^n T^m \quad (109)$$

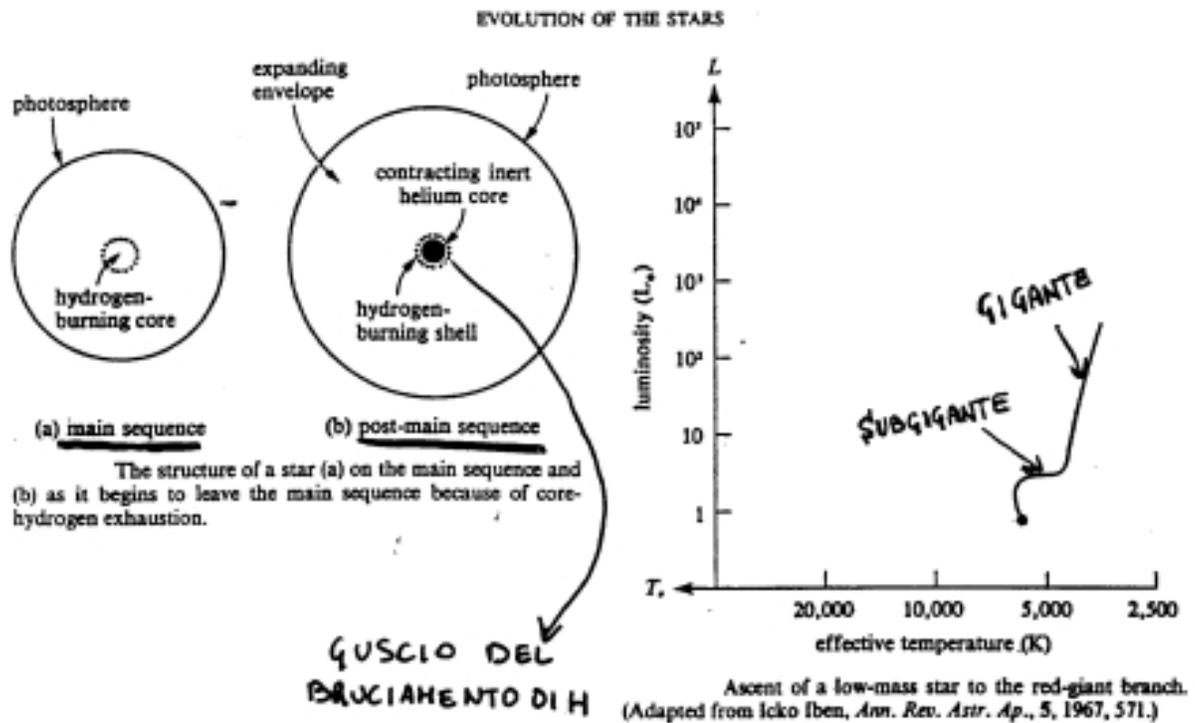
Si trova che questi luoghi sono rette nel piano  $\log(\rho_c) - \log(T_c)$ . Si vede allora chiaramente che stelle di massa  $0.08M_\odot$  degenerano prima di innescare l'H (nane nere). Le stelle con  $M$  tra  $0.1$  e  $0.5M_\odot$  innescano l'H ma non l'He. Quando la massa del nucleo e'  $0.5M_\odot$  allora e' possibile innescare l'He, ma l'innesco avviene in materia degenera. Solo stelle di massa totale maggiore di  $2.25M_\odot$  riescono ad innescare l'He quiescentemente, poiche' possiedono nuclei di He sufficientemente grandi da poter essere non-degeneri. Per stelle con nuclei di massa maggiore della massa di Chandrasekhar si vede che e' possibile innescare tutti i successivi combustibili nucleari in condizioni di non degenerazione fino a formare un nucleo di Fe.

La considerazione interessante che si puo' trarre da tutto cio' e' che la degenerazione impedisce a stelle di massa non sufficientemente alta di innescare tutte le reazioni nucleari, in altri termini se la degenerazione non esistesse tutte le stelle di tutte le masse prima o poi innescerebbero tutti i combustibili nucleari.

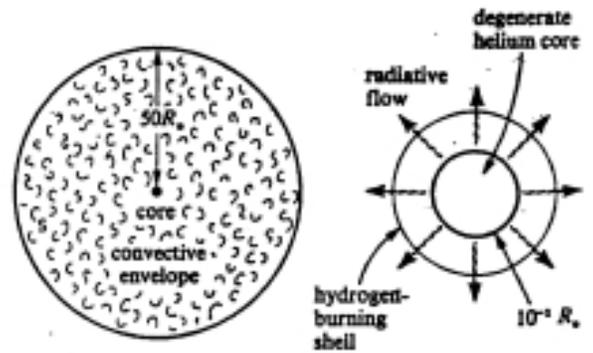
### 5.8.6 Evoluzione di stelle di massa intermedia (2.25-10 $M_\odot$ )

Come esempio di stella in questo intervallo di massa descriveremo l'evoluzione di una stella di massa iniziale pari a  $5M_\odot$  senza perdita di massa. All'eta' zero (ZAMS) la stella e' formata da gas chimicamente omogeneo in equilibrio convettivo al centro ed in equilibrio radiativo nell'involuppo. Le reazioni nucleari avvengono in una parte esigua del nucleo, ma poiche' esso e' convettivo l' ${}^4He$  che si forma nel nucleo viene rimescolato piuttosto rapidamente ed il nucleo diventa chimicamente omogeneo in ogni punto. Il peso molecolare del nucleo,  $\mu$ , passa da  $\mu = 1/2$  (solo H) ad  $\mu = 4/3$  (solo  ${}^4He$ ). L'involuppo mantiene invece il suo peso molecolare medio  $\mu = 1/2$ . Pertanto  $\mu_{core} > \mu_{env}$  e per l'equazione di stato cio' implica che  $\rho_{core} > \rho_{env}$ , cioe' tra nucleo ed involuppo si crea una discontinuita' anche nella densita'. In realta' non esistono vere e proprie discontinuita' ma gradienti di  $\mu$  e di  $\rho$ . Al diminuire della percentuale di H nel nucleo, la stella deve aumentare  $\rho$  e  $T$  nel nucleo per produrre la stessa energia nucleare att

# L'USCITA DALLA SEQUENZA PRINCIPALE



LA STRUTTURA DI  
UNA GIGANTE ROSSA ⇒



The structure of a red giant. The left figure shows the entire star from core to photosphere. The right figure shows an enlarged picture of the region near the core. Notice that the core, which may contain about half the total mass of a low-mass star at this point, occupies only one ten-billionth of the total volume.

Figura 14

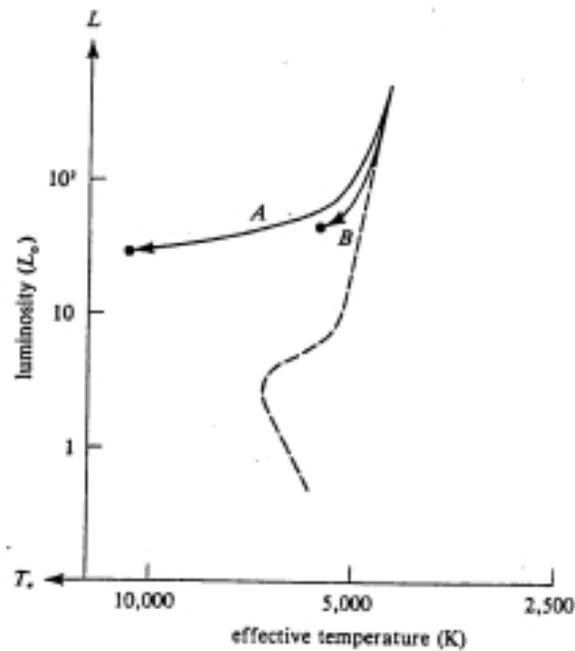
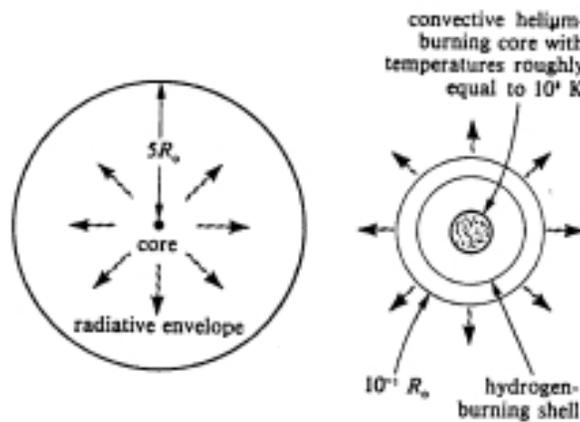


Figura 15a

Descent of a low-mass star with poor heavy-element abundances (Population II star) from the tip of the red-giant branch to the horizontal branch. Track *A* corresponds to a star which suffered a relatively large loss of mass during the red-giant phase of stellar evolution. Track *B* corresponds to a star which suffered relatively little loss of mass. (Adapted from Icko Iben, *Ann. Rev. Astr. Ap.*, 5, 1967, 571.)



The structure of a horizontal-branch star. The left figure shows the entire star from core to photosphere. The right figure shows an enlarged picture of the region near the core.

Figura 5.6: Fasi successive alla Sequenza Principale.

# STELLA DI RAMO ASINTOTICO

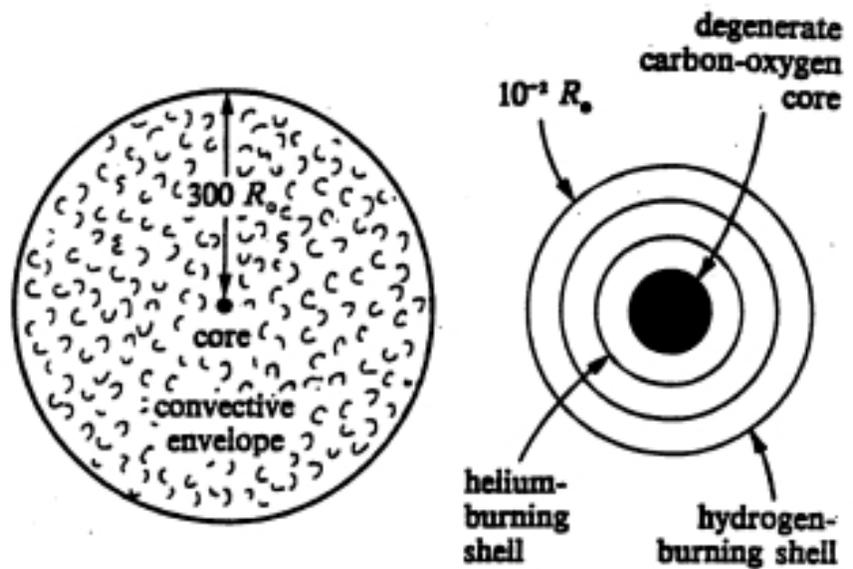


Figure 15b The structure of an asymptotic giant. The figure on the left shows the entire star from core to photosphere. The figure on the right shows an enlarged picture of the region near the core.

Figura 5.7: Fasi successive alla Sequenza Principale.

a sostenere i suoi strati piu' esterni. Cio' avviene mediante una contrazione del nucleo. La conseguenza dell'aumento di  $T$  e' una diminuzione dell'opacita' che consente agli strati stellari esterni di diventare radiativi. Quando l'idrogeno viene esaurito al centro si ha la situazione di Fig 17b. La stella inizia a contrarsi piu' rapidamente aumentando cosi' la temperatura centrale fino all'innesco dell'He. Inizialmente lo strato di bruciamento in shell e' largo (poco H) ma via via che il bruciamento si sposta verso l'esterno rimpicciolisce poiche' aumenta la concentrazione di H.

La situazione in sequenza principale di stelle di massa inferiore a  $2.25 M_{\odot}$  e' invece di avere un nucleo radiativo ed un involucro convettivo. Il bruciamento dell'H produce un impoverimento locale dell'H dipendente dalla maggiore o minore temperatura e quindi piu' cospicuo al centro che non all'esterno del nucleo (vedi Fig. 17a). Il bruciamento in shell in questo caso si innesca automaticamente senza alcun trauma per la stella che continua a contrarsi fin quando la temperatura non e' sufficiente per l'innesco dell'He.

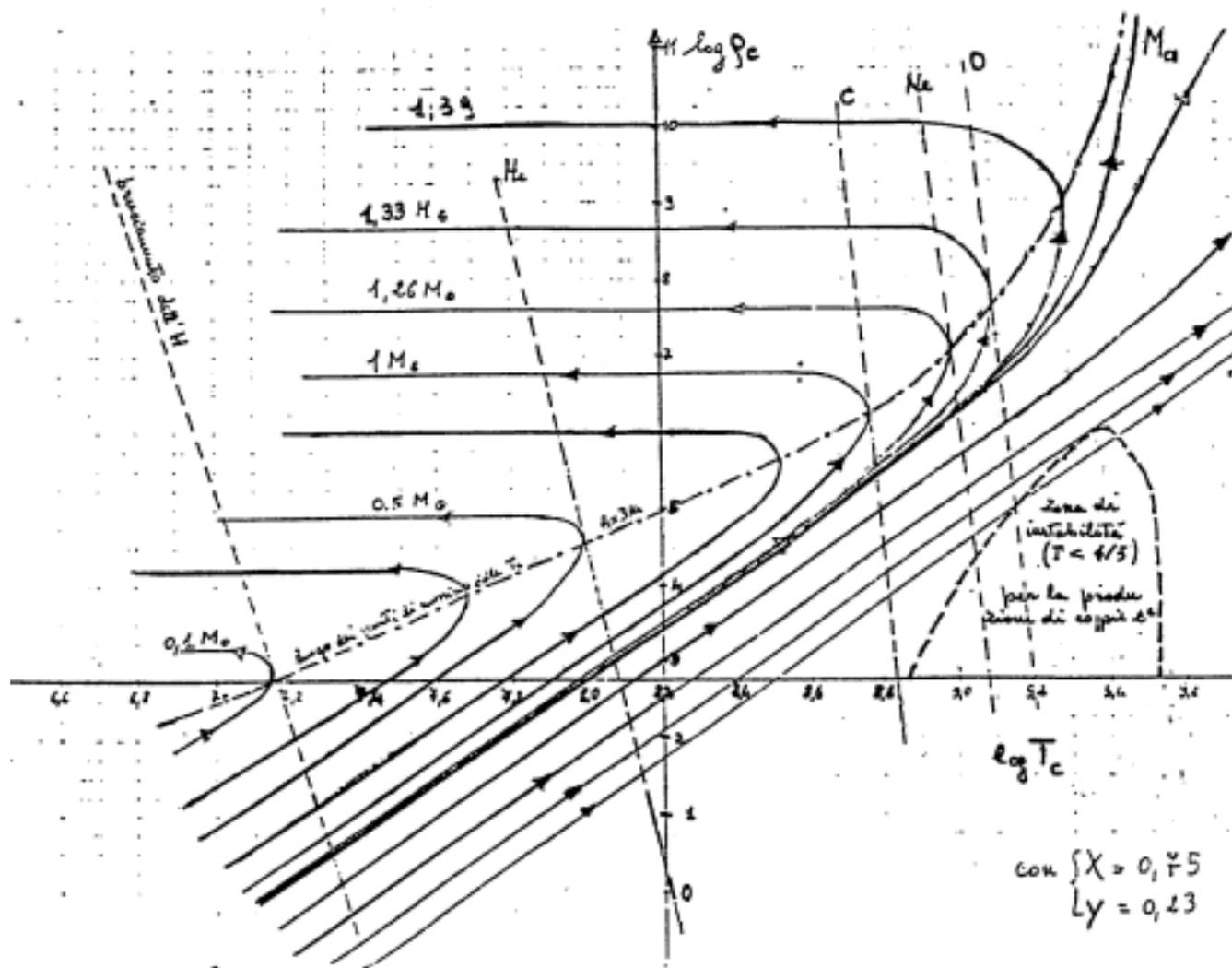
In una stella di alta sequenza il nucleo di He aumenta in massa e raggio, l'involuppo si espande e la sua densita' diminuisce. La stella evolve a luminosita' costante. Le stelle di bassa sequenza, invece, in questa fase hanno un nucleo degenere e cio' provoca un enorme incremento di luminosita', come precedentemente discusso.

In figura 18a viene mostrata l'evoluzione di una stella di  $5M_{\odot}$  e composizione chimica  $X=0.62$ ,  $Y=0.354$  e  $Z=0.044$  (stella ricca di metalli), mentre nella Fig. 18b viene mostrata la variazione della struttura interna di una stella di  $5M_{\odot}$  in funzione della sua eta'. Il punto A indica la ZAMS, il punto B indica il momento in cui il nucleo si e' contratto per meta' della sua grandezza originale e una grande frazione di H e' stata consumata. Il punto C indica l'esaurimento dell'H al centro, rapida contrazione e inizio del bruciamento in shell. Da C a D la stella muove verso basse  $T_{eff}$  a causa dell'espansione dell'involuppo, l'H continua a bruciare in shell. In D la stella sviluppa un profondo involucro convettivo ed in E si ha la massima discesa della convettivita' dovuta all'avvicinamento al limite di Hayashi. In F l'He al centro e' quasi esaurito, tale esaurimento si completa in G dove si accende la shell di He. In H si ha lo spegnimento della shell di H, in K l'involuppo diviene quasi tutto convettivo- pare che in questa fase la convettivita' si spinga al di sotto della zona in cui brucia la shell di H in modo da portare in superficie una certa quantita' di He di bruciameto. In K-L si ha regime di doppia-shell. I "loops" descritti dalla stella nel diagramma H-R decrescono al crescere della massa. Via via che il nucleo di C-O cresce e che temperatura e densita' crescono si va verso la situazione in cui dovrebbe accendersi il carbonio. L'accensione del carbonio dipende dalla massa del nucleo di C-O ed e' evitata se il nucleo non raggiunge la massa di ignizione richiesta a causa di perdita di massa nelle fasi precedenti. Definiamo  $M_{up}$  la massa limite per la formazione di un nucleo di carbonio e ossigeno degenere, cioe' stelle con  $M > M_{up}$  accendono il carbonio in un nucleo non-degenere. Ovviamente quelle che accendessero il carbonio in un nucleo degenere (ammesso che abbiano la massa del nucleo sufficientemente alta) avrebbero un'accensione esplosiva che puo' portare alla distruzione dell'intera stella. Nella realta' cio' dovrebbe avvenire per nane bianche in sistemi binari (vedi capitolo sulle supernovae). Una stella di  $5M_{\odot}$  e' soggetta a pulsioni termiche come le stelle di massa inferiore e cosi' lo sono tutte le stelle con masse iniziali  $M < M_{up}$ . Tali stelle, una volta mancata l'accensione del C diventano nebulose planetarie ed infine nane bianche di C-O con masse dell'ordine di  $0.6 - 0.7M_{\odot}$ .

**Riassumendo:** stelle con masse  $M > 5 - 6M_{\odot}$  evolvono molto piu' rapidamente di stelle di piccola massa. Una volta esaurito l'H nel nucleo si ha contrazione ed accensione di H in un guscio immediatamente sopra al nucleo. Quando si accende l'He, a differenza di cio' che accade per le piccole masse, l'accensione avviene in maniera tranquilla, senza esplosione. Il limite di massa a cui tale cambiamento di accensione dell'He avviene e'  $M > 2.25M_{\odot}$ , benché il valore esatto di tale limite dipende dai modelli di evoluzione stellare. Durante la contrazione del nucleo queste stelle muovono sempre verso destra nel diagramma H-R, mentre ogni volta che si accende

# LOG T<sub>c</sub> - LOG ρ<sub>c</sub> E IGNIZIONE DEI COMBUSTIBILI NUCLEARI

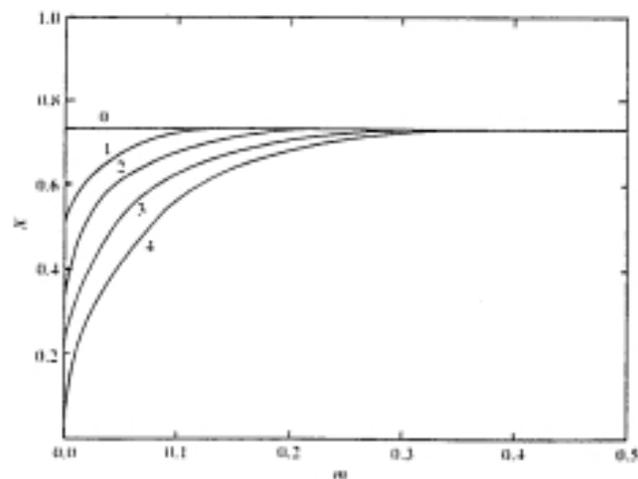
IL PIANO TEMPERATURA CENTRALE - DENSITA' CENTRALE



MASSA DI IGNIZIONE = MASSA AL DI SOTTO  
DELLA QUALE LA STELLA NON È IN GRADO  
DI ACCENDERE UN DATO COMBUSTIBILE

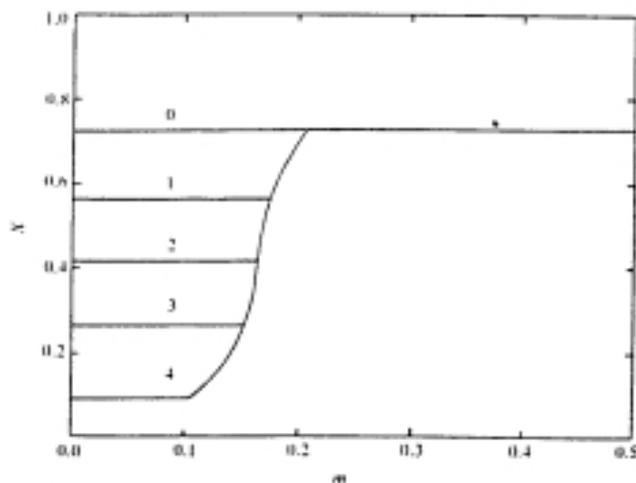
$M > M_{cr}$  TUTTI I COMBUSTIBILI NUCLEARI  
VERRANNO ACCESI

## BRUCIAMENTO H IN STELLE DI PICCOLA MASSA



**Fig. 17a** The depletion of hydrogen in a low mass star. The numbered curves refer to successive stages in the star's evolution. Although hydrogen is initially exhausted only in a very small central region, some hydrogen burning occurs further out than in a star of higher mass. This is caused by the relatively small temperature dependence of the rate of energy release by the PP chain.

## BRUCIAMENTO H IN STELLE DI GRANDE MASSA



**Fig. 17b** The depletion of hydrogen in a high mass star. The numbers denote successive stages in the star's evolution.

# EVOLUZIONE DI UNA $5M_{\odot}$

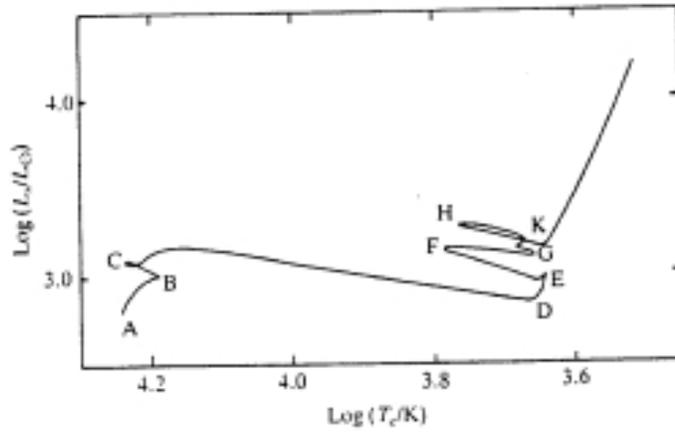


Fig. 18a Post-main-sequence evolution of a star of five solar masses.

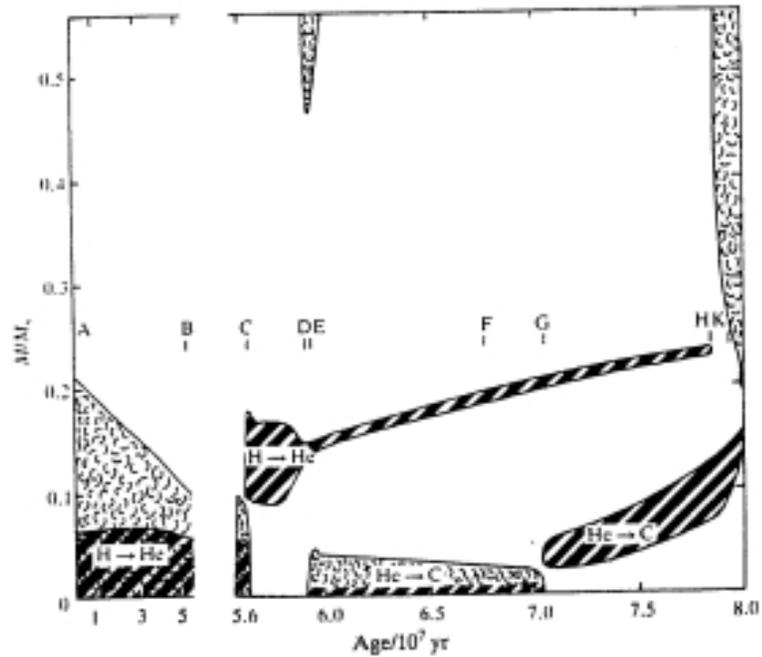


Fig 18b The internal structure of a star of five solar masses as a function of age. The heavily hatched areas are ones in which the named nuclear reactions are occurring. Convection zones are shown with a cloudy appearance.

Figura 5.10: Evoluzione di una stella di  $5M_{\odot}$ .

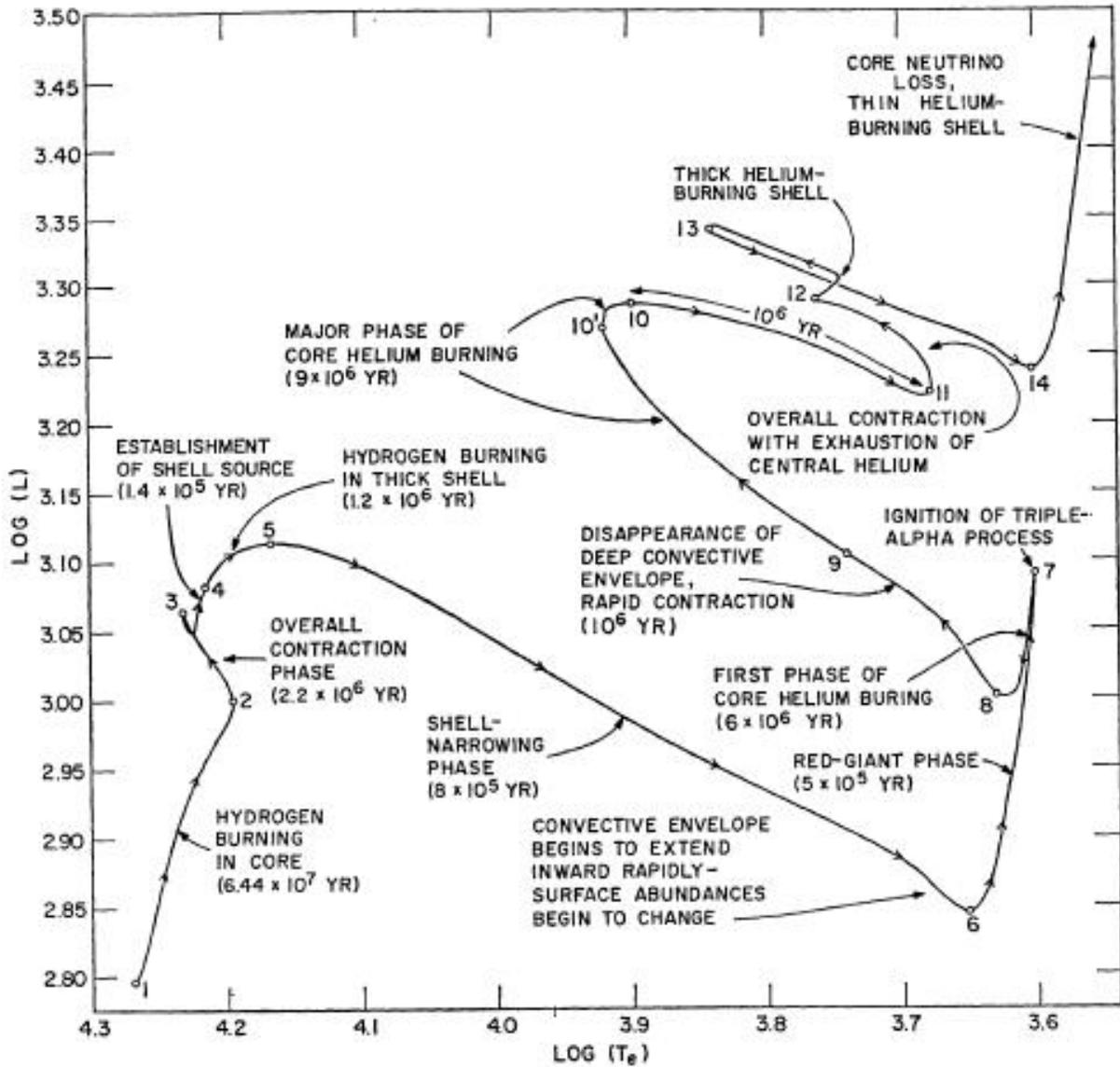
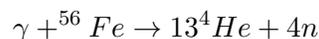


Figura 5.11: Evoluzione di una stella di  $5M_{\odot}$ , da Iben (1967).

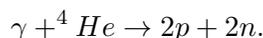
un nuovo combustibile nucleare esse muovono verso sinistra. Questi movimenti avvengono con piccole variazioni in luminosita', pertanto si puo' affermare che stelle di grande massa evolvono a luminosita' quasi costante.

### 5.8.7 Stelle supergiganti, $M > 8M_{\odot}$

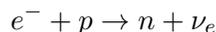
Queste sono stelle di grande massa e grande luminosita'. La loro evoluzione e' cosi' rapida che gli strati esterni non hanno tempo di reagire ai cambiamenti interni, cosi' che non si hanno i vari "loops" caratteristici di stelle di massa inferiore. La stella si sposta soltanto verso destra nel diagramma H-R o al massimo segue un loop prima di morire come supernova di tipo II. Le stelle che hanno masse di nuclei di He tra 2.2 e 2.5  $M_{\odot}$  innescano il bruciamento dell'ossigeno in un nucleo degenere di Ne-O ed esplodono. Per stelle con masse di nuclei di He maggiori i bruciamenti proseguono fino alla formazione di un nucleo di Fe, come sara' piu' ampiamente descritto nel prossimo capitolo. Dopo il Fe infatti, non e' piu' possibile estrarre energia nucleare dalle reazioni di fusione, cosi' il nucleo inizia a scaldarsi catastroficamente. Alle altissime temperature raggiunte (circa  $10^9$ K) inizia la fotodissociazione del ferro, dovuta ai fotoni termici:



e per temperature piu' elevate si ha anche fotodissociazione dell' ${}^4\text{He}$ :



Accade cioe' che l'energia gravitazionale spacchi i nuclei, il contrario di quanto accade prima (nuclei leggeri si fondono a formare nuclei piu' pesanti). La fotodissociazione porta dunque ad un collasso catastrofico in cui la stella e' in balia della propria gravita'. La materia degenera ma la pressione degli elettroni degeneri non e' sufficiente a fermare il collasso, poiche' i nuclei di ferro in queste stelle sono maggiori o uguali alla massa di Chandrasekhar. Le alte densita' raggiunte inducono la neutronizzazione:



con conseguente rilascio di una grande energia sotto forma di neutrini (vedi capitolo sulle supernovae). Il collasso continua fino a che la pressione dei neutroni degeneri riesce a bloccare il collasso, altrimenti l'oggetto continua a collassare fino a diventare un buco nero. Il finire come stella di neutroni o buco nero dipende dalla massa del nucleo di ferro, come vedremo in seguito. Pertanto, il nucleo trovera' comunque un suo equilibrio mentre il mantello verra' espulso, dando origine all'esplosione di supernova. Nella fase di pre-supernova la stella presenta una tipica struttura a "cipolla" dove si alternano strati di bruciamento a strati di materiale inerte. Gli elementi che si alternano sono H, He, C, Ne, O e Si piu' ovviamente il nucleo di Fe (vedi figura 19 struttura a cipolla).

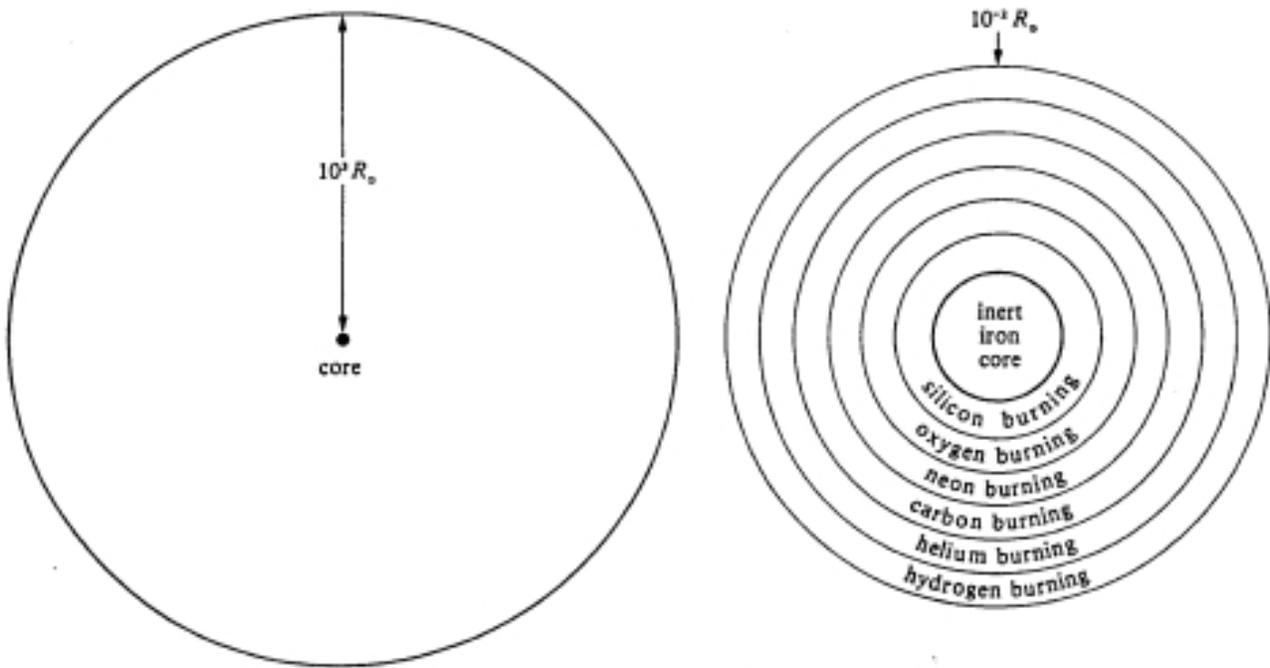
## 5.9 Riassunto dell'evoluzione stellare

L'evoluzione stellare discussa fino ad ora viene riassunta nella figura 20 dove si puo' vedere il tragitto evolutivo di stelle di varia massa lungo il diagramma H-R teorico.

Riassumendo a parole:

-Stelle con  $M < 0.08M_{\odot}$ , se esistono, non accendono mai l'H ed hanno tempi di vita molto maggiori dell'eta' dell'Universo (15-20 miliardi di anni). Esse non contribuiscono all'arricchimento in elementi chimici ma influenzano l'evoluzione delle galassie perche' sottraggono gas al processo di formazione stellare.

*Evolution of High-Mass Stars*



**Figure 19** The onion-ring structure of a pre-supernova star (a very evolved star of high mass). The diagram on the left shows the dimensions of the entire star, a red supergiant, from core to photosphere. The diagram on the right shows the nuclear-burning regions near the inert iron core.

Figura 5.12: Stadio di pre-supernova di tipo II.

-Stelle con  $0.08 < M/M_{\odot} < 0.5$  accendono l'H ma non l'He e terminano la loro vita come nane bianche di He. Anch'esse non contribuiscono all'arricchimento chimico delle galassie ed hanno tempi di vita dell'ordine dell'eta' dell'Universo.

-Stelle con  $0.5 < M/M_{\odot} < M_{HeF}$ , dove  $M_{HeF}$  e' la massa limite per l'accensione dell'He in un nucleo degenere (cioe' esplosiva). Modelli *classici* senza perdita di massa e "overshooting" danno un valore di  $2.25M_{\odot}$  per tale massa, mentre modelli con overshooting suggeriscono  $1.85M_{\odot}$ . Stelle in questo intervallo di massa ma con masse maggiori di  $1M_{\odot}$  contribuiscono all'arricchimento chimico galattico attraverso l'espulsione di materia che avviene nelle fasi di gigante e nebulosa planetaria (PN). Queste stelle hanno tempi di vita che vanno da da 15 miliardi a 0.5-1 miliardo di anni. Esse muoiono tutte come nane bianche di carbonio e ossigeno (C-O).

-Stelle con  $M_{HeF} < M < M_w$ , dove con  $M_w$  indichiamo la massa limite per la formazione di una nana bianca di C-O. Questo limite dipende dalla perdita di massa che la stella subisce durante la sua evoluzione. Tali stelle contribuiscono all'arricchimento galattico attraverso venti stellari ed espulsione di nebulosa planetaria. I tempi di vita vanno dal miliardo alle centinaia di milioni di anni. Muoiono tutte come nane bianche di C-O poiche' non ce la fanno ad avere un nucleo di massa sufficiente per accendere il carbonio.

-Stelle con  $M_w < M < M_{up}$ , dove  $M_{up}$  e' definita come la massa limite per la formazione di un nucleo degenere di C-O ed il suo valore dipende dal trattamento della convezione e dalla perdita di massa. A meno che non si abbia  $M_w \simeq M_{up}$ , queste stelle dovrebbero accendere il carbonio in un nucleo altamente degenere, quando la massa del nucleo raggiunge il valore della massa  $M_{Ch}$ , con conseguente esplosione catastrofica che darebbe origine ad una supernova. Tali supernovae, benché la loro esistenza non sia stata rivelata, prenderebbero il nome di supernovae di tipo I 1/2, poiche' le loro caratteristiche sarebbero intermedie tra quelle delle supernovae di tipo I e quelle di tipo II (vedi capitolo supernovae). Le osservazioni pero' suggeriscono che  $M_w = 8M_{\odot}$  e in tal caso tali supernovae non esisterebbero poiche' i modelli stellari suggeriscono che  $M_{up}$  dovrebbe al massimo valere  $8M_{\odot}$ . Il valore preciso di tale massa dipende, di nuovo, dai modelli stellari. Modelli con overshooting suggeriscono che  $M_{up} = 5 - 6M_{\odot}$ ! Se le cose stanno davvero cosi' dobbiamo concludere che tutte le stelle fino ad  $M_{up}$  o a  $M_w$  muoiono come nane bianche di C-O. Il che significa che nessuna di loro raggiunge la massa di nucleo sufficiente ad innescare il carbonio. I tempi di vita di queste stelle vanno dal miliardo alle decine di milioni di anni e contribuiscono all'arricchimento galattico tramite venti stellari e nebulosa planetaria.

-Stelle con  $M_{up} < M < M_{ec}$ , dove con  $M_{ec}$  indichiamo il limite di massa per le cosiddette supernovae "e-capture". Queste stelle accendono il carbonio in un nucleo non degenere, quindi in maniera tranquilla. Queste stelle hanno masse di nuclei comprese tra  $2.25$  e  $2.5M_{\odot}$  e accendono l'ossigeno in un nucleo degenere di Ne-O esplodendo come "e-capture" supernovae. La parola "e-capture" sta per cattura elettronica; queste stelle infatti, raggiungono le condizioni adatte per la cattura elettronica, fenomeno che, come abbiamo visto, comporta la cattura di un elettrone da parte di un protone, e cio' provoca una destabilizzazione che induce il nucleo al collasso. Durante tale collasso l'ossigeno si accende in maniera esplosiva e si trasforma in elementi del picco del Fe. Alla fine pero' il collasso ha il sopravvento sull'esplosione poiche' la stella non viene distrutta ma espelle soltanto il mantello esterno lasciando al centro una stella di neutroni di circa  $1.3M_{\odot}$ . Il mantello esterno viene espulso per mezzo di un meccanismo chiamato "rimbalzo del nucleo" che vedremo piu' in dettaglio nel capitolo sulle supernovae. Queste "e-capture" supernovae sono supernovae di tipo II.

-Stelle con  $M_{ec} < M < M_{WR}$ , dove  $M_{WR}$  indica la massa limite al di sopra della quale la stella diventa una stella di Wolf-Rayet, hanno masse di nucleo tra  $2.5$  e  $3.0 M_{\odot}$  e pertanto accendono tutti e sei i principali bruciamenti idrostatici in un nucleo non-degenere fino alla formazione di un nucleo di ferro. Esse dovrebbero esplodere come supernovae di tipo II. I loro

tempi di vita sono dell'ordine dei milioni di anni. Esse sono responsabili per la maggior parte dell'arricchimento galattico in elementi pesanti contenuti nel loro involucro che espellono nel mezzo interstellare al momento dell'esplosione.

-Stelle con  $M_{WR} < M < 100M_{\odot}$  diventano stelle di Wolf-Rayet, ovvero oggetti che subiscono una forte perdita di massa. Il valore di  $M_{WR}$ , di nuovo, dipende dai modelli ed in particolare dal trattamento della perdita di massa durante l'evoluzione delle supergiganti. Si pensa che tale valore sia anche funzione della metallicità iniziale della stella. Un valore medio per  $M_{WR}$  è  $M_{WR} \simeq 30 - 40M_{\odot}$ . L'esplosione di queste stelle, che vivono solo pochi milioni di anni, non dovrebbe dare origine ad una supernova di tipo II ma forse ad una supernova di tipo Ib. Anch'esse contribuiscono all'arricchimento in elementi pesanti benché siano molto poche in numero.

-Stelle con  $M > 100M_{\odot}$  (stelle supermassive). Dopo l'esaurimento dell'He al centro la stella innesca direttamente l'ossigeno. Per certi valori del nucleo di He si ha instabilità di coppia, cioè una larga frazione di energia gravitazionale, a temperature dell'ordine di  $2 \cdot 10^9\text{K}$ , va a creare coppie ( $e^+, e^-$ ). Questo porta ad un abbassamento dell'indice adiabatico ( $\gamma = \frac{cP}{cV}$ ) al di sotto di  $4/3$  e quindi ad un'instabilità che porta la stella ad esplodere e a distruggersi completamente (le cosiddette "pair-creation" supernovae). I tempi di vita di queste stelle sono inferiori al milione di anni. Esse contribuiscono, se esistono, all'arricchimento in ossigeno.

-Stelle con  $M > 400M_{\odot}$  collassano direttamente in buchi neri o si distruggono completamente a causa del bruciamento esplosivo dell'H. In particolare, oggetti con  $400 < M/M_{\odot} < 7.5 \cdot 10^5$  si distruggono durante il bruciamento dell'H, mentre oggetti con  $M > 7.5 \cdot 10^5 M_{\odot}$  collassano direttamente in un buco nero.

Parlare di queste masse così grandi fa immediatamente pensare a problemi di stabilità. Infatti, la pressione di radiazione tende a crescere al crescere della massa stellare e crescendo abbassa il rapporto dei calori specifici  $\gamma$  che per un gas perfetto di particelle è  $5/3$  mentre per un gas di fotoni è  $4/3$ . Quindi all'aumentare della pressione di radiazione  $\gamma$  tende a  $4/3$ . Se va sotto a questo valore la stella diventa instabile e comincia ad oscillare perdendo massa. Questo fenomeno però fa abbassare di nuovo la  $P_{rad}$  che è proporzionale alla massa e favorisce la stabilizzazione della stella. Schwarzschild calcolò che la massa limite per strutture stabili è  $\simeq 60M_{\odot}$  per una composizione chimica tipica della Popolazione I. La massa limite di stabilità è infatti una funzione della composizione chimica: cresce al crescere di  $Z$  e al diminuire di  $Y$ . Comunque, grazie alla perdita di massa che segue alle oscillazioni si riesce ad ottenere masse stabili fino a  $100 M_{\odot}$  e forse di più. Tali stelle supermassicce non vengono osservate ma potrebbero essere esistite nelle prime fasi di vita dell'universo ed essersi formate addirittura prima delle galassie. Questi oggetti sono chiamati *stelle di popolazione III*.

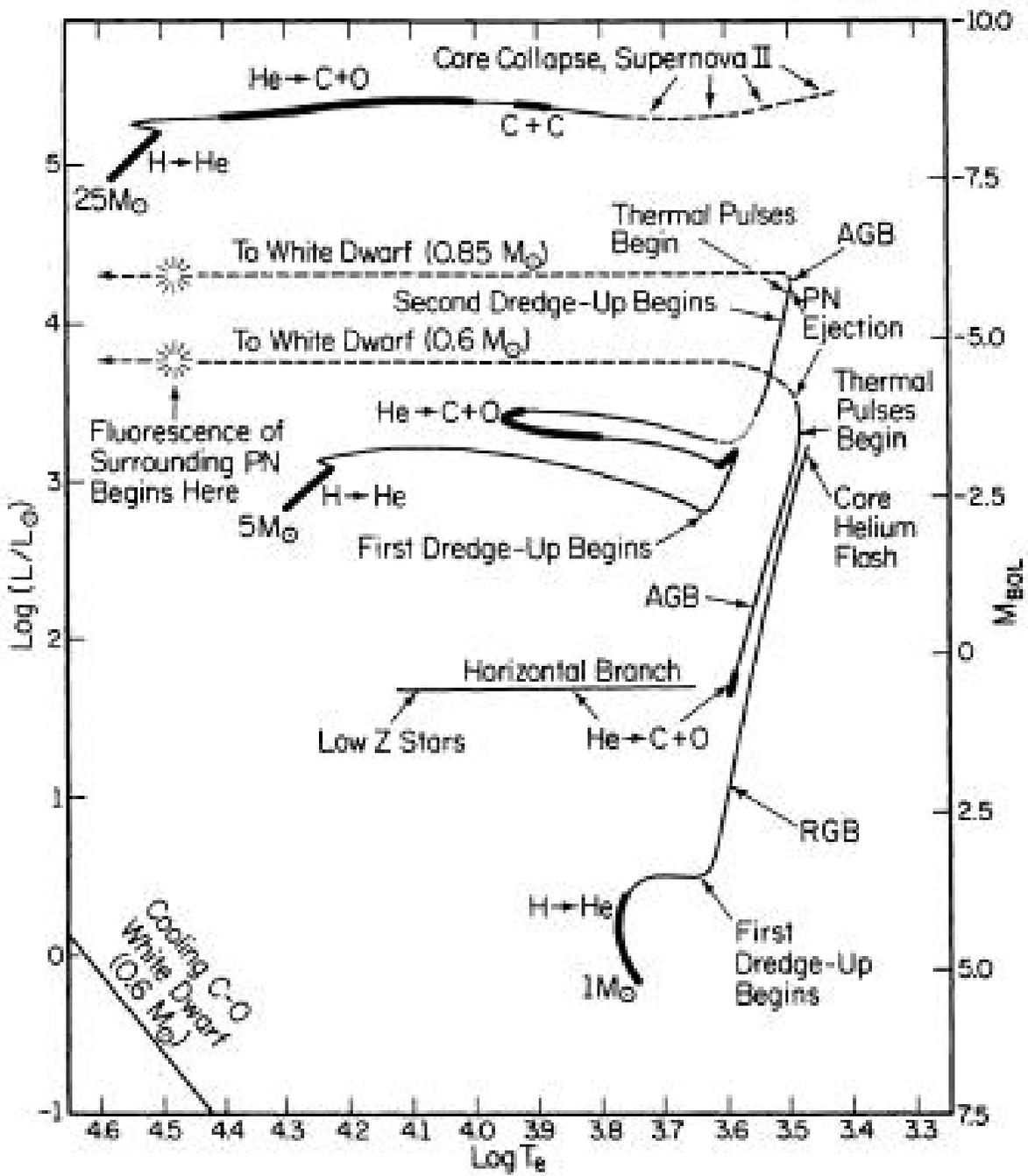


Figura 5.13: Riassunto dell'evoluzione stellare. Da Iben (1985)

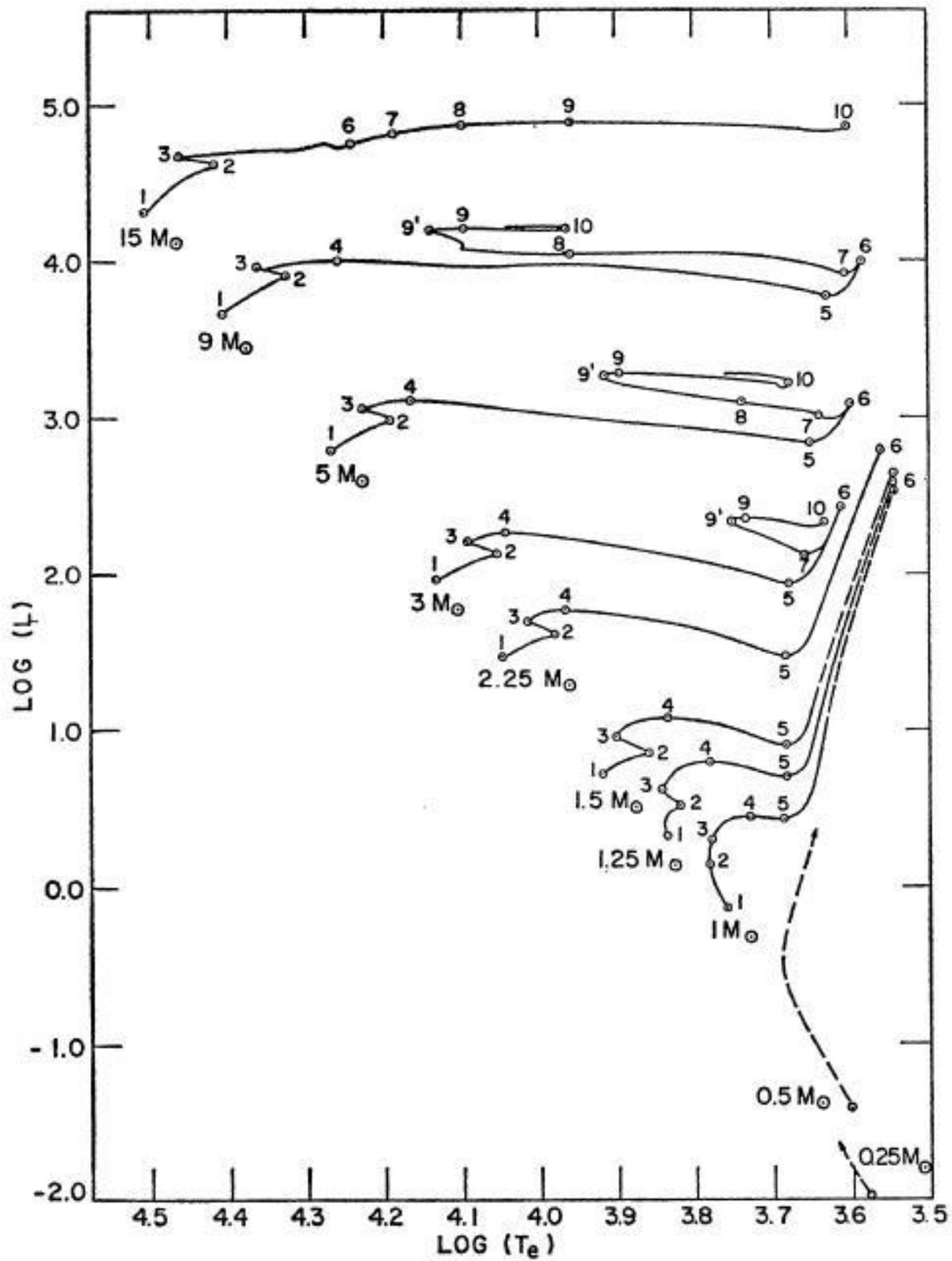


Figura 5.14: Riassunto dell'evoluzione stellare.

## Capitolo 6

# PULSAZIONI STELLARI: LE STELLE VARIABILI

### 6.1 La scoperta delle variabili

Nell'agosto del 1595, un pastore luterano astrofilo, David Fabricius, osservò la stella o Ceti. Ad ottobre la stella era già scomparsa per riapparire però dopo alcuni mesi. La chiamò MIRA. La stella o Ceti è una variabile Mira con un periodo di 11 mesi. Le variabili Mira, di cui o Ceti è il prototipo sono chiamate **variabili a lungo periodo**. Nel 1784 fu scoperta un'altra stella variabile  $\delta$  Cephei che varia la sua luminosità con un periodo di 5 giorni 8 ore e 48 minuti: essa è il prototipo di un'altra categoria di stelle variabili, le CEFEIDI. Fino ad oggi sono state catalogate circa 20.000 Cefeidi, il 10% delle quali furono scoperte da Henriette Swan Leavitt ad Harvard. Miss Leavitt scoprì che esiste una ben precisa relazione tra il periodo delle Cefeidi e la loro luminosità:

$$\log_{10}\left(\frac{\langle L \rangle}{L_{\odot}}\right) = 1.15\log_{10}\Pi^d + 2.47$$

dove  $\Pi^d$  è il periodo di pulsazione ed  $\langle L \rangle$  è la luminosità media. Ovvero:

$$M_{\langle V \rangle} = -2.80\log_{10}\Pi^d - 1.43$$

dove  $M_{\langle V \rangle}$  è la magnitudine assoluta visuale media della stella. La relazione tra  $M_{\langle V \rangle}$  ed il periodo per le Cefeidi è mostrata in Figura 20 bis. Questa relazione è estremamente importante perché consente di misurare le distanze degli oggetti extragalattici, ciò che fece Hubble quando determinò la legge di espansione dell'universo. Queste stelle, le Mira e le Cefeidi, così come altre categorie di stelle variabili, quali le RR-Lyrae, le variabili  $\delta$  Scuti e le W Virginis, variano la loro luminosità perché sono soggette a pulsazioni che avvengono quando le stelle attraversano le cosiddette zone di instabilità nel diagramma H-R (vedi Figura 20 tris).

### 6.2 Classificazione delle variabili

Le stelle variabili si dividono in:

- **W Virginis**- Sono Cefeidi della Popolazione II (pochi metalli) e sono 4 volte meno luminose delle Cefeidi classiche con lo stesso periodo. Posseggono una relazione luminosità-periodo ma più bassa e parallela a quella delle Cefeidi classiche. Il periodo delle W Virginis è  $\Pi = 2-45$  giorni
- **RR-Lyrae**- Sono stelle di Popolazione II e si trovano nel braccio orizzontale che si osserva negli ammassi globulari. (Periodo  $\Pi = 1.5-24$  ore).

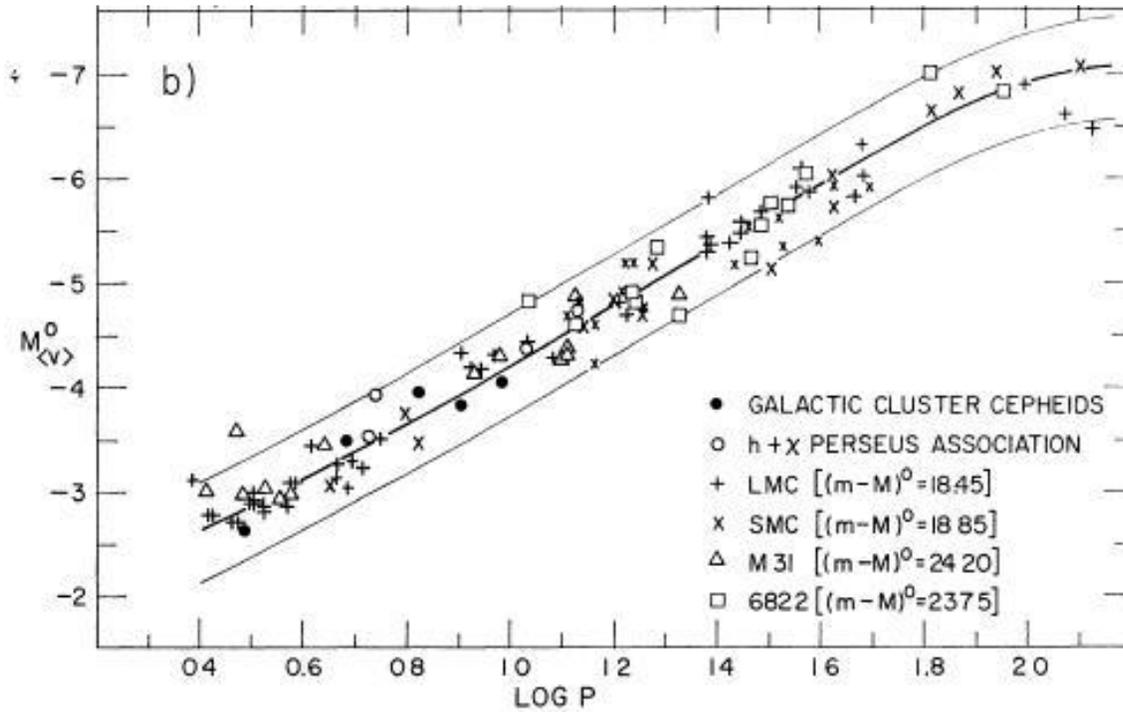


Figura 6.1: Figura 20 bis nel testo. Relazione tra il periodo e la luminosita' delle Cefeidi. Figura da Sandage & Tammann, 1968)

- **$\delta$  Scuti-** Stelle evolute di tipo F vicine alla Sequenza Principale. Hanno sia oscillazioni radiali che non-radiali. ( $\Pi = 1-3$  ore).
- **ZZ Ceti-** Sono nane bianche pulsanti ( $\Pi = 100-1000$  sec). Hanno oscillazioni non-radiali.
- **Mira o variabili a lungo periodo, LPVs-** Insieme alle stelle  $\beta$ -Cephei si trovano al di fuori della striscia di instabilita' delle Cefeidi classiche e delle RR-Lyrae ( $\Pi = 100-700$  giorni). Sia LPV che le  $\beta$  Cephei hanno oscillazioni radiali e non-radiali.
- **Cefeidi-** Variabili di Popolazione I con periodo  $\Pi = 1-50$  giorni.

### 6.3 LA FISICA DELLE PULSAZIONI

Le oscillazioni radiali di una stella pulsante sono il risultato di onde sonore risonanti nel suo interno. Procediamo a dare una rozza stima del periodo di pulsazione definito come *il tempo che impiegherebbe un'onda sonora ad attraversare il diametro di una stella di raggio  $R$  e densita' costante  $\rho$* . La velocita' del suono in regime adiabatico si esprime come:

$$v_s = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$$

dove  $P$  e' la pressione e si ottiene dall'equilibrio idrostatico assumendo che la densita' stellare sia costante:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM\rho}{r^2} = -\frac{G(4/3\pi r^3\rho)\rho}{r^2} = -4/3\pi G\rho^2 r$$

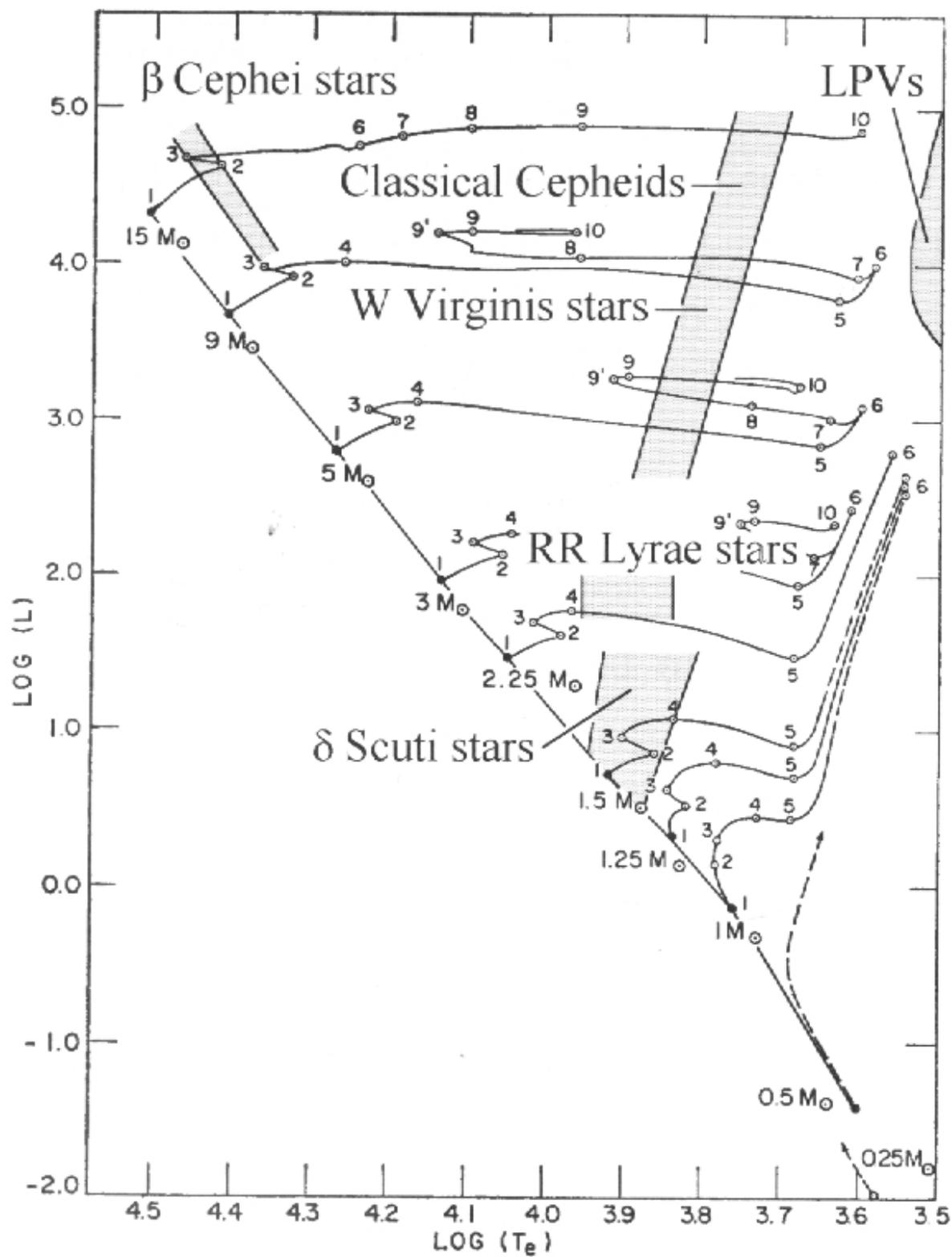


Figura 6.2: Fig. 20 tris nel testo. Stelle variabili nel diagramma H-R.

Integrando quest'equazione con la condizione:  $P=0$  per  $r=R$ , si ottiene:

$$P(r) = \frac{2}{3}\pi G\rho^2(R^2 - r^2)$$

Il periodo di pulsazione  $\Pi$  sara' dunque:

$$\Pi = 2 \int_0^R \frac{dr}{v_s}$$

dove  $R$  e' il valore del raggio della stella. Sostituendo i valori di  $v_s$  e di  $P$  sopra definiti si ottiene:

$$\Pi = \sqrt{\frac{3\pi}{2\gamma G\rho}}$$

Pertanto si vede che il periodo di pulsazione di una stella e' inversamente proporzionale alla radice quadrata della sua densita' media. Ad esempio per una tipica Cefeide di  $5M_\odot$  e  $R = 50R_\odot$  si ottiene  $\Pi = 10$  giorni.

Le onde sonore collegate alle oscillazioni radiali sono onde stazionarie simili alle onde nella canna di un organo aperta ad un estremo. Esistono in questo caso diversi modi di oscillazione. L'onda stazionaria ha un nodo ad un estremo (il centro della stella e la parte chiusa della canna dell'organo) ed ha un antinodo all'altro estremo, quello aperto; in questo caso si ha il "modo fondamentale" in cui il gas si muove nella stessa direzione in ogni punto della stella (o canna di organo). Per il modo "prima armonica" c'e' un nodo a meta' tra il centro e la superficie della stella ed il gas muove in due direzioni diverse da una parte e dall'altra del nodo. Il modo "seconda armonica" ha due nodi tra il centro e la superficie. La maggior parte delle Cefeidi e delle W Virginis pulsa nel modo fondamentale; anche le Mira pulsano nel modo fondamentale anche se cio' e' stato oggetto di dibattito. Per spiegare il meccanismo fisico che da' origine alle pulsazioni, Eddington inizialmente propose che le stelle pulsanti siano "motori termodinamici". Il gas stellare compie un lavoro  $PdV$  quando si espande e si contrae nel ciclo della pulsazione. Se  $\oint PdV > 0$  per un ciclo, uno strato di gas compie un lavoro positivo sugli strati circostanti e contribuisce a mantenere le oscillazioni. Se invece  $\oint PdV < 0$ , il lavoro netto compiuto da uno strato e' negativo e tende a smorzare le oscillazioni. Se il lavoro di tutti gli strati e' positivo, l'oscillazione crescera' in ampiezza. Questi cambiamenti nelle oscillazioni continuano fino a raggiungere un valore di equilibrio quando  $\oint PdV = 0$ . A questo punto occorre chiedersi in quale regione della stella avvengono le oscillazioni. Quando il centro e' compresso aumenta la temperatura ed il tasso di generazione di energia nucleare  $\epsilon$  aumenta, pero' crea pulsazioni di piccola ampiezza. Questo meccanismo e' noto col nome di **meccanismo  $\epsilon$**  ma non e' sufficiente ad instaurare la pulsazione nella stella. Eddington allora suggerì il meccanismo a valvola: se uno strato diviene piu' opaco a causa della compressione, puo' trattenere l'energia che fluisce verso la superficie e spingere gli strati superficiali verso l'alto. Quando lo strato diventa trasparente ricade indietro. Cio' implica che l'opacita' debba crescere con la compressione. Generalmente,  $k$  cala con la compressione (vedi opacita' di Kramer:  $k \propto \rho/T^{3.5}$ ). Solo in particolari circostanze, l'opacita' puo' crescere con la compressione ed e' per questo che solo 1 stella su  $10^5$  pulsa. Questo meccanismo e' noto col nome di **meccanismo  $k$**  e puo' agire in zone della stella dove la ionizzazione e' parziale, cioe' zone dove la compressione fa aumentare la ionizzazione e non la temperatura cosi' che l'opacita' possa crescere. Infatti, in una zona a ionizzazione parziale il meccanismo  $k$  e' rinforzato dalla tendenza del calore a fluire nella zona durante la compressione, perche' la sua temperatura aumenta meno che negli strati adiacenti. Questo si chiama **meccanismo  $\gamma$** , dove  $\gamma$  e' il rapporto tra i calori specifici. In ogni stella ci sono due zone di ionizzazione: una piu' esterna dove ci sono sia H che He ionizzati e neutri, ed una piu' interna con He II ed He III. La zona piu' esterna e' detta "zona a ionizzazione parziale

dell'H" e si trova a  $T \sim 1 - 1.5 \cdot 10^4 \text{K}$ , mentre la seconda e' detta "zona a ionizzazione parziale dell'He" e si trova a  $T \sim 4 \cdot 10^4 \text{K}$ . La posizione di queste due zone all'interno della stella e' all'origine delle pulsazioni. Il meccanismo di pulsazione all'esterno della striscia di instabilita' non e' ancora ben capito.

## 6.4 Come si modellano le pulsazioni

Mostreremo un esempio semplice di modellizzazione delle pulsazioni stellari: il modello ad una zona. Tale modello consiste di una massa puntiforme che corrisponde alla massa della stella ( $M$ ), circondata da una shell sferica sottile di massa  $m$  e raggio  $R$  che rappresenta la superficie della stella. L'interno della stella e' riempito di un gas senza massa e pressione  $P$  che sostiene la stella contro la gravita'. Si riscrive dunque l'equazione dell'equilibrio idrostatico:

$$m \frac{d^2 R}{dt^2} = -\frac{GMm}{R^2} + 4\pi R^2 P$$

in equilibrio idrostatico si avrebbe:

$$\frac{GMm}{R^2} = 4\pi R_o^2 P_o,$$

dove A questo punto si linearizza l'equazione differenziale considerando solo oscillazioni di piccola ampiezza, e cioe' scrivendo ogni variabile dell'equazione differenziale come un valore di equilibrio (ottenuto dal modello statico della stella) piu' un piccolo cambiamento dovuto alla pulsazione. Ad esempio, la pressione puo' essere scritta come :  $P = P_o + \delta P$  dove  $P_o$  e' il valore della pressione in una shell del modello di equilibrio, e  $\delta P$  e' una piccola variazione di pressione che avviene nella shell quando essa si muove sotto l'effetto della pulsazione, cosi' che  $\delta P$  e' una funzione del tempo mentre  $P_o$  e' una costante. Detto cio', sostituiamo nell'equazione differenziale:  $R = R_o + \delta R$  e  $P = P_o + \delta P$ , ottenendo:

$$m \frac{d^2(R_o + \delta R)}{dt^2} = -\frac{GMm}{(R_o + \delta R)^2} + 4\pi(R_o + \delta R)^2(P_o + \delta P)$$

Usando l'approssimazione:

$$\frac{1}{(R_o + \delta R)} = \frac{1}{R_o} \left(1 - \frac{\delta R}{R_o}\right)$$

e sostituendola nell'equazione precedente e tenendo conto solo dei termini contenenti la prima potenza dei  $\delta$  si ottiene:

$$m \frac{d^2(\delta R)}{dt^2} = -\frac{GMm}{R_o^2} + \frac{2GMm\delta R}{R_o^3} + 4\pi R_o^2 P_o + 8\pi R_o P_o \delta R + 4\pi R_o^2 \delta P$$

Assumendo che  $\frac{d^2(R_o)}{dt^2} = 0$  e che  $\frac{GMm}{R_o^2} = 4\pi R_o^2 P_o$ , come da modello di equilibrio, si arriva a :

$$m \frac{d^2(\delta R)}{dt^2} = \frac{2GMm\delta R}{R_o^3} + 8\pi R_o P_o \delta R + 4\pi R_o^2 \delta P$$

Questa e' la versione linearizzata dell'equazione di Newton. A questo punto, se si ipotizza che le oscillazioni siano adiabatiche ( $PV^\gamma = \text{cost}$ ) si puo' scrivere:

$$PR^{3\gamma} = \text{cost}$$

avendo utilizzato la formula  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ , e quest'equazione puo' essere scritta come:

$$\frac{\delta P}{P_o} = -3\gamma \frac{\delta R}{R_o}$$

La quantità  $\delta P$  può adesso essere eliminata nell'equazione linearizzata e si può anche sostituire  $8\pi R_o P_o$  con  $\frac{2GMm}{R_o^3}$  per l'equazione dell'equilibrio idrostatico.

A questo punto si ottiene:

$$\frac{d^2(\delta R)}{dt^2} = -(3\gamma - 4) \frac{GM\delta R}{R_o^3}$$

Se  $\gamma > 4/3$  si ha l'equazione del semplice moto armonico con soluzione:

$$\delta R = A \sin(\omega t)$$

dove  $R_o$  e  $P_o$  sono il raggio e la pressione all'equilibrio,  $A$  è l'ampiezza della pulsazione e  $\omega$  è la frequenza della pulsazione. Sostituendo nell'equazione precedente si ottiene:

$$\omega^2 = (3\gamma - 4) \frac{GM}{R_o^3}$$

Il periodo di pulsazione è dunque:

$$\Pi = \frac{2\pi}{\sqrt{4/3\pi G\rho_o(3\gamma - 4)}}$$

dove abbiamo sostituito  $M$  con  $\rho$ . Per un gas ideale  $\gamma = 5/3$ , pertanto il periodo coincide col tempo di crossing di un'onda sonora, come derivato precedentemente. Se  $\gamma < 4/3$ , allora la stella invece di pulsare collassa: infatti, l'incremento di pressione in questo caso non è sufficiente a controbilanciare la forza di gravità e si ha un modello gravitazionalmente instabile.

## Capitolo 7

# LA PERDITA DI MASSA NELLE STELLE

### 7.1 La perdita di massa nelle stelle supergiganti

Studi nella banda ultravioletta hanno portato a realizzare che le stelle massive di sequenza principale perdono una significativa quantità di massa. Cosa produce tale perdita di massa visto che queste stelle, a differenza del Sole, dove una piccolissima perdita di massa avviene a causa della convezione in fotosfera, hanno involucri radiativi? Il processo di perdita di massa non è ancora stato ben compreso da un punto di vista quantitativo ma si pensa che coinvolga l'interazione tra la radiazione che fluisce attraverso l'atmosfera di una stella e la materia dell'atmosfera. Consideriamo l'equazione dell'equilibrio idrostatico:

$$\frac{dP}{dR} = -\frac{GM\rho}{R^2} \quad (110)$$

la pressione di radiazione in assenza di convezione soddisfa:

$$\frac{dP_{rad}}{dR} = -\frac{kL\rho}{4\pi cR^2} \quad (111)$$

che si ottiene differenziando l'espressione di  $P_{rad}$  e sostituendo  $T^3$  nell'equazione del gradiente radiativo (eq. (68)). Divido la seconda equazione per la prima ed ottengo:

$$\frac{dP_{rad}}{dP} = \frac{kL}{4\pi GMc} \quad (112)$$

da cui si deduce che:

$$\frac{dP_{rad}}{dP} < 1 \quad (113)$$

essendo  $P_{rad} < P$ , dove  $P = P_{gas} + P_{rad}$ . Se applichiamo quest'equazione alla superficie della stella abbiamo:

$$L_s < \frac{4\pi cGM_s}{k_s} \quad (114)$$

dove  $k_s$  è l'opacità superficiale. Esiste così un limite superiore alla luminosità della stella in cui il trasporto di energia sia radiativo e questo limite viene raggiunto per

$$P_{rad} \gg P_{gas} \quad (115)$$

Tale limite è noto come "luminosità di Eddington". Nelle stelle massive  $P_{rad}$  è importante e la loro luminosità è una frazione non trascurabile della luminosità di Eddington. Infatti,

supponiamo che una stella perda massa al tasso  $\dot{M}_s$ : questa massa deve lasciare la stella almeno alla velocità di fuga. L'energia portata fuori della stella dovrà quindi eccedere:

$$L_{\dot{M}} = \frac{GM_s\dot{M}_s}{R_s} \quad (116)$$

dove l'energia cinetica per unità di massa è data da  $v_{esc}^2/2$  e  $v_{esc} = \sqrt{2GM_s/R_s}$ . Se la luminosità della stella è una frazione  $\lambda$  della luminosità di Eddington ( $L_{Edd}$ ), si ha:

$$\frac{L_{\dot{M}}}{L_s} = \frac{k_s\dot{M}_s}{4\pi\lambda cR_s} \quad (117)$$

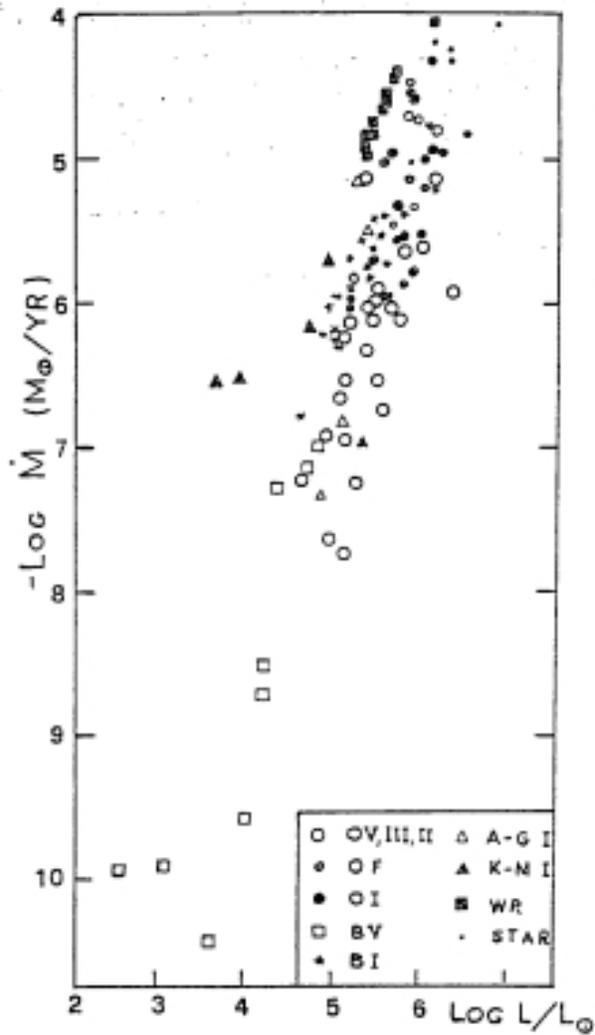
Se si adottano i valori osservativi per  $M_s$ ,  $L_s$  ed  $R_s$  si vede che il rapporto  $L_{\dot{M}}/L_s < 1$  ma è significativo. Avendo stabilito che la pressione di radiazione non è trascurabile nelle stelle massive si capisce anche che la radiazione possa esercitare una pressione sulla materia. Sembra infatti che la perdita di massa in queste stelle sia dovuta alla pressione di radiazione. Le cose dovrebbero andare più o meno così: nell'atmosfera esterna della stella si trovano atomi nel giusto stato di ionizzazione ed eccitazione per poter assorbire radiazione ad una frequenza vicina a quella di massima emissività della stella. Nell'assorbimento di un fotone da parte di un atomo c'è anche assorbimento della quantità di moto trasportata dal fotone. Il fotone assorbito sarà prima o poi riemesso con ugual probabilità in tutte le direzioni, ma statisticamente ci sarà un guadagno netto di momento verso l'esterno. Gli atomi responsabili per l'assorbimento della radiazione devono poi trasferire il loro momento attraverso collisioni alla materia circostante, così che la materia, come un tutt'uno, deve possedere momento sufficiente per uscire dalla stella. Nelle atmosfere delle stelle massicce H ed He sono completamente ionizzati e quindi gli atomi assorbitori sono quelli dei metalli.

## 7.2 Derivazione osservativa della perdita di massa

È noto fin dal 1960 che il sole perde massa (vento solare) ad un tasso bassissimo,  $\simeq 10^{-14} M_{\odot} \text{anno}^{-1}$ . Oltre la fotosfera solare, a temperatura di 5800 K, la temperatura raggiunge un minimo di  $\simeq 4300$  K e poi cresce di nuovo attraverso la *cromosfera* e la *corona* dove  $T \simeq 10^6$  K. La corona pertanto emette poco nel visibile ma emette nell'ultravioletto e nell'X. Cosa riscalda la corona solare? Si pensa siano le onde acustiche ed altre onde meccaniche che si generano nella zona convettiva sottostante alla fotosfera solare. La perdita di massa nel sole, data la sua esiguità, non influenza minimamente l'evoluzione del sole. Il campo magnetico solare sembra anche avere un ruolo importante.

### 7.2.1 Perdita di massa in stelle dei primi tipi spettrali

Si osserva invece una forte perdita di massa in stelle massive di sequenza principale. In particolare, studi nell'UV hanno portato a realizzare che le stelle O-B perdono una considerevole quantità di massa. La perdita di massa in queste stelle è stata osservata dai profili *P-Cygni* delle righe del CIV e del SiIV nella banda ultravioletta. Da queste misure si deduce che il materiale espulso si espande a velocità dell'ordine di  $\simeq 2000 \text{ Km/sec}$  valore molto maggiore della velocità di fuga tipica da queste stelle ( $v_{esc} \simeq 600 \text{ Km/sec}$ ). Queste velocità si indicano col termine *velocità terminali*. I valori osservati dei tassi di perdita di massa nelle stelle massive sono mostrati in Figura 21, dove si vede che in media sono dell'ordine di  $\dot{M} = 10^{-6} M_{\odot} / \text{anno}$ . Nelle stelle più massive (ad esempio le Wolf-Rayet) questi tassi raggiungono valori dell'ordine di  $\simeq 10^{-4} M_{\odot} / \text{anno}$ . Si osserva anche (Figura 22) che esiste una correlazione tra  $\dot{M}$  ed L, M, R



**Fig. 21** The relation between mass loss rate and luminosity for stars with known mass loss rate, luminosity and effective temperature. The data are taken from the list of De Jager et al (1985). The meaning of the various symbols is shown in the bottom panel of the figure

Figura 7.1: Relazione tra il tasso di perdita di massa e la luminosita' per stelle di grande massa.

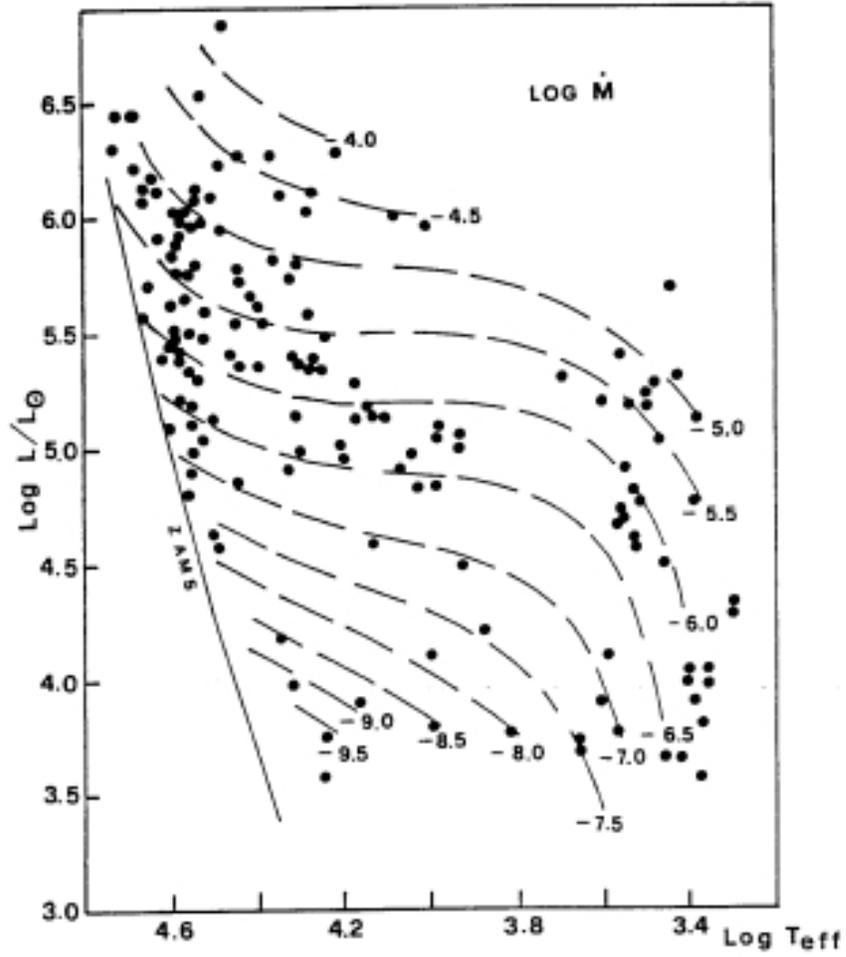


Fig. 22 Values of  $\text{Log}(\dot{M})$  in units of  $M_{\odot}/\text{yr}$  for O through M type stars in the HR diagram, together with the lines of constant mass loss rate derived by De Jager et al (1985) according to the empirical relationship given in Table 3.1

Figura 7.2: Diagramma H-R: tracce con perdita di massa.

e composizione chimica superficiale sia per stelle dei primi tipi spettrali che degli ultimi. Tra le stelle dei primi tipi spettrali le stelle di Wolf-Rayet hanno il tasso di perdita di massa piu' alto. Di solito si parametrizza la perdita di massa nel modo seguente:

$$\dot{M} = aL^b \quad (118)$$

o, piu' in generale:

$$\dot{M} = f(L, M, R, X) \quad (118)$$

dove X indica genericamente la composizione chimica superficiale. La perdita di massa in queste stelle dei primi tipi spettrali e' dovuta principalmente al meccanismo di pressione di radiazione descritto precedentemente.

### 7.2.2 La perdita di massa in stelle degli ultimi tipi spettrali (giganti e super-giganti)

La perdita di massa in queste stelle e' dello stesso ordine di grandezza della perdita di massa in stelle dei primi tipi spettrali. La differenza sta nel fatto che il vento ha due componenti: gas e polveri. La perdita di massa in questi oggetti la si deduce da involucri circumstellari, e dal profilo P-Cygni di righe di emissione nell'UV, X e radio nonche' da emissione nell'infrarosso dovuta alle polveri. Cosa induce perdita di massa nelle stelle fredde?

- pressione di radiazione sui grani di polvere e molecole
- perdita di massa di tipo solare, ovvero indotta dalla pressione del gas caldo
- perdita di massa causata da onde d'urto

La perdita di massa in questi oggetti viene di solito parametrizzata come:

$$\dot{M} = \frac{\eta \cdot 10^{-13} L}{gR} \quad (119)$$

dove  $\dot{M}$  e' in unita' solari ed  $\eta$  e' il parametro di Reimers e vale 0.3-3. Un'altra nota parametrizzazione e' quella di Fusi-Pecci e Renzini che si basa sulla luminosita' acustica, generata negli strati convettivi esterni della stella:

$$\dot{M} = \frac{\eta_{FR} L_a}{gR} \quad (120)$$

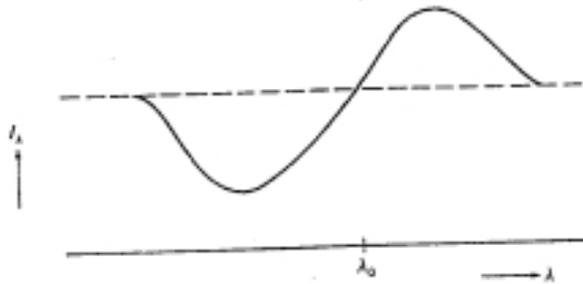
dove  $L_a$  e' la luminosita' acustica ed  $\eta_{FR}$  e' un parametro libero che, in situazioni di interesse astrofisico, vale  $\simeq 8 \cdot 10^{-4}$ .

### 7.2.3 Il profilo P-Cygni

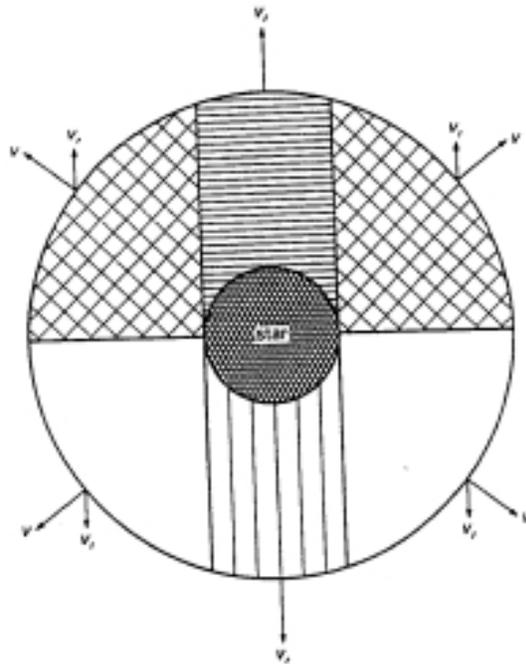
Il profilo di riga P-Cygni (il nome deriva dalla stella prototipo, la stella P del Cigno) mostra tipicamente una riga di emissione-assorbimento ed e' indicativo di perdita di massa.

Vediamo di capire il profilo P-Cygni mostrato in Figura 23. Il materiale che si trova davanti all'osservatore assorbe radiazione e determina la componente in assorbimento spostata verso il blu, poiche' il materiale muove verso l'osservatore (effetto Doppler). Le zone laterali anteriori dell'atmosfera della stella hanno una piccola componente di moto radiale verso l'osservatore ma non mostrano assorbimento. C'e' soltanto emissione leggermente spostata verso il blu. Il materiale perpendicolare all'osservatore contribuisce all'emissione alla lunghezza d'onda di riposo. Il materiale nelle zone laterali posteriori contribuisce ad emissione leggermente spostata verso il rosso (materiale in allontanamento). Infine la zona posteriore nascosta all'osservatore non contribuisce al profilo P-Cygni. Dal profilo P-Cygni si determina la velocita' terminale del

Figure 23



A P Cygni profile of an absorption-emission line is expected to be observed for an expanding shell of gas around a star.



demonstrates the geometry of a spherically symmetrically expanding shell around a star (dark area). The shaded area in front of the star contributes to the absorption component in the P Cygni profile which is shifted toward shorter wavelengths. The white areas lead to emission at shortward shifted wavelengths. The cross-hatched area leads to emission shifted to longer wavelengths than the laboratory wavelength  $\lambda_0$ . The horizontally shaded column behind the star is obscured by the star and cannot be seen.

Figura 7.3: Il profilo P-Cygni.

materiale espulso ovvero  $v(\infty)$ . La perdita di massa, se avviene a tasso costante, può essere scritta come:

$$\dot{M} = 4\pi\rho(R)v(R)R^2 = \text{cost} \quad (121)$$

Se conosciamo  $v(R)$  basta avere un solo valore di  $\rho(R)$  per determinare  $\dot{M}$ . Dal profilo P-Cygni si può anche derivare la densità colonnare degli atomi del gas assorbitore, in particolare dalla riga di assorbimento, da cui si deriva poi la massa della shell e quindi la massa persa.

## 7.3 Effetti della perdita di massa sull'evoluzione stellare

La maggior parte degli studi di effetti della perdita di massa nell'evoluzione stellare si riferisce alle stelle massive ( $M > 10M_{\odot}$ ), le quali perdono massa sia in fase di sequenza principale che in fase di gigante.

Le stelle di massa piccola ed intermedia ( $0.8 < M/M_{\odot} < 8$ ) perdono invece massa soltanto durante le fasi rosse (gigante e ramo asintotico). L'effetto della perdita di massa nell'evoluzione di queste stelle e' tenuto in conto in maniera semplice, poiche' avendo queste stelle nuclei degeneri sono praticamente insensibili ai cambiamenti che avvengono nel loro inviluppo.

Nell'evoluzione di stelle massive con perdita di massa si possono distinguere diverse fasi:

- evoluzione durante il bruciamento dell'idrogeno nel nucleo e nel guscio (shell): la progressiva riduzione della massa stellare fa abbassare la temperatura centrale rispetto al caso a massa costante. Questo implica che la luminosita' nel caso con perdita di massa e' minore della luminosita' nel caso a massa costante:

$$L_{ML} < L_{CM}$$

A causa della minore luminosita' l'estensione della convezione intermedia sopra alla shell di bruciamento di H e' molto minore che nei modelli a massa costante. La diminuzione di  $L$  implica anche un aumento del tempo di vita stellare. Pertanto maggiore e'  $\dot{M}$  e maggiore e'  $t_{M-S}$ . La massa del nucleo di He alla fine del bruciamento dell'H e' minore che nel caso a massa costante, mentre nella fase di bruciamento di He nel nucleo questo puo' sia rimpicciolire sia rimanere simile a quello dei modelli a massa costante. Il tutto dipende dal trattamento della *convezione* e dalla presenza o meno dell'overshooting.

### 7.3.1 Stelle con $M > 60M_{\odot}$

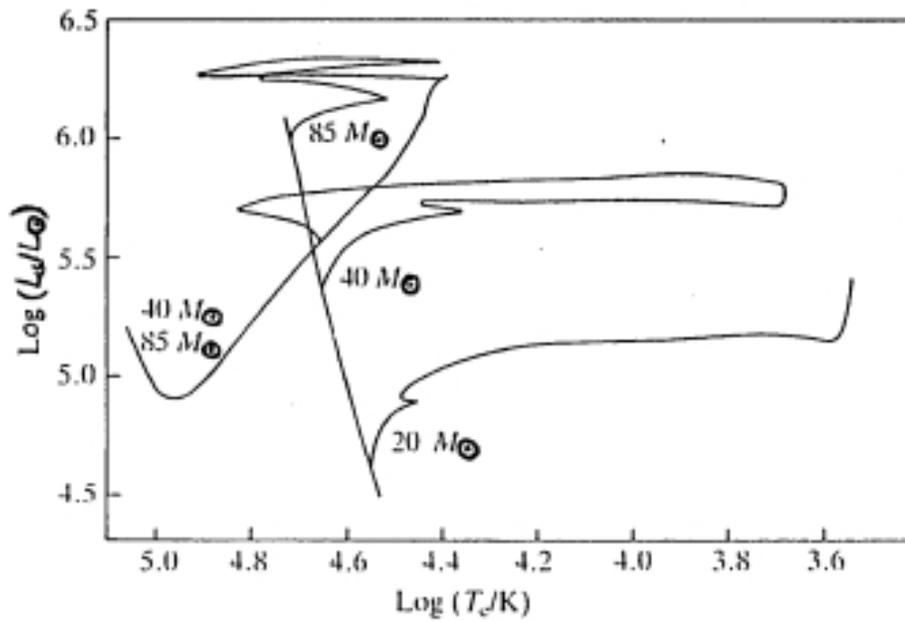
La perdita di massa e' cosi' alta che la stella si trasforma in un nucleo di He nudo e non puo' quindi evolvere verso la fase di supergigante rossa. Spende pertanto tutta la sua vita nella meta' sinistra del diagramma H-R. Come supergigante blu, una stella in questo intervallo di massa, viene a trovarsi nella zona delle variabili luminose blu del diagramma H-R (stelle LBV, ad esempio P-Cygni ed  $\eta$ -Carinae). La perdita di massa in questa fase e' dell'ordine di  $\dot{M} \geq 10^{-3}M_{\odot}/\text{anno}$ . La parte restante dell'inviluppo viene persa durante questa fase e la stella diventa una stella Wolf-Rayet. Le stelle LBV sono sottoposte a violenti outbursts ricorrenti, poiche' soffrono di fenomeni di instabilita' dovuti a pressione di turbolenza.

### 7.3.2 Stelle con $25 \leq M/M_{\odot} \leq 60$

Per queste stelle la perdita di massa in sequenza principale non e' abbastanza alta da rimuovere l'inviluppo cosicche' la stella muove rapidamente verso la fase rossa dove i venti rimuovono l'inviluppo. A questo punto la stella inverte rotta e muove verso il blu. Se la perdita di massa subita e' sufficientemente alta anche questi oggetti diventano stelle Wolf-Rayet.

### 7.3.3 Stelle con $M < 25M_{\odot}$

La perdita di massa in questo caso non e' mai sufficiente per rimuovere abbastanza massa e spostare definitivamente la stella verso il blu. Nei modelli standard stelle in questo intervallo di massa si muovono in questo senso  $\rightarrow$  **BLU-ROSSO** e quindi dovrebbero morire in fase rossa. Dopo la fase di bruciamento di He nel nucleo i tempi evolutivi sono cosi' rapidi che ogni ulteriore perdita di massa e' insignificante. Tuttavia, l'esplosione della SN1987A nella



**Fig. 23 bis** Evolutionary tracks for massive stars including mass loss. The models have  $Z = 0.02$  and the initial masses are indicated on the main sequence. It can be seen that very massive stars may move to the left of the main sequence towards the position of the helium burning main sequence as a consequence of the loss of their outer layers.

Figura 7.4: Tracce evolutive di stelle massive con perdita di massa. Dal Tayler (1994).

Grande Nube di Magellano il cui progenitore era una stella blu (Sanduleak 69-202) di  $\simeq 20M_{\odot}$  e con temperatura effettiva  $T_{eff} \sim 16.000K$  ha iniziato un dibattito ancora non completamente concluso sulla possibilita' di morire in fase blu per una stella di quella massa. Possibili spiegazioni date all'epoca per ottenere il cammino **BLU-ROSSO-BLU** per la SN1987A sono:

- la metallicita' della Grande Nube di Magellano e' circa 4 volte minore che nel Sole la cui composizione chimica e' generalmente utilizzata nei modelli di evoluzione stellare. Questo tuttavia va nel senso di una minore perdita di massa e quindi dovrebbero esserci altri effetti dovuti alla metallicita' per compensare. Questa proposta e' pertanto poco chiara.
- Una perdita di massa maggiore di quella normalmente ipotizzata, ma questo probabilmente contrasta con le osservazioni sui tassi di perdita di massa in stelle di  $20M_{\odot}$ .
- Mescolamento convettivo di He dal nucleo all'involuppo dovrebbe produrre il cammino **BLU-ROSSO-BLU**.

La perdita di massa dalle stelle e' molto importante al fine dell'arricchimento chimico delle galassie poiche' consente l'espulsione da parte di stelle massive di elementi che altrimenti sarebbero riconvertiti in elementi piu' pesanti, quali l'He, l'azoto ed il carbonio nel caso delle stelle piu' massive. La perdita di massa e' poi l'unico mezzo consentito a stelle singole di massa piccola ed intermedia di arricchire il mezzo interstellare. Questi elementi sono He, C, N ed elementi *s*.

### 7.3.4 Modelli con perdita di massa e rotazione

Piu' recentemente, anche la rotazione e' stata inserita nei modelli evolutivi di stelle massive insieme alla perdita di massa. Prima di parlare della rotazione e dei suoi effetti sull'evoluzione delle stelle massive, mostriamo i calcoli di Limongi (2017) per le tracce evolutive di stelle di massa diversa, composizione chimica solare ( $[Fe/H]=0$ ) e non-rotanti. Questi modelli sono riportati nella Figura 7.5.

Come si vede dalla figura 7.5, in modelli relativi alle composizione chimica solare, con perdita di massa e senza rotazione, le stelle da 13 fino a  $120M_{\odot}$  passano tutte per la fase di supergigante rossa ma solo stelle con massa  $> 25M_{\odot}$  muoiono nella parte blu del diagramma H-R. Stelle con masse di  $20M_{\odot}$  muoiono nel rosso, o meglio, rappresentano la transizione tra quelle che esplodono nel rosso e quelle che esplodono nel blu.

Nella Figura 7.6 invece mostriamo tracce evolutive di stelle massive di metallicita' solare con rotazione e con perdita di massa. In questo caso neanche la rotazione aiuta a far morire la  $20M_{\odot}$  nel blu, nonostante la rotazione faccia aumentare la perdita di massa. L'inclusione della rotazione nei modelli di stelle massive ha essenzialmente due effetti: 1) di abbassare la gravita' superficiale a causa della forza centrifuga e del trasporto di momento angolare, e questo rende la traccia piu' rossa, e 2) il mescolamento indotto dalla rotazione che ha l'effetto di aumentare le dimensioni della zona dove si e' consumato l'idrogeno e questo fa si' che la traccia si trovi a luminosita' maggiori e temperature minori. Allo stesso tempo l'involuppo radiativo viene arricchito in He, e cio' riduce l'opacita'e rende la traccia piu' luminosa e piu' blu. Stelle massive rotanti producono N primario grazie alla rotazione: la stella deve possedere un nucleo di bruciamento di He ed una densa e longeva shell (guscio) dove brucia l'H, allora la diffusione ed il trasporto di C fresco dal nucleo al guscio fa produrre N primario a partire dal C fresco attraverso il bruciamento dell'H con il ciclo CNO. La metallicita' delle stelle ha un effetto sulla rotazione delle stelle massive, nel senso che le meno metalliche sono anche quelle piu' compatte e piu' rapidamente rotanti. La perdita di massa e la rotazione sono fenomeni intercorrelati e a seconda della massa iniziale, della metallicita' e della velocita' di rotazione iniziale, un effetto

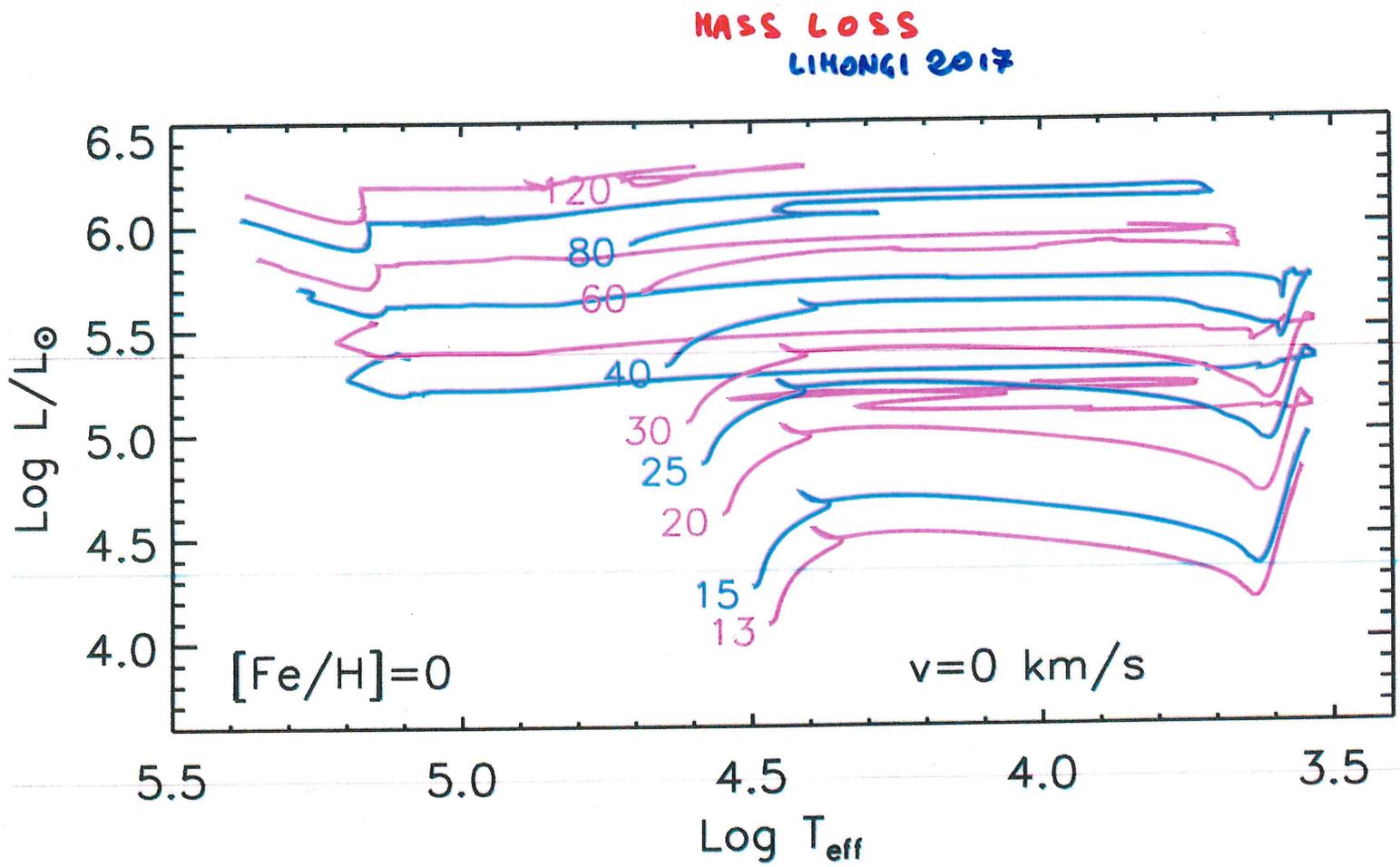


Figura 7.5: Tracce evolutive di stelle massive con perdita di massa, metallicita' solare e prive di rotazione, da Limongi (2017).

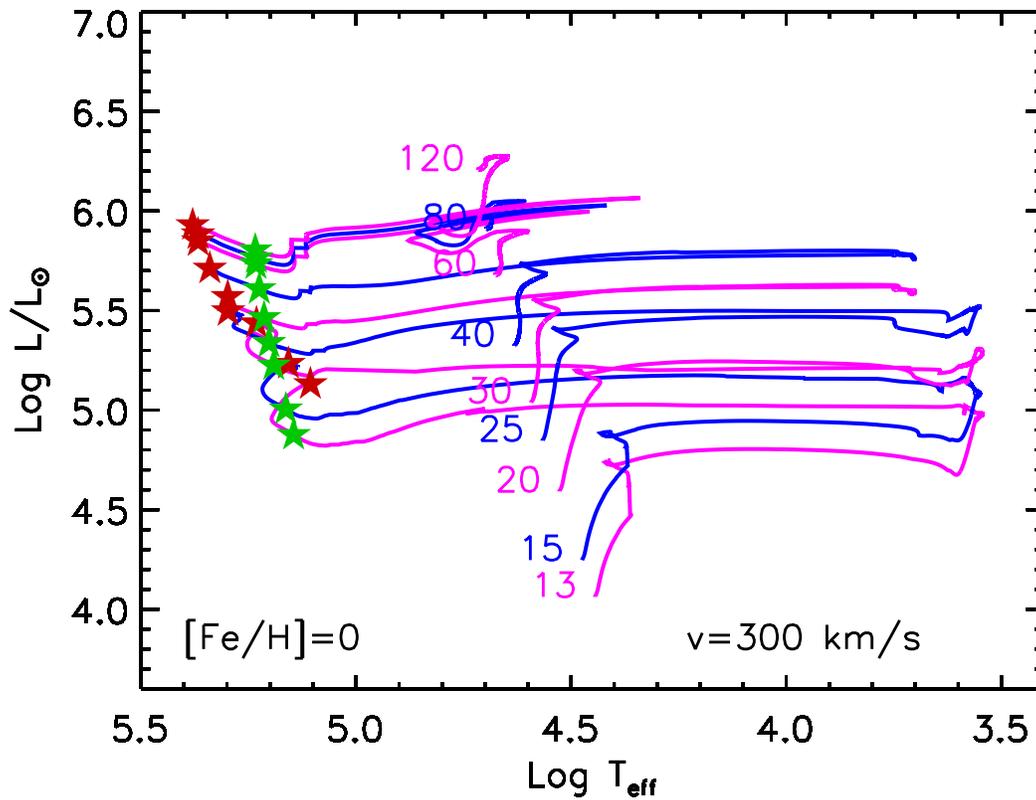


Figura 7.6: Tracce evolutive di stelle massive con rotazione. La velocita' di rotazione iniziale in tutti i modelli e' di 300km/sec. Le tracce si riferiscono alla metallicita' solare  $Z=0.02$ . Le stelle verdi si riferiscono all'inizio del bruciamento dell'He nel nucleo e le stelle rosse alla fine del bruciamento dell'He nel nucleo. Tracce di Limongi(2017).

puo' prevalere sull'altro. In generale, la perdita di massa per venti stellari riduce drasticamente la velocita' di rotazione durante l'evoluzione delle stelle. Il vento stellare infatti si porta via momento angolare. D'altra parte, come abbiamo gia' detto, la rotazione aumenta il tasso di perdita di massa. Per calcolare l'evoluzione delle stelle rotanti le equazioni della struttura stellare, discusse nel Capitolo 5, devono essere cambiate.

## Capitolo 8

# LE FASI FINALI DELL'EVOLUZIONE STELLARE

Le stelle possono morire in quattro possibili modi:

- diventando *nane bianche*, ovvero oggetti collassati di massa tipica di  $0.7M_{\odot}$  e raggio di  $10^9$  cm,
- diventando *stelle di neutroni*, oggetti collassati di massa tipica di  $1.4M_{\odot}$  e raggio di  $10^6$  cm. Le stelle di neutroni possono essere il resto di un esplosione di supernova di tipo II,
- diventando *buchi neri*, ovvero oggetti di massa tipica maggiore di  $2M_{\odot}$ . Essi anche possono essere i resti di esplosioni di *supernovae di tipo II* che originano da stelle molto massive ( $M > 30M_{\odot}$ ),
- esplodendo completamente senza lasciare alcun resto, disperdendosi cioè nel mezzo interstellare (*supernovae di tipo Ia*).

### 8.1 Le nane bianche

Come abbiamo visto precedentemente, stelle con masse in sequenza principale  $\leq M_{up}$ , dove  $M_{up}$  va da 6 a  $8 M_{\odot}$  a seconda dei modelli stellari adottati, terminano la loro vita come nane bianche.

La prima nana bianca che fu scoperta è la compagna della stella Sirio. Le nane bianche hanno masse che vanno da  $\simeq 1M_{\odot}$  a  $0.6 M_{\odot}$  ed hanno dimensioni confrontabili con quelle terrestri (cioè 100 volte più piccole del sole). A causa delle loro minuscole dimensioni questi oggetti hanno densità altissime, dell'ordine di  $\simeq 10^6 \text{ gr cm}^{-3}$ , questo corrisponde ad una zolletta di zucchero che pesi quanto un'automobile! A tali densità la materia delle nane bianche è altamente degenerata e la sua equazione di stato non è più quella dei gas perfetti ma è data dalla (98) o dalla (99) a seconda che il gas degenerato di elettroni sia non-relativistico o relativistico. Da queste due equazioni si vede subito che la pressione del gas dipende solo dalla sua densità e non più dalla temperatura e che un gas relativistico esercita meno pressione di un gas non-relativistico. Ciò significa che, a differenza delle stelle normali, le nane bianche se perdono energia non si contraggono per scaldarsi di nuovo. Le dimensioni di una nana bianca sono inversamente proporzionali alla sua massa, cioè il raggio cala al crescere della massa. Questo

DIAGRAMMA H-R DELLE NANE BIANCHE

LA LUMINOSITÀ  
CRESCE AL CAESCERE  
DELLA TEMPERATURA

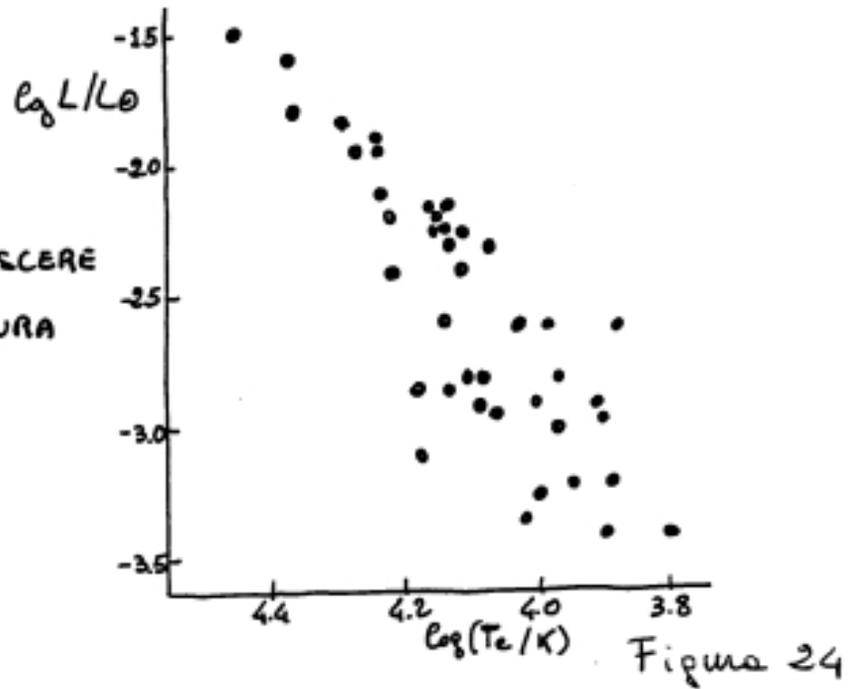


Figura 24

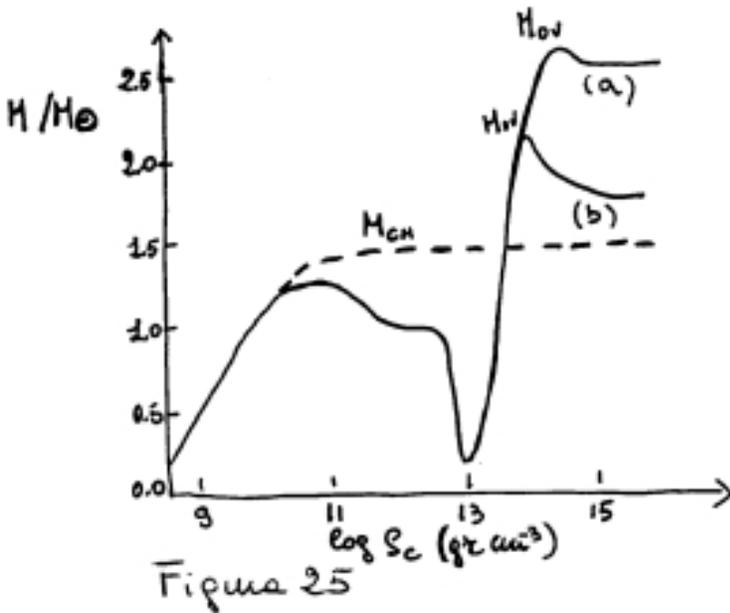


Figura 25

RELAZIONE MASSA -  
DENSITA' CENTRALE  
PER NANE BIANCHE  
E STELLE DI NEUTRONI

(a) e (b)

CORRISPONDONO A  
DIVERSE IPOTESI  
RIGUARDANTI L'EQUAZIO  
DI STATO

LA RELAZIONE - - - - DA' LA RELAZIONE  
DI CHANDRASEKHAR PER LE NANE BIANCHE

Figura 8.1: Diagramma H-R delle nane bianche (sopra) e relazione massa-densita' centrale per oggetti collassati (sotto).

risultato e' la conseguenza dell'integrazione delle equazioni di equilibrio scritte per una nana bianca, in particolare l'equazione dell'equilibrio idrostatico:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM\rho}{r^2} \quad (121)$$

e l'equazione di continuita':

$$\frac{dM}{dr} = 4\pi r^2 \rho \quad (122)$$

piu' l'equazione di stato:

$$P \propto (1 + X)^n \rho^n$$

dove X e' l'abbondanza di H ed n tiene conto del fatto che il gas di elettroni possa essere degenere non-relativistico (n=5/3) o degenere relativistico (n=4/3). Le condizioni al contorno sono:

$$r = 0 \text{ per } M = 0$$

$$\rho = 0 \text{ per } M = M_s$$

Risolvendo queste equazioni, una volta specificate  $M_s$  e X, R. H. Fowler trovo' per primo la relazione massa-raggio per le nane bianche in condizioni non-relativistiche:

$$R = 0.114 \frac{h^2}{Gm_e m_p^{5/3} (Z/A)^{5/3}} M^{-1/3} \quad (123)$$

dove Z e' il numero di protoni ed A e' il numero di massa, ovvero la somma di neutroni e protoni, e  $m_p$  la massa del protone e  $m_e$  quella dell'elettrone. In altri termini, una nana bianca di grande massa deve essere piu' piccola di una nana bianca di massa inferiore per poter essere in equilibrio. Cio' va contro l'intuito comune e deriva dalle proprieta' della materia degenere. Da questa relazione discende che, al limite, se la massa della nana bianca fosse grande a sufficienza ed il gas elettronico fosse quindi relativistico il suo raggio tenderebbe a zero. Questa massa limite altri non e' che la massa di Chandrasekhar data dall'eq. (106). Tale massa puo' infatti essere definita come la massa di una struttura degenere a raggio zero. L'espressione della massa  $M_{Ch}$  ottenuta considerando l'equazione di stato del gas relativistico per un raggio nullo fu trovata da Chandrasekhar e la sua espressione e':

$$M_{Ch} = 0.20 \left(\frac{Z}{A}\right)^2 \left(\frac{hc}{Gm_p^2}\right)^{3/2} m_p \quad (123bis)$$

Come abbiamo visto precedentemente, questa massa dipende dalla composizione chimica e per un oggetto privo di idrogeno dove Z/A=0.5 la (123bis) da'  $\simeq 1.4M_\odot$ , in perfetto accordo col valore derivato dalla (106) che era stata ottenuta utilizzando argomenti di equilibrio idrostatico. Nelle nane bianche infatti c'e' pochissimo H e si trova soltanto in un sottile strato esterno. Se ci fosse H all'interno di una nana bianca, alle temperature interne, si accenderebbero le reazioni di fusione dell'H. Le nane bianche sono oggetti che hanno ormai esaurito il loro combustibile nucleare e brillano poiche' irradiano raffreddandosi. Le loro temperature superficiali sono molto alte, dell'ordine di  $\simeq 10000 - 20000K$ . Le loro luminosita' variano da 1/100 ad 1/1000 della luminosita' solare (vedi fig. 24). Mentre il gas di elettroni in una nana bianca e' degenere, quello di ioni non lo e'. In questa situazione le forze elettriche tra gli ioni dominano i moti termici casuali degli ioni. Gli ioni, nelle nane bianche tendono a formare strutture cristalline e in questa situazione esse solidificano; gli elettroni continuano a guizzare attraverso il cristallo mentre gli ioni occupano posizioni fisse. Le nane bianche assomigliano pertanto ad un comune metallo terrestre. Le nane bianche sono destinate a spegnersi piano piano fino a diventare delle nane nere invisibili. Tale morte stellare e' pertanto una morte tranquilla a meno che la nana

bianca non si trovi in un sistema binario, come vedremo in seguito. Il tempo di vita, ovvero di raffreddamento di una nana bianca, si calcola nel seguente modo:

$$\tau_{cool} = 2.510^6 \left( \frac{M/M_{\odot}}{L/L_{\odot}} \right)^{5/7} \text{anni}.$$

Occorrono pertanto circa  $2 \cdot 10^9$  anni per far scendere la luminosita' di una nana bianca di  $1M_{\odot}$  a  $10^{-4}L_{\odot}$ .

### 8.1.1 Classi spettrali delle nane bianche

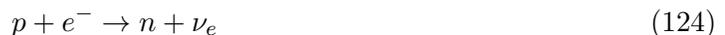
Le nane bianche sono divise in classi spettrali collegate alla composizione chimica dei loro strati piu' esterni. Il sistema di classificazione e' simbolizzato da  $D$  (degenerare) seguito da una seconda lettera che definisce le caratteristiche spettrali dell'oggetto.

In particolare:

- DA–Atmosfera ricca di H (HI)
- DB–Atmosfera ricca di He (HeI)
- DC– Atmosfera con righe forti
- DO– Atmosfera ricca di He (forti righe di HeII)
- DQ–Atmosfera ricca di carbonio
- DZ– Atmosfera ricca di metalli (righe di CaI, MgI, FeI)

## 8.2 Stelle di Neutroni

In realta' quando la massa del nucleo di una stella supera la massa di Chandrasekhar il raggio non va a zero bensì il nucleo riprende a collassare. La densita' continua a crescere e quando raggiunge  $\simeq 10^9 \text{gcm}^{-3}$  cominciano a diventare frequenti i processi di cattura  $k$ . Grazie a questo processo si formano un gran numero di neutroni attraverso la reazione:



Tale processo e' noto con il nome di “neutronizzazione”: un protone del nucleo cattura un elettrone del livello  $k$  e forma un neutrone con emissione di un neutrino. Il processo  $\beta$ , come vedremo in seguito, consiste invece nel decadimento di un neutrone in un protone piu' un elettrone con emissione di un antineutrino:



Un neutrone ha infatti una vita media di circa 15 minuti. Il decadimento (125) produce un guadagno netto di energia pari ad 1 Mev. Il neutrone formatosi attraverso la (124) in condizioni normali dovrebbe dunque tendere a decadere secondo la (125). Ma cio' non avviene nelle condizioni qui esaminate: infatti, il neutrone ha la stessa energia cinetica del protone che e' bassa poiche' come abbiamo visto gli ioni in una nana bianca tendono a cristallizzare. Ora, se un neutrone con energia prossima allo zero decadesse cederebbe all'elettrone un'energia di pochissimo superiore ad 1Mev (energia di decadimento). Se il gas di elettroni fosse altamente relativistico il momento di Fermi degli elettroni potrebbe essere maggiore di 1 Mev. Cio' implicherebbe che l'elettrone liberato non troverebbe alcuna cella libera nello spazio delle fasi poiche'

le celle corrispondenti ad 1 Mev sarebbero gia' tutte occupate. Quindi il neutrone a densita' maggiori di  $10^9 \text{grcm}^{-3}$  non puo' decadere ed e' stabile. All'aumentare della densita' il processo di neutronizzazione continua e la massa di equilibrio per una tale struttura cala (vedi fig.25). La causa di cio' risiede nel fatto che si passa da un gas di elettroni totalmente degenere ad un gas di neutroni non-degenere. Quando la densita' raggiunge  $10^{11} \text{grcm}^{-3}$  la massa di equilibrio e' circa  $1.2M_{\odot}$ . Per  $M > 10^{11} \text{grcm}^{-3}$ ,  $M_{eq}$  risale leggermente per poi avere un minimo a  $\rho = 10^{13} \text{grcm}^{-3}$  corrispondente a  $M_{eq} = 0.05M_{\odot}$ . Poi si ha di nuovo una risalita dovuta alla degenerazione del gas neutronico e la massa cresce fino ad un valore massimo che e' noto come *massa di Oppenheimer-Volkoff* e corrisponde a  $M_{eq} = 1.6 - 2.5M_{\odot}$ . Questa e' la massa limite per la stabilita' di una stella di neutroni, l'equivalente cioe' della massa di Chandrasekhar per le nane bianche. Tuttavia per  $\rho > 10^{14} \text{grcm}^{-3}$  c'e' una grande incertezza nei risultati dovuta all'incertezza che si ha sulle forze nucleari. Quando  $\rho > 10^{16} \text{grcm}^{-3}$  la forza gravitazionale riesce a vincere anche le barriere del potenziale nucleare e le forze esercitate dalla pressione del gas neutronico degenere. La stella ricomincia a collassare e questa volta nulla puo' fermarla, essa diventa un *buco nero*.

La dimensione di una stella di neutroni e' dell'ordine do 10 Km. Il raggio di una stella di neutroni e' dato da:

$$R = \frac{0.114h^2}{Gm_p^{8/3}} M^{-1/3} \quad (126)$$

Se  $M=1.4M_{\odot}$ ,  $R=1.5 \cdot 10^6$  cm. Le masse delle stelle di neutroni a noi note sono tutte intorno a  $\sim 1.5M_{\odot}$ .

### 8.2.1 Le pulsars

Nel 1967 Bell ed Hewish scoprirono le pulsars. Le pulsars sono stelle di neutroni rotanti. Esse posseggono una pulsazione regolare e velocissima (da  $10^{-3}$  secondi fino ad 1 secondo) che indusse a pensare che fossero oggetti molto compatti. Il fatto che oggetti compatti ruotino molto velocemente e' dovuto alla conservazione del momento angolare e al fatto che ogni originale piccola rotazione della stella progenitrice della pulsar verra' amplificata quando il suo nucleo collassa. Infatti, ci sara' una velocita' di rotazione massima per ogni corpo, oltre la quale la materia non e' piu' legata. Questa velocita' la si ottiene eguagliando l'attrazione gravitazionale alla superficie della stella con la forza centrifuga che tende ad espellere materia dalla stella:

$$\frac{GM}{R^2} = \omega_{max}^2 R$$

dove

$$\omega_{max} = \left(\frac{GM}{R^3}\right)^{1/2}$$

Da cio' si deduce che il periodo minimo e':

$$\tau_{min} = \frac{2\pi}{\omega_{max}} = 2\pi \left(\frac{R^3}{GM}\right)^{1/2}$$

che indica che piu' piccolo e' il raggio e minore e' il periodo.

Gold e Pacini proposero che fossero stelle di neutroni magnetizzate che pulsano grazie alla rotazione attorno al proprio asse. Le pulsars infatti producono un fascio di radiazione rotante che porta ad una serie di pulsi regolarmente spazati nel tempo visti da chi si trova nella direzione del fascio. Il meccanismo di radiazione delle pulsars e' l'emissione di *sincrotrone* che proviene da elettroni accelerati da un campo magnetico. Le particelle cariche (gli elettroni) fluiscono dalle calotte polari magnetiche della pulsar parallele alle linee di forza del campo magnetico.

Qui le particelle vengono accelerate poiche' tentano di seguire le traiettorie curve richieste dalla struttura del campo magnetico. In generale, un elettrone che viaggia in un campo magnetico di intensita'  $B$  viene deflesso da una forza pari a:

$$f = e(v/c)B \quad (127)$$

e spiraleggia attorno alle linee di forza del campo magnetico.

Alcune pulsars sono state trovate all'interno di resti di supernovae, confermando cosi' l'ipotesi che la stella di neutroni sia una possibile fine per stelle di massa maggiore di  $8M_{\odot}$  altre si trovano in sistemi binari ed hanno periodi dell'ordine dei millisecondi. Ad esempio, la Crab Pulsar trovata nella Crab Nebula (Nebulosa del Granchio) e' il resto dell'esplosione di una supernova avvenuta nel 1054 d.c. Non si e' riusciti ancora a stabilire se c'e' una pulsar anche all'interno della recentissima supernova 1987A esplosa nella Grande Nube di Magellano, ma sembra di no. Le pulsars rallentano, la Crab pulsar, ad esempio decelera di  $\frac{d\omega}{dt} = -2.4 \cdot 10^{-9} \text{sec}^{-2}$  il che significa che perde energia ad un tasso di  $4.6 \cdot 10^{31} \text{Wsec}^{-1}$ , confrontabile con la sua sorgente di energia luminosa. Il che significa che la pulsar brilla perche' perde energia rotazionale.

### 8.3 Buchi Neri

I buchi neri sono oggetti di raggio zero e densita' infinita. In realta' per calcolare il raggio (diverso da zero) di un buco nero bisogna porsi la seguente domanda: *quale sarebbe il raggio di un oggetto la cui velocita' di fuga e' pari a quella della luce?* Laplace derivo' il raggio di un buco nero partendo dall'espressione della velocita' di fuga da un corpo di massa  $M$ :

$$v_e = (2GM/R)^{1/2}$$

e sostituendo  $v$  con la velocita' della luce  $c$ . Pertanto ottenne:

$$R = \frac{2GM}{c^2}$$

che coincide con il raggio di Schwarzschild. In realta' la derivazione del raggio di Laplace e' basata su presupposti errati: primo che l'energia cinetica della luce sia  $\frac{1}{2}mv^2$  e secondo che valga la legge di Newton quando la luce trova difficolta' ad uscire dalla morsa gravitazionale di un corpo massiccio. Schwarzschild fu il primo a derivare correttamente il raggio, chiamato poi *raggio di Schwarzschild*, di un oggetto che non lasci uscire luce dalla sua massa gravitazionale. Nella sua derivazione Schwarzschild tenne conto della relativita' generale ma l'espressione che trovo' e' formalmente identica a quella di Laplace. La ragione di cio' risiede nel fatto che i due errori di Laplace si erano compensati annullandosi l'un l'altro! Il raggio di Schwarzschild e' dunque:

$$R_{Sch} = \frac{2GM}{c^2} \quad (128)$$

Si vede subito che  $R_{Sch}$  per un oggetto di  $1M_{\odot}$  e'  $R_{Sch} = 3 \cdot 10^5$  cm e cresce al crescere della massa. Per esempio, un buco nero di  $10^9 M_{\odot}$  al centro di una galassia ha  $R_{Sch} = 3 \cdot 10^9$  Km! (vedi Tab. 2 per i raggi di Schwarzschild di vari oggetti). L'analisi di Schwarzschild parti' dallo studio di un fotone di lunghezza d'onda  $\lambda_o$  alla posizione  $R$  al di fuori di una massa sferica autogravitante di massa  $M$ . Tale fotone avra' una lunghezza d'onda  $\lambda \gg \lambda_o$  quando emerge all'infinito. Questo effetto e' noto col nome di *redshift gravitazionale*:

$$\frac{\lambda}{\lambda_o} = \left(1 - \frac{2GM}{c^2 R}\right)^{-1/2} \quad (129)$$

Se  $R = 2GM/c^2$  la lunghezza d'onda e'  $\lambda = \infty$  e l'energia del fotone e'  $hc/\lambda = 0$ . Cio' vuol dire che se un oggetto ha un raggio inferiore al suo raggio di Schwarzschild tutti i fotoni che tentano di fuggire da esso vengono arrossati al punto da non esistere piu' prima di uscire dalla sua superficie. Questa e' la definizione del raggio di Schwarzschild!! Tale derivazione del raggio  $R_{Sch}$  richiede l'uso della versione einsteiniana della teoria della gravitazione di Newton. La relativita' generale include infatti la teoria di Newton come caso particolare di campo gravitazionale debole. Questo si puo' vedere partendo dalla (129). Supponiamo che  $R \gg R_{Sch}$  e quindi che il campo gravitazionale sia debole. In questo caso invertendo l'eq. (129) e sviluppando in serie binomiale la parte destra si ottiene:

$$\lambda_o/\lambda = 1 - GM/c^2R \quad (129bis)$$

Adesso usiamo la relativita' generale e la fisica quantomeccanica. Moltiplichiamo la (129bis) per  $E = hc/\lambda_o$ , energia del fotone, e poniamo  $m = E/c^2$ , dove con  $m$  indichiamo la massa "gravitante" del fotone, ottenendo:

$$hc/\lambda = hc/\lambda_o - GMm/R$$

Questa equazione ci dice che l'energia all'infinito e' uguale alla somma dell' energia cinetica piu' l'energia potenziale alla posizione R. Questa e' la legge di conservazione dell'energia newtoniana che vale in condizioni di campo gravitazionale debole.

Lo spazio-tempo e' fortemente alterato attorno al buco nero a causa dell'enorme campo gravitazionale e questo implica che non si puo' pensare a  $R_{Sch}$  come ad un raggio reale poiche' sarebbe impossibile misurarlo. Cio' che siamo in grado di misurare e' l'*orizzonte degli eventi*, ovvero la superficie da cui i fotoni riescono a malapena ad uscire e a raggiungere l'infinito. La circonferenza dell'orizzonte degli eventi e' data da:

$$2\pi R_{Sch} = 4\pi \frac{GM}{c^2} \quad (130)$$

L'area e' dunque:

$$Area_{bh} = 4\pi R_{Sch}^2 = 16\pi \frac{G^2 M^2}{c^4} \quad (131)$$

dove M e' la massa del buco nero che puo' essere misurata applicando la legge di Keplero ad un corpo che orbita attorno al buco nero a grande distanza, ovvero:

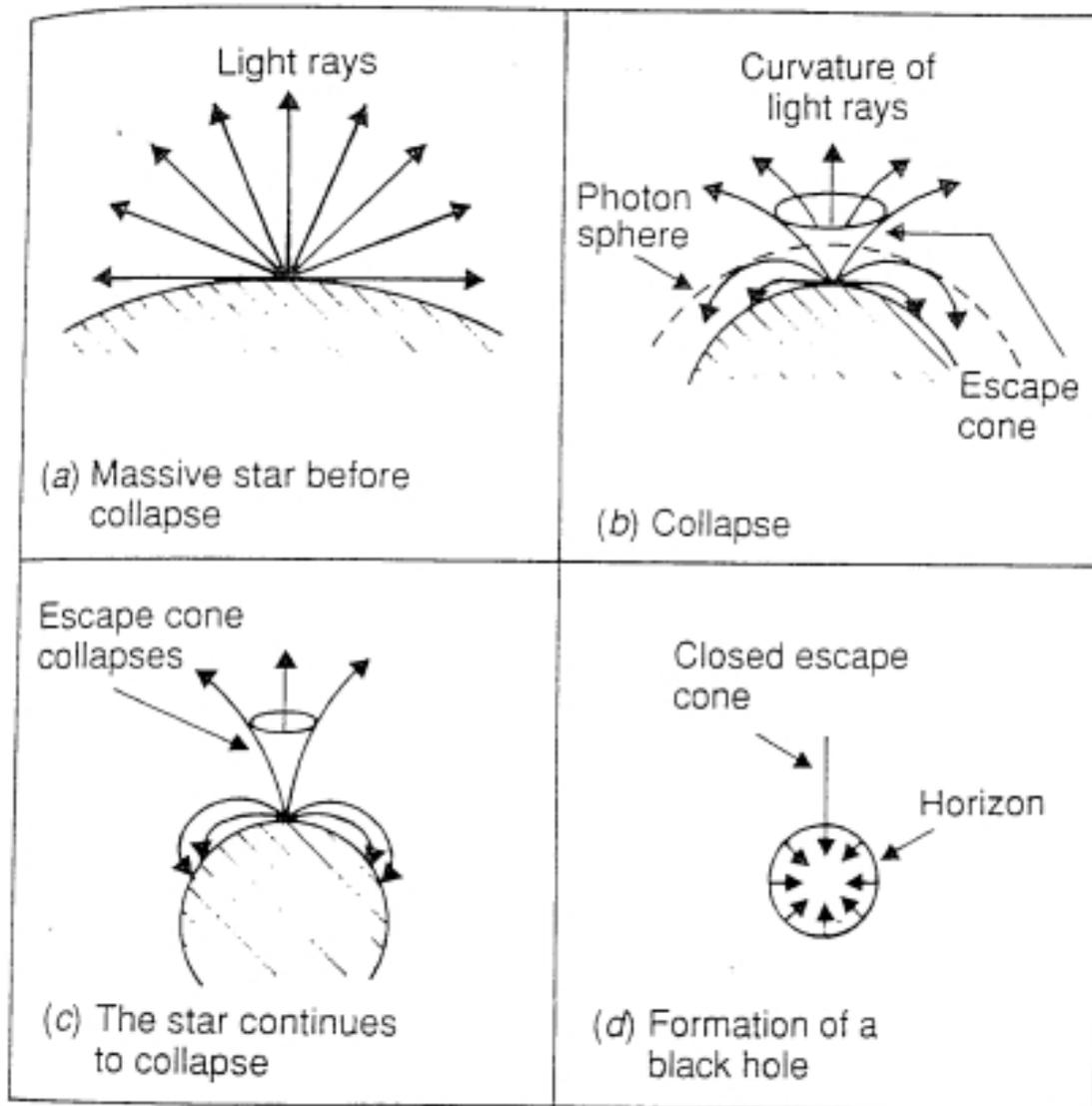
$$M_{bh} = \frac{4\pi^2 a^3}{G P^2} \quad (132)$$

dove  $P$  e' il periodo orbitale e  $a$  e' la distanza tra il buco nero ed il corpo orbitante. La possibilita' di definire una circonferenza ed un'area in modo euclideo e' dovuto alla simmetria angolare del problema in se', mentre le dimensioni radiali subiscono una notevole distorsione rispetto alla normale geometria euclidea nelle vicinanze dell'orizzonte degli eventi. In questo caso per misurare una data circonferenza bisognerebbe avvicinarsi al buco nero piu' di quanto sarebbe necessario nel caso euclideo (vedi figura 26).

### 8.3.1 In viaggio verso il buco nero

Supponiamo che un coraggioso astronauta decida di esplorare un buco nero e vi si avvicini lasciando l'astronave con i suoi compagni orbitante a grande distanza da esso. Il suo compito e' di inviare informazioni ai suoi colleghi sull'astronave mano a mano che procede verso l'interno del buco nero. Quando arriva alla distanza corrispondente ad una circonferenza di raggio  $R =$

*The far horizon*

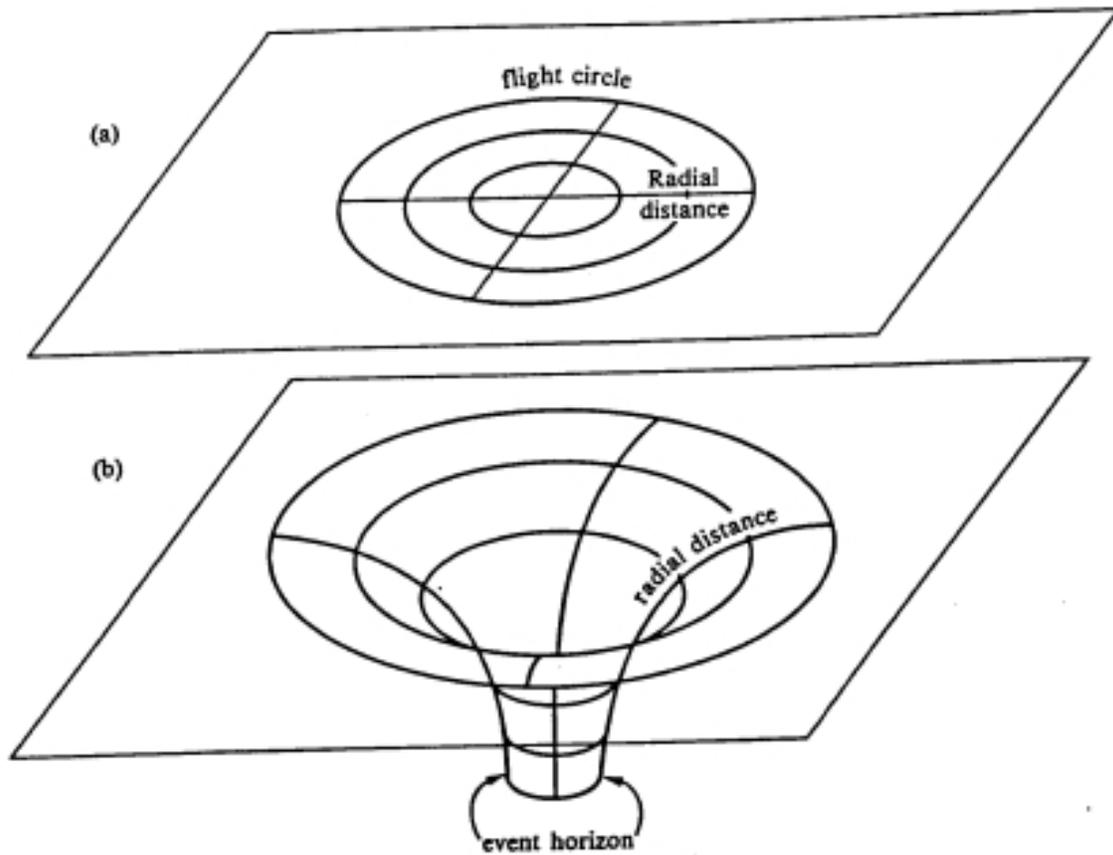


The imprisonment of light in four stages.

(a) Massive star before collapse; (b) collapse; (c) the star continues to collapse; (d) formation of a black hole. (After W. Kaufmann.)

Figura 8.2: Buchi neri.

*Black Holes*



**Fig. 26** Flight circles in a plane (a) in Euclidean geometry, (b) in the non-Euclidean geometry near the event horizon of a black hole. In case (b), one has to travel a greater distance inward than in case (a) to have a flight circle of given smaller circumference. The radial direction in both cases is as indicated. At great distances from the event horizon (not drawn), the "curvature" of our embedding diagram becomes negligibly small, and the flight circles of case (b) have nearly the same geometry as case (a).

Figura 8.3: Buchi neri

$1.5R_{Sch}$  alcuni strani fenomeni accadono; se guarda verso il buco nero non vede nulla ma se guarda davanti a se' perpendicolarmente al buco nero vede il retro della sua testa! (vedi fig. 27) I fotoni che escono dal retro della sua testa, infatti, vengono deflessi in un'orbita circolare e ritornano cosi' davanti ai suoi occhi. Questo e' *lo specchio gravitazionale!* Abbassandosi sempre di piu' l'astronauta si avvicina al punto di non ritorno, laddove nessuna forza puo' opporsi all'attrazione gravitazionale. Cio' avviene al raggio di Schwarzschild poiche' l'accelerazione di gravita' in prossimita' di un buco nero e' data da:

$$g = \frac{GM/r^2}{(1 - 2GM/c^2R)^{1/2}} \quad (133)$$

in cui, se sostituiamo  $R = R_{Sch}$  si ha che  $g \rightarrow \infty$ . All'inizio del suo viaggio l'astronauta riesce a inviare segnali regolari che vengono ricevuti alla stessa frequenza a cui vengono emessi, poi a poco a poco all'approssimarsi dell'orizzonte degli eventi la frequenza di ricezione da parte dei colleghi sull'astronave diminuisce sempre piu' e per essi il loro collega raggiungera' il buco nero in un tempo infinito. Questo e' dovuto alla relativita' einsteiniana che afferma che il tempo va in maniera diversa per due osservatori che posseggono una accelerazione relativa, o, per il principio di equivalenza, per due osservatori che si trovano in campi gravitazionali di diversa intensita'. I colleghi dell'astronauta vedranno anche le immagini sempre piu' rosse e deboli a causa del red-shift gravitazionale (vedi figura 28). L'astronauta invece raggiungera' il buco nero in un tempo finito, misurato nel suo sistema di riferimento, ma i suoi compagni lontani lo vedranno per sempre cosi' come era quando ha attraversato l'orizzonte degli eventi.

Lo spazio ed il tempo si scambiano i ruoli quando ci si avvicina all'orizzonte degli eventi; infatti, lontano dal buco nero si puo' evitare la gravita' ma non lo scorrere del tempo mentre vicino al buco nero non si puo' evitare la gravita' ed il tempo invece si ferma per sempre. Superato l'orizzonte degli eventi l'astronauta morira' poiche' la gravita' che agisce sotto di lui e' molto piu' forte di quella che agisce sopra di lui. Pertanto si allunga, si allunga fino ad essere distrutto, ma i suoi compagni lo vedranno per sempre cosi' come era quando ha attraversato l'orizzonte degli eventi.

*La termodinamica dei buchi neri ovvero i buchi neri come sorgente di energia*

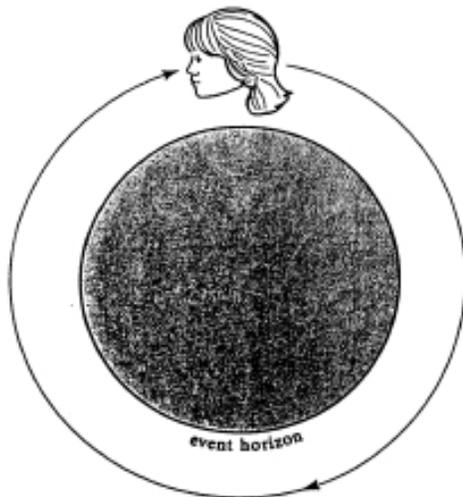
Nel 1970 si scopri' che le leggi che governano l'interazione di un buco nero con cio' che lo circonda possono essere espresse in termini termodinamici. Ricorderemo qui solo il teorema di Hawking che puo' essere ritenuto equivalente alla seconda legge della termodinamica:

*in ogni interazione, l'area superficiale di un buco nero, ovvero l'orizzonte degli eventi, non puo' mai diminuire poiche' tale area e' proporzionale al quadrato della massa del buco nero (vedi eq. (131)).*

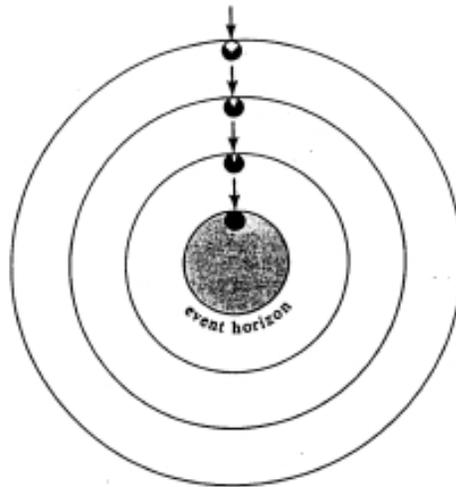
Cio' e' dovuto al fatto che un buco nero puo' solo inglobare materia durante le sue interazioni. Questa legge pone forti vincoli all'energia gravitazionale che puo' essere emessa durante la fusione di due buchi neri per formarne uno piu' grande. Hawking mostro' anche che tenendo in conto le leggi della quanto-meccanica un buco nero puo' irradiare energia ed evaporare! La massa-energia totale di un buco nero puo' essere divisa in tre componenti: un'energia "rotazionale" associata al momento angolare, un'energia "elettrica" associata con la carica ed una 'massa-energia "inerte". I primi due tipi di energia possono essere estratti da un buco nero, come dimostrato dal fisico greco Demetrios Christodolou, mentre la massa-energia inerte rimane irriducibile. Questa energia irriducibile e' direttamente legata all'area del buco nero che non puo' diminuire, come recita il teorema di Hawking sopra menzionato. Hawking trovo' che un buco nero ha lo stesso spettro di emissione di un oggetto caldo la cui temperatura sia data da:

$$T_{bh} = \frac{hc^3}{16\pi kGM_{bh}} \quad (134)$$

THE END STATES OF STARS



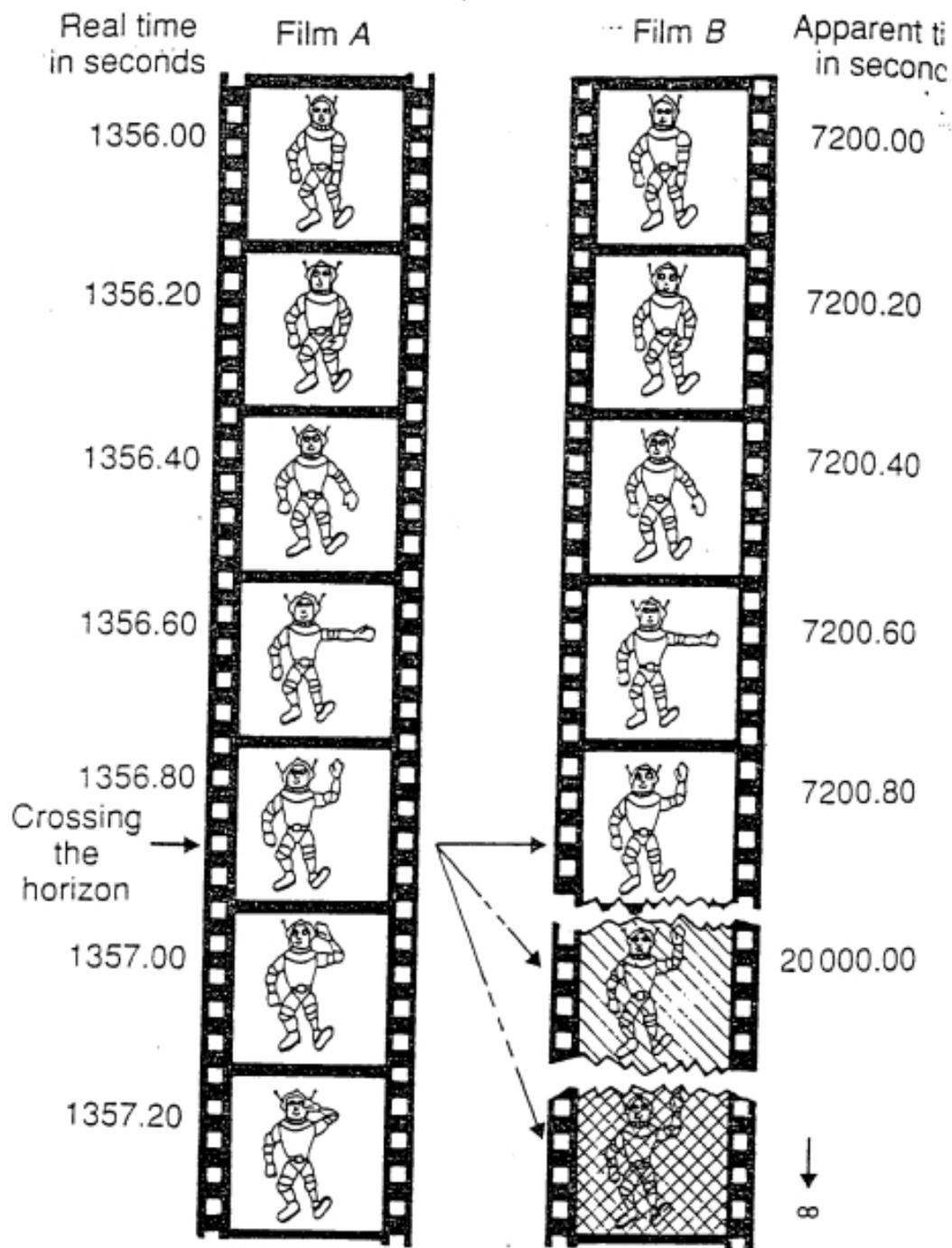
When at a circumference equal to 1.5 times the circumference of the event horizon of a black hole, a suitably suspended astronaut can see the back of her own head without the benefit of any mirrors.



Journey to the center of a black hole. As an adventuresome explorer falls toward a black hole, he sends out light signals in all directions. The explorer sees locally the photons race away from him in all directions at the speed of light  $c$  (small circles). However, only the photons traveling in the outward direction of the light cone will escape from the gravitational pull of the black hole to reach eventually any outside observer.

Figura 24

Figura 8.4: Buchi neri



**Fig. 28** The astronaut's salute.

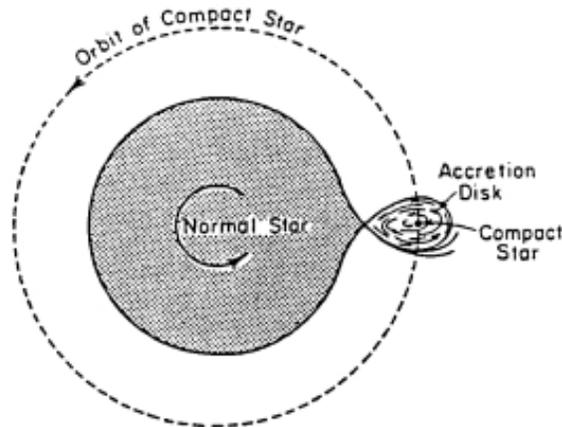
The film on the left shows the scene on board the spaceship in proper time, that is, as measured by the ship's clock as the ship falls into a black hole. The astronaut's salute is decomposed into instants at proper time intervals of 0.2 second. Crossing the horizon is not accompanied by any particular event. The film on the right shows the scene received by the distant observers via televised images. It is also decomposed into intervals of apparent time, also of 0.2 second. At the beginning of his

## Tabella 2

**Table 2:** *The gravitational parameter of ordinary bodies*

Object	Mass	Size $R$	Schwarzschild radius $R_g$	Gravitational parameter $R_g/R$
Atom	$10^{-26}$ kg	$10^{-8}$ cm	$10^{-51}$ cm	$10^{-43}$
Human being	100 kg	1 m	$10^{-23}$ cm	$10^{-25}$
Mountain	$10^{12}$ kg	1 km	$10^{-13}$ cm	$10^{-18}$
Earth	$10^{25}$ kg	$10^4$ km	1 cm	$10^{-9}$
Sun	$10^{30}$ kg = $1 M_{\odot}$	$10^6$ km	1 km	$10^{-6}$
White dwarf	$1 M_{\odot}$	$10^4$ km	1 km	$10^{-4}$
Neutron star	$1 M_{\odot}$	10 km	1 km	$10^{-1}$
Galaxy	$10^{11} M_{\odot}$	$10^5$ l.y.	$10^{-2}$ l.y.	$10^{-7}$
Universe (if closed)	$10^{23} M_{\odot}$	$10^{10}$ l.y.	$10^{10}$ l.y.	1 ?

*Note:* The gravitational parameter is the ratio between the Schwarzschild radius – which depends only on the mass – and its real size. In other words, it measures the ‘compactness’ of a body; the closer its parameter is to one, the closer a body is to the black hole state. The numerical values in the table are given to the nearest power of ten. The parameters for the Universe require careful consideration: see Chapter 19.



**Fig 29** Material captured from a normal companion forms an accretion disk and spirals toward the black hole giving rise to x-rays.

dove  $h$  e' la costante di Planck,  $k$  e' la costante di Boltzmann e  $M_{bh}$  e' la massa del buco nero. Dalla (134) si vede che la temperatura e' inversamente proporzionale alla massa del buco nero.

Si puo' calcolare il tempo di evaporazione di un buco nero che e' dato dalla formula:

$$t_{ev} = \frac{5120\pi G^3 M_{bh}(t)^3}{hc^4}.$$

Per un buco nero di  $1M_{\odot}$ ,  $T_{bh} = 10^{-7}K$  ed evaporerebbe in un tempo di  $10^{67}$  anni, molto maggiore dell'eta' dell'Universo! Tuttavia se esistessero buchi neri di massa molto minore (ad esempio  $10^{15}$  gr, come una montagna) la temperatura sarebbe molto piu' alta,  $T_{bh} = 10^{12}K$ . Hawking suggeri' che questi mini-buchi neri si sarebbero forse formati dalle fluttuazioni di densita' dell'universo primordiale e starebbero evaporando completamente ora. Un'apprezzabile frazione di questa radiazione dovrebbe essere rivelabile sotto forma di raggi  $\gamma$ .

### 8.3.2 Come si rivelano i buchi neri?

La situazione piu' promettente per rivelare un buco nero e' quando esso si trovi in un sistema binario (vedi figura 29). Una grande frazione di stelle nella nostra Galassia si trova in sistemi binari: circa il 50%. In questo caso, infatti, le forze gravitazionali del buco nero risucchiano materia dalla stella compagna e questa materia va a formare un disco di accrescimento dal quale il materiale va poi gradatamente nel buco nero. Il gas nel disco viene scaldato dalla compressione e dalla frizione interna e raggiunge temperature dell'ordine di  $T = 10^6K$  ed emette radiazione nella banda X. Pertanto, evidenze osservative di una piccola ma intensa sorgente di raggi X da un sistema binario potrebbero essere la prova dell'esistenza di un buco nero. Sfortunatamente e' difficile, in questo caso, distinguere se l'oggetto compatto sia una nana bianca, una stella di neutroni o un buco nero poiche' in tutti i casi si avrebbe emissione nella banda X. Rapide oscillazioni dell'emissione X (su un temposcala dell'ordine del millisecondo) possono dare un'idea delle dimensioni dell'oggetto collassato che sarebbero dell'ordine di 300 km. Queste dimensioni escludono immediatamente le nane bianche ma non le stelle di neutroni. Per capire se c'e' un buco nero bisogna cercare di dare una stima della massa dell'oggetto collassato. Se la massa e' superiore a  $3M_{\odot}$  siamo sicuri di essere in presenza di un buco nero. La massa viene determinata dalla eq. (132). Si conoscono al momento due possibili candidati buchi neri e sono:

Cygnus X-1 che si trova nella Galassia a circa 8000 anni luce dalla Terra e la cui massa e' stimata essere  $\simeq 5.3M_{\odot}$ ,

LMC X-3 nella Grande Nube di Magellano, la cui massa sembra essere  $\simeq 10M_{\odot}$ .

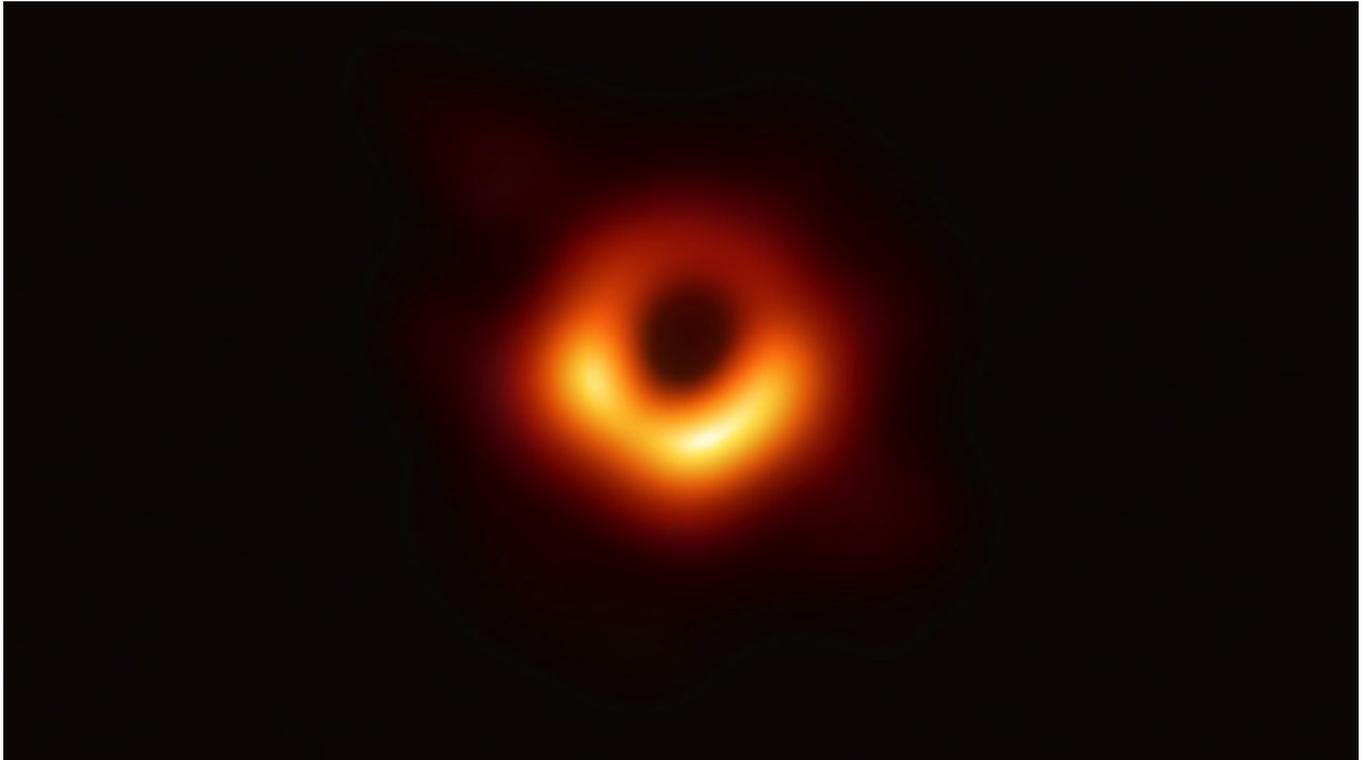


Figura 8.7: Foto del buco nero al centro di M87. Si puo' vedere come la materia del disco di accrescimento spiraleggi intorno al buco nero prima di cadervi dentro.

## 8.4 Le supernovae

### 8.4.1 Classificazione osservativa

Le supernovae vengono generalmente classificate sulla base delle loro caratteristiche spettrali al massimo della luminosita'. La divisione fondamentale e' basata sulla presenza o meno di righe di emissione dell'H ( $H\alpha$ ). Se ci sono righe dell'idrogeno le supernovae sono catalogate come *supernovae di tipo II*, mentre se l'idrogeno e' assente sono catalogate come *supernovae di tipo I*. Questa suddivisione risale a Minkowski (1939, 1940). Esiste poi un'ulteriore piu' moderna suddivisione: le supernovae di tipo II si suddividono in sottotipi quali IIL, IIP, e SN1987A a seconda della morfologia della curva di luce che puo', infatti, avere un andamento lineare (L), un andamento piatto (plateau, P) oppure assomigliare alla curva di luce della SN1987A nella Grande Nube di Magellano. Quest'ultima infatti, benché assomigli al tipo IIP, ha un andamento diverso da tutte le altre note fino al 1987. Per quanto riguarda le supernovae di tipo I esse si suddividono in tre sottotipi, **a**, **b** e **c** sulla base delle loro caratteristiche spettrali. In particolare, se gli spettri mostrano la riga di assorbimento del Si  $\text{II}\lambda 6355$  esse sono di tipo Ia, se invece non presentano questa riga del Si ma invece la riga di assorbimento dell'elio,  $\text{HeI}\lambda 5876$ , assieme a righe di emissione dell'ossigeno e del calcio esse sono di tipo Ib. Infine se non presentano ne' la riga del Si ne' quella dell'He esse sono di tipo Ic. Inoltre, le supernovae Ia hanno una luminosita' al massimo maggiore della luminosita' delle supernovae di tipo Ib e Ic.

Le curve di luce delle supernovae, soprattutto quelle con andamento lineare- che tradotto in luminosita' e' un andamento esponenziale, grazie alla natura logaritmica delle magnitudini, possono essere spiegate come dovute all'energia rilasciata durante il decadimento del Ni attraverso il Co ed infine il Fe (vedi capitolo sulla nucleosintesi).

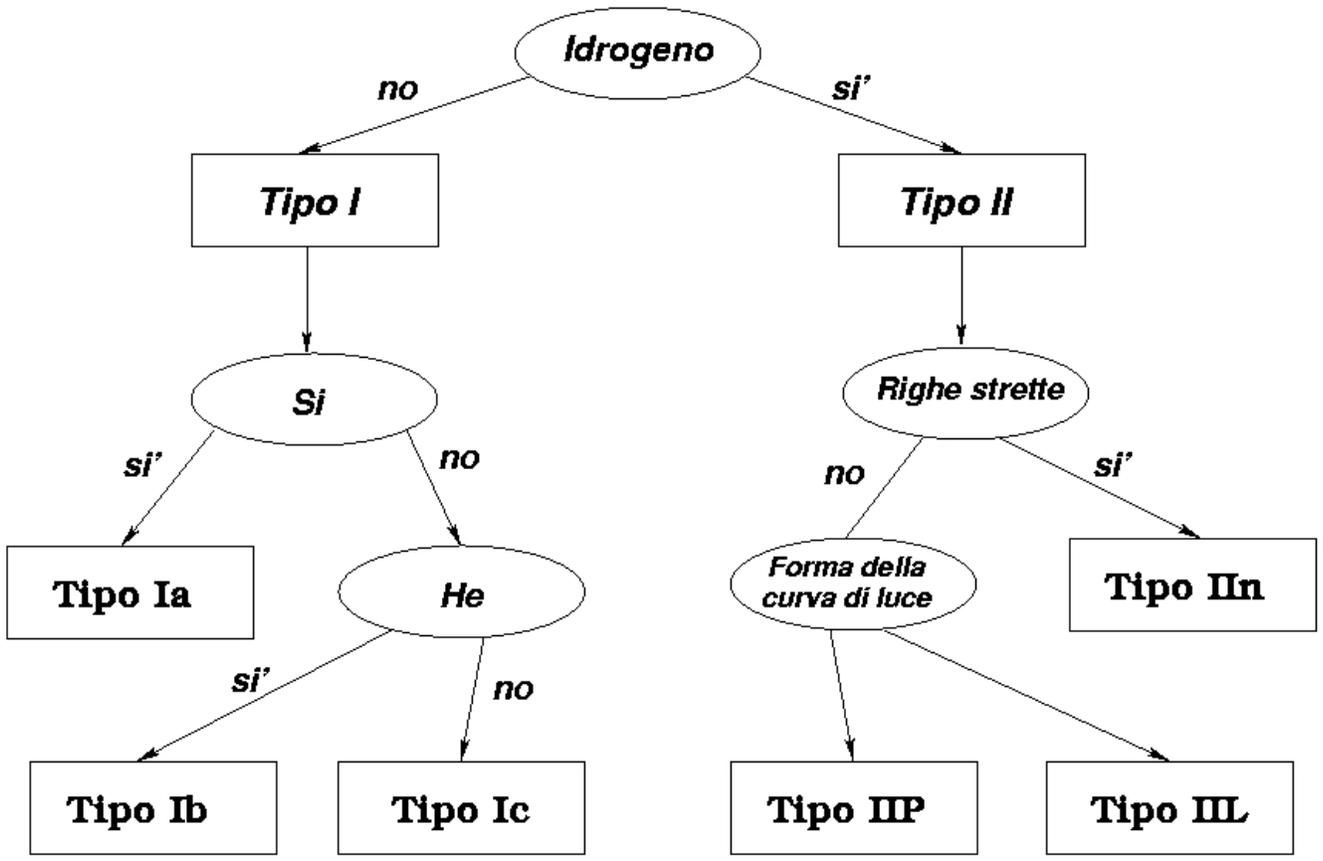


Figura 8.8: Classificazione delle supernovae.

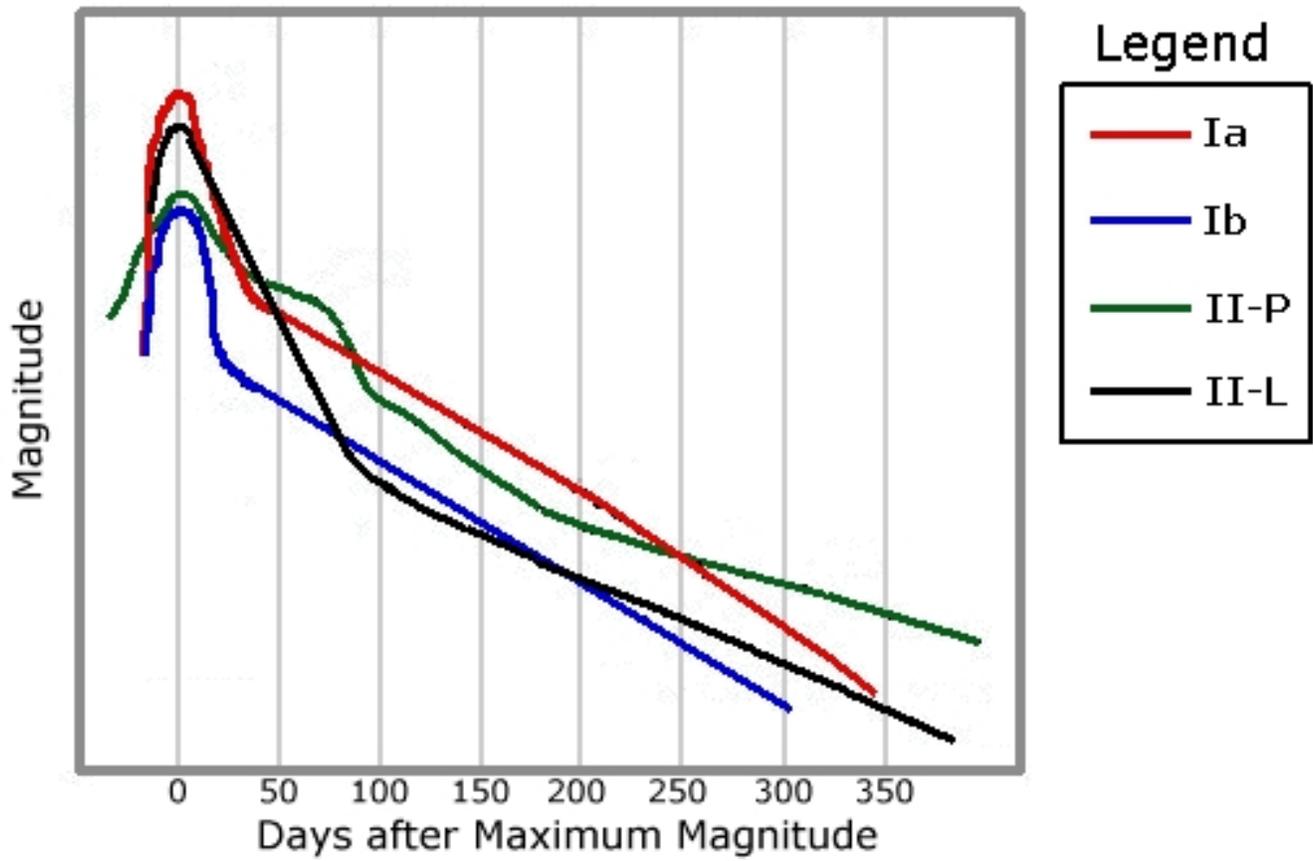


Figura 8.9: Vari tipi di curve di luce riportati per comodita' tutti sulla stessa scala.

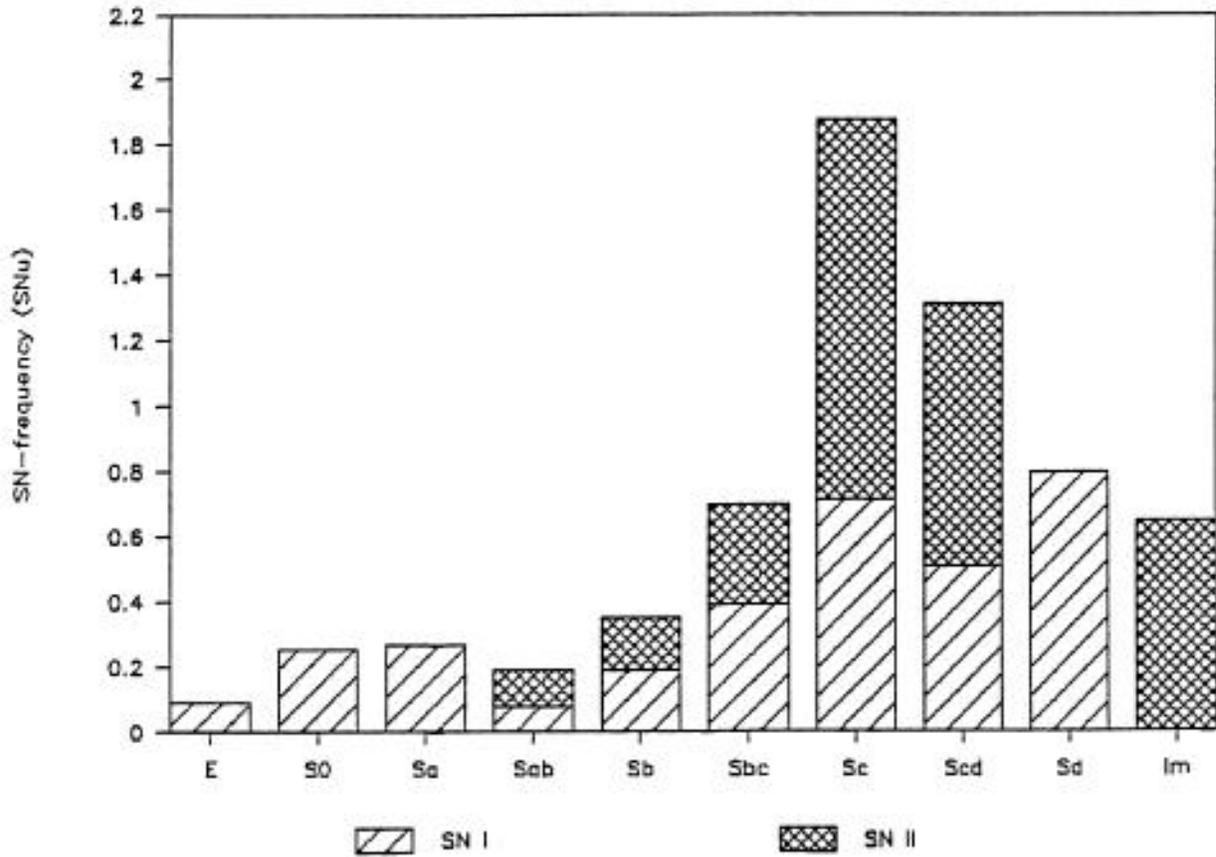


Figura 8.10: La frequenza delle supernovae nelle varie galassie. 1SNU=1SN per 100 anni per  $10^{10}L_{\odot}$ . Da Cappellaro & Turatto (1988).

Il decadimento del Co produce fotoni  $\gamma$  i quali vengono poi intrappolati e deenergizzati ad opera di processi di diffusione ed assorbimento e diventano quindi visibili. Tuttavia una grande parte di questa energia del decadimento e' comunque persa. Seguendo questa linea interpretativa si e' visto che la curva di luce della SN1987A richiede circa  $0.07M_{\odot}$  di  $^{56}Ni$ .

#### 8.4.2 Distribuzione delle supernovae nelle galassie

**SNe II-** Le supernovae di tipo II si trovano vicino alle regioni di formazione stellare come ad esempio le regioni HII nei dischi delle spirali o nelle irregolari dove c'e' intensa formazione stellare. Sono invece assenti nelle galassie ellittiche. Questo suggerisce che tali supernovae debbano avere progenitori di breve vita, ovvero stelle di grande massa. Le curve di luce delle supernovae II possono essere spiegate da una quantita' di  $^{56}Ni$  pari a  $\simeq 0.1M_{\odot}$ .

**SNe Ia-** Le supernovae di tipo Ia si trovano invece in tutte le galassie (ellittiche, spirali ed irregolari). Il fatto che si trovino nelle ellittiche dove non c'e' traccia di formazione stellare recente indica chiaramente che i loro progenitori debbano essere stelle di lunga vita. Le loro curve di luce necessitano di almeno  $\simeq 0.6M_{\odot}$  di  $^{56}Ni$  per essere riprodotte. Questo ci indica che le supernovae di tipo Ia devono essere importanti produttori di Fe nelle galassie.

**SNe Ib-c-** Le supernovae di tipo Ib si trovano nelle regioni di formazione stellare e, cosi' come le supernovae II, non si trovano nelle ellittiche. Cio' suggerisce che i loro progenitori

debbano avere una vita breve sia che siano stelle singole sia che si trovino in sistemi binari. Le loro curve di luce sono ben riprodotte da una massa di Ni pari a circa la metà di quella richiesta per le SNe Ia o inferiore, ovvero  $\simeq 0.1 - 0.3M_{\odot}$ .

In figura 8.10 e' riportata la distribuzione di frequenza delle supernovae nei vari tipi di galassie. La frequenza e' espressa in unita' SNu (ovvero numero di SNe per secolo per  $10^{-10}L_{\odot}$ ). Per una galassia come la nostra, di tipo  $S_b$ , assumendo una luminosita' blu di  $2 \cdot 10^{10}L_{\odot}$  si ottiene una frequenza pari a  $\nu_{SN} = 1.7 \pm 0.9$  SNe per secolo. Questo numero si accorda molto bene con la frequenza stimata dalle SNe storiche che da'  $\simeq 2$  SNe per secolo. Le SNe Ib-c sono importanti poiche' sono state associate a molti lampi gamma (Gamma-Ray-Bursts, GRB), ovvero nell'"afterglow" di alcuni GRB si sono osservate caratteristiche spettrali tipiche delle SNeIb-c. I GRB sono rapidi e potenti flashes di radiazione  $\gamma$  e avvengono ad un tasso di 1 al giorno nell'universo. I GRB possono durare dai  $10^{-3}$  ai  $10^3$  secondi. I GRB lunghi sono stati associati alle SNeIb-c: l'accrescimento sul buco nero in formazione in stelle di grande massa (stelle Wolf-Rayet) dovrebbe rappresentare la sorgente di energia ( $10^{51} - 10^{52}$  erg) per i GRB lunghi. L'energia prodotta dall'accrescimento viene poi canalizzata in due jets relativistici collimati. Questo modello si chiama "collapsar" (Mac Fadyen & Woosley, 1999). Per poter avere un buco nero al centro, la stella progenitrice deve avere massa  $M > 25 - 30M_{\odot}$  ed avere un nucleo di  $2 - 3M_{\odot}$ . Gli autori del modello collapsar studiarono per la prima volta una stella che aveva una massa di  $35M_{\odot}$  in Sequenza Principale. Elementi importanti del modello sono la rotazione stellare, ovvero il momento angolare della stella, e la viscosita' del disco di accrescimento che si crea attorno al buco nero. Durante la propagazione dei jets nella stella, essi depositano sufficiente energia per espellere in un'esplosione di supernova tutto il materiale che non e' ancora caduto nel buco nero. Pertanto, i GRB sono praticamente la conseguenza della formazione di un buco nero alla fine dell'evoluzione di una stella molto massiccia.

## 8.5 Teorie sulle supernovae di tipo II

I progenitori di tali supernovae, a causa della presenza di idrogeno negli spettri, devono essere stelle con grandi involucri ricchi di idrogeno e quindi stelle massive ma non troppo, poiche' stelle molto massive perdono i loro involucri prima di esplodere (le stelle di Wolf-Rayet). Quindi si pensa che i progenitori delle supernovae di tipo II abbiano masse iniziali nell'intervallo  $8 - 25 - 30M_{\odot}$  benché il limite superiore sia molto incerto e dipenda dalla perdita di massa nelle stelle massive.

A questo punto ci chiediamo: *qual'e' il meccanismo che fa esplodere le supernovae di tipo II?* Stelle con masse iniziali comprese nell'intervallo  $8-10M_{\odot}$ , che arrivano alla fase di pre-supernova con un nucleo di O-Ne-Mg degenere, si pensa che esplodano a causa della cattura elettronica durante il processo di neutronizzazione. La cattura elettronica avviene su nuclei di  $^{24}Mg$  e  $^{20}Ne$  e l'ossigeno deflagra quando la massa del nucleo si avvicina alla massa di Chandrasekhar. Questo processo e' stato studiato dai ricercatori giapponesi ed in particolare da Nomoto (1987). Dai loro calcoli si vede che il collasso del nucleo di O-Ne-Mg e' iniziato dalla cattura elettronica e che durante il collasso il nucleo si scalda e l'ossigeno si accende esplosivamente. Tuttavia la cattura elettronica predomina sull'accensione esplosiva nel senso che alla fine riesce a formarsi una piccola stella di neutroni che rimane intatta dopo l'espulsione del mantello della stella prodotto appunto dall'esplosione. Queste stelle nel range di massa  $8-10M_{\odot}$  sono anche dette stelle di Super Asymptotic Giant Branch (SAGB) poiche' sperimentano la fase di AGB e dunque il bruciamento in doppia shell pur riuscendo ad accendere il  $^{12}C$  al centro e formare appunto un nucleo fortemente degenere di O-Ne-Mg. Le electron-capture supernovae sono a tutti gli effetti

SNI

Figura 31

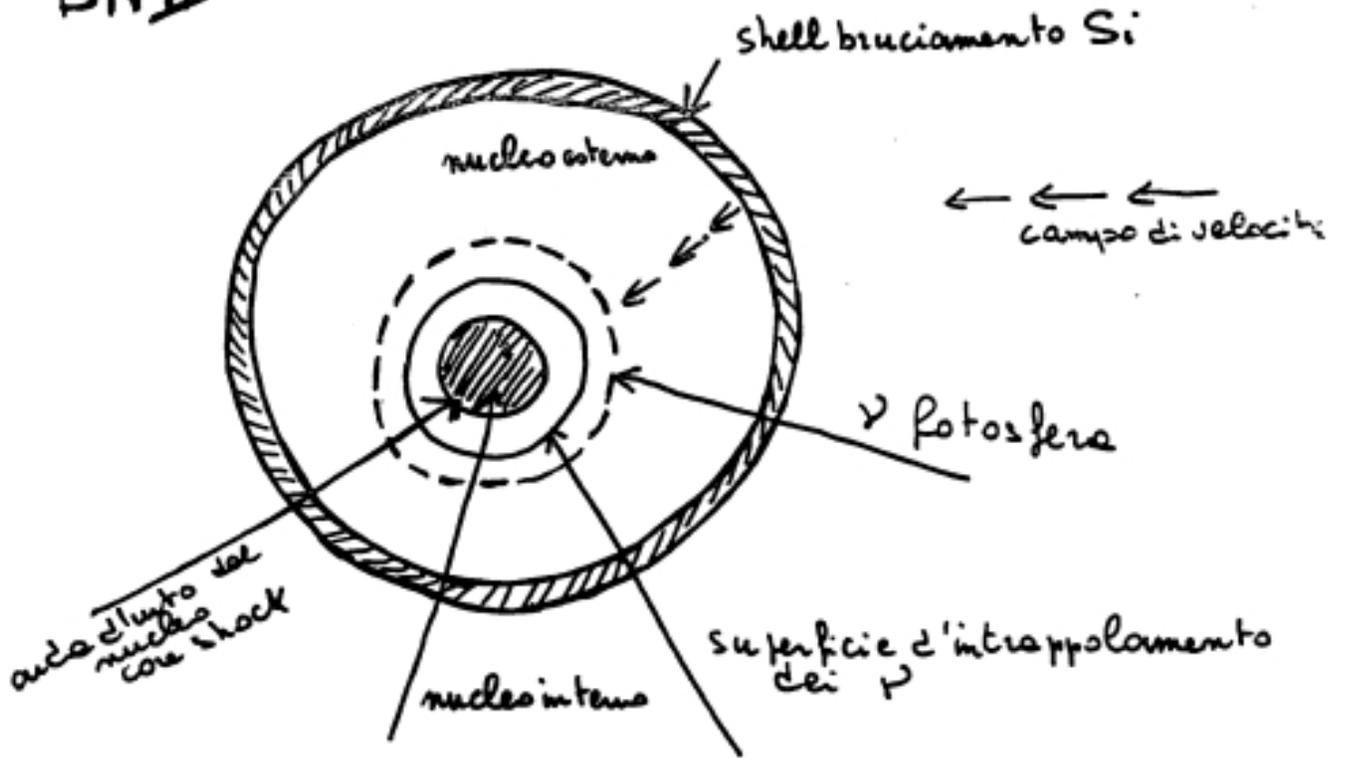


Figura 8.11: Supernova core-collapse. Esplosione indotta dai neutrini.

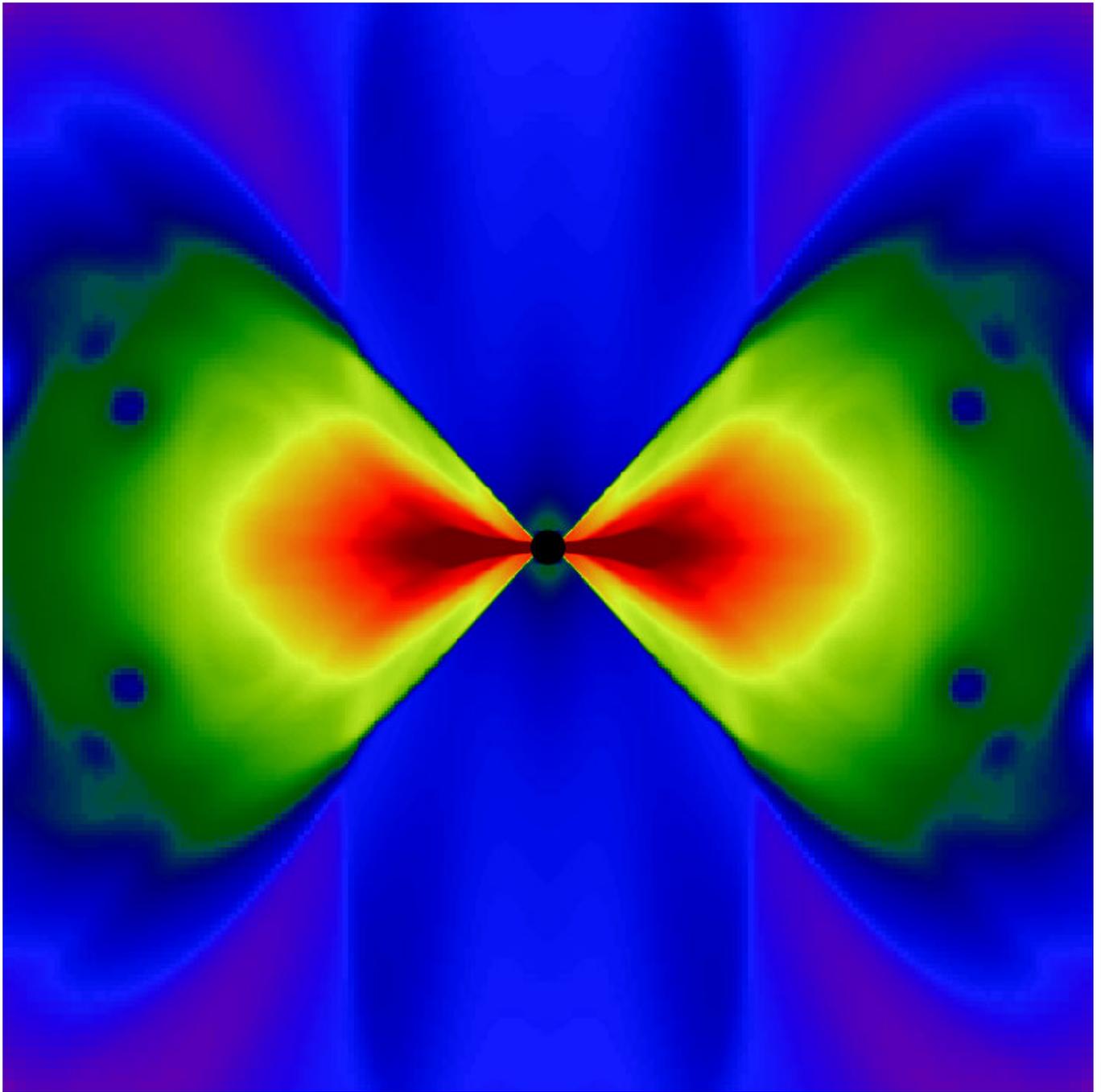


Figura 8.12: Modello collapsar per spiegare i GRB lunghi.

supernovae di tipo II (presenza di idrogeno) ed espellono nel mezzo interstellare principalmente gli elementi He, C, N, O.

Stelle con masse maggiori arrivano invece allo stadio di presupernova con un nucleo di ferro non degenerare quindi il meccanismo di esplosione richiesto per questi oggetti e' di natura diversa. Il problema fondamentale nell'esplosione di queste stelle consiste nel fatto che l'energia liberata dall'esplosione deve essere sufficiente a riscaldare il mantello della stella al punto da espellerlo. Vediamo, infatti, come vanno le cose: il nucleo piu' interno collassa in maniera omologa con velocita' subsonica proporzionale al raggio, mentre il nucleo piu' esterno collassa a velocita' supersonica proporzionale a  $R^{-1/2}$ . Quando la densita' centrale nel nucleo collassante raggiunge valori dell'ordine delle densita' dei nuclei atomici ( $\simeq 5 \cdot 10^{14} \text{gr/cm}^3$ ), la materia diventa incompressibile ed il collasso si arresta bruscamente nella parte interna del nucleo. Tale arresto improvviso produce un meccanismo di rimbalzo "core bounce" in cui si formano forti onde di pressione verso l'esterno. Tali onde si trasformano poi in una vera e propria onda d'urto la quale nasce con energia fortissima, ovvero pari all'energia gravitazionale del collasso ( $\sim 4 - 7 \cdot 10^{51}$  erg), ma soltanto una piccola parte di questa energia puo' venire usata per espellere il mantello esterno poiche' essa viene prima usata per fotodisintegrare il ferro. Un'altra considerevole parte di questa energia viene poi persa attraverso i neutrini prodotti nel processo di neutronizzazione. Basti pensare che nella fotodisintegrazione del ferro viene usata un'energia pari a  $1.5 - 1.0 \cdot 10^{51}$  erg per ogni  $0.1 M_{\odot}$  di massa disintegrata (Froelich et al.). Pertanto, se il nucleo e' sufficientemente massivo l'onda raggiunge le regioni piu' esterne e meno dense dove la temperatura e' minore e la fotodisintegrazione non e' piu' possibile, a questo punto l'onda muore. Un criterio per il successo di questo tipo di esplosione e' che la differenza in massa tra il nucleo omologo ed il nucleo esterno non sia tanto grande da consumare tutta l'energia dell'onda d'urto per fotodisintegrazione.

Un meccanismo alternativo e' stato proposto per risolvere questo problema ed e' chiamato *meccanismo dell'esplosione ritardata*. Supponiamo che la massa del nucleo sia troppo grande per consentire all'onda d'urto di arrivare al bordo del nucleo con un'energia sufficiente ad espellere il mantello. Dopo il fallimento dell'onda d'urto si sviluppera' una *sfera di neutrini* quasi stazionaria alla distanza di circa 40 Km dove la densita' della materia e'  $\rho \simeq 10^{11} \text{gr/cm}^3$  e la temperatura e' di 5 Mev. A queste densita' la materia e' cosi' opaca che persino i neutrini possono rimanere intrappolati. Al di fuori della shell di intrappolamento dei neutrini questi invece riescono a sfuggire liberamente senza ulteriori interazioni (vedi fig. 31 o 8.11). L'onda d'urto fallita si trovera' ora esternamente alla sfera dei neutrini a 100-300 Km, dove la densita' e' dell'ordine di  $10^8 \text{gr/cm}^3$  e la temperatura di  $\simeq 1.5 \text{Mev}$ . A questo punto, la cattura di una piccolissima frazione ( $\leq 1\%$ ) dell'energia dei neutrini ( $10^{53} \text{erg/sec}$ ) dietro all'onda d'urto puo' rivivificare la stessa onda d'urto cosi' da consentirle di dare origine all'esplosione.

Nella figura 31bis (o 8.15) riportiamo i neutrini rivelati per la SN1987A. In particolare, vengono mostrati l'energia ed il tempo di arrivo dei neutrini: sono stati rivelati 20 neutrini in 10 secondi.

## 8.6 Teorie sulle supernovae di tipo I

La mancanza di righe dell'idrogeno nelle supernovae di tipo I suggerisce che tali oggetti abbiano perso la maggior parte del loro involucro di idrogeno al momento dell'esplosione. Ci sono pertanto due possibili tipi di progenitori per queste supernovae:

- a) oggetti collassati, quali le nane bianche, oppure stelle di puro He, che esplodono a causa di accrescimento di massa da parte di una stella compagna,
- b) stelle singole che abbiano subito una forte perdita di massa per vento stellare come ad esempio le stelle di Wolf-Rayet.



Figura 8.13: La Crab Nebula, resto di una supernova di tipo II.

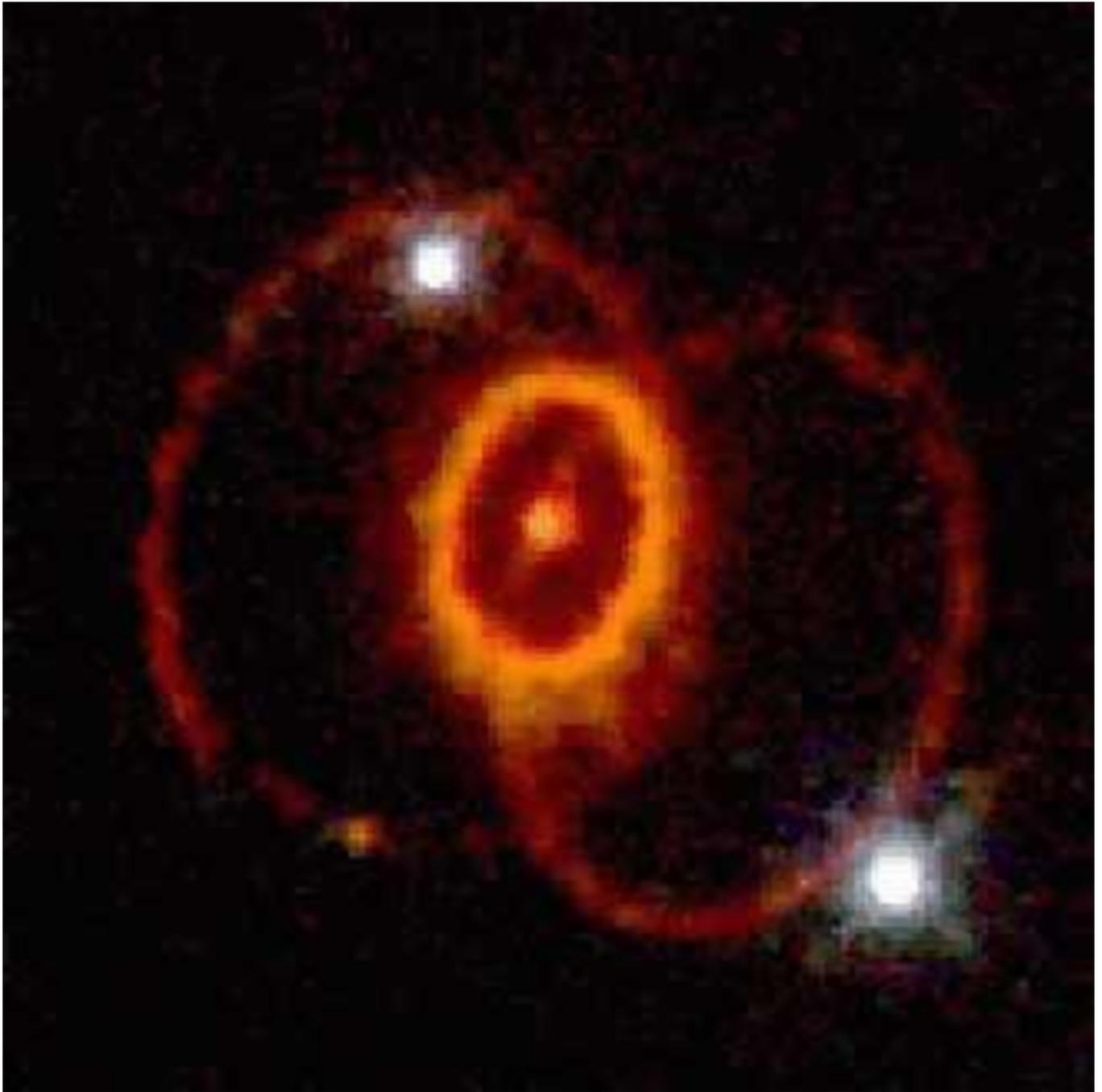


Figura 8.14: La supernova 1987A, vista da Hubble Space Telescope, ancora il resto di una supernova di tipo II.

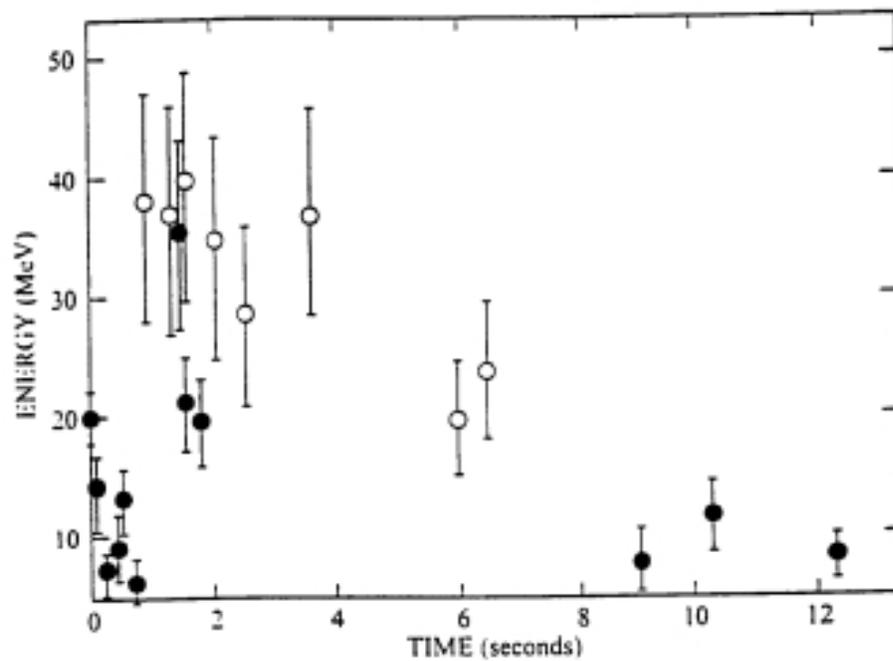
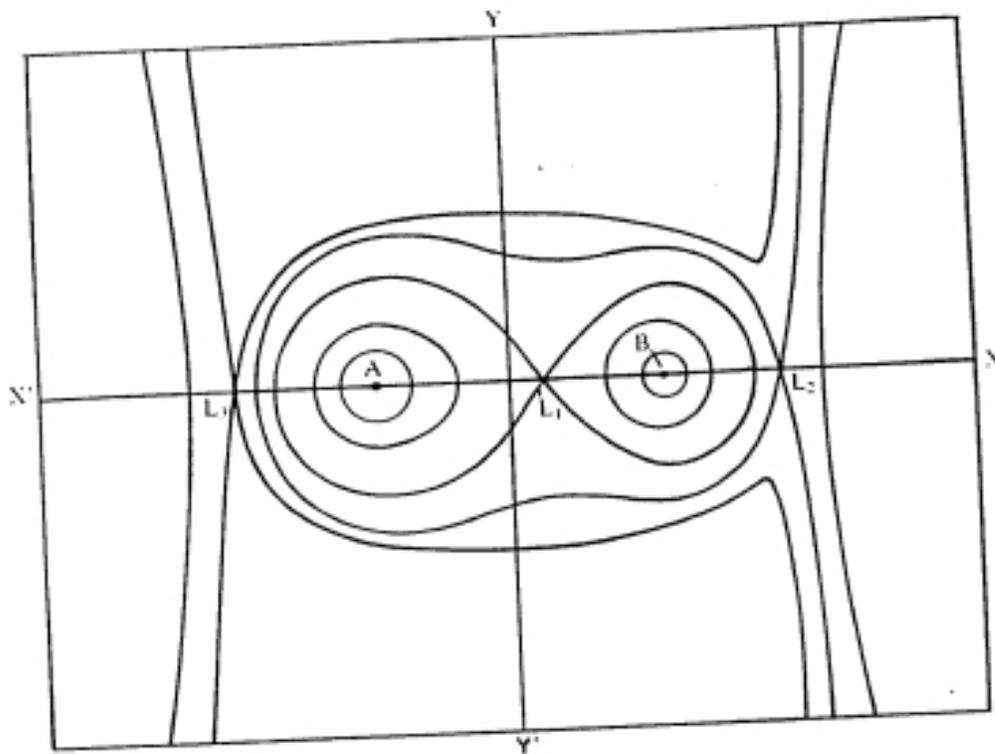


Fig. 31b Energy and time of arrival of neutrinos from the supernova SN1987A as registered by the Kamiokande II and IMB detectors. In all, 20 neutrinos were detected and the duration of the neutrino pulse was about 10 seconds

Figura 8.15: Neutrini dalla SN 1987A.



Roche equipotentials in the plane containing the centres of the two stars, A and B, and the axis of rotation. The points  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$  where equipotentials cross are called Lagrangian points. The equipotential surrounding either star which includes  $L_1$  is called the star's Roche lobe. If a star fills its Roche lobe mass can be transferred to its companion.

Figura 8.16: I lobi di Roche.

Riguardo al caso a), le nane bianche in sistemi binari che esplodono a causa di accrescimento di materia da parte della compagna, che puo' essere anche un'altra nana bianca, rappresentano il modello favorito per i progenitori delle supernovae di tipo Ia, come vedremo piu' in dettaglio in seguito, mentre le stelle singole Wolf-Rayet sono favorite per spiegare le SNe Ib,c.

Prima di esaminare questi particolari sistemi binari che danno origine alle SNe Ia, occorre pero' ricordare brevemente alcune caratteristiche dei sistemi binari.

### 8.6.1 Classificazione osservativa dei sistemi binari

- *Binarie astrometriche*- si vede di solito solo una stella ma la presenza della compagna e' rivelata da oscillazioni del moto proprio della stella visibile.
- *Binarie visuali*- le due stelle sono entrambe visibili.

- *Binarie spettroscopiche*- l'accoppiamento e' rivelato dal fatto che le righe spettrali mostrano uno spostamento Doppler periodico. Se si vedono le righe di ambedue le stelle il sistema e' una binaria spettroscopica a righe doppie.
- *Binarie ad eclisse*- si hanno cambiamenti periodici nella luminosita' del sistema dovuti ad eclisse di una stella da parte della compagna.

## 8.7 Modello di Roche per i sistemi binari

Consideriamo un sistema binario con un'orbita circolare. Se ci poniamo in un sistema di riferimento corotante col moto orbitale circolare possiamo definire le superficie equipotenziali le cui perpendicolari sono rappresentate dalla *gravita' effettiva*. La gravita' effettiva tiene in conto la gravita' vera e propria e l'effetto della forza centrifuga. Vicino ai centri di ciascuna stella la gravita' reale predomina sull'effetto della forza centrifuga cosi' che la gravita' effettiva e' diretta radialmente verso l'interno e le superficie equipotenziali sono quindi dei cerchi che circondano ciascuna stella senza toccarsi. D'altra parte, lontano da ognuna delle stelle la forza centrifuga, diretta verso l'esterno, predomina sulla gravita' e cosi' le superficie equipotenziali non sono piu' sferiche e racchiudono ambedue i centri delle stelle.

Le superficie equipotenziali sono definite dalla seguente equazione:

$$\varphi = \frac{GM_1}{R_1} + \frac{GM_2}{R_2} + \frac{1}{2}\omega^2 d^2 = cost, \quad (135)$$

dove  $R_1$  ed  $R_2$  sono le distanze di una particella in una delle due stelle dai centri delle due stelle,  $d$  e' la distanza dall'asse di rotazione e  $\omega$  e' la velocita' angolare. Per ogni valore della costante si hanno altrettante superficie tridimensionali e di queste superficie si disegnano sezioni bidimensionali. Le due meta' della superficie interna che delimita il cambiamento di tipologia delle superficie equipotenziali, cioe' da sferiche indipendenti a non-sferiche e in contatto, si chiamano **lobi di Roche** (vedi figura 8.16). I lobi di Roche si toccano in un unico punto di giunzione,  $L_1$ , che rappresenta il punto oltrepassato il quale predomina la gravita' effettiva dell'una o dell'altra stella.

### 8.7.1 Classificazione delle binarie sulla base del modello di Roche

- *Binarie staccate*

I sistemi staccati sono sistemi in cui ambedue le fotosfere stellari si trovano ben dentro i loro rispettivi lobi di Roche. Le stelle interagiscono tra di loro solo attraverso la loro mutua attrazione gravitazionale. Questi sistemi sono interessanti solo dal punto di vista della derivazione delle masse e dei raggi.

- *Binarie semistaccate*

Sono sistemi dove una delle fotosfere stellari coincide con il suo lobo di Roche; la stella che riempie il lobo si chiama *componente di contatto* mentre l'altra si chiama *componente staccata*. In questi sistemi si ha trasferimento di massa dalla componente di contatto a quella staccata. Se la componente staccata e' una stella normale si hanno sistemi binari del tipo Algol che si trovano quasi sempre in fase di trasferimento di massa lento. Se la componente staccata e' una nana bianca si possono avere le *variabili cataclismiche*, le *novae* e le *supernovae*. Se invece la componente staccata e' una stella di neutroni o un buco nero si hanno le *binarie X*.

Le binarie X a loro volta si dividono in due classi:

- a) sistemi di piccola massa dove il trasferimento di massa avviene per riempimento del lobo di Roche,
- b) sistemi massivi dove il trasferimento di massa avviene soprattutto per venti stellari.

Quando la componente staccata e' una stella di neutroni, la maggior parte degli X viene emessa quando la materia impatta sulla stella di neutroni, mentre quando la componente staccata e' un buco nero la maggior parte dell'emissione X avviene quando la materia, che spiraleggia in un disco di accrescimento, viene scaldata a temperature molto alte al di fuori dell'orizzonte degli eventi del buco nero.

- *Binarie a contatto*

Sono sistemi dove ambedue le fotosfere stellari uguagliano o eccedono i loro lobi di Roche. Nel caso in cui eccedono i lobi di Roche, che e' il caso piu' comune, si forma un involuppo comune sopra alla superficie critica interna. Cio' avviene perche', quando le stelle riempiono i loro lobi di Roche, si ha trasferimento di materia da una stella all'altra fintantoche' le due pressioni si bilanciano attraverso il punto  $L_1$ . A questo punto cessa ogni esigenza dinamica per un ulteriore trasferimento di massa. In questi sistemi le stelle possono non vedersi poiche' se l'involuppo comune e' opaco a sufficienza puo' oscurare la natura intrinseca delle due stelle sottostanti. Nel caso di involuppo comune la fotosfera comune ha un'unica temperatura che indica che ci deve essere un meccanismo che mescola le due luminosita' separate in una luminosita' comune emergente dall'involuppo comune. Le binarie a contatto piu' note sono costituite da due stelle di sequenza principale come il sistema W Ursae Majoris. Questi sistemi hanno periodi tipici dell'ordine di 8 ore.

I sistemi binari possono ovviamente evolvere nel tempo, ad esempio emettendo onde gravitazionali che causano perdite di momento angolare e pertanto la loro separazione iniziale tende a diminuire. Ritorniamo ora ai sistemi semistaccati e focalizziamo la nostra attenzione su novae e supernovae, le quali originano da sistemi binari semistaccati dove una delle due stelle e' una nana bianca e l'altra e' invece una normale stella di sequenza principale o gigante.

## 8.8 Le novae

Le novae si dividono in tre tipi: *classiche*, *nane* e *ricorrenti*. Le novae sono caratterizzate da esplosioni che si ripetono nel tempo durante le quali la loro luminosita' puo' variare da un fattore 10 (novae nane) ad un fattore  $10^6$  (novae classiche). Le eruzioni possono essere separate da poche settimane (novae nane) a piu' di 100 anni (novae ricorrenti). Le novae classiche dovrebbero invece avere intervalli molto piu' lunghi, dell'ordine di  $10^4$  anni! L'esplosione delle novae e' di origine termonucleare ed avviene quando materiale ricco di H viene trasferito sulla nana bianca. Qui l'H si accende per il meccanismo di bruciamento CNO (vedi prossimo capitolo) e tale bruciamento puo' indurre l'esplosione che e' accompagnata da una piccola espulsione di materia ( $\simeq 10^{-5}M_{\odot}$ ). La perdita di massa e' dovuta alla luminosita' prodotta dalle reazioni termonucleari che producono pressione di radiazione la quale, a sua volta, induce la materia ad uscire dalla stella. Durante l'esplosione delle novae classiche si ha nucleosintesi esplosiva. I maggiori prodotti di questa nucleosintesi dovrebbero essere  $^{17}O$ ,  $^{13}C$  e  $^{35}Cl$  e forse  $^7Li$ . In alcuni casi questo meccanismo di trasferimento di massa puo' dare origine ad un'esplosione di supernova di tipo Ia. Come cio' accada lo vedremo in dettaglio nei prossimi paragrafi.

## 8.9 Le supernovae di tipo Ia

Gli spettri al massimo di luce delle supernovae Ia mostrano evidenza di Fe, Si e di tutti gli altri elementi fino al Carbonio. Questo indizio e' pertanto utile per stabilire il meccanismo di esplosione di queste supernovae. Partendo dall'idea che la supernova di tipo Ia possa originare dall'esplosione di una nana bianca possiamo subito dire che quando il combustibile nucleare si accende in condizioni di alta degenerazione si ha un'esplosione catastrofica che portera' alla distruzione totale della stella e allo stesso tempo alla formazione di una notevole quantita' di  $^{56}\text{Ni}$ . Come e' noto il  $^{56}\text{Ni}$  e' un elemento instabile con tempo di dimezzamento pari a 6-10 giorni, energia di decadimento pari a 1.72 Mev, ed il suo elemento figlio, il  $^{56}\text{Co}$ , e' pure instabile e decade in  $^{56}\text{Fe}$  in 78.76 giorni con un'energia di 3.58 Mev. Sembra che questo decadimento, che e' costituito da due decadimenti  $\beta^+$  (vedi in seguito) possa spiegare la curva di luce delle supernovae di tipo Ia ed anche delle tipo II. In particolare, per spiegare le curve di luce della maggior parte delle supernovae di tipo Ia, che sono tutte simili<sup>1</sup>, occorre l'energia che proviene dal decadimento di circa  $0.6M_{\odot}$  di  $^{56}\text{Ni}$ . L'energia totale generata dalla fusione nucleare e' dell'ordine di  $10^{51}$  erg. All'inizio tale energia, cosi' come accade per tutte le supernovae, si trova sotto forma di energia cinetica, ma in seguito viene in parte irradiata ed in parte trasferita al mezzo interstellare sotto forma di energia termica. Il combustibile nucleare che puo' dare origine a questa esplosione puo' essere C o He, i due componenti delle nane bianche (come gia' sappiamo infatti ci sono due tipi di nane bianche: di He e di C-O).

L'esplosione puo' essere:

- a) *deflagrazione*, che avviene solo nel carbonio
- b) *detonazione*, che avviene sia nell'elio che nel carbonio
- c) *l'accensione* puo' essere sia centrale che fuori centro.

Prima di descrivere questi due diversi tipi di esplosione vediamo di definire alcuni tempi caratteristici importanti per la risoluzione del problema. In particolare, a seconda delle dimensioni relative di questi vari tempiscala si adotta un trattamento numerico del problema invece che un altro (vedi E. Mueller 1990).

Si definisce *tempo scala di ignizione* il tempo di decrescita esponenziale della temperatura (e-folding time):

$$\tau_T = \frac{T}{dT/dt} \simeq \frac{c_v T}{d\epsilon_{nuc}/dt} \quad (136)$$

dove  $d\epsilon_{nuc}/dt$  e' il tasso di rilascio energetico da parte delle reazioni termonucleari e  $c_v$  il calore specifico a volume costante.

Definiamo il *tempo di bruciamento* come il tempo necessario a consumare significativamente il combustibile nucleare (e-folding time):

$$\tau_B = \frac{X_i}{dX_i/dt} \quad (137)$$

dove  $X_i$  e' l'abbondanza in massa di uno specifico elemento. Durante i normali bruciamenti idrostatici si ha:

$$\tau_B/\tau_T \leq 1 \quad (138)$$

poiche' il tempo di ignizione e' maggiore del tempo di bruciamento, mentre al momento dell'esplosione i due tempi diventano confrontabili. Nel caso in cui l'esplosione avvenga in materiale altamente degenere si ha che il rapporto (138) tende a zero. In questo caso anche  $c_v$  tende a zero cosi' che una piccolissima variazione nel combustibile nucleare porta ad una grande variazione in temperatura.

<sup>1</sup>benche' negli ultimi anni si sono trovate SNe Ia che hanno luminosita peculiari

Definiamo ora il *tempo sonico*:

$$\tau_{hyd} = \delta r / c_s \quad (139)$$

ovvero il tempo necessario a percorrere la distanza  $\delta r$  alla velocita' del suono locale  $c_s$ . Infine definiamo il *tempo convettivo*:

$$\tau_{conv} = \delta r_{conv} / v_{conv} \quad (140)$$

dove  $\delta r_{conv}$  e' la larghezza della zona convettiva e  $v_{conv}$  e' la velocita' tipica degli elementi convettivi.

Nella materia normale generalmente si ha:

$$\tau_T > \tau_{hyd} \quad (141)$$

ma se la materia e' degenera un aumento in temperatura non produce un aumento in pressione cosi' che la stella non puo' riaggiustarsi e la temperatura continua a crescere fino a che la materia non sdegenera. Quindi nella materia degenera :

$$\tau_T \simeq \tau_{hyd} \quad (142)$$

A questo punto il tasso di generazione di energia e' troppo elevato per essere smorzato dall'idrodinamica e pertanto si ha l'esplosione. Se l'onda d'urto che si crea a seguito dell'esplosione e' sufficientemente intensa da portare il combustibile al di sopra della sua temperatura di ignizione allora si ha un'onda di *detonazione* che si propaga verso l'esterno a velocita' supersonica. Come l'onda si propaga nel materiale incombusto lo comprime e lo scalda cosi' da accenderlo e si ha nucleosintesi esplosiva laddove e' passato il fronte dell'onda d'urto. Tuttavia, non sempre l'onda che si crea e' forte a sufficienza da accendere il combustibile nucleare negli strati adiacenti a dove si sviluppa l'esplosione e in questo caso si ha *deflagrazione* in cui il fronte di bruciamento si propaga a velocita' subsonica. In questo caso il bruciamento e' dovuto non alla compressione del fronte d'urto ma al trasferimento di calore per diffusione o convezione turbolenta dalle ceneri calde dietro al fronte d'onda al materiale freddo davanti al fronte. Quindi in questo caso la propagazione del bruciamento avviene sui tempi scala della convezione. Cio' che determina la formazione di un'onda di deflagrazione o di detonazione e' il gradiente termico al momento dell'esplosione. La detonazione, in particolare, e' favorita da alte temperature centrali e da un gradiente termico quasi nullo (nucleo isoterma). La distribuzione della temperatura a sua volta dipende dal trattamento della convezione che e', come sappiamo, alquanto incerto. Nella detonazione tutto il materiale si trasforma in  $^{56}\text{Ni}$ , mentre nella deflagrazione solo parte viene trasformato in Ni ed il resto si trasforma in elementi piu' leggeri dal Si al C. Questo e' il motivo per cui il meccanismo di deflagrazione e' stato in passato preferito rispetto a quello di detonazione per spiegare le supernovae di tipo Ia, le quali mostrano nei loro spettri tracce di tutti gli elementi dal Fe al C. Tuttavia, recentemente si e' suggerita la "detonazione ritardata" come meccanismo di esplosione di una nana bianca con la massa di Chandrasekhar: tale detonazione dovrebbe avvenire dopo la iniziale deflagrazione (vedi in seguito).

## 8.10 Possibili sistemi che portano all'esplosione di una nana bianca in un sistema binario

### 8.10.1 La nana bianca e una stella normale in un sistema binario (singola degenera)

Supponiamo di avere un sistema binario in cui la stella primaria di massa  $M_1$  (quella inizialmente piu' massiva) e la secondaria di massa  $M_2$  hanno una massa iniziale compresa tra 0.5 e  $8M_\odot$

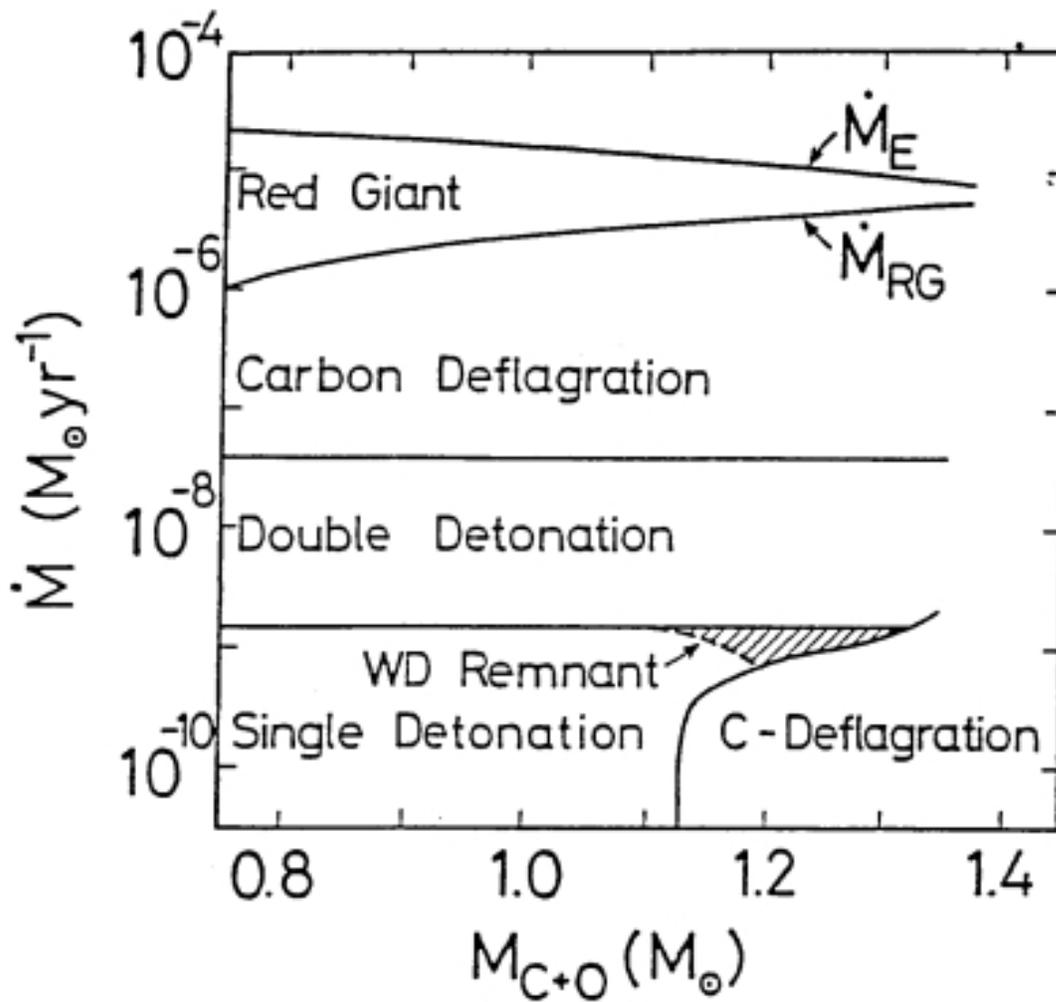


Fig. 32 The type of thermonuclear explosion expected from an accreting CO white dwarf of given mass and accretion rate.  $\dot{M}_E$  denotes the Eddington limit. For accretion more rapid than  $\dot{M}_{RG}$  a red giant like envelope is formed (Nomoto, Nariai, & Sugimoto 1979). For  $4 \times 10^{-8} M_\odot y^{-1} \lesssim \dot{M} \lesssim \dot{M}_{RG}$  accretion leads to weak helium shell flashes that gradually increase the core mass until deflagration is ignited in the center. In double detonation models the flash of accreted helium is strong enough to induce both helium and carbon detonation. For  $\dot{M} \lesssim 1.5 \times 10^{-9} M_\odot y^{-1}$  the outcome is sensitive to the initial mass of the white dwarf. For larger masses carbon is centrally ignited prior to any helium shell flash. For smaller masses helium detonates prior to carbon ignition and fails to form a carbon detonation wave. The single detonation either disrupts the star completely or may leave a white dwarf remnant (shaded region). Figure taken from Nomoto, Thielemann, & Miyaji (1985).

Figura 8.17: Supernovae Ia da nane bianche in sistemi binari: tasso di accrescimento di materia ricca di He dalla compagna (vedi testo).

e quindi sono in grado di dare origine a nane bianche (di He, se perdono massa, o di C-O). Il sistema binario evolve nel seguente modo: prima evolve la primaria e diventa una nana bianca, poi evolve la secondaria la quale, durante la fase di gigante rossa, riempie il proprio lobo di Roche e trasferisce materia sulla nana bianca. A seguito di cio' la nana bianca in un certo senso ringiovanisce ed esplose quando la massa accresciuta la porta al di sopra della massa limite di Chandrasekhar. L'esplosione in realta' avviene gia' un po' prima di raggiungere la massa  $M_{Ch}$  quando la massa ha raggiunto e superato il limite per l'accensione del carbonio in una configurazione altamente degenera ( $\simeq 1.05 - 1.39M_{\odot}$ , vedi figura 16). L'accrescimento infatti determina compressione e conseguentemente emissione di energia gravitazionale all'interno della nana bianca. A questo punto parte dell'energia viene persa in superficie e parte fa aumentare la temperatura interna favorendo l'accensione del combustibile. Tuttavia, le cose non sono cosi' semplici come le ho descritte ora e in realta' l'esplosione catastrofica che da' origine alla supernova non dipende solo dalla quantita' di massa totale accresciuta ma anche da come viene accresciuta e dalla composizione chimica sia della materia accresciuta che della nana bianca. Nei prossimi paragrafi descriveremo lo studio di Nomoto et al. (1984) riguardo ai tassi di accrescimento e alle configurazioni che ne conseguono.

### 8.10.2 Accrescimento di materia ricca di H su una nana bianca di C-O

Partiamo coll'assumere ragionevolmente che le masse delle nane bianche siano comprese tra 0.6 e  $1.39 M_{\odot}$ . In generale quando una certa quantita' di H viene accresciuta sulla nana bianca si puo' avere accensione dell'H (flash) ed il tipo e l'intensita' del bruciamento (che puo' portare anche all'esplosione di supernova) dipendono dal tasso di accrescimento di massa, in particolare si distinguono i seguenti casi:

i) **accrescimento rapido**

ovvero  $\dot{M} \geq \dot{M}_{crit} = \dot{M}_{RG}$  dove  $\dot{M}_{RG} = 8.5 \cdot 10^{-7}(M/M_{\odot} - 0.52)M_{\odot}anni^{-1}$  e' il tasso di accrescimento critico, ovvero corrispondente al tasso di crescita del nucleo degenera in giganti rosse dovute al bruciamento dell'H nella shell. In accrescimento rapido non si hanno flashes di H ma si ha una fase di involuppo comune che viene poi perso dal sistema. Alcuni di questi sistemi evolvono in seguito in un sistema di due nane bianche che possono a loro volta dare origine ad un'esplosione di supernova di tipo Ia (vedi in seguito).

ii)  $0.4\dot{M}_{RG} \leq \dot{M} \leq \dot{M}_{crit}$

in questo caso si accende la shell di H in bruciamento stabile, quindi la nana bianca accresce materia e l'esplosione di supernova e' possibile una volta superata la massa critica,  $M_{Ch}$ .

iii)  $\dot{M} < 0.4\dot{M}_{RG}$

per questo tasso di accrescimento il bruciamento dell'H e' instabile e da' origine a perdita di massa e pertanto non e' probabile che avvenga l'esplosione di supernova.

iv)  $\dot{M} < 10^{-9}M_{\odot}anno^{-1}$

in questo caso si hanno forti flashes dell'H che danno origine alle esplosioni delle novae durante le quali viene persa materia e quindi la probabilita' di avere una supernova e' molto bassa a meno che la nana bianca non abbia gia' inizialmente una massa prossima ad  $M_{Ch}$ .

Quindi solo i casi i) e ii) possono dare origine a supernovae.

### 8.10.3 Accrescimento di materia ricca di He su una nana bianca di C-O

In questa situazione, descritta nella figura 8.17-32, si distinguono i seguenti casi:

i)  $\dot{M} \leq 1.5 \cdot 10^{-9} M_{\odot} \text{anno}^{-1}$  e  $M_{WD} \geq 1.15 M_{\odot}$

Non si hanno flashes di He poiché la materia non è compressa e riscaldata sufficientemente, bensì si accende il C al centro della nana bianca innescando una deflagrazione che si trasforma in supernova quando viene raggiunta la massa limite  $M_{Ch}$ .

ii) **stesso tasso di i) ma**  $M_{WD} < 1.15 M_{\odot}$

in questi oggetti la detonazione dell'He avviene prima che si possa accendere il carbonio per deflagrazione, pertanto si ha supernova. La stella in generale si distrugge completamente eccetto che per alcuni particolari valori di  $\dot{M}$  e  $M_{WD}$  per i quali una nana bianca viene lasciata dopo l'esplosione (vedi figura 32).

iii)  $10^{-9} \leq \dot{M} \leq 4 \cdot 10^{-8} M_{\odot} \text{anno}^{-1}$

in questa situazione si producono due detonazioni, una di He e l'altra di C, con conseguente esplosione di supernova e totale distruzione della nana bianca.

iv)  $\dot{M} > 4 \cdot 10^{-8} M_{\odot} \text{anno}^{-1}$

qui si hanno flashes di He di ampiezza finita con conseguente accrescimento di materia da parte della nana bianca ed accensione del carbonio (deflagrazione) ed esplosione quando viene raggiunta la massa limite. Anche in questo caso la stella viene totalmente distrutta.

v)  $\dot{M} > 10^{-6} M_{\odot} \text{anno}^{-1}$

$10^{-6} M_{\odot} \text{anno}^{-1}$  è il limite massimo per il tasso di accrescimento definito dall'imporre che il tasso a cui l'energia gravitazionale viene emessa non superi la luminosità limite di Eddington. In questo caso la nana bianca espande il suo involucro come se fosse una gigante rossa fino a che raggiunge il limite di Eddington.

### 8.10.4 Accrescimento di materia ricca di H su una nana bianca di He

Per avere una nana bianca di He occorre che la sua massa sia  $M_{WD} \leq 0.5 M_{\odot}$  altrimenti si ha accensione dell'He durante l'evoluzione del progenitore e la stella diventa una nana bianca di C-O. Si distinguono qui due casi:

i)  $\dot{M} > \dot{M}_{RG}$

dove  $\dot{M}_{RG}$  è il tasso di crescita di un nucleo di He degenerare in una stella singola che si trovi alla sua prima ascesa al ramo gigante. In particolare  $\dot{M}_{RG} = 10^{-8} M_{\odot} \text{anno}^{-1}$  per  $M_{WD} = 0.4 M_{\odot}$  ed è  $10^{-7} M_{\odot} \text{anno}^{-1}$  per  $M_{WD} = 0.5 M_{\odot}$ . In questo caso l'involucro di H si espande fino alle dimensioni di una gigante rossa in risposta al bruciamento alla sua base. Questa espansione determina un involucro comune nel sistema binario il quale previene la crescita della nana bianca di He.

ii)  $\dot{M} \leq 2 \cdot 10^{-8} M_{\odot} \text{anno}^{-1}$

Per questo tasso di accrescimento non si ha espansione né involucro comune, la nana bianca cresce e quando la massa accresciuta è dell'ordine di 0.2-0.4  $M_{\odot}$  allora si ha detonazione dell'He e quindi esplosione di supernova con la totale distruzione della stella.

In generale, per tassi di accrescimento che variano da 0.01 ad  $\dot{M}_{RG}$  si ha un'esplosione di supernova se l'accrescimento può essere sostenuto fino a che la nana bianca non raggiunge 0.65-0.8  $M_{\odot}$ . Qui, ovviamente, non è necessario raggiungere  $M_{Ch}$  per ottenere l'accensione dell'He che avviene, come sappiamo, per nuclei con masse  $> 0.5 M_{\odot}$ .

### 8.10.5 Accrescimento di materia ricca di He su una nana bianca di He

Qui anche distinguiamo due casi:

i)  $\dot{M} > \dot{M}_{RG}$

si produce accensione di un flash di He nel nucleo, e se  $M_{WD} \simeq 0.5M_{\odot}$  allora la nana bianca viene convertita in una nana bianca di C-O e si rientra nei casi descritti precedentemente.

ii)  $\dot{M} < \dot{M}_{RG}$

in questo caso si ha detonazione dell'He quando  $M_{WD} = 0.65 - 0.8M_{\odot}$ , analogamente a quanto accade nel caso di accrescimento di materiale ricco di idrogeno.

### 8.10.6 Modello particolare per la singola degenerare: il modello di Nomoto et al. 1984, W7, e modelli seguenti

Il modello di esplosione di supernova Ia con annessa nucleosintesi piu' famoso e che e' stato piu' usato, e' quello sviluppato dal giapponese Nomoto e dai suoi collaboratori nel 1984. Questo modello ha infatti dato il miglior accordo tra osservazioni e teoria (vedi figura 33 dove lo spettro teorico, in basso, e' confrontato con quello osservato nella SN Ia 1981B, in alto).

In questo modello si ha un sistema binario costituito da una nana bianca di C-O di massa  $M_{WD} = 1.0M_{\odot}$  e da una gigante rossa che ha riempito il suo lobo di Roche e trasferisce materia sulla nana bianca che e' la componente primaria del sistema. Il tasso di accrescimento di materia sulla nana bianca e'  $\dot{M} = 4 \cdot 10^{-8} M_{\odot} \text{anno}^{-1}$ . Il carbonio si accende e deflagra quando la massa della nana bianca ha raggiunto il valore di  $\simeq 1.378M_{\odot}$  e la sua densita' e'  $\rho_{WD} = 2.9 \cdot 10^9 \text{gr/cm}^3$ . Tale valore di massa e' ben al di sopra del valore limite per l'accensione del carbonio ma ancora al di sotto della  $M_{Ch}$  che, come abbiamo visto altre volte, e' un limite invalicabile per una nana bianca. La deflagrazione produce nucleosintesi esplosiva e spiega la presenza di elementi compresi tra il C ed il Si, oltre al  $^{56}Fe$ , presenti negli spettri delle supernovae Ia. Il modello prevede che si formi una quantita' di  $^{56}Ni$  pari a  $0.58 M_{\odot}$  negli strati piu' interni della nana esplosiva. Tale quantita' riesce a riprodurre bene le curve di luce osservate, nell'ipotesi che le curve di luce siano energizzate dal decadimento  $Ni \rightarrow Co \rightarrow Fe$ .

Il problema con questo tipo di modelli che coinvolgono una nana bianca ed una gigante rossa e' che  $\dot{M}$  deve essere contenuto in un ristretto intervallo di valori, altrimenti il sistema puo' dare origine ad una variabile cataclismica, ad una nova o ad un sistema di due nane bianche che e' l'ultimo modello di precursore di supernova Ia che descriveremo nel prossimo paragrafo.

Iwamoto et al. (1999) confermarono i risultati di Nomoto et al. (1984) per la deflagrazione del C di una massa di Chandrasekhar. Le maggiori incertezze in questo lavoro rimanevano la natura della stella donatrice e la velocita' del fronte di deflagrazione. Sempre in questo lavoro, la massa di  $^{56}Ni$  predetta varia da  $0.64M_{\odot}$  per una composizione chimica iniziale priva di metalli della nana bianca, a  $0.59M_{\odot}$  per una composizione chimica solare.

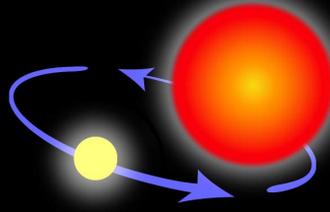
Negli anni che seguirono, si propose un diverso meccanismo di esplosione, la "detonazione ritardata", in quanto una detonazione rapida non andrebbe bene poiche' trasformerebbe tutta la massa di Chandrasekhar in  $^{56}Ni$ . In questo scenario, al momento preferito alla pura deflagrazione, una nana bianca di C-O di massa pari alla massa di Chandrasekhar si accende per deflagrazione del carbonio, che si trasforma poi in detonazione negli ultimi stadi dell'esplosione. Infatti, prima la deflagrazione espande il materiale e poi la detonazione stimola l'esplosione e forma elementi dal Ni al C. Questa alternativa e' nata poiche' non sempre una deflagrazione da sola riesce a far esplodere la nana bianca, a causa delle ancora grandi incertezze nei meccanismi di esplosione. Tuttavia non e' ancora chiaro se la composizione chimica risultante spieghi gli spettri delle SNe Ia classiche cosi' bene come la deflagrazione del carbonio studiata da Nomoto.



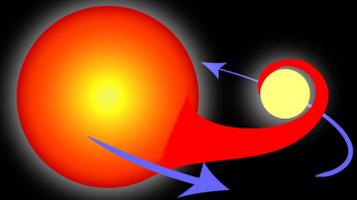
## The progenitor of a Type Ia supernova



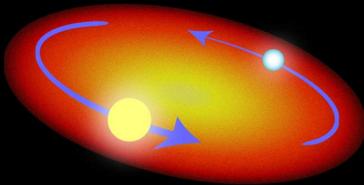
Two normal stars are in a binary pair.



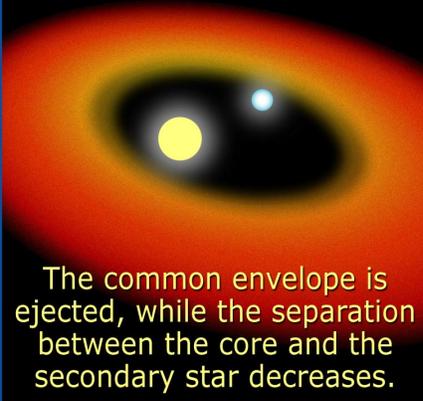
The more massive star becomes a giant...



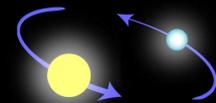
...which spills gas onto the secondary star, causing it to expand and become engulfed.



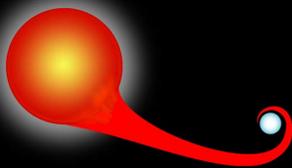
The secondary, lighter star and the core of the giant star spiral inward within a common envelope.



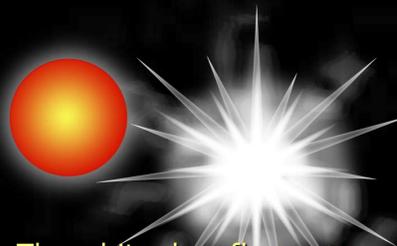
The common envelope is ejected, while the separation between the core and the secondary star decreases.



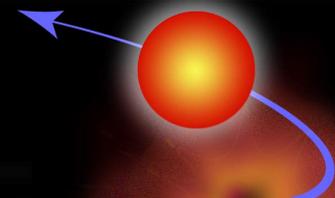
The remaining core of the giant collapses and becomes a white dwarf.



The aging companion star starts swelling, spilling gas onto the white dwarf.



The white dwarf's mass increases until it reaches a critical mass and explodes...



...causing the companion star to be ejected away.

Figura 8.19: Modello della singola degenerata classica.

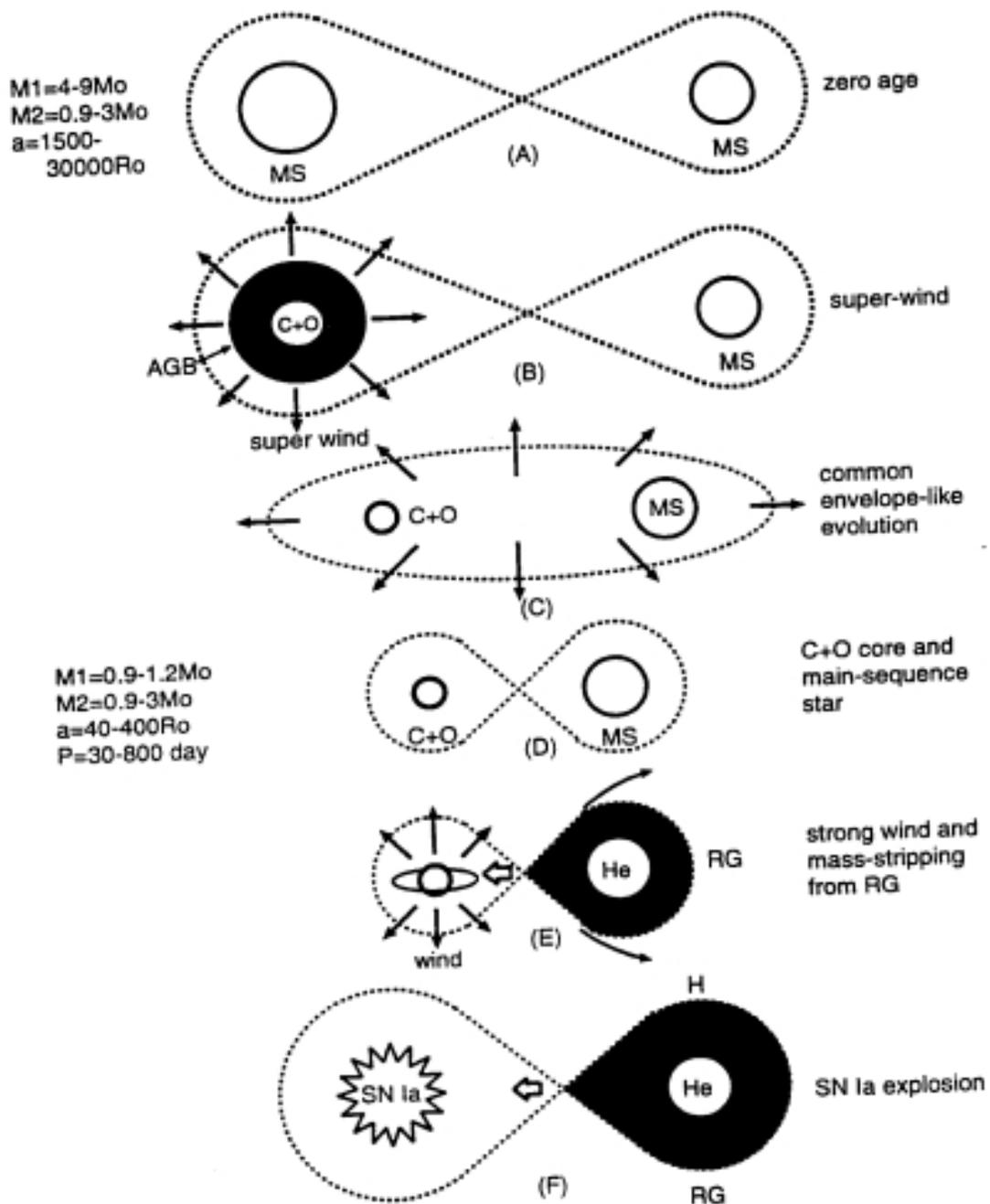


Figura 33.1. Descrizione schematica dello scenario che da un sistema binario di 2 stelle di MS, porta ad un sistema RG+WD di C-O e quindi all'esplosione di SNIa. Da Hachisu, Kato e Nomoto (1999).

Figura 8.20: Modello della singola degenerare di Hachisu et al. (1999).

## Sequenza evolutiva di una nana bianca ed una stella normale fino all'esplosione

Nelle figure 8.19 e 8.20 riportiamo la sequenza evolutiva che porta all'esplosione nel modello della singola degenerare. In particolare, in Figura 8.19 e' riportata la sequenza del modello proposto da Whelan & Iben (1973), dove il sistema binario e' costituito da due stelle dove la primaria evolve e si ha una prima fase di inviluppo comune con perdita di massa ed avvicinamento delle due stelle e a cui segue la formazione della nana bianca da parte della primaria. In seguito, evolve la secondaria e la nana bianca accresce materia da essa fino a raggiungere la massa di Chandrasekhar ed esplodere. Nella figura 8.20 mostriamo un caso particolare, dove la nana bianca produce a sua volta un vento che serve a stabilizzare il tasso di accrescimento di materia su se stessa da parte della stella compagna. La sequenza puo' essere riassunta cosi': la primaria diventa nana bianca dopo una fase di "super-wind" a causa del quale il sistema subisce una fase di inviluppo comune e perde momento angolare cosi' che le due stelle si avvicinano. Poi evolve la secondaria e quando diventa gigante rossa trasferisce materia sulla nana bianca. A questo punto la nana bianca produce un vento che stabilizza l'accrescimento, ma questa caratteristica e' presente solo nel modello di Hachisu et al. (1999), altrimenti si ha solo accrescimento sulla nana bianca come nella figura 8.19. Il modello di Hachisu et al. fu proposto per ovviare al fatto che l'esplosione di SN in questi sistemi puo' avvenire solo per un ristretto intervallo di tassi di accrescimento, come abbiamo visto precedentemente. Il vento dalla nana bianca consentirebbe di avere tassi di accrescimento in un intervallo maggiore.

In tutti i casi, il risultato finale e' che l'accrescimento fa superare alla nana bianca la massa di Chandrasekhar con conseguente esplosione termonucleare.

### 8.10.7 Due nane bianche in un sistema binario (doppia degenerare)-Il modello di Iben e Tutukov, 1984

Un modello alternativo e' quello del sistema delle doppie nane bianche che si avvicinano sempre di piu' l'una all'altra per effetto di perdita di momento angolare, a sua volta dovuta all'emissione di onde gravitazionali, e si fondono in un unico oggetto il quale esplosione per deflagrazione del C se la sua massa totale ha raggiunto la massa limite. Dal punto di vista della nucleosintesi non c'e' alcuna differenza tra questo modello ed il precedente poiche' in ambedue i casi si ha l'esplosione di una massa di Chandrasekhar e l'esplosione e' sempre la deflagrazione del C poiche' le due nane sono di C-O. Evidenze osservative del fenomeno di emissione di onde gravitazionali da parte di sistemi binari le si trovano nell'evoluzione del periodo orbitale di pulsars doppie e nell'esistenza di un minimo nel periodo orbitale delle variabili cataclismiche.

La radiazione di onde gravitazionali puo' quindi produrre un sistema esplosivo e puo' farlo in un tempo inferiore a  $10^{10}$  anni (eta' presunta dell'Universo) purché venga soddisfatta la seguente condizione:

$$A_o/R_{\odot} \leq 3.3 \left(\frac{M_1}{M_{\odot}}\right)^{1/4} \left(\frac{M_2}{M_{\odot}}\right)^{1/4} \left(\frac{M_1 + M_2}{M_{\odot}}\right) \leq 3 \quad (143)$$

per  $M_1 \simeq M_2 \simeq 0.7M_{\odot}$  (Landau e Lifschitz 1962).

Per raggiungere tale piccola separazione il sistema deve praticamente perdere tutto il suo momento angolare. Oltre ai sistemi di due nane bianche di C-O si possono avere anche sistemi di:

- a) una nana di C-O piu' una nana di He
- b) due nane bianche di He

Qui, tuttavia, discuteremo solo il caso delle due nane bianche di C-O che e' quello piu' frequentemente utilizzato nella modellistica corrente. Come evolve in dettaglio un sistema di due nane bianche di C-O? Partiamo dal presupposto che le due componenti iniziali del sistema

( i progenitori) nascono con massa circa uguale e che questa sia nell'intervallo  $5-9 M_{\odot}$ . Sia  $A$  il semiasse maggiore del sistema originale e siano  $M_{1R}$  e  $M_{2R}$  i nuclei di He che rimangono dopo che ciascuna stella ha percorso il suo normale tragitto evolutivo nonche' due fasi di inviluppo comune con conseguente perdita di massa. Alla fine della prima fase di inviluppo comune, la separazione del sistema, dopo aver ipotizzato che una parte dell'energia ( $\alpha$ ) rilasciata venga usata per espellere l'inviluppo, e'  $A_f$ :

$$A_f = \alpha \frac{M_{1R}M_{2R}A}{M_1^2} \quad (145)$$

dove  $\alpha$  e' l'efficienza del processo di inviluppo comune ed e' quindi un numero tra zero ed uno. Durante questa fase la primaria ha infatti perso il suo inviluppo di H e la sua massa e'  $M_{1R}$ . Dopo una seconda fase di inviluppo comune ed ulteriore perdita di massa da parte della secondaria che, a sua volta, si libera dell'inviluppo di H, la separazione del sistema e':

$$A_{ff} = \alpha^2 \frac{M_{1R}^2 M_{2R} A}{M_1^2 M_2} \quad (146)$$

Dopo due fasi di inviluppo comune il sistema ha quindi meno massa e meno momento angolare. A questo punto le due stelle continuano la loro normale evoluzione fino a divenire nane bianche di massa  $\simeq 0.7M_{\odot}$  e da questo momento inizia l'emissione di onde gravitazionali che avvicinano ancora di piu' le due nane finche' esse non coalescono. L'oggetto cosi' formato si accende ed esplose poiche' ha raggiunto la massa limite  $M_{Ch}$ . L'esplosione avviene per deflagrazione del C e cosi' si ha una supernova di tipo Ia. In Figura 34 (8.21) e 35 (8.32) sono illustrate le fasi salienti dell'evoluzione di due nane bianche nel caso di un sistema allargato e di un sistema piu' stretto (separazione iniziale minore), rispettivamente. Nelle figure sono indicati anche i tempi di durata delle varie fasi, la durata del periodo orbitale nelle stesse fasi e l'attesa frequenza di esplosioni di questi sistemi. Questa frequenza e' stata calcolata ipotizzando che tutte le stelle di massa superiore a  $0.8M_{\odot}$  nascano e muoiano istantaneamente ed il loro tasso di morte sia:

$$d\psi \simeq (M_{\odot}/M)^{2.5} dM/M_{\odot} \text{anno}^{-1} \quad (147)$$

dove  $M^{-2.5}$  rappresenta una ragionevole approssimazione per la funzione di massa stellare, che la distribuzione delle separazioni sia approssimabile da:

$$dN \simeq 0.2 d\log A \quad (148)$$

per  $A$  (semiasse maggiore) nell'intervallo  $10 \leq A/R_{\odot} \leq 10^4$ . Si ipotizza poi che  $N \propto q = M_2/M_1$  e si ottiene una rozza stima della frequenza di accadimento di questi eventi:

$$\nu_{SN} = 0.2q \int_{M_A}^{M_B} \frac{dM}{M^{2.5}} \Delta \log A \quad (149)$$

dove  $M_A$  ed  $M_B$  sono la massa minima e massima del sistema binario totale. In seguito calcoleremo in dettaglio questa frequenza (vedi eq. (267)).

Dalle Figure 34 e 35 si vede che la frequenza totale di accadimento dei due scenari (binarie strette e larghe) e' di  $\sim 0.008 \text{anni}^{-1}$ . Questi, per riassumere, sono sistemi con masse iniziali nell'intervallo  $5-9M_{\odot}$ , semiasse maggiore tra 70 e 1500  $R_{\odot}$  e separazioni che vanno da 0.2 a 3.5  $R_{\odot}$ . Il tasso delle SNe Ia osservato nella Galassia e'  $R_{SNIa} \sim 0.189 \text{100yr}^{-1}$  (Li et al. 2011) e quindi il valore di  $\sim 0.008 \text{anni}^{-1} = 0.8 \text{100yr}^{-1}$  e' troppo alto. Cio' puo' indicare che solo uno dei due canali funziona in natura.

### FORMATION FREQUENCIES OF SNI PRECURSORS

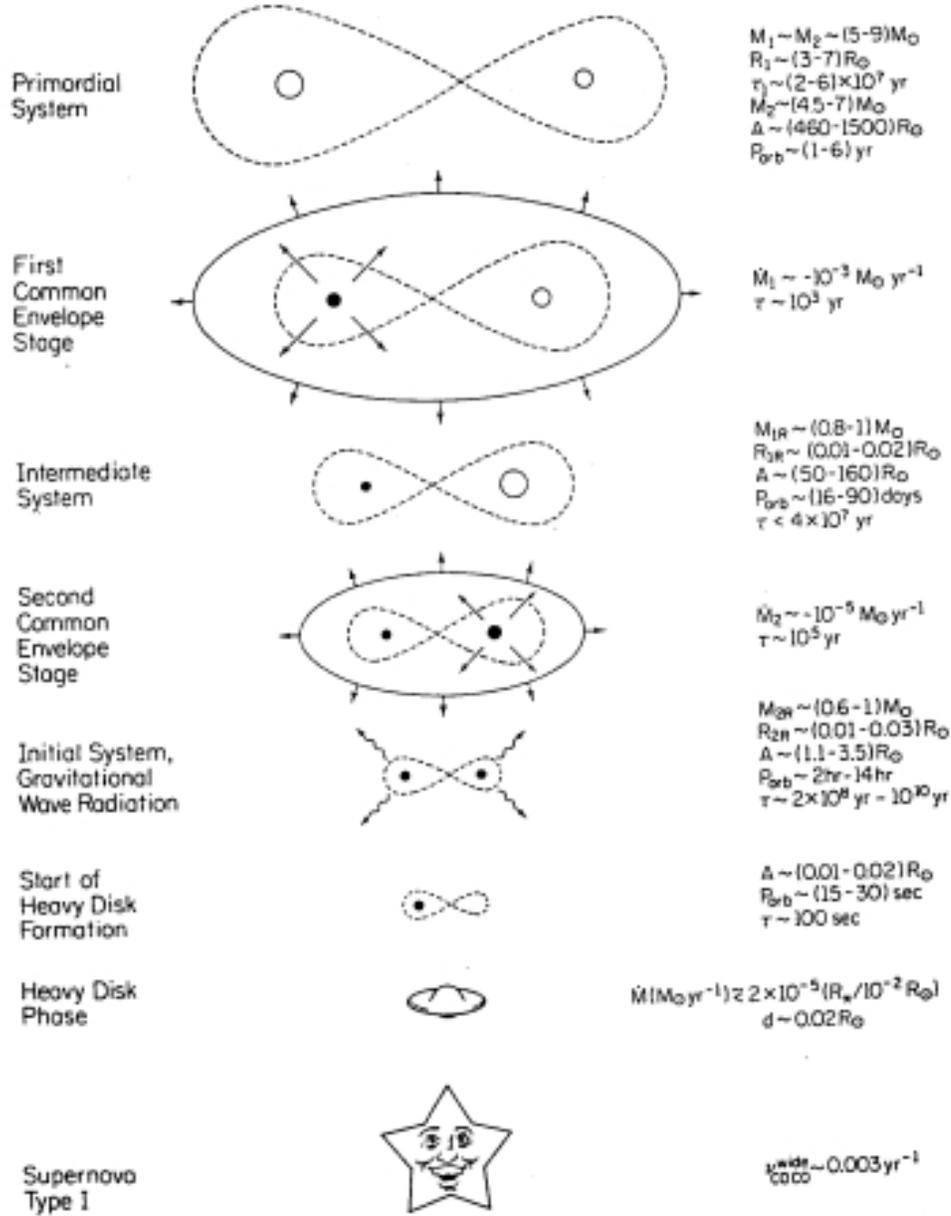


Fig 34—Same as Fig. 1 for the scenario which produces an initial system containing two degenerate CO dwarfs from a primordially "wide" binary

Figura 8.21: Modello della doppia degenere.

## 8.11 Tempi di esplosione nei diversi modelli di progenitori di SNe Ia

Nel modello di Nomoto il tempo scala per l'esplosione di un sistema e' dato dal tempo di vita della componente secondaria  $M_2$  (la stella originariamente piu' piccola). Infatti l'esplosione avviene quando la secondaria diventa gigante rossa e riempie il suo lobo di Roche trasferendo materia sulla compagna. Poiche' le stelle che diventano giganti rosse e poi nane bianche (di C-O) sono comprese nell'intervallo  $0.8 - 8.0M_\odot$  i tempi di esplosione varieranno tra 30 milioni di anni e  $10^{10}$  anni a partire dal momento di formazione del sistema binario. Pertanto questo modello puo' spiegare le supernovae di tipo Ia nelle galassie ellittiche.

Nel modello di Iben e Tutukov, il tempo di esplosione e' dato da  $t_{espl} = \tau_{M_2} + \Delta t_{grav}$ , dove  $\tau_{M_2}$  e' il tempo di vita della secondaria (anche se in questo modello le due stelle hanno massa quasi uguale) e  $\Delta t_{grav}$  e' il tempo che le due nane bianche impiegano a coalescere. Questo tempo e' dato da:

$$\Delta t_{grav} = 1.48 \cdot 10^8 \frac{(A/R_\odot)^4}{(M_1/M_\odot)(M_2/M_\odot)(M_1/M_\odot + M_2/M_\odot)} \text{anni} \quad (150)$$

da Landau e Lifschitz (1962). Questo tempo gravitazionale, per sistemi adatti a produrre una SN di tipo Ia, varia da  $10^6$  anni ad alcuni  $10^{10}$  anni. Anche in questo caso, a maggior ragione, si possono quindi spiegare le supernovae Ia nelle galassie ellittiche.

## 8.12 Modelli proposti per i progenitori delle supernovae Ia peculiari e delle supernovae Ib e Ic

### 8.12.1 SNe Ia peculiari

A causa della scoperta di SNe Ia che necessitano di masse diverse da  $0.6M_\odot$  per potenziare la curva di luce (da  $0.1$  a  $0.9M_\odot$ ), si e' accreditato anche un modello di doppia detonazione di una nana bianca di C-O di massa inferiore a quella di Chandrasekhar (sub-Chandra). In questo scenario una nana bianca di C-O accresce materia dalla compagna, sia essa una stella di puro elio o una nana bianca di He. Quando il materiale accresciuto e' sufficientemente massivo si sviluppa una detonazione dell'He che trasforma questo elemento in elementi piu' pesanti. Allo stesso tempo, lo shock prodotto dalla detonazione si propaga nel nucleo della nana bianca di C-O e puo' accendere un'altra detonazione. La seconda detonazione (del carbonio) distrugge completamente la nana bianca. Anche qui il problema qui e' capire se i prodotti della detonazione dell'He siano quelli giusti per spiegare le SNe Ia peculiari. Un'altro possibile scenario proposto e' la fusione (merger) violenta di due nane bianche piuttosto massive (da  $0.9$  a  $1.1 M_\odot$ ) che stimolerebbe l'accensione di una nana bianca con massa inferiore alla massa di Chandrasekhar. Anche qui il problema e' di capire se il materiale espulso ha la giusta composizione chimica.

Per le SNe Ia superluminose (quelle che necessitano di  $0.9M_\odot$  di Ni) non si e' ancora trovato un modello valido (vedi Hillebrandt et al. 2013).

Resta il fatto che il modello di esplosione di una massa di Chandrasekhar resta il migliore per spiegare la maggioranza delle SNe Ia e che le SNe Ia peculiari sono una minoranza.

### 8.12.2 SNe Ib

- Queste supernovae potrebbero essere il risultato dell'esplosione di stelle singole di grande massa ( $M > 30 - 40M_\odot$ ), e questo e' il modello favorito, che hanno perso il loro involucro di H prima

di esplodere. I candidati preferiti sono quindi le stelle di Wolf-Rayet, sia singole che in sistemi binari. Queste stelle sono anche in grado di produrre le richieste  $0.3M_{\odot}$  di Ni, come mostrano i risultati della nucleosintesi stellare.

Esse potrebbero però anche provenire da sistemi binari di piccola separazione orbitale costituiti da una stella di He, ovvero una stella che ha perso il suo involucro di H e da una nana bianca che coalescono e danno origine ad una detonazione dell'He. Questo scenario è però considerato meno probabile. Anche in questo caso si produrrebbe la necessaria massa di Ni. Questi sistemi esploderebbero anche su tempi relativamente brevi ( $\leq 9 \cdot 10^8$  anni) poiché per avere una stella di He occorre partire da stelle di massa superiore a  $2.3M_{\odot}$ , onde poter perdere sufficiente massa, e il ritardo dovuto all'avvicinamento delle due stelle per emissione di onde gravitazionali sarebbe anche rapido ( $\leq 8 \cdot 10^8$  anni) a causa della piccola separazione orbitale. Questo modello tuttavia non è più tenuto in conto per le SNe Ib. Potrebbe forse essere considerato per le SNe Ia peculiari.

### 8.12.3 SNe Ic

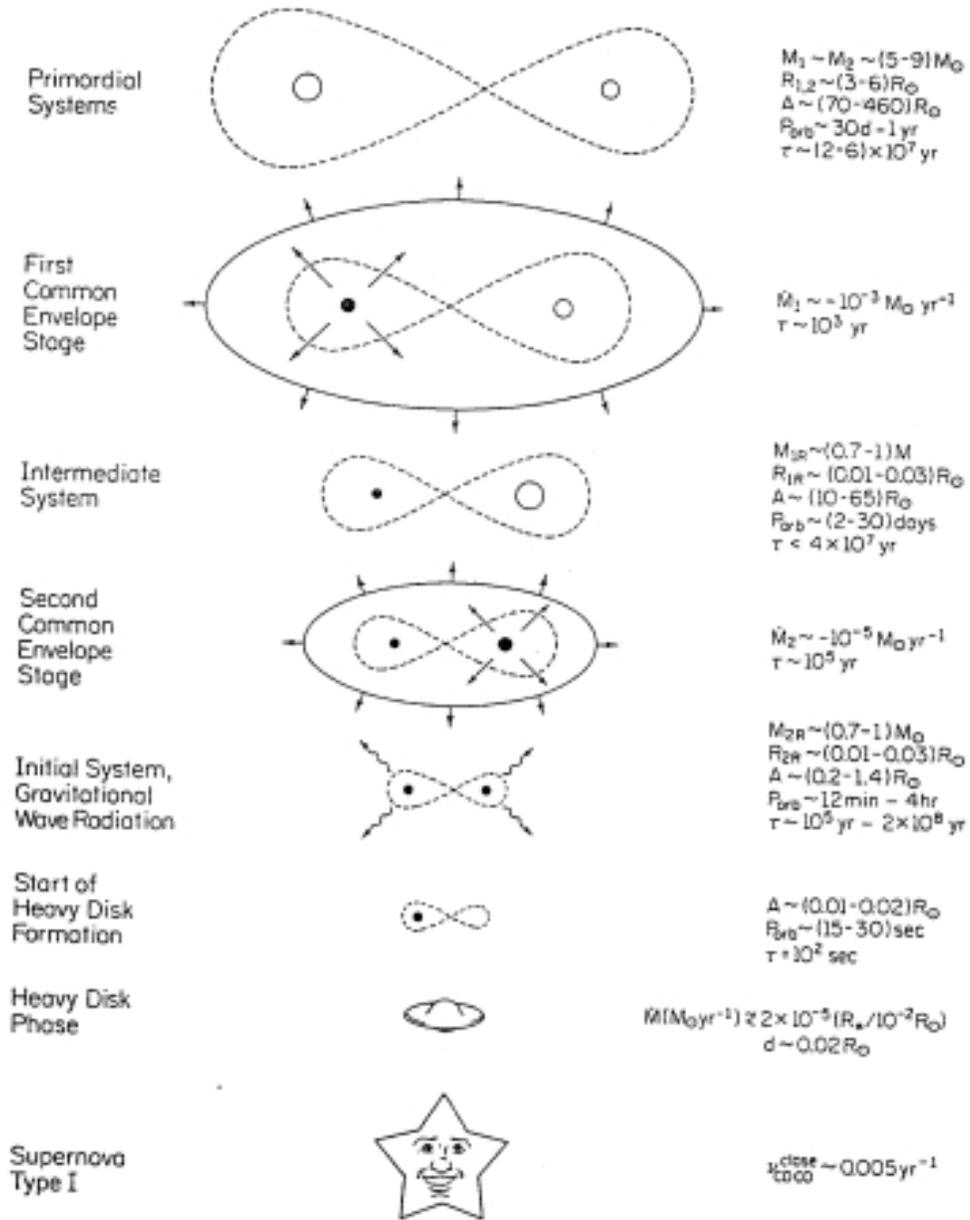
- Queste supernovae potrebbero originare da stelle di He di massa  $3-5M_{\odot}$ , che originano da stelle di massa  $12-45M_{\odot}$  in sequenza principale, in sistemi binari. In particolare, si suggerisce che le stelle in questo intervallo potrebbero anche dare origine alle SNe Ib. Comunque le Ic possono anche essere il risultato dell'esplosione di stelle singole molto massive, chiamate "hypernovae". Le loro energie dovrebbero essere maggiori delle SNeII e Ia ed arrivare fino a  $10^{52}$  erg.

Le SNe Ib/c sono interessanti anche perché, come abbiamo già visto, sono state associate alle esplosioni dei Lampi Gamma (Gamma-Ray-Bursts, GRB) lunghi. I Lampi Gamma, che sono rapidi e potenti (con energie di  $10^{51} - 10^{52}$  erg) flash che avvengono con la frequenza di 1 al giorno nell'Universo e provengono da tutte le direzioni, hanno tempi di durata che vanno dai  $10^{-3}$  a  $10^3$  secondi. Si pensa che i Lampi Gamma lunghi possano essere associati ad accrescimento di materia su un buco nero in formazione. In particolare, si pensa ad una stella Wolf-Rayet con un nucleo di  $2-3 M_{\odot}$  che inizia la sua morte con il collasso del nucleo che diventa, a causa della sua massa, un buco nero. L'energia prodotta dall'accrescimento della materia sovrastante al buco nero viene poi canalizzata in due jets relativistici collimati (vedi Figura 8.11). Questo modello si chiama "collapsar". Si sono infatti osservate caratteristiche degli spettri di SNe Ib/c nell'*afterglow* di alcuni GRB.

## 8.13 Pair-creation supernovae

Stelle con massa in Sequenza Principale  $M \geq 100M_{\odot}$  possono esplodere per instabilità creata dalla formazione di coppie  $e^+ - e^-$  e vengono completamente distrutte per l'accensione dell'ossigeno. Le coppie di materia e antimateria si formano per interazione di un fotone altamente energetico con la materia. Questo processo tende a far scendere il rapporto tra i calori specifici,  $\gamma$ , al di sotto di  $4/3$  e quindi crea instabilità. Alla fine della sua evoluzione una stella di circa  $100M_{\odot}$  è diventata una Wolf-Rayet (WR) composta essenzialmente di ossigeno, con tracce di carbonio, neon e magnesio. A questo punto si creano coppie  $e^+ - e^-$  che creano instabilità e l'ossigeno si accende in maniera esplosiva. Come si può vedere dalla figura 8.2,4 l'elemento prodotto in maggior quantità è l'ossigeno con tracce di altri elementi- $\alpha$  (Ne, Mg, Si, Si, Ar, Ca). Queste supernovae sono interessanti per lo studio delle prime fasi evolutive delle galassie, poiché oggetti così grandi hanno più probabilità di formarsi in assenza di metalli, nell'ambito della Popolazione III.

IBEN AND TUTUKOV



**F.35** Schematic describing the scenario which produces an initial system containing two degenerate CO dwarfs from primordially "close" systems. Closest masses and radii, system semimajor axes and orbital periods, and time scales for the various phases are shown.

Figura 8.22: Modello di doppia degenera..

SINGLE AND BINARY STAR EVOLUTION

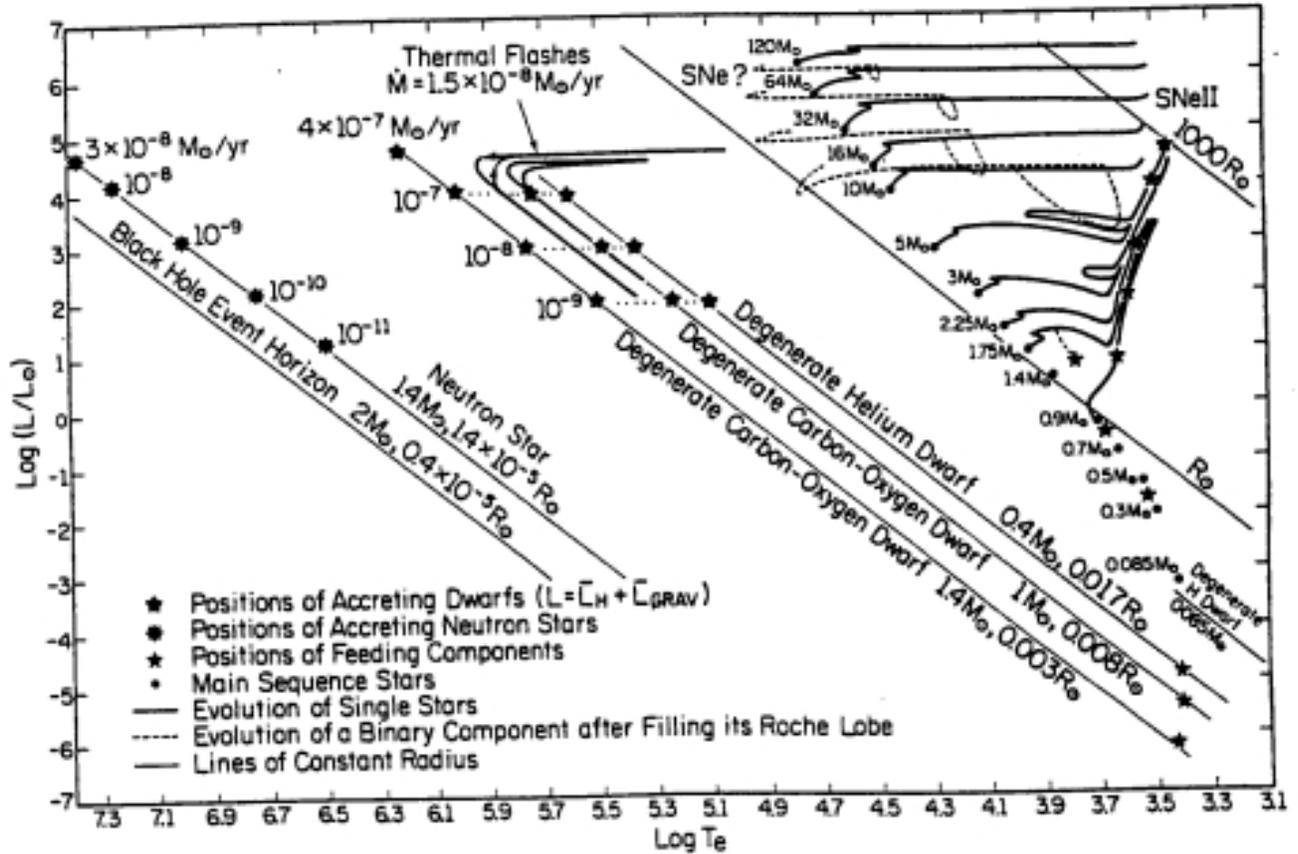


FIG. — Populating the extended H-R diagram with interacting binaries. From Iben and Tutukov (1984a)

Figura 8.23: Evoluzione di stelle singole e binarie nel diagramma H-R.

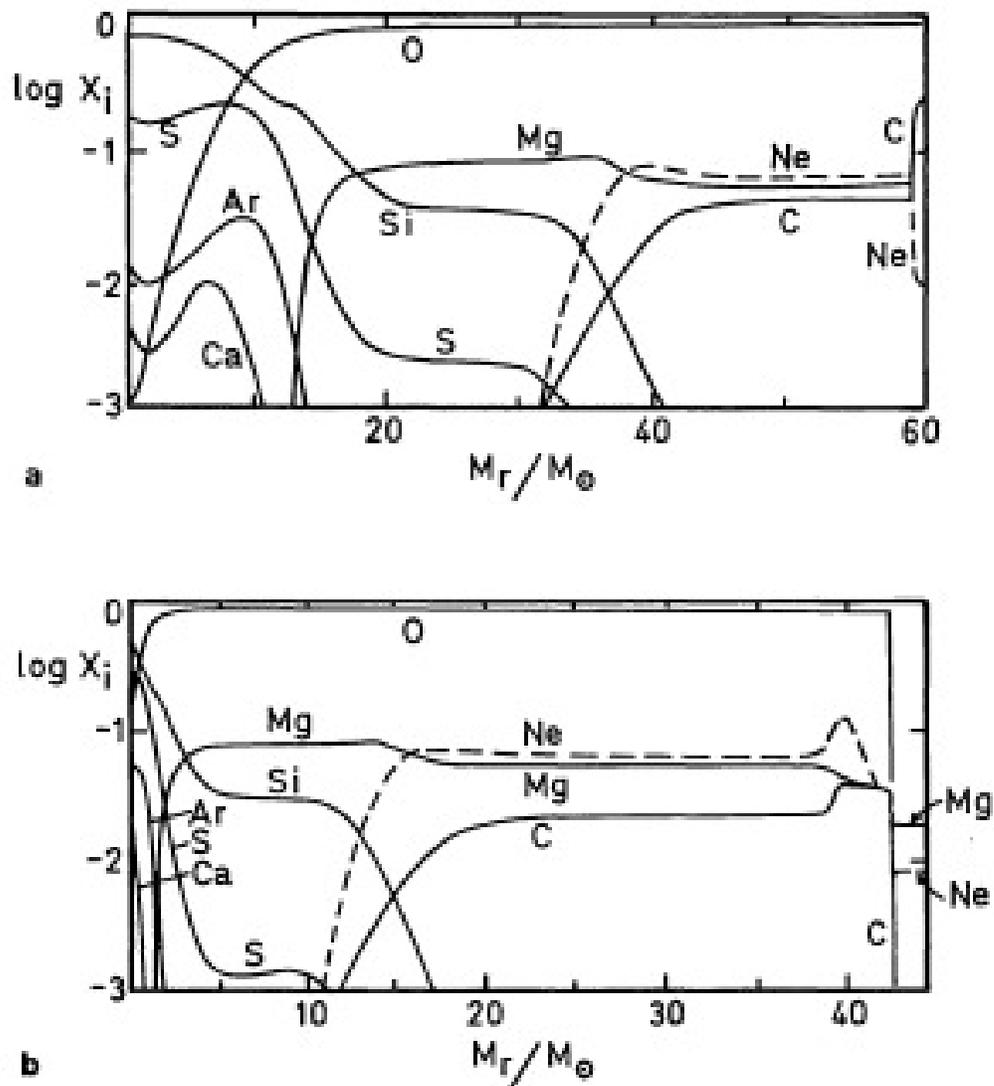


Figura 8.24: Nucleosintesi in pair-creation SNe. Si puo' vedere che il bruciamento di O e Si sono piu' efficienti nel caso *a* che corrisponde ad una stella di massa maggiore. Le due masse corrispondono a due masse del nucleo di C ed O di 61 (caso *a*) e 45.2  $M_{\odot}$  (caso *b*), rispettivamente. Questi nuclei sono il risultato dell'evoluzione di una stella inizialmente di  $100M_{\odot}$  che subisce perdita di massa. I due valori si ottengono grazie a diverse ipotesi riguardo alla convezione. Figura da El Eid & Langer (1986).

## 8.14 Le supernovae come indicatori di distanza

Le supernovae, di qualsiasi tipo, raggiungono la massima luminosita' da 2 a 3 settimane dopo l'esplosione. Al picco le supernovae di tipo Ia sono piu' luminose delle supernovae di tipo II di circa una magnitudine. Cio' e' dovuto al fatto che le supernovae Ia emettono soprattutto nella banda visibile mentre quelle di tipo II emettono molto nella banda ultravioletta. La luminosita' al picco dipende dalla scala delle distanze cosmiche, ovvero dal valore della costante di Hubble, la quale e' confinata nell'intervallo  $50\text{-}100 \text{ kmsec}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$  con un'incertezza pari ad un fattore 2, sebbene recenti studi della CMB e delle supernovae (vedi in seguito) abbiano fissato la costante di Hubble a  $H_o \sim 75 \text{ kmsec}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ . Su scala lunga, ovvero per  $H_o = 50 \text{ kmsec}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ , la luminosita' assoluta di una supernova di tipo Ia e'  $M_B \simeq -20$ , il che implica una luminosita' assoluta di  $\simeq 2 \cdot 10^{43}$  erg/sec, circa 5 miliardi di volte piu' luminosa del sole! Se la scala delle distanze cosmiche e' corta, ovvero  $H_o = 100 \text{ kmsec}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ , allora  $M_B \simeq -18.5$  che corrisponde ad una luminosita' 4 volte inferiore. Le supernovae possono essere a loro volta usate per misurare la costante di Hubble se la loro luminosita' al massimo e' sempre la stessa (supernovae di tipo Ia soltanto) e se abbiamo un modo per derivare la loro luminosita' assoluta indipendentemente dalla loro distanza. C'e' da dire che negli ultimi anni si sono scoperte supernovae Ia diverse dalla maggioranza (con massimi diversi) ma si riesce lo stesso ad usarle come candele standard poiche' si e' trovata una correlazione tra la forma della curva di luce ed il massimo della luminosita'. Il massimo puo' cosi' venire dedotto dalla forma della curva di luce. In particolare, si trovata una relazione tra curva di luce e decremento di luminosita' nei primi 15 giorni dall'esplosione ( $\Delta M_{15}$ ). Questa relazione, detta relazione di Phillips (1995), viene poi usata per derivare la magnitudine del massimo (vedi Figura 8.25).

Per usare le SN Ia come indicatori di distanza ci sono, in linea di principio, quattro modi diversi:

1) Conoscendo la magnitudine al massimo della luce di supernovae di cui si conosca bene la distanza. Sfortunatamente, delle supernovae Ia Galattiche, Tycho e Keplero, di cui si conosce bene la distanza, non si conosce la magnitudine che ebbero al loro massimo di luce. Ci sarebbe una supernova Ia in Andromeda di magnitudine nota ma la distanza di questa galassia ha un'incertezza del 10%.

2) Un secondo approccio consiste nel calcolare la luminosita' assoluta di una supernova extragalattica basandosi su altre sue proprieta' osservative, ammesso che se ne conoscano i principi fisici che le governano. Ad esempio, la luminosita'  $L$  dipende dalla temperatura della fotosfera del resto di supernova e dal suo raggio. La temperatura la si stima dalla forma e dal colore del continuo, mentre  $R_{\text{fot}} = v_{\text{exp}} \cdot \Delta t$ , dove  $v_{\text{exp}}$  e' la velocita' di espansione misurata dagli spettri e  $\Delta t$  e' il tempo trascorso dall'esplosione. In questo modo si ha quindi una stima diretta della distanza senza dovere ipotizzare un valore per  $H_o$ . Anzi si riesce a dare una stima di  $H_o$  che, in questo metodo, tende a dare valori intermedi tra 50 e 100 (75 tipicamente). Tuttavia questo metodo e' dipendente dai modelli della fotosfera delle supernovae e quindi e' necessario avere modelli sempre piu' sofisticati per ottenere risultati sempre piu' precisi.

3) C'e' anche un metodo che si basa sul decadimento  $Ni \rightarrow Co \rightarrow Fe$ . L'energia cinetica delle supernovae dipende dall'energia generata dalla nucleosintesi che trasforma C ed O in elementi piu' pesanti incluso il Ni, e pertanto la massa di Ni che poi serve a far brillare la supernova dipende strettamente dall'energia cinetica. L'energia cinetica puo' essere dedotta dalla velocita' di espansione misurata dallo spettro e da questa si passa a stimare la massa di Ni che e' stata sintetizzata. Ovviamente, per fare cio', occorre ipotizzare un modello per il progenitore della supernova Ia, ad esempio la deflagrazione del C di una massa di Chandrasekhar che produce  $\simeq 0.5 M_{\odot}$  di Ni. Questa massa di Ni corrisponde ad una energia cinetica di  $\simeq 10^{51}$  erg e ad una luminosita' al picco di  $\simeq 10^{43}$  erg/sec che a sua volta suggerisce una costante di Hubble di

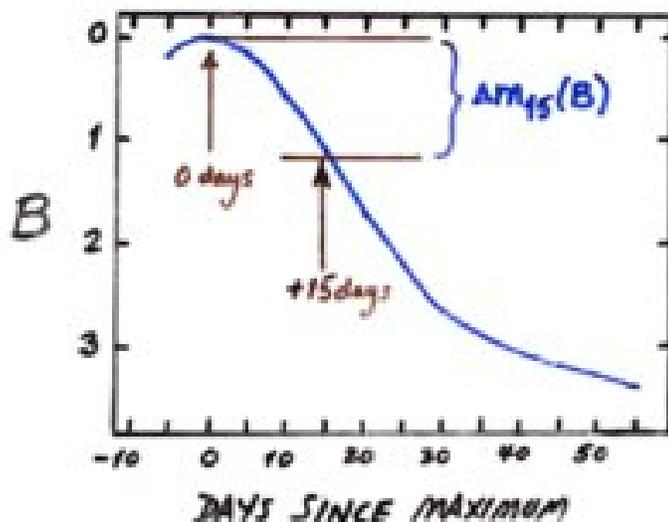


Figura 8.25: Relazione di Phillips (1995) tra la magnitudine al picco e la variazione di luminosità 15 giorni dopo il picco per le SNe Ia.

$60 \text{ km sec}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ . La costante di Hubble derivata in questo modo è pertanto molto sensibile al valore usato per la massa di Ni.

4) L'ultimo metodo si basa sulla misura angolare delle dimensioni del resto di supernova attraverso tecniche di interferometria radio. Questa misura angolare viene poi confrontata con la misura lineare ( $v_{exp} \Delta t$ ) per ottenere la distanza.

Quindi in conclusione, si può dire che tutti i metodi descritti danno valori della costante di Hubble compresi tra 50 e 100. Si spera in futuro di migliorare queste tecniche onde poter ottenere un minore intervallo d'errore per  $H_o$ .

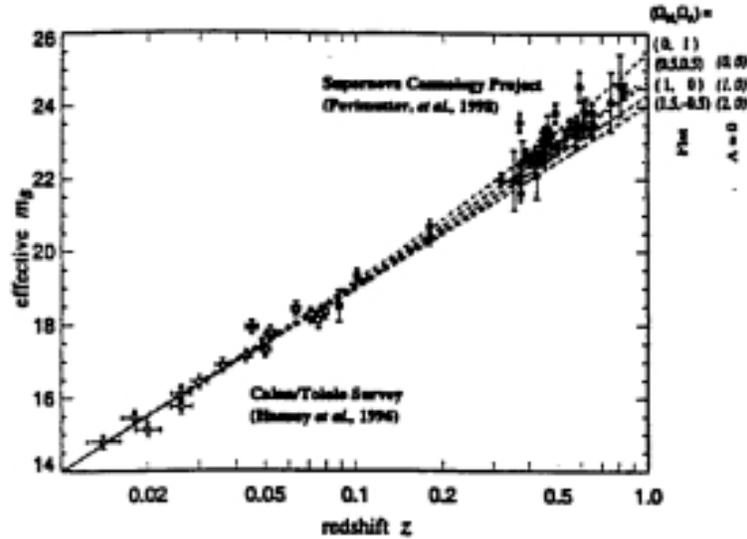
Le SNe Ia sono state utilizzate recentemente per costruire il diagramma di Hubble (vedi Cap. 12) in cui si grafica la magnitudine apparente delle SNe Ia contro il redshift. Ciò è stato possibile grazie ad osservazioni di SNe Ia in galassie lontane fatte dal telescopio spaziale Hubble. La pendenza della relazione che si ottiene dà la costante di Hubble. A grandi redshifts si dovrebbe osservare una deviazione dalla linearità: sfortunatamente non ci sono ancora SNe Ia osservate a redshifts maggiori di  $\sim 1.5 - 1.7$ , ma in futuro ci saranno. Con il successore del telescopio Hubble, il James Webb Space Telescope (JWST) si riuscirà a vedere l'universo fino a redshift  $z=20$ . Dal diagramma di Hubble delle SNe Ia si è derivato  $H_o = 70 \text{ km/sec/Mpc}$  ed una costante cosmologica diversa da zero!

Ancora più recentemente, esperimenti atti a misurare l'anisotropia della radiazione di fondo cosmica a 2.7 K (vedi in seguito) confrontati coi risultati delle SNe, hanno consentito di imporre limiti ancora più stringenti sulla cosmologia. In particolare si suggerisce che  $H_o = 70 \text{ km/sec/Mpc}$  e che  $0.45 < \Omega_\Lambda < 0.75$  e  $0.25 < \Omega_m < 0.50$ , dove  $\Omega_\Lambda$  e  $\Omega_m$  sono il parametro di densità della costante cosmologica e della materia (barionica e non-barionica), rispettivamente. Per quanto riguarda la materia barionica (luminosa e oscura) si deduce  $0.04 < \Omega_b < 0.09$ , sia dalle previsioni della nucleosintesi primordiale che dalle osservazioni delle abbondanze primordiali e dalla radiazione di fondo a microonde, come vedremo con maggiore dettaglio nei prossimi capitoli. Questi importanti risultati hanno rivoluzionato la nostra concezione cosmologica suggerendo l'esistenza di una non-identificata sorgente di energia ( $\Omega_\Lambda$ ) che agisce al contrario della gravità e che fa accelerare l'universo (l'universo ha iniziato ad accelerare circa 4 miliardi di anni fa), e che questa componente predomina sulla gravità. Nella figura 35bis mostriamo in alto il

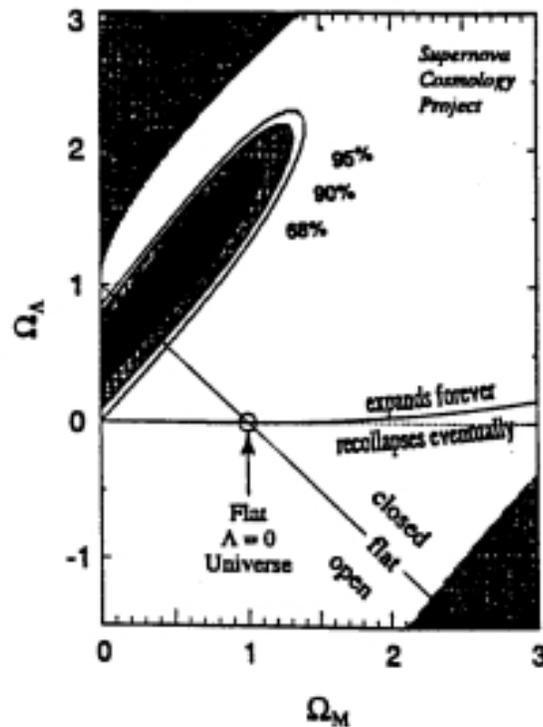
diagramma di Hubble (magnitudine-redshift) ottenuto con le supernovae di tipo Ia e in basso il diagramma  $\Omega_\Lambda - \Omega_m$ , dove e' mostrato il confronto tra i dati provenienti dalle supernovae e dalla radiazione di fondo cosmica, e da dove si deducono i valori sopra citati delle due densita'. Sfortunatamente, l'uso delle SNe Ia come candele standard potrebbe venire messo in discussione se le SNe Ia ad alto redshift, per qualche motivo, fossero diverse da quelle locali ed in particolare se non si potesse piu' applicare ad esse la relazione tra luminosita' al massimo e tasso di decremento della luminosita' nei primi 15 giorni dall'esplosione, come discusso prima.

Si e' anche tentato di usare i lampi gamma (Gamma-Ray-bursts, GRB), che sono osservati ad altissimo redshift, come indicatori di distanza per costruire il diagramma di Hubble e derivare l'energia oscura. Per fare cio' si sono correlate alcune caratteristiche fisiche dei GRB con la loro luminosita'. E' interessante notare che il best fit ottenuto coi GRB indica una energia oscura gradualmente crescente nel tempo invece di essere costante (vedi figura 8.28 a fine capitolo).

Fig. 35 bas

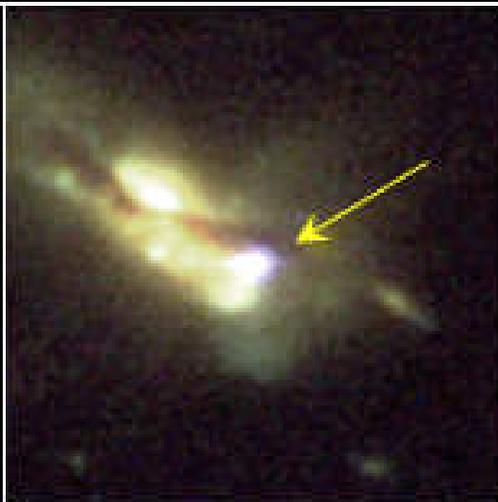
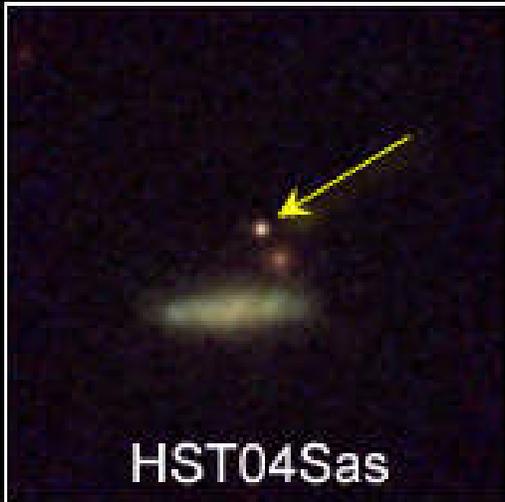


Hubble diagram for SN Ia: 42 are from the high-redshift Supernova Cosmology Project and 18 are from the low-redshift Calán/Tololo Survey. The solid curves show a range of cosmological models with zero cosmological constant, the dashed curves are for a range of flat cosmological models.



191  
Best-confidence regions in the  $\Omega_M$ - $\Omega_\Lambda$  plane from Perlmutter et al. 1999. The results appear to favour an open Universe with a non-zero positive value for the cosmological constant.

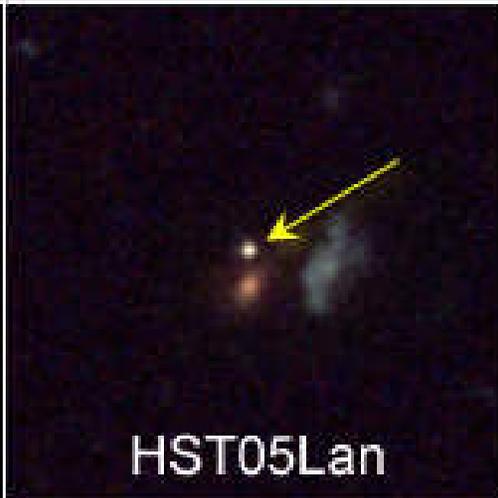
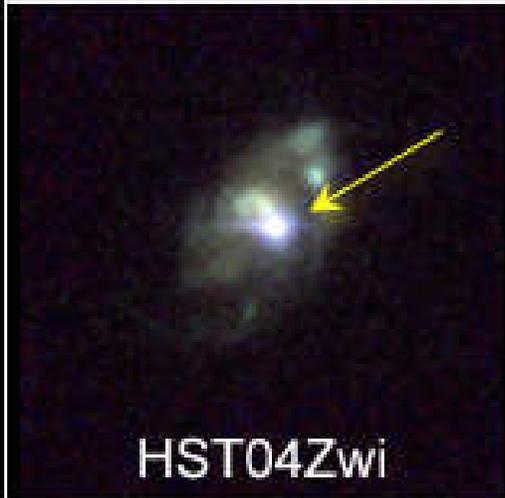
# Host Galaxies of Distant Supernovae



Arrows  
Point  
to  
Supernovae



Lower  
Image  
is same  
Galaxy  
without  
the  
Supernovae



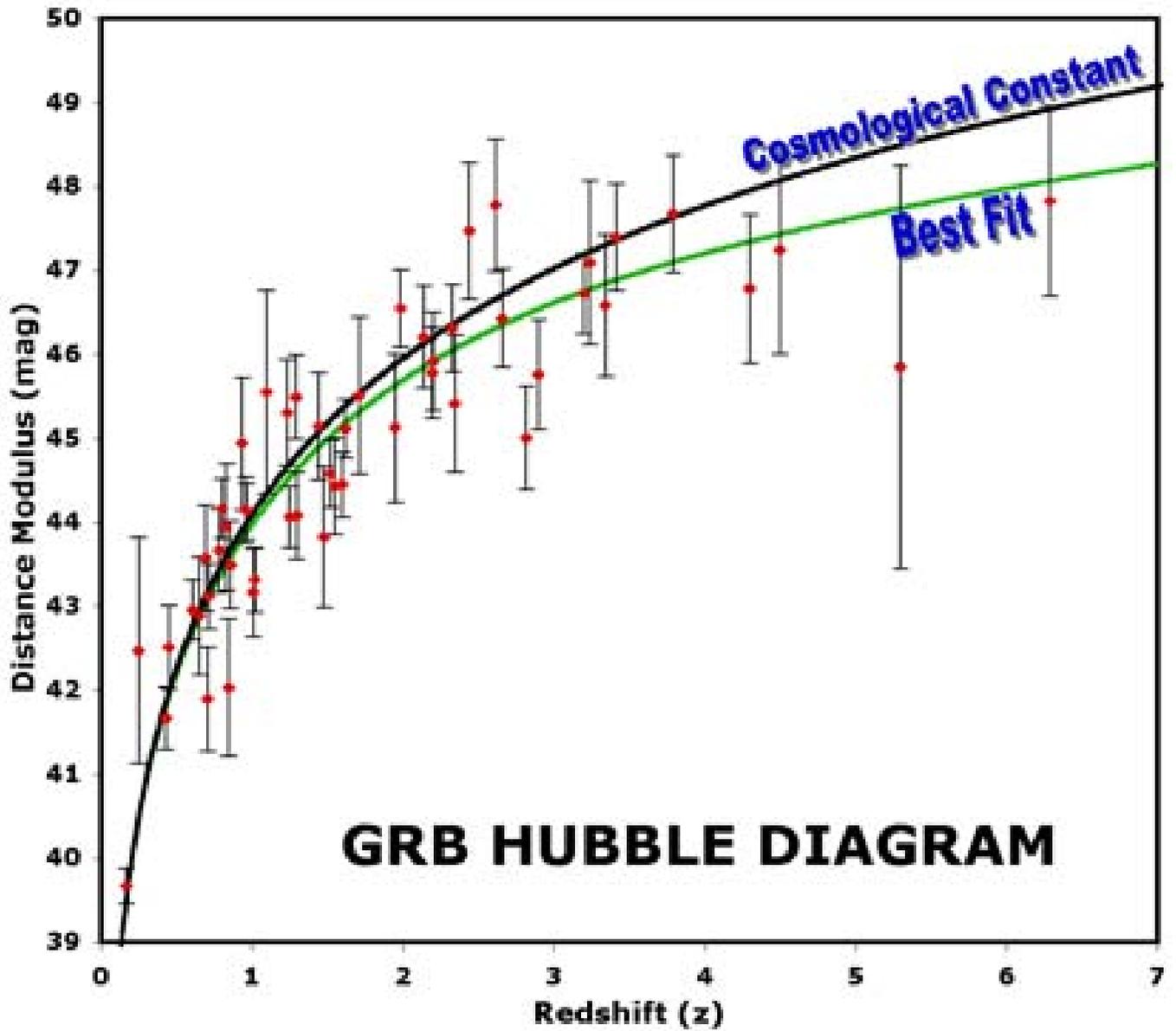


Figura 8.28: GRB come indicatori di distanza e di dark energy. Nella figura e' anche riportato il bestfit ottenuto con le SNe Ia (linea verde indicata con Cosmological Constant). Da B. Schaefer.

# Capitolo 9

## LA FORMAZIONE DEGLI ELEMENTI

Le stelle sono responsabili, attraverso bruciamenti termonucleari, della formazione degli elementi con numero di massa  $12 \leq A \leq 60$ . Per i nuclei con  $A < 12$  dobbiamo invocare la nucleosintesi primordiale. In particolare, durante il Big Bang si possono formare D,  ${}^3\text{He}$ ,  ${}^4\text{He}$  e  ${}^7\text{Li}$ . L'interazione tra i raggi cosmici ed il mezzo interstellare (**processo di spallazione**) e' invece responsabile della formazione di  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^9\text{Be}$ ,  ${}^{10}\text{B}$  e  ${}^{11}\text{B}$ . **Non esistono nuclei stabili di numero di massa A=5 e A=8.**

Per i nuclei con  $A > 60$  la barriera coulombiana e' troppo alta e la loro stabilita' e' minore di quella dei nuclei del picco del Ferro, pertanto non possono essere prodotti durante i processi di fusione termonucleare. Vengono pertanto prodotti, come vedremo in seguito, per cattura neutronica da parte di nuclei del picco del Fe (**processi s ed r.**)

### 9.1 Generazione di energia nucleare nelle stelle

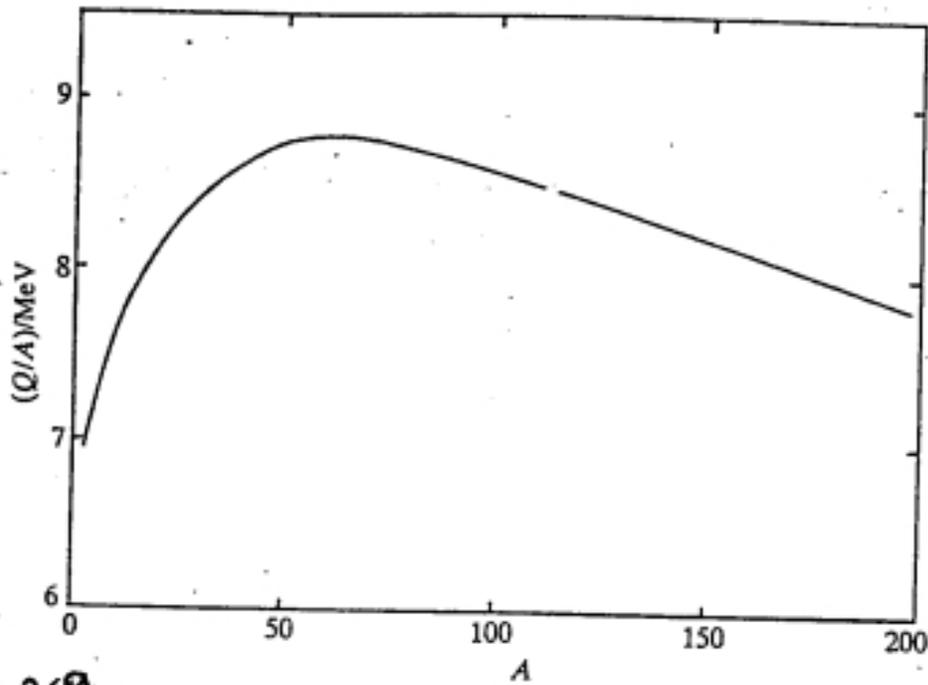
#### 9.1.1 L'energia di legame dei nuclei atomici

Le reazioni di fusione nucleare nelle stelle avvengono con rilascio energetico dovuto al fatto che la massa totale di un nucleo composto e' minore della somma delle masse dei nuclei componenti e quindi nel formare un nucleo composto si ha produzione di energia (in base alla nota equazione di Einstein,  $E = mc^2$ ). Quest'energia e' nota col nome di energia di legame e puo' essere espressa come:

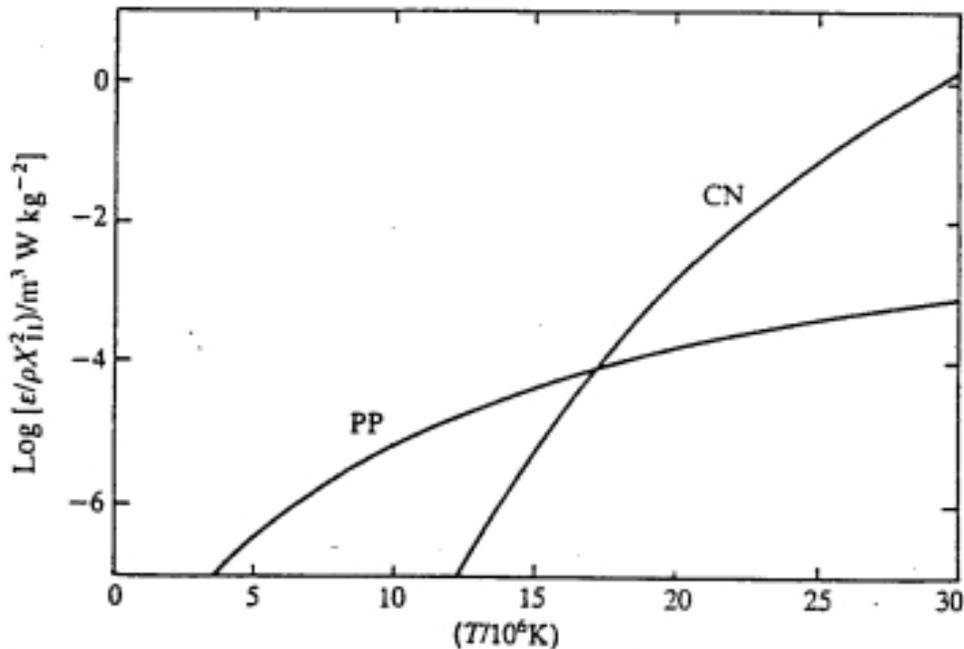
$$Q(Z, N) = [Zm_p + Nm_n - m(Z, N)]c^2 \quad (151)$$

dove  $m_p$  e' la massa del protone,  $m_n$  e' la massa del neutrone e  $m(Z, N)$  e' la massa del nucleo composto, con Z ed N i numeri di protoni e neutroni rispettivamente. Una quantita' piu' significativa e' pero' l'energia di legame per nucleone,  $Q(Z, N)/(Z+N)$ , che troviamo graficata in figura 36a (in figura 36b sono indicati gli andamenti del tasso di rilascio energetico da parte delle due catene di reazione che danno origine alla fusione dell' elio.)

La prima domanda che possiamo porci e': *e' vantaggioso per l'H diventare He ed e' anche vantaggioso per l'He diventare  ${}^{12}\text{C}$  o elementi piu' pesanti?* L'energia di legame per nucleone cresce dall'H al  ${}^{56}\text{Fe}$  e poi ricala. Questo spiega perche' le reazioni nucleari vanno dall'H al Fe. Tuttavia, un esame accurato delle curve dell'energia di legame per nucleone mostra che sebbene vi sia una generale tendenza alla crescita dall'H al Fe, alcuni elementi quali l'He hanno un'energia di legame maggiore di elementi piu' pesanti quali il  ${}^6\text{Li}$ . L' andamento della curva dell'energia

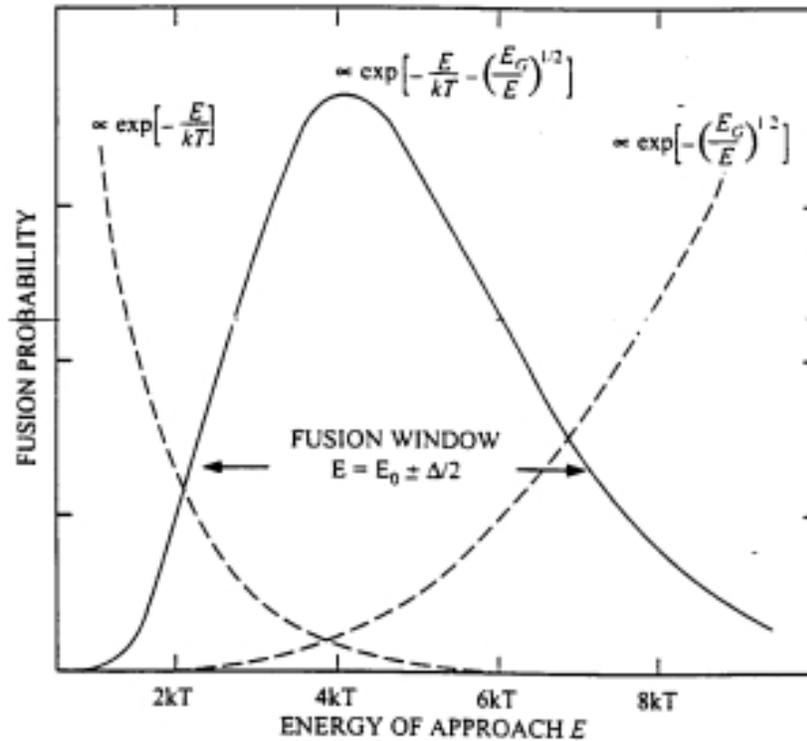


**Fig. 36a** The (schematic) binding energy per nucleon as a function of atomic mass;  $Q$  is measured in MeV. The true curve is much more irregular but has the overall properties shown.



**Fig. 36b** Rate of energy release from hydrogen burning as a function of temperature for the two reaction chains.

di legame per nucleone puo' essere spiegato in termini semplici. La struttura del nucleo di un atomo puo' essere compresa in termini di bilancio tra particelle attrattive e repulsive. Esiste un bilancio tra le forze nucleari attrattive nette e le forze elettrostatiche di repulsione fra protoni. Poiche' l'energia di legame per nucleone cresce al crescere di  $A$  per nuclei con  $A < 60$ , grazie al predominio della forza nucleare sulla forza elettrostatica repulsiva, e' vantaggioso per un nucleo leggero aggiungere barioni e diventare piu' pesante poiche' cosi' aumenta la sua energia di legame. Tuttavia cio' avviene a densita' nucleare costante cosi' che i nuclei piu' pesanti diventano anche fisicamente piu' grandi e le forze repulsive cominciano a farsi sentire. Pertanto si ha una saturazione nell'energia di legame con il  ${}^{56}\text{Fe}$ . Il nucleo di  ${}^{56}\text{Fe}$  e' il piu' grande nucleo esistente in cui la forza nucleare forte e' ancora in vantaggio rispetto alla repulsione coulombiana. L'ulteriore aggiunta di barioni porta ad una perdita dell'energia di legame per barione. Cio' ha molte importanti conseguenze. Prima di tutto, nuclei molto pesanti quali l'uranio sono molto instabili poiche' contengono troppi barioni. Occasionalmente questi nuclei pesanti trovano vantaggioso sputare particelle  $\alpha$  per alleviare il problema. Un nucleo di He (particella  $\alpha$ ) puo' essere schizzato fuori intatto a causa della sua alta energia di legame per nucleone. Questo decadimento radioattivo e' noto col nome di **decadimento  $\alpha$** . Attraverso una serie di decadimenti  $\alpha$  e  $\beta$  l'uranio diventa piombo, un processo che e' molto utile per datare radioattivamente le rocce terrestri. Questa instabilita' dei nuclei pesanti spiega perche' oltre ad un certo numero atomico (Th 92) i nuclei non si formano in maniera naturale. Tutti gli elementi piu' pesanti sono infatti sintetizzati dall'uomo. Se un neutrone viene aggiunto ad un nucleo molto pesante il nucleo puo' divenire instabile al punto da volersi dividere in due pezzi piu' o meno uguali. Tale processo e' noto col nome di **fissione nucleare**. Un'altra conseguenza dell'aumentare dell'energia di legame per nucleone in funzione del numero atomico riguarda l'evoluzione delle stelle di grande massa. Quando una stella arriva alla sintesi del  ${}^{56}\text{Fe}$  si trova in grande difficolta' poiche' non puo' piu' estrarre energia nucleare dal Fe e comincia a collassare verso la sua struttura finale che passera' attraverso l'esplosione di supernova. Arrivati a questo punto ci chiediamo come possano venire formati gli elementi oltre il picco del ferro (elementi  $s$  ed  $r$ ). La risposta e': attraverso i processi di cattura neutronica da parte di nuclei di Fe, come vedremo nei prossimi paragrafi.



**Fig.** The energy window for the fusion of nuclei with a Gamow energy  $E_G$  and temperature  $T$ . To react at energy  $E$ , the nuclei need to borrow an energy  $E$  from the thermal environment, and the probability of a successful loan is proportional to the Boltzmann factor  $\exp[-E/kT]$ . To fuse, the nuclei must first penetrate the Coulomb barrier keeping them apart, and the probability of penetration is given by the factor  $\exp[-(E_G/E)^{1/2}]$ . The product of these two factors indicates that fusion mostly occurs in an energy window  $E_0 \pm \Delta/2$ . For the fusion of two protons at  $2 \times 10^7$  K,  $E_G = 290kT$ ,  $E_0 = 4.2kT$ , and  $\Delta = 4.8kT$ , as illustrated

Figura 9.2: Probabilità di fusione nucleare in funzione dell'energia.

## 9.2 Le reazioni nucleari

I processi nucleari riguardano reazioni tra particelle cariche. Alle temperature caratteristiche dei bruciamenti nucleari il gas lo si può assumere completamente ionizzato. La forza repulsiva di Coulomb

tra particelle della stessa carica rappresenta una barriera alle reazioni tra gli ioni. Le particelle devono avvicinarsi a distanza di  $10^{-13}$  cm prima che la forza attrattiva nucleare forte prenda il sopravvento sulla barriera coulombiana. L'energia richiesta alle particelle per passare attraverso la barriera di Coulomb è:

$$E_{coulomb} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} \quad (152)$$

dove  $Z_1$  e  $Z_2$  sono le cariche delle due particelle in unità di carica elettronica  $e$  e  $r = 10^{-13}$  cm è la massima distanza richiesta. Si trova che  $E_{coulomb} = 1000$  keV per due protoni. L'energia delle particelle è solo energia termica nel range di temperature intorno a  $10^7$  K ed il suo valore è  $E_{th} = \frac{3}{2}kT = 1 - 2keV$ . Quindi sembrerebbe che le reazioni nucleari sotto queste condizioni siano impossibili. Tuttavia tre fattori contribuiscono ad una piccola, ma non nulla, probabilità di reazione:

(1) le particelle hanno una distribuzione di velocità maxwelliana così che una piccola frazione di esse ha energia termica molto più alta della media.

(2) In accordo con le leggi della quanto-meccanica c'è una piccola probabilità che una particella con energia molto minore del richiesto possa, per "effetto tunnel" attraversare la barriera di Coulomb.

Questa probabilità è data da:

$$P \sim e^{-(E_G/E)^{1/2}}$$

dove  $E_G$  è l'energia di Gamov ed è definita da:

$$E_G = (\pi\alpha Z_1 Z_2)^2 m_r c^2$$

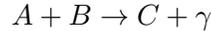
dove  $\alpha = \frac{1}{137}$  è la costante adimensionale di struttura fine ed  $m_r$  è la massa ridotta  $m_r = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$  relativa alle due particelle 1 e 2. Con le energie tipiche stellari si ha che  $P \sim e^{-22}$  per due protoni, che è una probabilità estremamente bassa ma non nulla come prevederebbe la meccanica classica! La bassa probabilità di reazione è anche il motivo per il quale le reazioni nucleari procedono così lentamente nelle stelle.

(3) Una stella possiede un grande numero di particelle così che anche se una singola particella ha una bassa probabilità di reagire, si ha un numero sufficiente di reazioni per supplire all'energia richiesta.

A temperature di  $1 - 2 \cdot 10^7$  K che caratterizzano gli interni stellari nella sequenza principale, solo reazioni tra particelle di basso  $Z$  devono essere considerate, generalmente quelle che coinvolgono i protoni. Tuttavia anche se la barriera di Coulomb viene oltrepassata, c'è sempre solo una piccola probabilità che la reazione nucleare avvenga. Questa probabilità varia da una reazione all'altra e può essere determinata teoricamente solo per i sistemi più semplici. In generale, queste probabilità devono venire misurate per ciascuna reazione in esperimenti di laboratorio a bassa energia.

In generale, la frequenza a cui avvengono le reazioni nucleari dipende ovviamente dalla temperatura  $T$  che deve essere tanto maggiore quanto più pesanti sono i nuclei da fondere e dalla densità delle particelle interagenti per unità di volume  $n(A)n(B)$ . La maggior parte delle

reazioni nucleari puo' essere descritta come un processo di collisione tra due corpi e tipicamente una reazione di fusione puo' essere schematizzata come:



Cio' e' dovuto al fatto che le reazioni che coinvolgono due particelle sono di solito piu' importanti di quelle che coinvolgono piu' particelle, fa eccezione la reazione  $3\alpha$ .

Se la composizione chimica e' fissata, il tasso di generazione di energia per unita' di volume e'  $\propto \rho^2$ , cosi' che il tasso per unita' di massa, come definito nei capitoli precedenti, e':

$$\epsilon \propto \rho$$

La probabilita' che una certa reazione nucleare avvenga e' il prodotto di due fattori:

- a) La probabilita' che due particelle si avvicinino entro il raggio di azione delle forze nucleari,
- b) la probabilita' che la reazione stessa avvenga.

La probabilita' a) dipende dalla massa e dalle cariche delle particelle, dal numero di particelle presenti e dalla temperatura, la seconda, b), dipende dalle proprieta' dei nuclei coinvolti. In generale, le reazioni dell'astrofisica nucleare possono essere descritte da equazioni differenziali dipendenti dal tempo della forma:

$$\frac{dN_i}{dt} = (\text{tasso di creazione}) - (\text{tasso di distruzione}) \quad (153)$$

dove  $N_i = \rho X_i / A_i$ , e' il numero di nuclei delle specie  $i$ ,  $X_i$  e' l'abbondanza in massa e  $A_i$  e' il numero di massa della specie  $i$  (ovvero il numero di nucleoni). Queste equazioni servono per calcolare come varia la composizione chimica all'interno di una stella.

Vediamo come si arriva a definire il tasso di reazioni nucleari per unita' di tempo. Il concetto e' semplice: supponiamo di avere  $N_i$  targhette per unita' di volume con sezioni d'urto di interazione (nel nostro caso fusione) pari a  $\sigma$  (espressa in unita' di area):

$$\sigma(\text{cm}^2) = \frac{\text{num.reazioni}/N_i/\text{tempo}}{N_j/\text{cm}^2/\text{tempo}}$$

ovvero, la sezione d'urto di fusione tra due nuclei con energia relativa  $E$  si puo' scrivere come proporzionale alla probabilita' di penetrazione della barriera coulombiana:

$$\sigma(E) = \frac{S(E)}{E} \exp[-(\frac{E_G}{E})^{1/2}]$$

dove  $S(E)$  contiene la fisica nucleare del processo di fusione. La sezione d'urto si misura in *barn* (1 *barn* =  $10^{-28} \text{m}^2$ ).

Un proiettile di velocita' relativa  $v$  esperimentera'  $N_i v \sigma$  collisioni al secondo. Il numero di targhette entro il volume  $v \sigma$  spazzato in un secondo dall'area  $\sigma$  sara'  $N_i v \sigma$ . Se abbiamo  $N_j$  proiettili per unita' di volume ci saranno:

$$n_{ij} = N_i N_j < \sigma v >_{ij} \quad (154)$$

collisioni al secondo. Per particelle uguali si avra' ovviamente  $N_i^2 < \sigma v >$  collisioni al secondo. La quantita'  $< \sigma v >_{ij}$  puo' essere scritta come:

$$< \sigma v >_{ij} = \int_0^\infty \sigma v P(v) dv \quad (155)$$

dove  $P(v)dv$  e' la probabilita' che la velocita' relativa tra le due particelle  $v$  si trovi nell'intervallo  $v - v + dv$ . Nella maggior parte delle situazioni astrofisiche i nuclei possono essere descritti da una distribuzione di energia di Maxwell-Boltzmann, ovvero:

$$P(v)dv = (\frac{m_r}{2\pi kT})^{3/2} \exp(-\frac{m_r v^2}{2kT}) 4\pi v^2 dv \quad (156)$$

Se la variabile di integrazione diventa  $E = 1/2m_r v^2$  invece di  $v$  e la (156) viene sostituita nella (155) che poi va nella (154) si ottiene:

$$n_{ij} = N_i N_j \left[ \frac{8}{\pi m_r} \right]^{1/2} \left[ \frac{1}{kT} \right]^{3/2} \int_0^\infty S(E) \exp\left[-\frac{E}{kT} - \left(\frac{E_G}{E}\right)^{1/2}\right] dE \quad (157)$$

dove abbiamo posto:

$$\sigma(E) = \frac{S(E)}{E} \exp\left[-\left(\frac{E_G}{E}\right)^{1/2}\right]$$

come definito precedentemente.

Pertanto, ricapitolando, affinché i due nuclei  $i$  e  $j$  possano reagire, ad un'energia pari ad  $E$ , occorre che prendano in prestito un'energia  $E$  dall'ambiente termico circostante e la probabilità di successo è proporzionale al fattore di Boltzmann  $\exp[-E/kT]$  nell'equazione (157). Inoltre, per potersi fondere insieme i nuclei devono penetrare la barriera di Coulomb e la probabilità di penetrazione è data dal fattore  $\exp[-(E_G/E)^{1/2}]$  sempre nell'equazione (157). Il prodotto dei due esponenziali sopra descritti raggiunge un massimo quando l'energia  $E$  è:

$$E_o = \left[ \frac{E_G (kT)^2}{4} \right]^{1/3}$$

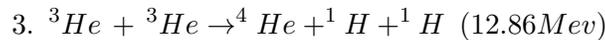
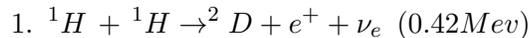
questo indica che la fusione avviene in uno stretto intervallo di energia intorno al valore  $E_o$ . Ad esempio, se consideriamo due protoni l'energia di Gamov è  $E_G = 493$  keV e quando la temperatura vale  $T = 2 \cdot 10^7$  K,  $kT = 1.7$  keV. La massima probabilità di fusione tra i due protoni avverrà intorno al valore  $E_o = 7.2$  keV.

Infine bisogna ricordare che l'espressione (157) dà il tasso di reazioni nucleari non-risonanti. I nuclei atomici, analogamente agli atomi, possiedono livelli energetici diversi e la probabilità di accadimento di una reazione nucleare è grandemente accresciuta se l'energia disponibile in una collisione nucleare è proprio quella necessaria a portare il nucleo composto in uno dei suoi livelli energetici. Questo fenomeno è noto come *risonanza*.

### 9.2.1 La fusione dell'H

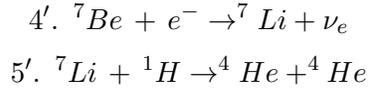
Due sequenze di reazioni sono state identificate il cui risultato è la conversione di 4 protoni in un nucleo di  ${}^4\text{He}$ : (1) la catena p-p (protone-protone) e (2) il ciclo CN.

1) Le reazioni del braccio principale della p-p sono:

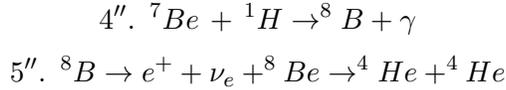


Il D è un nucleo composto da un protone ed un neutrone. Il deuterio viene sempre distrutto, anche quello preesistente, a temperature di  $\simeq 10^6$  K. La produzione totale di energia nella sequenza è 26.7 Mev ovvero  $4.27 \cdot 10^{-5}$  erg. I neutrini scappano immediatamente fuori dalle stelle trasportando parte di tale energia. Il secondo braccio della catena p-p avviene quando l' ${}^3\text{He}$ , prodotto nella seconda reazione, reagisce con l' ${}^4\text{He}$ . La sequenza è allora:





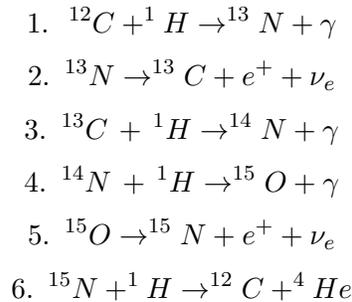
L'ultima reazione risulta anche nella distruzione del  ${}^7\text{Li}$  inizialmente presente nella stella, poche' diviene effettiva a temperatura di  $2.8 \cdot 10^6\text{K}$  o piu'. Il terzo braccio della catena p-p avviene se un protone invece che un elettrone e' catturato dal  ${}^7\text{Be}$ :



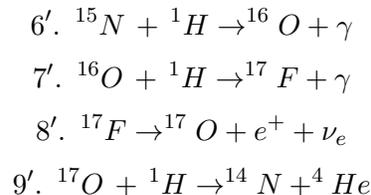
Un'espressione approssimata per la produzione di energia, sotto condizioni solari, e a temperatura di  $\simeq 1.5 \cdot 10^7\text{K}$  e':

$$\epsilon_{pp} = 0.45\rho X^2(T_6/15)^{3.95}$$

Tale quantita' e' espressa in unita' di  $[\text{erg gr}^{-1} \text{sec}^{-1}]$ . X e' la frazione di idrogeno in massa,  $\rho$  e' la densita' e  $T_6$  e' la temperatura in unita' di  $10^6$  K. b) Il ciclo CN diventa piu' importante della catena p-p soltanto a temperature  $> 2 \cdot 10^7\text{K}$ . Le reazioni sono:



L'effetto netto e' la conversione di 4 protoni in un nucleo di He, due positroni (che si annichilano) e due neutrini. Le energie dei due neutrini sono rispettivamente di 0.71 e 1.0 Mev. **I nuclei di CNO agiscono semplicemente da catalizzatori**, tuttavia le loro abbondanze relative cambiano come risultato del ciclo mentre l'abbondanza totale di CNO rimane costante. In condizioni stellari il rate della prima reazione e' 100 volte piu' veloce di quello della quarta che usa  ${}^{14}\text{N}$ . Tutte le altre reazioni sono molto piu' veloci. La catena di reazioni tende a raggiungere un equilibrio nel quale ciascun nucleo CNO e' prodotto tanto velocemente quanto e' distrutto. Questo equilibrio lo si ottiene quando la maggior parte del  ${}^{12}\text{C}$  e degli altri nuclei che partecipano e' convertita in  ${}^{14}\text{N}$ . Un braccio secondario del CN, il CNO, agisce in presenza di  ${}^{16}\text{O}$ :



L'ossigeno e' in genere prodotto meno rapidamente di quanto sia distrutto l'azoto, cosicche' quando questo braccio va all'equilibrio il rapporto O/N e' ridotto. L'effetto globale del ciclo CNO, a parte generare energia e' la conversione del 98% degli isotopi del CNO in  ${}^{14}\text{N}$ .

L'azoto cosi' prodotto e' un elemento *secondario* poiche' e' prodotto a partire da elementi (C,O) originariamente presenti nella stella e non prodotti nella stella stessa. Al contrario, un elemento si dice *primario* se prodotto da elementi sintetizzati nella stella a partire da H ed He.

Un'espressione dell'energia prodotta per unita' di massa e di tempo durante il ciclo CNO e valida per  $T_6$  da 22 a 28 e':

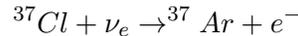
$$\epsilon_{CNO} = 2.1610^4 \rho X X_{CNO} (T_6/25)^{16.7} \quad (158)$$

espressa in [ $erg\,gr^{-1}\,sec^{-1}$ ].

### 9.2.2 Il problema dei neutrini solari

Sin dalla meta' degli anni 60' si era tentato un esperimento per misurare i neutrini solari. L'esperimento consisteva in una tanica da 400.000 litri di percloroetilene che si trova sottoterra alla profondita' di 1 km.

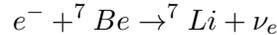
I neutrini vengono assorbiti dal  $^{37}Cl$  :



L' $^{37}Ar$  decade poi :



Il limite di queste reazioni e' che solo neutrini di alta energia ( $> 0.81$  MeV) vengono rivelati. Questa alta soglia di energia implica che i neutrini prodotti nella catena p-p non possono venire rivelati: essi infatti hanno un'energia massima pari a 0.420 MeV. Anche il neutrino che viene prodotto nella reazione:

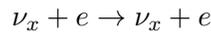


ha un'energia che e' al limite della rivelabilita' (0.861 MeV). Solo i neutrini del decadimento del Boro (III braccio del ciclo p-p) possono venire rivelati ( $^8B \rightarrow ^7Be + e^+ + \nu_e$ ). La bassa probabilita' di rivelare neutrini in questo modo, data dal prodotto del flusso neutrino per il numero di atomi di cloro e per la sezione d'urto della cattura neutrino:

$$6.1 \cdot 10^{-36} \cdot N(Cl)$$

implica la necessita' di una grande quantita' di  $^{37}Cl$ . Per oltre 30 anni il risultato di quest'esperimento e' stato che il flusso neutrino rivelato e' inferiore per un fattore  $\sim 3$  al flusso che ci si attende. Questa discrepanza ha rappresentato una fonte di imbarazzo, poiche' per altri versi le previsioni dell'evoluzione stellare e della nucleosintesi riproducono molto bene le proprieta' del Sole. Una spiegazione del fenomeno che fu proposta e' la possibilita' che i neutrini elettronici si trasformino in neutrini di altro tipo quando attraversano la terra. Tale possibilita' e' una realta' sperimentale per quanto riguarda i neutrini  $\mu$ , che si trasformano in neutrini  $\tau$  quando attraversano la terra, come provato da un esperimento Kamiokande del 1998.

Tuttavia nel 2014 il problema e' stato risolto dall'esperimento Borexino effettuato ai laboratori nazionali del Gran Sasso che ha rivelato neutrini solari misurando l'energia depositata nel liquido scintillatore dal rinculo degli elettroni che subiscono la diffusione elastica elettrone-neutrino:

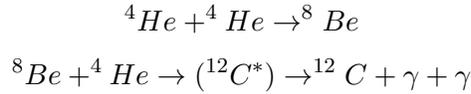


dove  $x$  denota uno dei tre "neutrino flavours" ( $e, \mu, \tau$ ).

In questo modo si sono rivelati, per la prima volta, i neutrini emessi nella prima reazione del primo braccio della catena di fusioni protone-protone (vedi precedentemente), neutrini di energia di circa 0.420 MeV. Questo prova definitivamente che non esiste piu' un problema dei neutrini solari e che l'energia solare e' generata proprio da questo processo (per maggiori informazioni vedere Borexino collaboration, Agosto 2014, Nature).

### 9.2.3 La fusione dell'He e piu' pesanti

La sintesi di elementi piu' pesanti dell'He si e' rivelata in passato un notevole problema, principalmente perche' non esistono isotopi stabili di massa atomica 5 e 8. Così se due nuclei di  ${}^4\text{He}$  si fondono per formare  ${}^8\text{Be}$ , questo decade immediatamente di nuovo in  ${}^4\text{He}$ . Se un protone reagisce con un nucleo di  ${}^4\text{He}$ , il risultato e' il  ${}^5\text{Li}$  il quale e' anche instabile. Il bruciamento dell'He deve infatti procedere attraverso una reazione a tre particelle che si puo' rappresentare come:

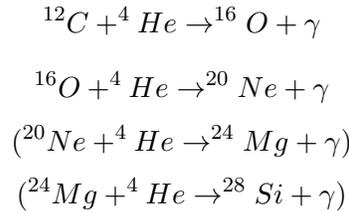


Nonostante il  ${}^8\text{Be}$  sia instabile, il suo decadimento non e' istantaneo. Sotto particolari condizioni, cioe'  $T = 10^8$  K e  $\rho = 10^5 \text{grcm}^{-3}$ , fu mostrato da Salpeter che una sufficiente abbondanza d'equilibrio esiste così che un terzo nucleo di He possa reagire col  ${}^8\text{Be}$ . Questo processo e' noto con il nome di processo  $3\alpha$  poiche' coinvolge tre particelle  $\alpha$ . Tale reazione per procedere deve essere risonante, cioe' deve esistere uno stato nucleare eccitato del  ${}^{12}\text{C}$  accessibile nel range delle energie stellari, la cui presenza aumenta notevolmente la probabilita' che la reazione avvenga. L'energia prodotta in questo ciclo e'  $Q=7.65$  Mev. Un'espressione approssimata per  $\epsilon_{3\alpha}$  a  $T = 10^8$  K e':

$$4.4 \cdot 10^{-8} \rho^2 Y^3 T_8^{40}$$

[ $\text{ergsgr}^{-1}\text{sec}^{-1}$ ], dove Y rappresenta la frazione di He in massa.

Ulteriori bruciamenti dell'He che avvengono a temperature un po' piu' alte della  $3\alpha$  sono:



Di queste reazioni soltanto le prime due sono sicuramente efficaci, cosicche' al termine della combustione di  ${}^4\text{He}$  ci si attende in generale una miscela di  ${}^{12}\text{C}$  ed  ${}^{16}\text{O}$  con una piu' o meno abbondante quantita' di Ne. La maggior parte del Ne e' infatti prodotta durante il bruciamento del  ${}^{12}\text{C}$ . Durante il bruciamento dell'He attraverso la  $3\alpha$  si ha anche cattura di particelle  $\alpha$  da parte dell' ${}^{14}\text{N}$  sintetizzato nel precedente processo CNO:

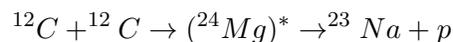


Tale catena viene completata solo se prima della fine della combustione di He si raggiungono temperature dell'ordine di  $2 \cdot 10^8$  K. Comunque tale reazione porta ad un contributo energetico trascurabile rispetto alla  $3\alpha$ . Tuttavia l'importanza di tale catena risulta nella produzione di neutroni che possono venir catturati, non risentendo di barriera coulombiana, e dare origine ai processi  $s$ , come vedremo nel prossimo paragrafo. Quando la temperatura raggiunge i  $7 - 8 \cdot 10^8$  K la prima reazione che si innesca e':

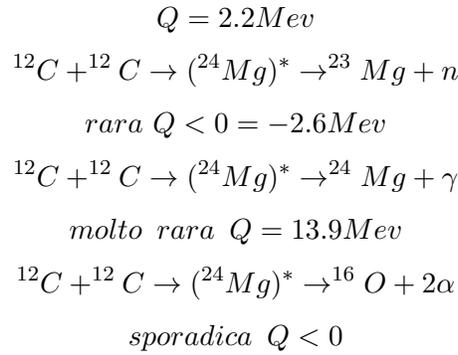


la sua probabilita' di accadimento e' del 50% e l'energia rilasciata e':

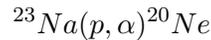
$$Q = 4.6 \text{Mev}$$



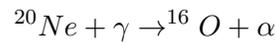
con probabilita' del 50% ed energia:



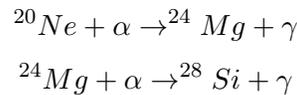
dove Q indica l'energia sviluppata da ogni reazione. La seconda reazione, in particolare, porta di nuovo al  $^{20}\text{Ne}$  poiche' il  $^{23}\text{Na}$  reagisce coi protoni liberi e



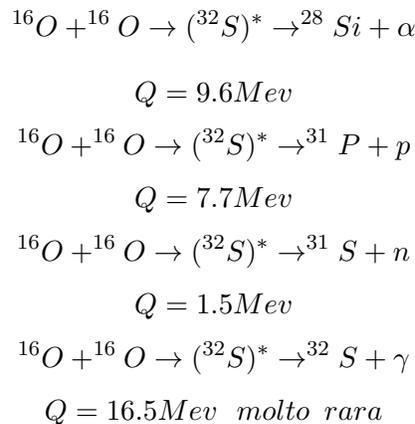
A temperature ancora maggiori si innesca la fotodisintegrazione del Ne:



cui segue:

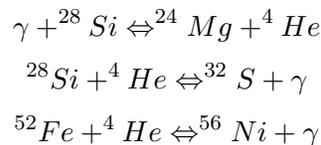


fintantoche' a  $T \simeq 1.4 \cdot 10^9$  K si ha :

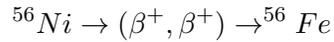


Cosi' la produzione durante il bruciamento dell'O e' soprattutto di  $^{28}\text{Si}$  e  $^{31}\text{P}$ , benché gran parte di  $^{31}\text{P}$  sia distrutto da reazioni del tipo (p,  $\alpha$ ) e diventi  $^{28}\text{Si}$ , e solo un po' di  $^{31}\text{S}$  (10%).

A temperature di  $\sim 3 \cdot 10^9$  K inizia il bruciamento del Silicio che si unisce a particelle  $\alpha$  per formare nuclei piu' pesanti. A  $T=5 \cdot 10^9$  K la presenza contemporanea di particelle  $\alpha$  da fotodisintegrazione e di catture  $\alpha$  determina un equilibrio termodinamico (NSE, Nuclear Statistic Equilibrium, ovvero il silicio immerso in un mare di particelle  $\alpha$ ) nel quale si formano, a partire da magnesio e silicio, elementi quali  $^{32}\text{S}$ ,  $^{36}\text{Ar}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{44}\text{Sc}$ ,  $^{48}\text{Ti}$ ,  $^{52}\text{Cr}$ ,  $^{55}\text{Mn}$  e  $^{56}\text{Ni}$ . Le reazioni piu' comuni sono del tipo:



che avvengono nei due sensi, tuttavia le reazioni di cattura  $\alpha$  predominano sulle fotodisintegrazioni (poiche' l'equilibrio termodinamico non e' perfetto) consentendo la formazione degli elementi del picco del ferro. In particolare, si formano in maggioranza elementi del picco del ferro, ovvero intorno ad  $A=56$ , poiche' in corrispondenza di  $A=56$  si ha la massima energia di legame per nucleone. In seguito il  $^{56}Ni$  decade secondo le seguenti reazioni:



che sono piu' rapide delle fotodisintegrazioni. Va ricordato a questo punto che la curva dell'energia di legame per nucleone raggiunge un massimo intorno al  $^{56}Fe$  e poi decresce, pertanto ulteriori reazioni di fusione risulterebbero endoenergetiche.

**Nota Bene: il simbolo \* indica reazione risonante, cioe' l'elemento nuovo formato si trova in uno stato eccitato.**

Nella figura 36c riportiamo la tipica distribuzione degli elementi all'interno di una stella di massa iniziale pari a  $20M_{\odot}$  poco prima di esplodere come SN II, ovvero nella sua fase di pre-supernova. Nella figura 36d invece e' riportata la struttura della stessa stella dopo il passaggio dell'onda d'urto originatasi durante l'esplosione. Si possono notare chiaramente, confrontando la 36c e la 36d, le differenze nella distribuzione degli elementi prodotte dalla nucleosintesi esplosiva (vedi anche paragrafi seguenti). I calcoli di nucleosintesi sono di Thielemann et al. (1989).

Thielemann et al. (1989)

20  $M_{\odot}$   
PRESUPERNOVA (BEFORE)

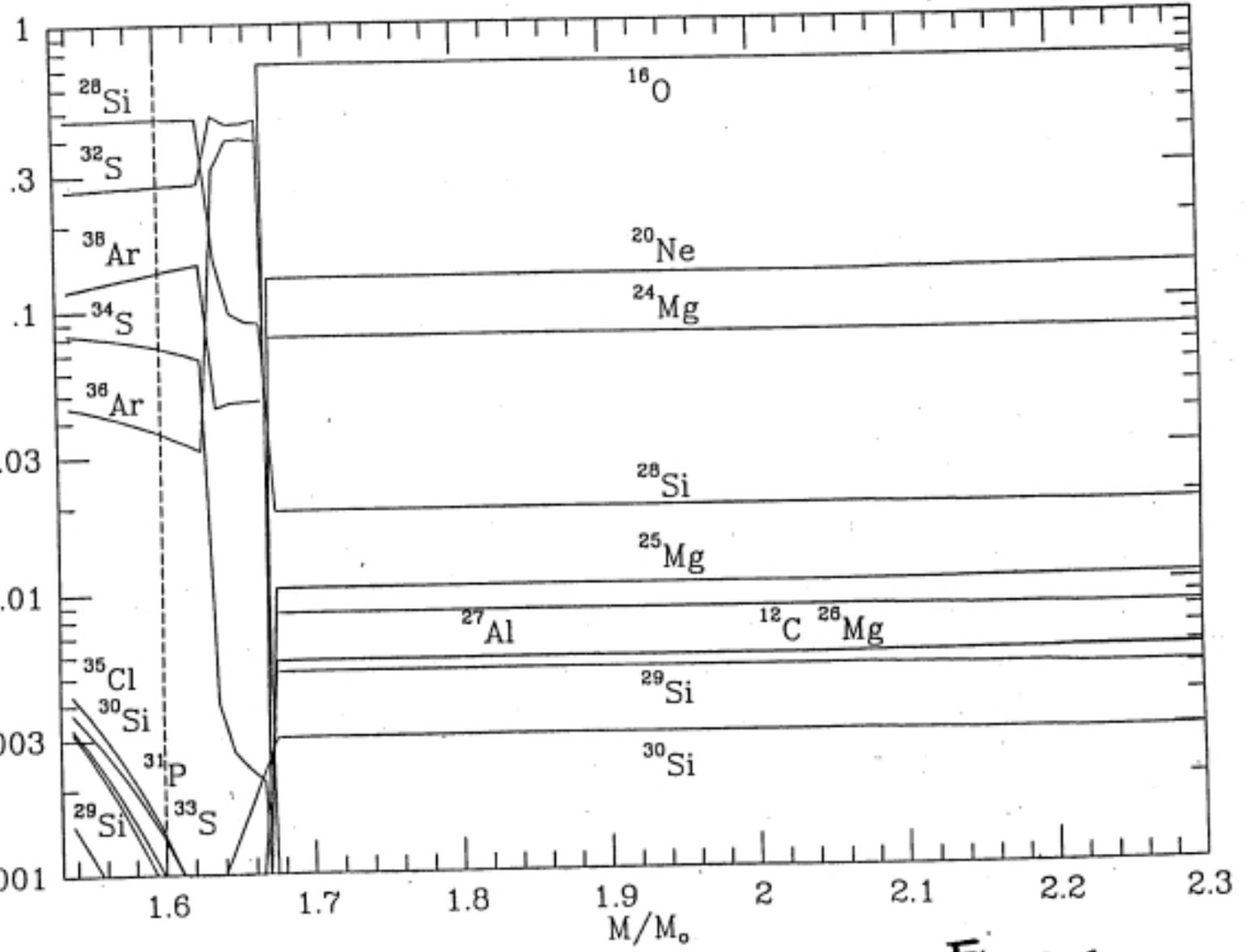


Fig. 36 c

Figura 9.3: Abbondanza degli elementi nella fase di presupernova per una stella di  $20 M_{\odot}$ .

Thielemann et al. (1989)

20 M<sub>⊙</sub> AFTER EXPLOSION

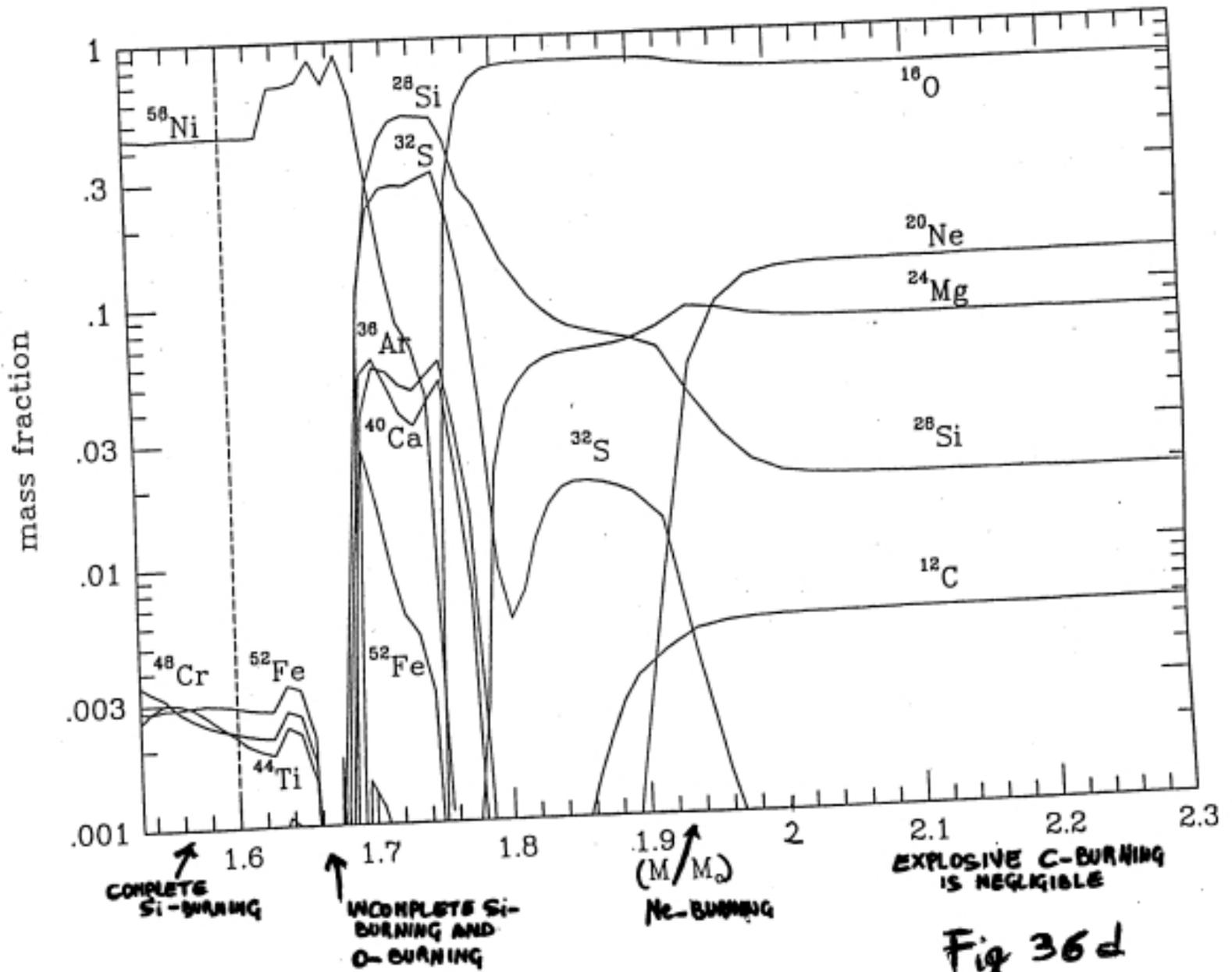


Figura 9.4: Abbondanza degli elementi nella fase post-esplosiva per una stella di 20M<sub>⊙</sub>.

## 9.3 La formazione di elementi con $A > 60$

### 9.3.1 Il decadimento $\beta$

Le forze nucleari deboli sono responsabili del decadimento  $\beta$  che puo' sia convertire un neutrone in un protone sia il viceversa.

Il decadimento  $\beta$ , infatti, e' di due tipi:  $\beta^+$  e  $\beta^-$ :

$$\beta^+[(Z, N) \rightarrow (Z - 1, N + 1) + e^+ + \nu_e] \quad (159)$$

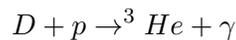
$$\beta^-[(Z, N) \rightarrow (Z + 1, N - 1) + e^- + \tilde{\nu}_e] \quad (160)$$

Quello che accade nel decadimento  $\beta^+$  e' che un protone decade in un neutrone con emissione di un positrone e di un neutrino, mentre nel decadimento  $\beta^-$  un neutrone decade in un protone piu' un elettrone piu' un antineutrino. I due processi possono essere scritti anche nel seguente modo:

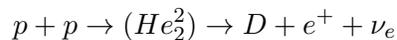
$$\beta^- [n \rightarrow p + e^- + \tilde{\nu}_e] \quad (161)$$

$$\beta^+ [p \rightarrow n + e^+ + \nu_e] \quad (162)$$

La Figura 37a mostra schematicamente il decadimento di un neutrone libero secondo il modello di quark. Il neutrone libero tende sempre a decadere  $\beta^-$  ad opera delle forze nucleari deboli mentre i neutroni nei nuclei non sempre tendono a decadere. Viceversa, i protoni liberi sono stabili mentre quelli dentro i nuclei decadono. Il decadimento di neutroni e protoni nel nucleo tipico dei nuclei cosiddetti *instabili*. Il decadimento o il non-decadimento dipendono fondamentalmente dal Principio di Pauli secondo il quale due fermioni (i neutroni e i protoni sono fermioni) non possono trovarsi nello stesso stato quantico. I neutroni ed i protoni si trovano nel nucleo disposti su livelli di energia discreti, cosi' come avviene per gli elettroni in un atomo. Il neutrone isolato tende a decadere in un protone poiche' esso occupa, da neutrone, uno stato di energia superiore a quello che occuperebbe da protone. Nell'atomo di deuterio, invece, si ha un protone ed un neutrone ed ambedue occupano i livelli di energia minimi loro consentiti quindi l'atomo e' stabile. Le figure 37b e 37c illustrano molto bene il problema della stabilita' dei nuclei. Nel piano Z-N esiste una zona detta *valle di stabilita'* al di fuori della quale i nuclei tendono a decadere. In generale, se fondendo nuclei piu' leggeri in nuclei piu' pesanti si rimane nella valle di stabilita', il nucleo composto tende a decadere nel suo stato fondamentale emettendo un fotone  $\gamma$ :



Se invece si esce dalla valle di stabilita', il che avverra' perche' si e' indotto un eccesso di protoni, o perche' si sono aggluminate direttamente tali tipi di particelle (processi p) o a causa del gia' descritto incremento della frazione di neutroni al crescere di A. In tali casi sara' spontaneamente un decadimento  $\beta^+$  o  $\beta^-$  a riportare il nuclide formato nella fusione al suo stato di minimo energetico. Ad esempio, nella formazione del deuterio si ha:

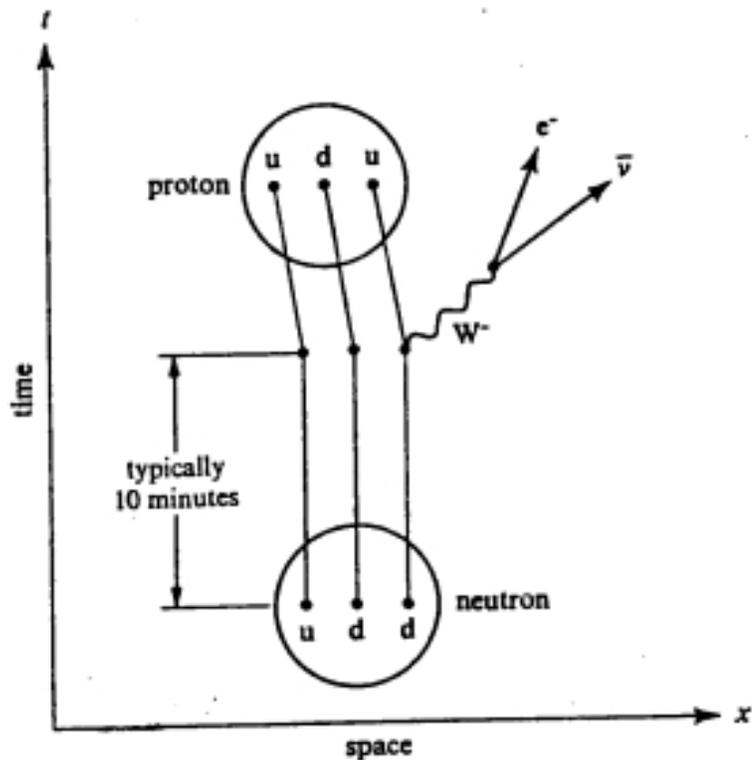


Le varie catene di combustione sono pertanto caratterizzate da un'alternanza di processi ( $\gamma$ ), ( $e^+ \nu_e$ ), ( $e^- \tilde{\nu}_e$ ).

# INTERAZIONI DEBOLI : IL DECADIMENTO DEL NEUTRONE

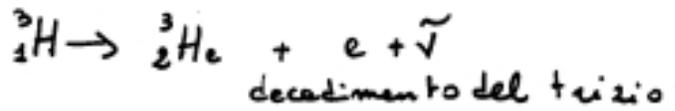
110

NUCLEAR ENERGY AND SYNTHESIS



**Figure 37a** The decay of a free neutron in the quark model. A down quark emits a  $W^-$  (negatively charged weakon) which decays into an electron and an antineutrino. The down quark in the process is changed into an up quark, which together with the remaining up and down quarks constitute a proton. In the end, it is the energy difference between the neutron and the proton which enables the creation of the electron and the antineutrino.

Figura 9.5: Il decadimento  $\beta$ .



## STABILITÀ DEI NUCLEI ATOMICI

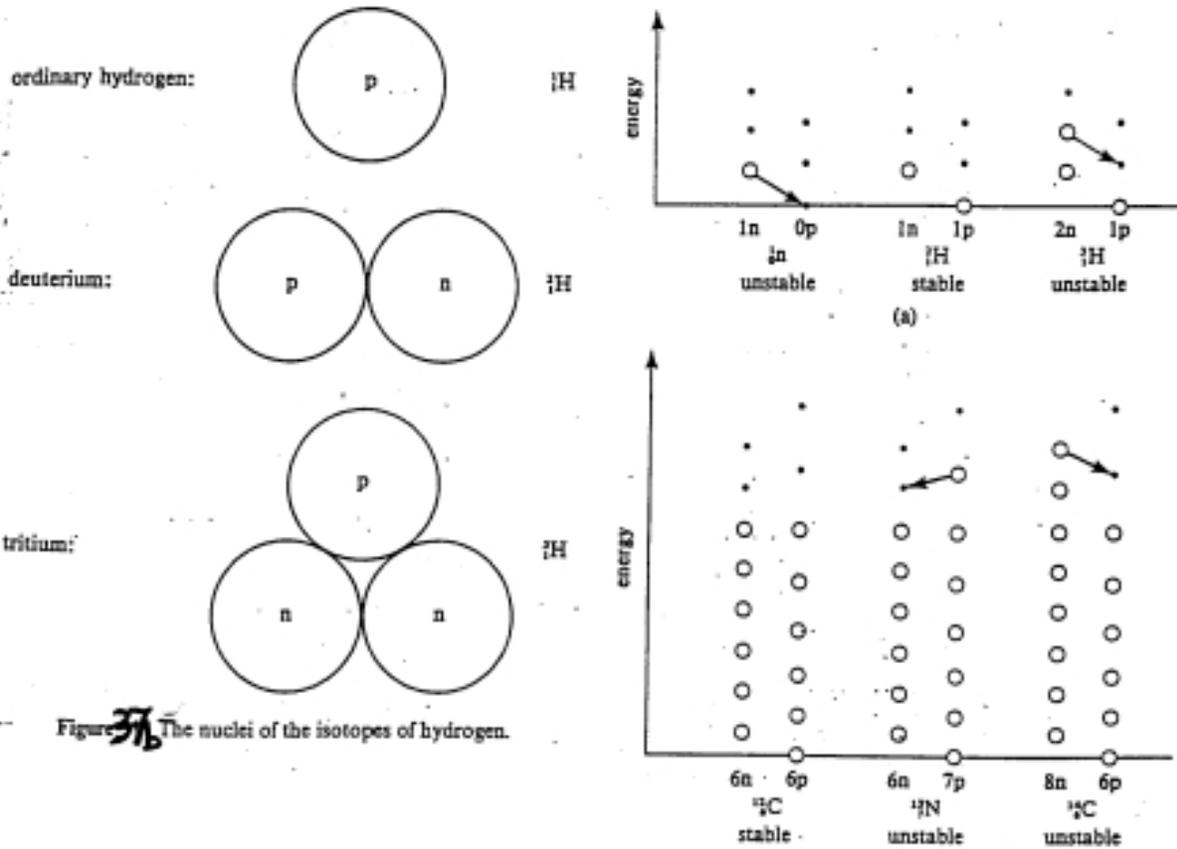
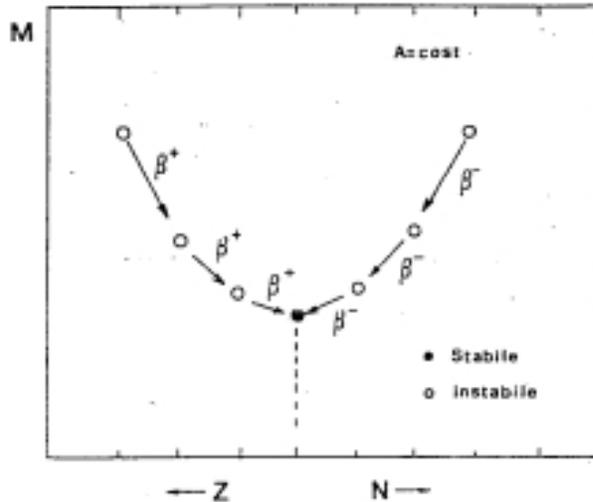


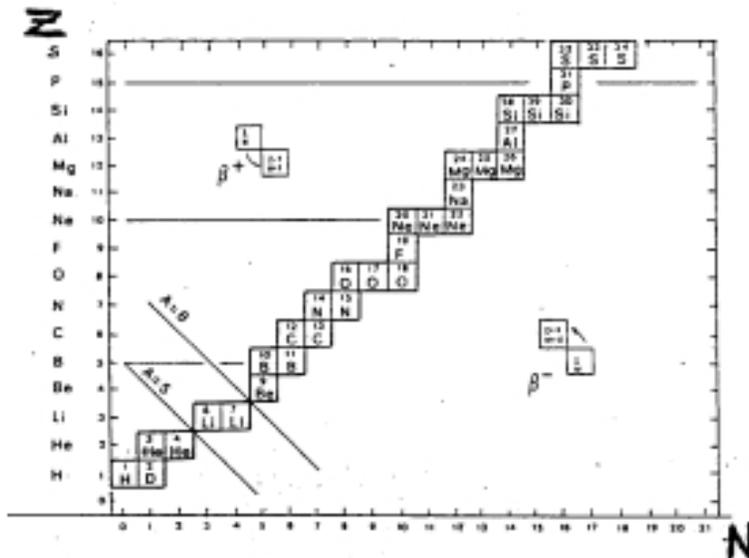
Figure 37b The nuclei of the isotopes of hydrogen.

PROTONI , NEUTRONI	E QUARKS		
Particelle	Spin	Carica Elettrica	Numero Barionico
Up quark (u)	1/2	+ 2/3	+ 1/3
Down quark (d)	1/2	- 1/3	+ 1/3
Protoni (uud)	1/2	+1	+1
Neutroni (udd)	1/2	0	+ 1

Figura 37C



Tipico andamento della massa dei nuclei a parità di numero di nucleoni. Il nucleo stabile realizza la massima energia di legame (minima massa). I nuclei instabili si portano nello stato stabile variando il rapporto protoni/neutroni tramite decadimenti  $\beta^-$   $[(Z, N) \rightarrow (Z + 1, N - 1) + e^- + \bar{\nu}]$  o  $\beta^+$   $[(Z, N) \rightarrow (Z - 1, N + 1) + e^+ + \nu]$ .

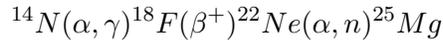


La sequenza dei nuclei stabili (caselle con contorno continuo) è circondato da nuclei che con decadimenti  $\beta^+$  o  $\beta^-$  si portano nella configurazione di massimo legame.

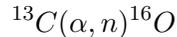
Figura 9.7: Elementi ricchi di neutroni.

### 9.3.2 Processi s ed r

Il processo di cattura neutronica lenta relativamente al decadimento  $\beta$  (**processo s**) porta alla costruzione di nuclei di elementi molto pesanti ( $A > 60$ ) durante il bruciamento dell'He nel nucleo e nell'involucro. Il decadimento  $\beta$  avviene su tempi scala dell'ordine di  $\tau = 10^5 - 10^7$  secondi. Attraverso una serie di catture neutroniche e decadimenti  $\beta$  si possono sintetizzare nuclei fino al Pb e al Bi. I neutroni vengono dalle reazioni:



Una sorgente alternativa ancora piu' forte e' nell'involucro di He la reazione:



Poiche' i neutroni da combustione nucleare quiescente sono prodotti in un flusso contenuto ci si aspetta che il processo sia lento rispetto al decadimento  $\beta$ . Tuttavia nel piano Z-N esistono delle isole al di fuori della valle di stabilita'. Questi elementi non possono venire spiegati con processo lento poiche' hanno bisogno di almeno due catture successive di neutroni su un tempo scala minore del decadimento  $\beta$ . Così' si deve ipotizzare un processo di cattura rapida di neutroni (**processo r**) da cui derivano tali elementi (vedi figura 38). Tale flusso di neutroni lo si puo' ottenere durante le fasi esplosive dell'evoluzione stellare, in particolare durante il bruciamento esplosivo dell'He che avviene quando l'onda d'urto prodotta dalla supernova attraversa la shell di He e comprimendola la riscalda al punto da accendere l'He. Nel processo *r* ci sono da 10 a 100 neutroni disponibili per nucleo di Fe ovvero un eccesso neutronico  $\eta = 0.4 - 0.7$ . L'eccesso neutronico viene definito come:

$$\eta = \frac{\sum_i (N_i - Z_i) Y_i}{\sum_i A_i Y_i}$$

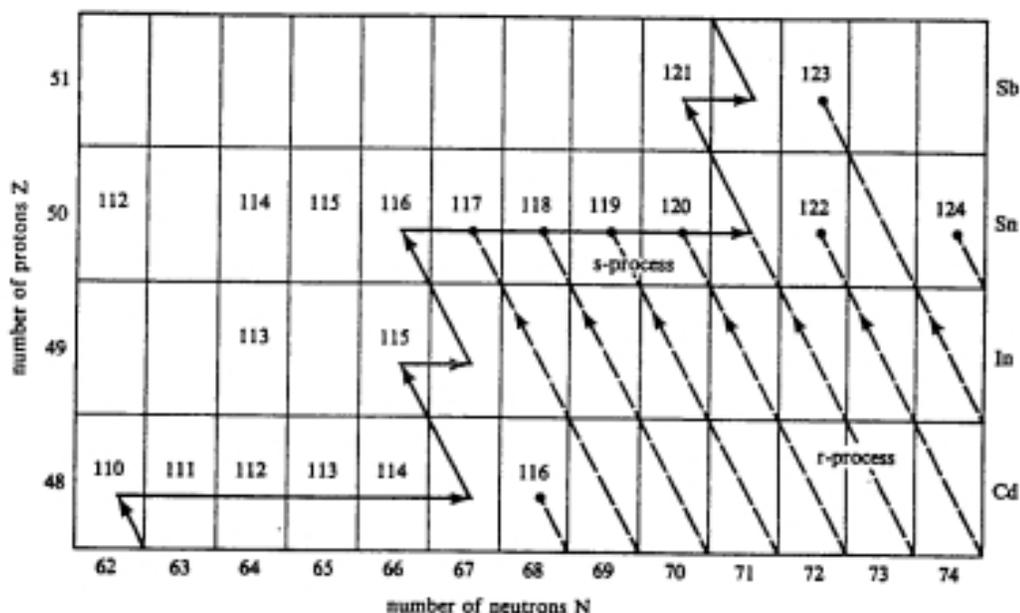
dove  $N_i$  e' il numero di neutroni,  $Z_i$  e' il numero di protoni,  $A_i = N_i + Z_i$  e  $Y_i$  e' l'abbondanza del nucleo *i*-esimo.

Le due sorgenti di neutroni per i processi *r* sono le stesse reazioni menzionate sopra per i processi *s*.

E' importante notare che, come mostrato in figura 38, alcuni elementi possono avere un'origine in parte *s* ed in parte *r*.

Ricapitolando: i processi *s* avvengono durante le fasi normali dell'evoluzione stellare mentre quelli *r* avvengono soltanto in situazioni esplosive (supernovae). Riguardo alla nucleosintesi esplosiva diremo soltanto che al passaggio dell'onda d'urto nella shell di Si si ha bruciamento che porta sostanzialmente alla formazione del  ${}^{56}\text{Ni}$  (bruciamento del Si completo e incompleto). Le temperature sono dell'ordine di  $T > 4 - 5 \cdot 10^9\text{K}$ . Al passaggio dell'onda d'urto nella shell di O, per  $T > 3.3 \cdot 10^9\text{K}$ , si ha produzione di elementi  $\alpha$  quali,  ${}^{28}\text{Si}$ ,  ${}^{32}\text{S}$ ,  ${}^{36}\text{Ar}$  etc..., mentre per  $T \simeq 4 \cdot 10^9\text{K}$  si forma di nuovo il  ${}^{56}\text{Ni}$  (situazione di equilibrio statistico nucleare). Il bruciamento esplosivo dell'He porta anche alla formazione del  ${}^{56}\text{Ni}$  grazie alle alte temperature che si raggiungono. Infine c'e' il bruciamento esplosivo dell'H che puo' avvenire sia nelle supernovae che nelle novae (trasferimento di materiale ricco di H su un oggetto compatto in sistema binario). Nella nucleosintesi esplosiva dell'H si producono nuclei quali  ${}^{15}\text{N}$ ,  ${}^{13}\text{C}$  e  ${}^7\text{Li}$ . Gli effetti della nucleosintesi esplosiva nella struttura di una stella di massa iniziale pari a  $20M_{\odot}$  sono stati riportati in figura 36d.

NUCLEAR ENERGY AND SYNTHESIS OF THE ELEMENTS

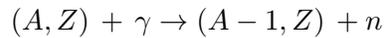


**Figure 38.** The synthesis of elements beyond the iron peak. The r-process and s-process contribute different isotopes of cadmium (Cd), indium (In), tin (Sn), and antimony (Sb). Neutron capture (horizontal line segments) followed by beta-decay (diagonal line segments) of unstable isotopes (not labelled by  $A = N + Z$ ) characterizes the s-process. The r-process results when heavy bombardment with neutrons make very neutron-rich nuclei that subsequently beta-decay to stable isotopes. For example, tin has 10 stable isotopes, of which  $A = 116$  to  $120$  lie on the s-process path (but  $117$  to  $120$  could also be made from the r-process), while  $A = 122$  and  $124$  can only be made from r-process. Tin-112, 114, and 115 are believed to be made from a much rarer third process, called the p-process. (Adapted from Clayton, Fowler, Hull, and Zimmerman 1961, *Ann. Phys.*, 12, 331.)

Figura 9.8: Elementi ricchi di neutroni.

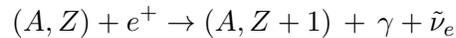
### 9.3.3 I processi p

Esistono una quarantina di elementi dal  $^{74}\text{Se}$  (selenio) al  $^{196}\text{Hg}$  (mercurio) che sono ricchi in protoni e non sono riconducibili ne' agli elementi *s* ne' agli elementi *r* e vengono pertanto detti *elementi p*. Si pensa che provengano da reazioni del tipo  $(p, \gamma)$  e  $(\gamma, n)$  su elementi *s*:

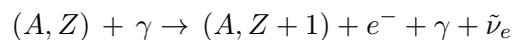


che dovrebbero avvenire a  $T > 10^9$  K.

Alternativamente e' stato proposto che gli elementi *p* si formino dagli elementi *s* per cattura di positroni:



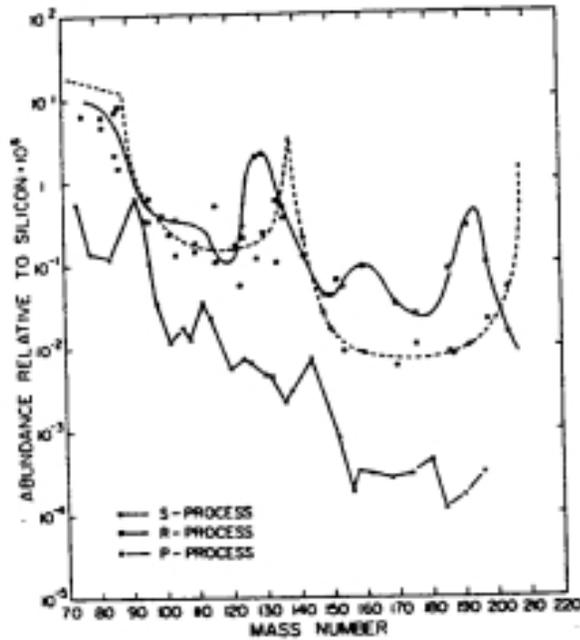
oppure da un processo indotto da fotoni energetici:



L'importanza dei processi *p* relativamente agli *s* ed *r* e' schematizzata in figura 39 dove si vede che le abbondanze degli elementi *p* variano dall'un per mille all'un per cento delle abbondanze degli *s* ed *r*.

### 9.3.4 I processi i

I processi-*i* si hanno quando i neutroni hanno densita' intermedia tra quelle tipiche dei processi-*s* e quelle dei processi-*r*. Quindi il processo-*i* e' noto come "processo intermedio di cattura neutronica"



Relative abundances of the s-process, r-process and p-process nuclei as a function of their mass number. One note that the s-process nuclei (produced by slow neutron absorptions) and the r-process ones (produced by rapid neutrons absorptions) have comparable abundances while the s-process nuclei which are not produced by neutron absorption are significantly rarer : their abundances are only 1 % to 1 % of those of the s or r process nuclei.

From Cameron (1982).

Figure 39

Figura 9.9: Abbonanze relative dei processi s, r e p.

## 9.4 Nucleosintesi Primordiale

La teoria classica del Big Bang e' basata principalmente su tre fatti:

- i) il moto di recessione delle galassie, da cui consegue la legge di Hubble:

$$v = Hr,$$

dove H e' la costante di Hubble espressa in  $Kmsec^{-1}Mpc^{-1}$ .

- ii) La radiazione (di corpo nero) di fondo dell'universo corrispondente ad una temperatura di 2.7K e la sua isotropia.

- iii) La nucleosintesi primordiale degli elementi leggeri D,  ${}^3He$ ,  ${}^4He$  e  ${}^7Li$ , che deve essere avvenuta circa 100 sec dopo la nascita dell'universo e' una conseguenza naturale della ipotesi di Big Bang. La nucleosintesi primordiale ci fornisce l'unico modo di accedere ai primi istanti di vita dell'universo poiche' i punti i) e ii) non consentono l'accesso a tempi evolutivi  $\leq 10^6$  years ( $T = 10^4K$ ), era della ricombinazione. E' noto che il piu' semplice modello di Big Bang impone forti limiti su

- a) l'attuale densita' barionica dell'universo,
- b) il numero massimo di famiglie di neutrini.

### 9.4.1 Cenni sulla teoria del Big Bang

Prima di procedere oltre occorre richiamare alcune informazioni sul modello di Big Bang STANDARD. Un qualunque modello di Big Bang deve basarsi sulle seguenti ipotesi:

- 1) Ad un certo tempo l'Universo dovette essere caldo abbastanza ( $T > 10^{13}K$ ) da assicurare l'equilibrio statistico tra diverse famiglie di particelle.

- 2) Vale il principio di equivalenza: le leggi fisiche che governano oggi l'evoluzione della materia sono rimaste tali durante tutta l'evoluzione dell'Universo.

Riguardo al modello **STANDARD** si devono aggiungere le seguenti ipotesi:

- 3) L'Universo e' omogeneo ed isotropo: **principio cosmologico**.

In realta' se ci guardiamo intorno la distribuzione delle altre galassie non ci appare affatto isotropa pero' se guardiamo a piu' grandi distanze, alle radiosorgenti per esempio, si nota una maggiore isotropia, fino ad andare alla radiazione di fondo che appare invece del tutto isotropa, con fluttuazioni in temperatura dell'ordine di  $\frac{\Delta T}{T} \leq 3 \cdot 10^{-6}$ , come misurato da COBE. Il fatto che la nostra Galassia appare del tutto simile alle altre spirali indica che non siamo al centro dell'Universo e cio' implica che deve esserci isotropia attorno ad ogni punto dell'Universo. In altri termini, l'Universo e' spazialmente omogeneo.

Il principio cosmologico puo' pertanto esprimersi come: *ad ogni epoca l'Universo appare lo stesso in ogni punto, a parte le irregolarita' locali*. Questo enunciato consente di definire un **tempo cosmico** valido per qualsiasi osservatore.

Come si descrive l'Universo nell'ambito del Principio Cosmologico? In tal caso, la geometria dell'Universo e' descritta dalla metrica di Robertson-Walker tale che:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - R^2(t) \left[ \frac{du^2}{(1 - ku^2)} + u^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right] \quad (163)$$

$R(t)$  e' il parametro di espansione, ovvero:

$$H = R^{-1} \frac{dR(t)}{dt} \quad (164)$$

H e' la costante di Hubble (erroneamente chiamata costante, poich lo soltanto nell'Universo locale) che e', come sappiamo, definita come una velocita' divisa per una lunghezza, pertanto H

ha le dimensioni dell'inverso di un tempo e questo e' il tempo trascorso dall'inizio dell'espansione ovvero e' quasi l'eta' dell'Universo. La costante di Hubble non fu costante nel remoto passato, come abbiamo visto dalle indicazioni fornite dalle supernovae ad alto redshift. Questi risultati hanno suggerito, infatti, che l'Universo accelero' grazie alla presenza di un'energia "oscura" che ha ora sostituito la costante cosmologica formulata da Einstein.

Siano  $u, \theta, \varphi$  le normali coordinate sferiche. La costante  $k$ , parametro di curvatura, che puo' assumere i valori  $0, \pm 1$  corrisponde ad Universo aperto ( $k=-1$ ), piatto o euclideo ( $k=0$ ) o chiuso ( $k=1$ ). Le equazioni che governano l'evoluzione dell'Universo devono ovviamente tenere conto della teoria della relativita' generale. Le equazioni di Einstein correlano, infatti, le proprieta' geometriche dello spazio-tempo al tensore energia-momento della materia-energia. In un Universo isotropo ed omogeneo, ovvero in un Universo descrivibile da un fluido perfetto di pressione  $P$ , la soluzione delle equazioni di Einstein fornisce quelle che conosciamo come le equazioni cosmologiche di Friedmann, dove la costante cosmologica  $\Lambda$  e' stata posta uguale a zero:

$$\frac{d^2 R}{dt^2} = -\frac{4}{3}\pi G(\rho + \frac{3P}{c^2})R \quad (165)$$

$$(\frac{dR}{dt})^2 + kc^2 = \frac{8}{3}\pi G\rho R^2 \quad (166)$$

Dalla (166) si puo' ricavare che:

$$\frac{k}{R^2} = \frac{1}{c^2}(\frac{\dot{R}}{R})^2(\frac{\rho}{\rho_c} - 1) \quad (167)$$

ovvero:

$$(\frac{\dot{R}}{R})^2 = \frac{8}{3}\pi G\rho - \frac{kc^2}{R^2} \quad (168)$$

Si vede dalla (167) e (168) che il valore di  $k$  e' correlato alla densita' attuale dell'Universo. L'ultimo termine di destra della (168) e' il termine di curvatura mentre il primo e' il termine gravitazionale. Il termine di sinistra e' invece quello cinetico e corrisponde ad  $H$ . Si definisce densita' critica  $\rho_c$  quella corrispondente al caso  $k=0$  (Universo di Einstein De-Sitter) ed e':

$$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G} \quad (168)$$

Per

$$\rho < \rho_c \rightarrow k = -1$$

$$\rho > \rho_c \rightarrow k = +1$$

$$\rho = \rho_c \rightarrow k = 0$$

Il tasso di espansione dell'Universo, nell'ambito della relativita' generale e' dato da:

$$\frac{1}{V}(\frac{dV}{dt}) = \frac{3}{R}(\frac{dR}{dt}) = \sqrt{24\pi G\rho} \quad (169)$$

dove  $V$  e' un volume unitario di Universo e  $\rho$  e' la **densita' totale dell'Universo**. Tutto cio' in assenza di costante cosmologica.

4) L'Universo e' asimmetrico, cioe' fatto solo di materia (non c'e' antimateria o ce n'e' poca). Questo e' dovuto al rapporto barioni/fotoni  $10^{-10} < \eta < 10^{-9}$ .

5) Ci sono soltanto particelle note e non degeneri (la densita' di leptoni e' molto minore della densita' di fotoni).

6) L'espansione dell'Universo e' adiabatica, tale che:

$$\rho_B \propto T^3 \quad (170)$$

dove  $\rho_B$  e' la densita' barionica e  $T$  e' la temperatura.

La densita' di radiazione segue invece la legge:

$$\rho_{rad} \propto T^4 \quad (171)$$

il che implica che  $\frac{\rho_{rad}}{\rho_B} \propto T$ , ma  $T \propto R^{-1}$  e quindi:

$$\rho_{rad}/\rho_B \propto R^{-1} \quad (172)$$

Al momento attuale  $\rho_{rad} = 6.5 \cdot 10^{-34} grcm^{-3}$  ed e' mille volte piu' piccola della densita' della materia visibile. Cio' implica che quando l'Universo era mille volte piu' piccolo  $\rho_{rad} \sim \rho_B$ . Cio' avvenne a redshift  $\sim 1000$  e da allora in poi la materia ha predominato sulla radiazione.

Definiamo ora  $\Omega_B = \frac{\rho_B}{\rho_c}$ , ovvero il *parametro di densita' barionica* e  $\Omega = \frac{\rho}{\rho_c}$ , ovvero il *parametro di densita' totale* che nella teoria inflazionistica vale 1. A questo punto possiamo definire:

$$\rho_c = 1.9 \cdot 10^{-29} h_o^2 (grcm^{-3}) \quad (173)$$

ovvero:

$$\rho_c = 2.78 \cdot 10^{11} \Omega h_o^2 (M_\odot Mpc^{-3}) \quad (173bis)$$

che e' la *densita' critica* dell'Universo. La quantita'  $h_o = H/100$ . Inoltre:

$$n_\gamma \simeq 400(T/2.7)^3 (cm^{-3})$$

e' la densita' di fotoni.

Il parametro di densita' barionica puo' essere espresso come:

$$\Omega_B = 0.003667 h_o^{-2} \eta_{10} \quad (174)$$

dove  $\eta_{10} = \frac{n_B}{n_\gamma}$  e' il rapporto barioni/fotoni in unita' di  $10^{-10}$ . Questa relazione e' dedotta dalla radiazione di fondo cosmica a 2.7 K.

Il parametro di decelerazione  $q_o$  e' definito come  $q_o = \Omega/2$  dove  $\Omega$  e' il parametro di densita' totale sopra definito.

La densita' della luminosita' visuale e' data da (Efstathiou et al. 1988):

$$\rho_L = 2.0 \cdot 10^8 h_o (L_\odot Mpc^{-3}) \quad (175)$$

Adesso possiamo calcolare il rapporto tra M/L dell'Universo, in particolare, usando le eq. (173bis) e (175) otteniamo:

$$\frac{\rho_B}{\rho_L} = \frac{M(M_\odot)}{L(L_\odot)} = 1390 \Omega_B h_o \quad (176)$$

Avendo usato l'espressione  $\rho_B = \Omega_B \rho_c$  ed avendo posto  $\Omega = 1$ . E' chiaro che il rapporto M/L critico per chiudere l'Universo sia  $(\frac{M}{L})_c = 1390 h_o$  (avendo diviso  $\rho_c$  per  $\rho_L$  invece di  $\rho_B$ ).

Ritornando al concetto del tempo cosmico e' importante definire una relazione tra tempo ed espansione dell'Universo, in particolare la relazione che lega queste due grandezze si puo' scrivere come:

$$t = t_o(1+z)^{-3(1+w)/2}$$

dove  $w$  compare nell'espressione della pressione del fluido perfetto  $P = w\rho c^2$  con  $0 \leq w \leq 1$ . Ricordiamo che il redshift  $z$  e' definito come:

$$1+z = \frac{\lambda_o}{\lambda_e}$$

ovvero:

$$z = \frac{\lambda_o - \lambda_e}{\lambda_e}$$

come già' definito nel Capitolo I, e quantifica lo spostamento verso il rosso subito dalla radiazione emessa per effetto dell'espansione dell'Universo.

Per un Universo piatto di Einstein- De Sitter con  $w = 1$  e quindi:

$$\frac{t}{t_o} = (1 + z)^{-3/2}$$

espressione che puo' essere usata per passare da redshift a tempo e viceversa e dove  $t_o$  e' l'eta' dell'Universo.

### 9.4.2 I primi tre minuti del Big Bang

Alcuni nanosecondi dopo il Big Bang, l'Universo era riempito da gas fatto sia da quarks che da antiquarks, leptoni ed antileptoni, neutrini ed antineutrini, gluoni e fotoni. Per  $T < 10^{14}K$ , quarks, antiquarks e gluoni scomparvero annichilandosi e trasformandosi in particelle meno massive. Alcuni quarks pero' sopravvissero per dare origine a protoni e neutroni.

Nell'intervallo di tempo tra  $10^{-3}$  sec ed 1 secondo dopo il Big Bang l'Universo consisteva di gas fatto da neutroni, protoni, elettroni, positroni e fotoni. In particolare, per  $T \sim 10^{12}$  K c'era equilibrio statistico tra le particelle esistenti ( $p$ ,  $n$ ,  $e^-$ ,  $e^+$ ,  $\nu$ ,  $\bar{\nu}$ ,  $\gamma$ ).

L'equilibrio era governato dalle seguenti reazioni:



A  $T = 10^{10}K$  i neutrini smisero di interagire con la materia. Questi neutrini non-interagenti formarono un fondo termico che si e' ora raffreddato fino a  $T \sim 2K$ . Questo gas non e' ancora stato rivelato. A seguito del disaccoppiamento dei neutrini, avvenne l'annichilazione elettrone-positrone che rimosse i positroni e gran parte degli elettroni. Sempre a  $T = 10^{10}K$ , ovvero dopo i primi 100 secondi, le interazioni deboli non furono piu' in equilibrio ed il rapporto  $n/p$  si congelò'. Il rapporto  $n/p$  e' dato da:

$$n/p = \exp(-\Delta mc^2/KT) \quad (179)$$

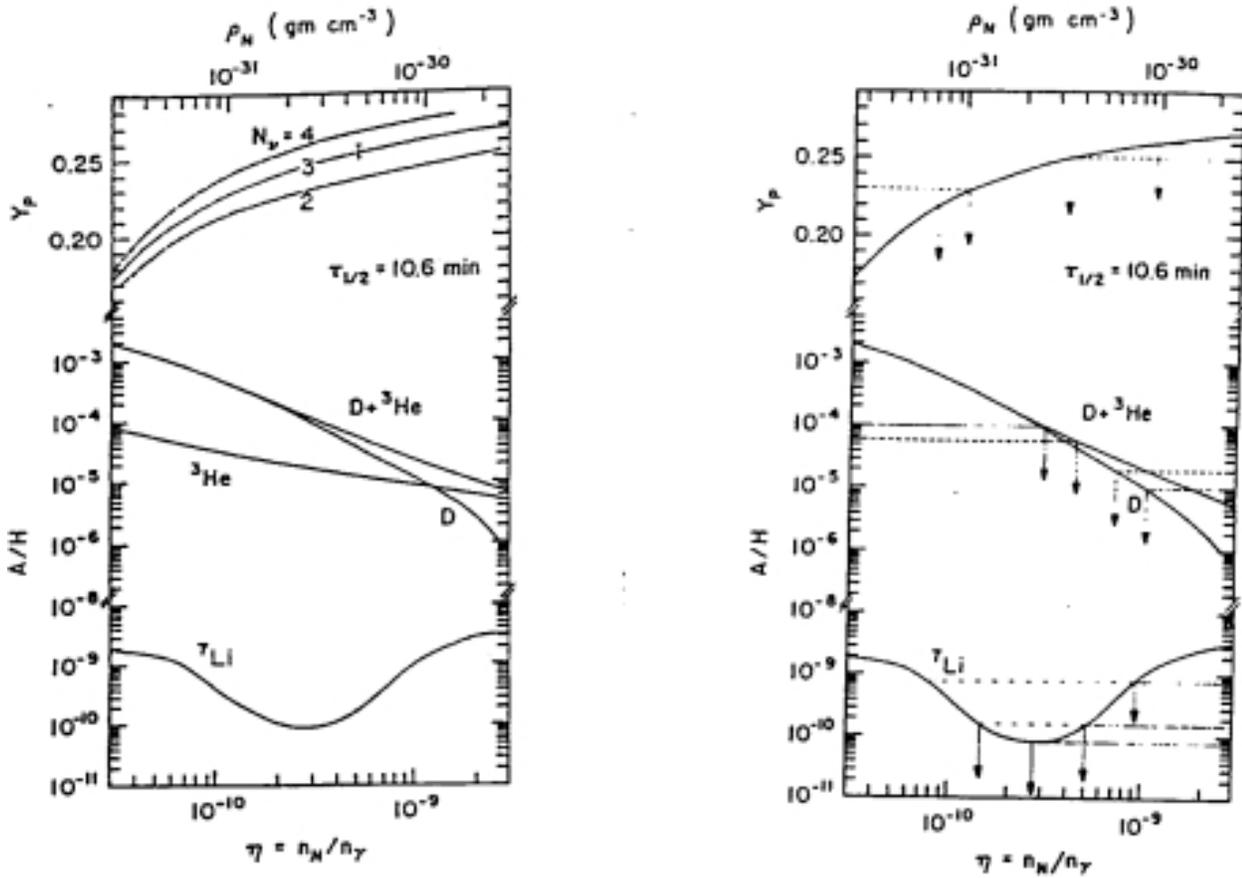
dove  $\Delta m = m_n - m_p$  e' la differenza in massa tra neutrone e protone. La nucleosintesi inizio' a  $T = 10^9$  K e ando' avanti fino a  $T = 10^8K$ , quando la reazione di sintesi neutrone-protone che stimola la formazione del D fu seguita da reazioni termonucleari che portarono alla formazione di nuclei di massa atomica 3, 4 e 7.

La nucleosintesi risultante dipese basicamente da due diversi parametri:

i) la densita' barionica dell'Universo che governa il tasso delle reazioni termonucleari (il D e' il piu' sensibile alla densita' barionica).

ii) Il numero di famiglie di neutrini che influenzano soprattutto la formazione dell' $^4He$ .

Infatti, i tassi delle reazioni termonucleari crescono con la densita' barionica dell'Universo, e quindi la risultante abbondanza di D decresce in accordo. Un aumento nel numero di famiglie di neutrini corrisponde, invece, ad un aumento della densita' totale di energia dell'Universo che ne accelera l'espansione. Cio' porta a far si' che il congelamento o "freeze-out" del rapporto  $n/p$ , che corrisponde al momento in cui la velocita' delle reazioni protone-neutrone e la velocita'



**Fig. 40**  
 Resulting abundances of  $\text{D}$ ,  $^3\text{He}$ ,  $^4\text{He}$  and  $^7\text{Li}$  predicted by the canonical Big Bang model against the baryon/photon ratio  $\eta$ . Figure 1a shows the dependence of the resulting  $^4\text{He}$  abundance ( $Y_p$ ) with the number of neutrino families. In figure 1b,  $N_\nu = 3$  and the corresponding arrows are those selected by the Chicago-Newark school in their analysis of the primordial abundances of these elements which outline their selected abundance range from Yang et al., 1984.

Figura 9.10: Nucleosintesi primordiale.

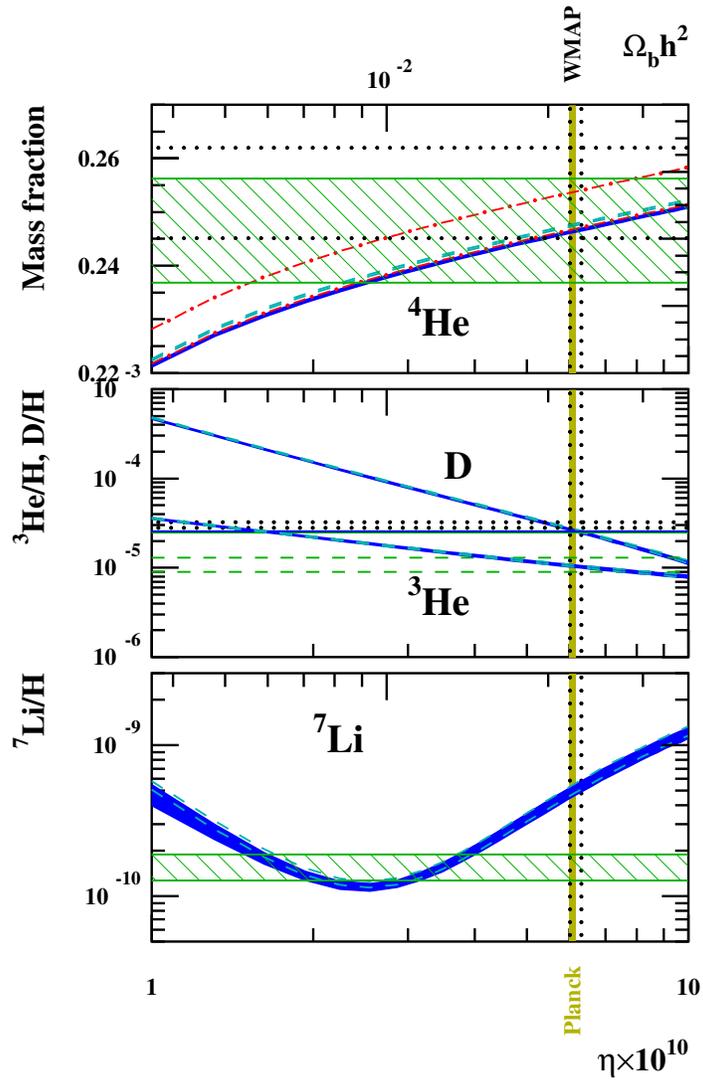


Figura 9.11: Nucleosintesi primordiale. Le curve blu chiaro e blu scuro sono le previsioni della nucleosintesi primordiale. Le linee verticali punteggiate nere sono i valori delle abbondanze primordiali derivate da WMAP e la verticale continua gialla rappresenta i valori di Planck. Le aree orizzontali verdi rappresentano stime osservative delle abbondanze primordiali. La linea tratto-punto rossa e' l'He primordiale calcolato basandosi sui risultati di Planck. Figura da Coc et al. 2014, Journal of Cosmology and Astroparticles Physics, 10, 050.

# TABELLA 3

TABLE 3 Abundances by number of light elements

Element	Primordial abundance	ISM abundance	Solar System abundance	Source
$D/H$	$(3.4 \pm 0.3) \cdot 10^{-5} - (2.0 \pm 0.5) \cdot 10^{-4}$	$(1.6 \pm 0.1) \cdot 10^{-5}$	$(2.6 \pm 0.6) \cdot 10^{-5}$	1,2, 3,4
$^3He/H$	$(1 - 2) \cdot 10^{-5}$	$(2 \pm 1) \cdot 10^{-5}$	$1.80 \cdot 10^{-5}$	5,6,11
$^4He/H$	0.0760-0.0795	0.1071	0.100	6,7,12,13
$^7Li/H$	$(1.73 \pm 0.21) \cdot 10^{-10}$	$3.16 - 6.76 \cdot 10^{-9}$	$1.97 \cdot 10^{-9}$	8,9,6
$^6Li/H$	$(2 - 9) \cdot 10^{-14}$		$1.59 \cdot 10^{-10}$	10,6
$^9Be/H$	$\sim (0.04 - 2) \cdot 10^{-17}$		$2.73 \cdot 10^{-11}$	6,10
$^{10}B/H$	$\sim (0.5 - 3) \cdot 10^{-19}$		$1.49 \cdot 10^{-10}$	6,10
$^{11}B/H$	$\sim (0.02 - 1) \cdot 10^{-16}$		$6.39 \cdot 10^{-10}$	6,10

1. Burles and Tytler (1998); 2. Webb et al. (1997); 3. Linsky et al. (1993;1995); Scully et al. (1996); 5. Gloeckler and Geiss (1996); 6. Grevesse and Noels (1993); 7. Isotov et al. (1999); 8. Bonifacio and Molaro (1997); 9. Duncan and Rebull (1996); 10. Thomas et al. (1993); 11. Olive and Fields (1999); 12. Olive et al. (1997); 13. Chiappini et al. (1997).

di espansione dell'Universo coincidono, avvenga prima, ovvero a temperatura piu' alta, con conseguente minor numero di decadimenti del neutrone. Questo vuol dire che ci sono piu' neutroni e il rapporto n/p e' piu' alto (vedi eq. 179), e quindi si forma piu' He che e' formato da due neutroni e due protoni. Quindi, un piccolo cambiamento della temperatura di freeze-out, che e' definita in un piccolo range di valori, puo' portare anche a grandi differenze nella composizione chimica.

Dopo  $3 \cdot 10^5$  anni, la temperatura scese a 4000 K ed inizio' la formazione di atomi neutri e stabili (era della ricombinazione). L'Universo divenne trasparente alla radiazione e questa radiazione si e' ora raffreddata fino a 2.7 K a causa dell'espansione dell'Universo, e costituisce la radiazione cosmica di fondo (Cosmic Microwave Background, CMB).

Boesgaard e Steigman (1985) indicarono che esiste un set ristretto di valori del parametro  $\eta$  per cui si ha buon accordo con le osservazioni delle abbondanze primordiali (vedi in seguito): in particolare, per evitare sovrapproduzione di D,  $\rightarrow \eta_{10} > 3 - 4$  ( $\eta_{10}$  e' in unita' di  $10^{-10}$ ), questo implica che:

$$\rho_B > 2 - 3 \cdot 10^{-31} (gcm^{-3}) \quad (180)$$

Dall'abbondanza attuale di D si deduce  $\eta_{10} < 7 - 10$  che implica:

$$\rho_B < 6 - 9 \cdot 10^{-31} (gcm^{-3}) \quad (181)$$

In altri termini, esiste una relazione tra  $\Omega_B$  ed  $\eta_{10}$  (eq. 174), il che implica:

$$0.011h^{-2} < \Omega_B < 0.026h^{-2} \quad (182)$$

Una stima seguente delle abbondanze primordiali indico' che si ha accordo con i dati osservativi solo se  $1.55 \leq \eta_{10} \leq 4.45$ , con valore preferito  $\eta_{10} \sim 3$ , che corrisponde a:

$$0.006h^{-2} \leq \Omega_B \leq 0.016h^{-2} \quad (182bis)$$

(vedi Olive 1999).

Risultati piu' recenti e piu' accurati, basati sulla misura del D primordiale (Tytler et al. 2000) da assorbitori dei quasars (vedi in seguito), da':

$$\Omega_B = (0.019 \pm 0.0009)h^{-2}$$

Piu' recentemente (Dunkley et al. 2009, ApJS, 180, 306), l'esperimento WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe) ha misurato con altissima precisione il valore di  $\eta$  dalla radiazione di fondo cosmica, ottenendo  $\eta_{10_{CMB}} = 6.226 \pm 0.170$ .

Questo si traduce in:

$$\Omega_B = (0.02273 \pm 0.00062)h^{-2}$$

e questa rappresenta una misura di  $\Omega_B$  indipendente dalla nucleosintesi e si trova in ottimo accordo coi dati precedenti (vedi Figura 40 bis). E' interessante notare che il massimo  $\Omega_B$ , nell'intervallo di massima variazione della costante di Hubble che si trova tra 50 e 100  $Kmsec^{-1}Mpc^{-1}$ , e' circa un fattore 10 piu' basso del parametro  $\Omega$  stimato dinamicamente (dalle masse derivate per gli ammassi di galassie):

$$\Omega_{dyn} = 0.2 - 0.3 \tag{183}$$

A questo punto e' il caso di citare che la  $\Omega$  che si deriva per la sola materia luminosa e'  $\Omega_{mv} \geq (0.0017 - 0.0021)h^{-1}$  come stimato dalle osservazioni delle stelle.

Se confrontiamo questi valori con quello di  $\Omega_B$  previsto dal Big Bang vediamo che  $\Omega_{mv}$  e' in contrasto coi valori minimi previsti, indicando chiaramente la presenza di materia oscura barionica. Tuttavia queste stime della massa luminosa sono ancora piuttosto incerte. Confrontando  $\Omega_B$  con  $\Omega_{dyn}$  si deduce che la maggior parte della materia sia oscura e che quest'ultima debba essere fatta soprattutto di materia non-barionica.

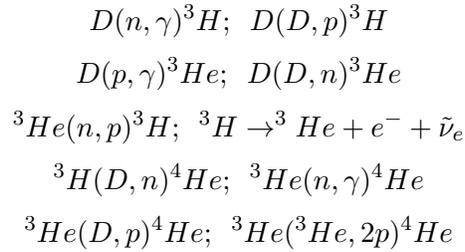
In realta' la situazione e' piu' complessa e l'intervallo per  $\Omega_{dyn}$  da considerare sarebbe maggiore, ovvero 0.01-2.0. D'altra parte, la teoria inflazionistica, che spiega il problema della piatezza e grande eta' dell'Universo e il problema dell'orizzonte delle particelle, richiede un parametro di densita' totale  $\Omega = 1$ . A chiarire la questione ci sono i recenti risultati ottenuti con le supernovae e la radiazione di fondo a microonde, citati nei capitoli precedenti, che hanno rivelato l'esistenza di una costante cosmologica diversa da zero. In particolare, al momento attuale i valori delle varie densita'  $\Omega$  che rappresentano l'Universo standard sono:  $\Omega_\Lambda = 0.7$ ,  $\Omega_m = 0.3$  (densita' della materia barionica e non-barionica) e  $H_o = 70kmsec^{-1}Mpc^{-1}$ .

Pertanto, non ci resta che concludere che, se cosi' stanno le cose, l'Universo e' fatto soprattutto di una forma sconosciuta di energia che agisce al contrario della gravita' e che e' rappresentata da  $\Omega_\Lambda$ . Per quanto riguarda la materia i barioni sembrano essere una piccola frazione della materia totale, confermando quindi l'esistenza di materia oscura non-barionica.

Dopo  $3 \cdot 10^5$  anni dal Big Bang, la temperatura scese a  $T \sim 4000$  K e si ebbe per la prima volta la formazione di atomi stabili. I nuclei di H ed He si combinarono con gli elettroni e formarono atomi neutri. Questa epoca e' nota col nome di *epoca della ricombinazione* anche se sarebbe piu' corretto chiamarla epoca della *combinazione!* A questo punto i fotoni si disaccoppiarono dalla materia e l'Universo divenne trasparente alla radiazione elettromagnetica. Questa radiazione si e' ora raffreddata e costituisce la radiazione cosmica di fondo a  $T \sim 2.7$  K. Dopo di cio' l'Universo continuo' ad espandersi fino alla formazione delle galassie, di cui tratteremo nei prossimi capitoli.

## 9.5 Le reazioni nucleari coinvolte nella nucleosintesi primordiale

Le principali reazioni nucleari coinvolte nella nucleosintesi del Big Bang possono riassumersi in :



Quando si arriva ai numeri atomici 5 e 8 i nuclei non sono stabili e la barriera coulombiana aumenta a causa del raffreddamento dell'Universo.  ${}^7Li$  e  ${}^7Be$  sono prodotti attraverso le reazioni:



## 9.6 Determinazione osservativa delle abbondanze primordiali di D, ${}^3He$ , ${}^4He$ e ${}^7Li$

Vediamo ora come si possano determinare le abbondanze primordiali indipendentemente dalla nucleosintesi primordiale.

$D$ ,  ${}^3He$ —Poiche' il D e' facilmente distrutto negli interni stellari ed e' trasformato in  ${}^3He$  ( $D + p \rightarrow {}^3He + \gamma$ ), la determinazione dell'abbondanza di D ed  ${}^3He$  primordiali dipende molto dall'evoluzione stellare e galattica. Un modo per determinare le abbondanze primordiali di questi due elementi e', infatti, attraverso modelli di evoluzione chimica galattica che riproducano le abbondanze di D ed  ${}^3He$  al momento presente e nel sistema solare (cioe' 4.5 miliardi di anni fa). Tale metodo tuttavia contiene tutte le incertezze insite nei modelli chimici galattici (vedi prossimo capitolo). Attualmente si stima la abbondanza primordiale del D da misure effettuate negli spettri di assorbimento associati ai Quasars. Tali spettri derivano dal fatto che la luce del quasar viene assorbita da gas e/o galassie che si trovano nella linea di vista. Poiche' la maggioranza dei QSOs e' osservata ad alti redshifts, anche gli oggetti interposti che assorbono la luce dei QSOs si trovano ad alto redshift. Poiche' tali oggetti sono sicuramente poco evoluti e poiche' il D viene solo distrutto durante il tempo di vita dell'universo se ne deduce che il D misurato in questi oggetti ci possa dare un limite inferiore al D primordiale. In tabella 3 sono riportate tutte le misure del D primordiale e degli altri elementi leggeri insieme alle abbondanze misurate nel sistema solare e nel mezzo interstellare (le abbondanze sono in numero). Dalla tabella si vede che il D primordiale viene definito in un vasto intervallo di valori, tuttavia recentemente si tende a credere di piu' al valore piu' basso, che e' anche in ottimo accordo con le previsioni del Big Bang standard (vedi Figura 40).

L'abbondanza attuale del D viene invece generalmente misurata nel mezzo interstellare locale (anello solare) attraverso la sua riga Lyman (920A) nella banda ultravioletta, oppure nel sistema

solare, principalmente dal rapporto  ${}^3\text{He}/{}^4\text{He}$  nel vento solare. Il valore interstellare (in numero) dell'abbondanza di D era fino a qualche anno fa:

$$(D/H)_{ISM} = (1.6 \pm 0.1)10^{-5}$$

come misurato da Linsky (1998). Tuttavia, recenti misure di FUSE (far ultraviolet spectroscopic explorer) in 50 diverse linee di vista hanno indicato una notevole dispersione nei valori di D/H che vanno da  $(2.19 \pm 0.27)10^{-5}$  (Linsky et al. 2005) a  $(1.32 \pm 0.08)10^{-5}$  (Hebrard & Moos, 2003). Poiche' si pensa che questa diversita' di valori sia dovuta a diversi gradi di formazione di polvere da parte del D nelle diverse linee di vista, e' meglio assumere come valore tipico del mezzo interstellare locale il piu' alto:

$$(D/H)_{ISM} = (2.19 \pm 0.27)10^{-5}.$$

L'abbondanza derivata nel sistema solare e' invece:

$$(D/H)_{SS} = (2.6 \pm 0.6)10^{-5}.$$

Questi valori implicano una diminuzione di D/H dalla formazione del sistema solare ad oggi.

L'abbondanza di  ${}^3\text{He}$  viene determinata nel sistema solare (nel vento solare ed in alcuni meteoriti ricchi di gas):

$$({}^3\text{He}/H)_{SS} = (1.4 \pm 0.4)10^{-5}$$

$$(D + {}^3\text{He})_{SS} = (3.6 \pm 0.6)10^{-5}$$

Le abbondanze primordiali di D ed  ${}^3\text{He}$  vengono dedotte anche da modelli di evoluzione galattica e dalla nucleosintesi primordiale (vedi Tabella riassuntiva).

${}^4\text{He}$ ,  ${}^7\text{Li}$ —Dovrebbe essere, in linea di principio, relativamente facile determinare le abbondanze primordiali di questi due elementi nelle stelle povere di metalli, benché il  ${}^7\text{Li}$  venga anch'esso facilmente distrutto (e probabilmente in parte prodotto) dalle stelle. L'abbondanza di  ${}^4\text{He}$  e' stata misurata nel Sole, in Giove, nel vento solare, nelle nebulose planetarie, negli ammassi globulari e nelle regioni III galattiche ed extragalattiche. L'abbondanza primordiale di He viene dedotta da:

$$\text{Nebulose Planetarie} \rightarrow Y_p \simeq 0.22$$

$$\text{Ammassi Globulari} \rightarrow Y_p \simeq 0.23 \pm 0.02$$

$$\text{Galassie Compatte Blu} \rightarrow Y_p \simeq 0.245 \pm 0.003$$

dove  $Y_p$  e' l'abbondanza di  ${}^4\text{He}$  in massa. L'abbondanza primordiale di  ${}^4\text{He}$  e' molto importante poiche' una variazione dell'1% in tale abbondanza corrisponde ad un incremento di uno nel numero delle famiglie di neutrini.

I valori dell'abbondanza di He dedotti da Giove e dalle atmosfere stellari sono invece indicativi del tempo di formazione del sistema solare.

Essi sono:

$$\text{Giove} \rightarrow 0.17 < Y_p \leq 0.24$$

$$\text{Atmosfere Stellari} \rightarrow Y_p \simeq 0.28 \pm 0.04$$

L'abbondanza primordiale di  ${}^7\text{Li}$  veniva dedotta da misure in stelle povere di metalli. Queste misure indicavano un'abbondanza di Litio pari a  $\log(\epsilon(\text{Li})) = 12 + \log({}^7\text{Li}/H) \sim 2.2$ , che e' una notazione frequentemente usata in letteratura. Dal confronto tra le abbondanze primordiali cosi' misurate e quelle previste dalla teoria standard del Big Bang si deduceva che c'e' accordo solo per un valore di  $\eta_{10}$  definito in un ben ristretto intervallo e questo e' da considerarsi come il maggior successo della teoria del Big Bang. Purtroppo questo non e' piu' cosi' da quando si sono dedotte le abbondanze primordiali degli elementi leggeri direttamente dal valore di  $\eta_{10}$  ottenuto dagli esperimenti WMAP e Planck (vedi in seguito).

## Tabella 4bis

### Abbondanze di Li, Be e B e loro rapporti.

Elemental abundances of Li, Be and B determined in different astrophysical locations  
( $n(H) = 10^{12}$ ) compilation from Reeves and Meyer, 1978.

	Li	Be	B
Carb. Chondrites	2200 ± 400	36 ± 13	1400
Ord. Chondrites	1900 ± 800	14	500
Sun	10 ± 3	14	20
Stars	1000	13	15-20
ISM	500	70	150 ± 70

Elemental and isotopic ratios of Li Be B determined in the Solar System and compiled  
by different authors (assembled by Walker et al., 1985).

( $H = 10^{12}$ )

Elements	Meyer (1979)	Austin (1981)	Cameron (1982)	Anders, Ebihara (1979)
${}^6\text{Li}$	76	70	180	160
${}^7\text{Li}$	900	900	2100	2000
${}^9\text{Be}$	14	14	45	29
${}^{10}\text{B}$	30	30	70	180
${}^{11}\text{B}$	120	120	270	710
${}^7\text{Li}/{}^6\text{Li}$	12.6	12.6	12.6	12.6
${}^{11}\text{B}/{}^{10}\text{B}$	4.05	4.05	4.05	4.05
${}^6\text{Li}/{}^9\text{Be}$	5.7	5.0	3.7	5.7
$\text{B}/{}^9\text{Be}$	14	11	7.5	31

The  ${}^7\text{Li}/{}^6\text{Li}$  and  ${}^{11}\text{B}/{}^{10}\text{B}$  ratios are precisely estimated to be respectively  $12.6 \pm 0.2$  and  $4.05 \pm 0.10$  while  ${}^6\text{Li}/{}^9\text{Be}$  ranges from 3.7 to 5.7 and  $\text{B}/{}^9\text{Be}$  from 7.5 to 31. In this context one should recall that Ferlet and Dennefeld (1984) have analyzed the  ${}^7\text{Li}/{}^6\text{Li}$  ratio in different nearby interstellar clouds and found it to be  $25 < \frac{{}^7\text{Li}}{{}^6\text{Li}} < 150$  i.e. significantly larger than its Solar System value. The implications of this determination will be discussed in §3.4.

The role of the spallation reactions in the synthesis of these elements was already envisaged in 1957 by B<sup>2</sup>FH and Cameron 1957. In Audouze and Reeves 1982, one can find a list of the nuclear physics teams who were most active in determining their experimental cross sections ( figures 11a and 11b).

Figura 9.12: Abbondanze di Li, Be e B e loro rapporti.

### 9.6.1 Abbondanze primordiali da WMAP

Con l'esperimento WMAP (Hinshaw et al. 2009) si e' determinato con grande accuratezza il rapporto barioni/fotoni,  $\eta_{10} = 6.23 \pm 0.17$  da cui si derivano le seguenti abbondanze primordiali, una volta adottati i risultati teorici della nucleosintesi primordiale:

- $(D/H)_{CMB} = 2.74_{-0.16}^{+0.26} \cdot 10^{-5}$
- $({}^3He/H)_{CMB} = 9.30_{-0.67}^{+1.00} \cdot 10^{-6}$
- $Y_{CMB} = 0.2484_{-0.0005}^{+0.0004}$
- $({}^7Li/H)_{CMB} = 3.76_{-0.38}^{+1.03} \cdot 10^{-10}$

Come abbiamo gia' visto, queste abbondanze, a parte quella del Litio, sono in ottimo accordo con le stime derivate dalle osservazioni. La situazione e' chiaramente illustrata dalla Figura 9.11 dove vengono riportate anche le stime osservative delle varie abbondanze primordiali. Da queste abbondanze primordiali si e' pertanto derivata la seguente densita' barionica:

$$\Omega_B = (0.00227 \pm 0.0006)h^{-2}.$$

### 9.6.2 Abbondanze primordiali da Planck

Con l'esperimento Planck (vedi Coc et al. 2014) si e' di nuovo determinato con grande accuratezza il valore di  $\eta$  e di conseguenza i valori delle abbondanze primordiali degli elementi leggeri. Le abbondanze derivate differiscono di poco da quelle ottenute da WMAP e confermano un alto valore del Li primordiale (vedi paragrafo seguente). Insieme ai valori dedotti dalla CMB sono riportati sotto anche quelli osservati.

- $(D/H)_{CMB} = (2.57 - 2.72) \cdot 10^{-5}$  ;  $(D/H)_{obs} = 2.53 \pm 0.04$
- $({}^3He/H)_{CMB} = (1.02 - 1.08) \cdot 10^{-6}$ ;  $({}^3He/H)_{obs} = (1.1 \pm 0.2) \cdot 10^{-5}$
- $Y_{CMB} = 0.2461 - 0.2466$ ;  $Y_{obs} = 0.2465 \pm 0.0097$
- $({}^7Li/H)_{CMB} = (4.56 - 5.34) \cdot 10^{-10}$ ;  $({}^7Li/H)_{obs} = (1.58_{-0.28}^{+0.35}) \cdot 10^{-10}$

### 9.6.3 Il problema del Litio

Come abbiamo visto da Figura 9.11 il confronto tra le misure delle abbondanze primordiali dei vari elementi leggeri e i risultati della nucleosintesi primordiale suggeriscono che, per  $\eta_{10}$  misurato da WMAP, c'e' un buon accordo per D,  ${}^3He$  ed  ${}^4He$  ma non per il  ${}^7Li$ . Il disaccordo per il Litio e' dovuto al fatto che il Li primordiale viene misurato nelle stelle dell'alone galattico, che sono considerate le piu' vecchie, e che sembra essere costante almeno tra  $[Fe/H] = -3.0$  e  $-1.0$  (per la definizione di  $[Fe/H]$  vedi paragrafo 9.9.1) che e' un tracciatore della metallicita' stellare. Fino a pochi anni fa questa costanza dell'abbondanza di Li nelle stelle di alone, detta Spite plateau, veniva interpretata come dovuta al fatto che stelle povere di metalli hanno convezione meno efficiente e quindi non distruggono il Li in atmosfera che cosi' indica quello del gas da cui si sono formate e presumibilmente quello primordiale. Per lungo tempo questa e' stata l'interpretazione standard, in accordo con i valori di  $\eta_{10}$  dedotti prima di WMAP. In particolare l'abbondanza primordiale di Li veniva suggerita essere  $\log\epsilon({}^7Li)_P \approx 2.2$  (dove  $\log\epsilon({}^7Li) = 12 + \log(Li/H)$  e  $\log\epsilon(H) = 12$ ) che poi in seguito sali' a 2.34 (Melendez & Ramirez, 2004). Tuttavia in un articolo seguente, l'abbondanza di Li dello Spite plateau decrebbe di nuovo a  $\log\epsilon({}^7Li)_P \approx 2.199 \pm 0.086$ , che corrisponde al valore di  $({}^7Li/H) = 1.58_{-0.28}^{+0.35} \cdot 10^{-10}$  (vedi Sbordone et al. 2010). Tutte

queste abbondanze primordiali sono comunque piu' basse di quella suggerita da WMAP che e'  $\sim 2.6$  e da Planck, che differisce di poco. A complicare la situazione sono intervenuti anche nuovi dati osservativi di stelle di alone molto povere di metalli con  $[\text{Fe}/\text{H}] < -3.0$  dex che mostrano Li piu' basso delle altre e non piu' costante (Vedi Figura). A questo punto le stelle non sono piu' un indicatore di Litio primordiale. in quanto anche le stelle piu' povere di metalli mostrano che il Li e' stato consumato. Si sta dunque studiando il modo di avere consumo di Li in stelle molto povere di metalli. La situazione e' poco chiara e non ci sono al momento soluzioni soddisfacenti. Nella Figura 9.13 mostriamo il confronto tra un modello di evoluzione galattica (vedi in seguito) che parte dall'abbondanza primordiale  ${}^7(\text{Li}/\text{H})_P = 2.2 \cdot 10^{-10}$  e assume che il Li venga in seguito prodotto da sorgenti stellari quali supernovae core-collapse, novae e stelle di AGB. Il modello predice le abbondanze nel mezzo interstellare e va confrontato solo con le stelle del bordo superiore poiche' nelle altre il Litio e' stato bruciato. Le stelle al bordo superiore dovrebbero infatti riflettere il Li del mezzo da cui si sono formate. Il valore del Li primordiale di WMAP e' indicato.

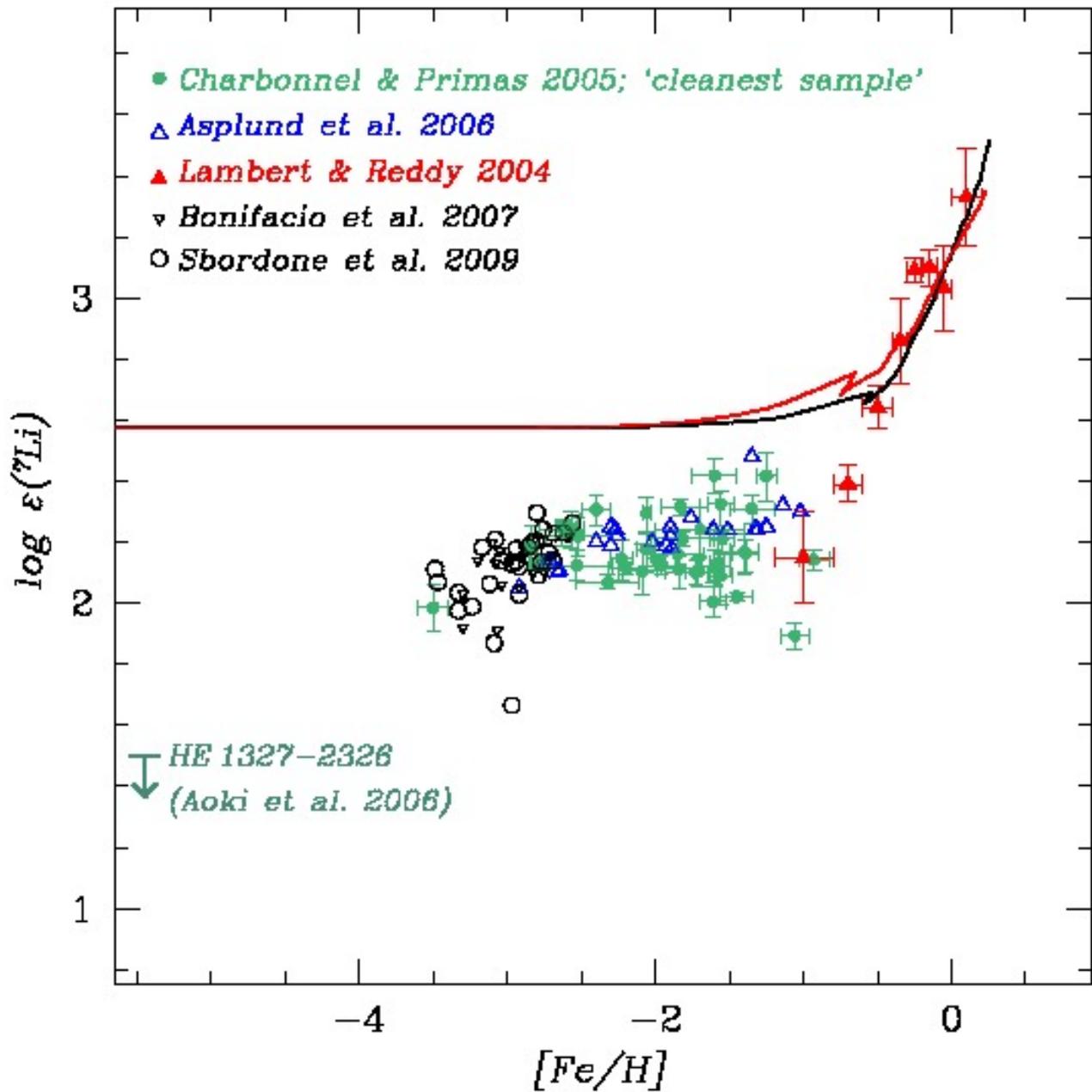


Figura 9.13: Abbondanza di Li (in massa) in funzione della metallicita' del mezzo interstellare, tracciata da  $[\text{Fe}/\text{H}]$ . La linea rossa rappresenta un modello di evoluzione galattica che assume come abbondanza primordiale di Litio  $\log \epsilon(^7\text{Li})_P = 2.2$ . La posizione del Litio primordiale da WMAP ( $\sim 2.6$ ) e' indicata in figura.

## 9.7 Produzione di elementi per spallazione

I processi di spallazione consistono in interazioni tra la materia interstellare e i raggi cosmici. I raggi cosmici sono costituiti da un flusso di particelle, essenzialmente protoni, benché nuclei più pesanti siano anche presenti, dotate di energia elevatissima (si muovono quasi alla velocità della luce). I raggi cosmici provengono da corpi celesti: una parte di essi proviene infatti dal sole ma la parte più importante sembra provenire da esplosioni di supernova. I raggi cosmici attraversano l'atmosfera terrestre e sono costituiti da due componenti: una *molle* che viene arrestata da una lastra di piombo di spessore di circa 15 cm ed una componente *dura* che può attraversare spessori di piombo di oltre 1 metro. È interessante notare che la composizione chimica dei raggi cosmici non è solare, in particolare c'è una sovrabbondanza di elementi del picco del  $^{56}\text{Fe}$  e di elementi ricchi di neutroni, quali il  $^{22}\text{Ne}$ , il  $^{25}\text{Mg}$  e il  $^{26}\text{Mg}$ , mentre l' $^{14}\text{N}$  è sottoabbondante.

### *Caratteristiche fisiche del processo di spallazione*

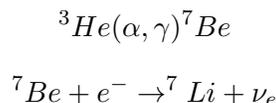
Questo processo si può dividere in due fasi:

1- una prima fase rapida della durata di  $\simeq 10^{-22}$  secondi, durante la quale le particelle incidenti (i raggi cosmici) collidono con nuclei di atomi con la conseguente estrazione di alcuni nucleoni,

2- una seconda fase più lunga, della durata di  $\simeq 10^{-16}$  secondi, durante la quale i nuclei eccitati fanno evaporare altri nucleoni.

Alla fine delle due fasi il risultato netto è la formazione di elementi più leggeri, appunto il  $^6\text{Li}$ , il  $^9\text{Be}$ , il  $^{10}\text{B}$  ed il  $^{11}\text{B}$ . I nuclei spallati appartengono generalmente agli atomi di C, N, O i quali possono essere quelli dei raggi cosmici che collidono coi protoni che costituiscono l'idrogeno del mezzo interstellare o viceversa possono essere i nuclei di C, N, O già presenti nel mezzo interstellare eccitati dai protoni dei raggi cosmici. Anche una piccola parte di  $^7\text{Li}$  viene prodotta durante la spallazione ma si pensa che essa non costituisca più del 10-20% dell'abbondanza di  $^7\text{Li}$  osservata nel sistema solare. A tal proposito vale la pena di ricordare che l'abbondanza di Litio nel sistema solare e nelle stelle giovani è circa  $10^{-9}$  in numero, un fattore 10 più alta di quella prevista dalla teoria del Big Bang ( $\simeq 10^{-10}$ ). Questo implica che la maggior parte del  $^7\text{Li}$  deve essere prodotto tramite reazioni termonucleari nelle stelle. Tuttavia occorre ricordare che il litio è facilmente distrutto nelle stelle e che esiste una corrente di pensiero che interpreta il contenuto di  $^7\text{Li}$  nelle stelle giovani come indicativo del valore primordiale e quello delle stelle vecchie (un fattore 10 più basso) come il risultato della distruzione di questo elemento negli interni stellari. Questa teoria però richiede una nucleosintesi primordiale non-standard, difficile da immaginare. Quindi il  $^7\text{Li}$  deve essere prodotto dalle stelle, ma quali? I candidati più probabili sono: stelle di ramo asintotico, stelle giganti rosse di piccola massa, dove si misurano sovrabbondanze di  $^7\text{Li}$  in atmosfera, le supernovae di tipo II e le novae.

La reazione che dà origine al  $^7\text{Li}$  è:



La formazione del Litio secondo questo canale avverrebbe grazie al fatto che il tempo di trasformazione del Be in Li è maggiore del tempo di trasporto della convezione e ciò consentirebbe al Be di essere trasportato in regioni di minore temperatura prima di trasformarsi in Litio. In questo modo il litio così formato può sopravvivere alla fusione con un protone che avviene a  $T \geq 2.8 \cdot 10^6$  K.

I rapporti tipici tra elementi leggeri nel sistema solare sono riportati in Tabella 4. Di particolare importanza per stabilire l'origine del  $^7\text{Li}$  è il rapporto  ${}^7\text{Li}/{}^6\text{Li}$  sia nel sistema solare che nel mezzo interstellare. Questi due valori infatti indicano se c'è stata crescita, decrescita o

costanza di questo rapporto negli ultimi 4.5 miliardi di anni (il tempo trascorso dalla nascita del sistema solare). In particolare, la similarita' di questo rapporto nel sole e nel mezzo interstellare favorirebbe l'ipotesi di una produzione essenzialmente stellare del  ${}^7\text{Li}$ , poiche' se anche il  ${}^7\text{Li}$  provenisse dalla spallazione il rapporto attuale dovrebbe essere minore di quello solare poiche' il  ${}^6\text{Li}$  e' quello che viene preferenzialmente prodotto nella spallazione e quindi predominerebbe nel rapporto. I valori osservativi al momento danno valori discordanti, alcune misure indicano un valore dell'ordine di quello del sistema solare mentre altre sembrano indicare un valore molto piu' basso (Lemoine 1995).

## 9.8 Riassunto sulla produzione degli elementi

A questo punto abbiamo il quadro completo della situazione a riguardo dell'origine degli elementi chimici.

Riassumendo:

- ${}^1\text{H}$  e' solo distrutto durante l'evoluzione galattica
- D,  ${}^3\text{He}$ ,  ${}^4\text{He}$ ,  ${}^7\text{Li}$  sono prodotti durante il Big Bang
- D e' solo distrutto durante l'evoluzione galattica
- ${}^3\text{He}$  e' prodotto essenzialmente nelle stelle di massa  $1-2M_{\odot}$
- ${}^4\text{He}$  e' prodotto nelle stelle da 1 a  $100 M_{\odot}$  con un picco attorno a  $10M_{\odot}$
- ${}^7\text{Li}$  e' prodotto nelle stelle di ramo asintotico ( $5-8M_{\odot}$ ), nelle supernovae di tipo II e forse nelle novae. Una piccola parte di  ${}^7\text{Li}$  viene anche prodotta per spallazione ( $\sim 10\%$ )
- ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^9\text{Be}$ ,  ${}^{10}\text{B}$ ,  ${}^{11}\text{B}$  sono prodotti per spallazione dei raggi cosmici su atomi del mezzo interstellare
- ${}^{12}\text{C}$  e' prodotto nelle stelle a partire da  $M_{\text{HeF}}$  fino a  $100M_{\odot}$  soprattutto dalle masse intermedie ( $5-8M_{\odot}$ )
- ${}^{16}\text{O}$  e' prodotto nelle stelle massive da  $10M_{\odot}$  in su
- ${}^{14}\text{N}$  e' essenzialmente prodotto come elemento secondario nel ciclo CNO del bruciamento dell'idrogeno da stelle di massa intermedia, anche se durante la fase dei puls termici nella salita al ramo asintotico ci puo' essere produzione primaria di N. Anche le stelle massive producono una parte di  ${}^{14}\text{N}$  benché la maggior parte del nuovo azoto prodotto venga poi usato nei bruciamenti successivi all'idrogeno che avvengono in queste stelle. Anche nelle stelle massive si puo' produrre N primario se si considera la rotazione stellare.
- ${}^{15}\text{N}$  e' anch'esso un prodotto del bruciamento CNO esplosivo. Sembra che i maggiori produttori di questo isotopo siano le supernovae e le novae.

- $^{13}\text{C}$ ,  $^{17}\text{O}$  sono prodotti come  $^{14}\text{N}$  nel ciclo CNO nelle stelle di massa piccola ed intermedia ( $1-8M_{\odot}$ )
- $^{18}\text{O}$ ,  $^{22}\text{Ne}$  sono prodotti nel bruciamento di He in stelle massive a partire da  $^{14}\text{N}$
- gli elementi- $\alpha$  ( $^{20}\text{Ne}$ ,  $^{24}\text{Mg}$ ,  $^{28}\text{Si}$ ,  $^{32}\text{S}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ ) sono prodotti nelle stelle massive come l'ossigeno
- $^{56}\text{Fe}$  e simili sono prodotti soprattutto dalle supernovae di tipo Ia ma anche, in parte, dalle supernovae di tipo II
- **elementi-s** sono prodotti soprattutto nelle stelle di massa piccola ed intermedia
- **elementi-r** sono prodotti nelle supernovae di tipo II

## 9.9 Le abbondanze cosmiche

Le cosiddette abbondanze cosmiche sono quelle solari misurate sia nell'atmosfera del sole che nei meteoriti. Esse sono mostrate in figura 41 dove le abbondanze sono definite relativamente all'abbondanza di Silicio che si assume essere  $10^6$ . In Figura 41 si puo' subito notare che dopo l'H e l'He gli elementi piu' abbondanti sono quelli che si trovano nel canale principale delle reazioni nucleari, ovvero C, N ed O. Silicio e Ferro sono anche abbondanti a causa della loro alta energia di legame per nucleone. Li, Be e B fanno gruppo a parte poiche' la loro origine e' cosmologica o da spallazione. Infine U e Th sono rari. Il fatto che siano instabili ma presenti, anche se in minime quantita', induce a pensare che la loro sintesi sia avvenuta non molto tempo fa.

Le abbondanze cosmiche sono dette cosi' perche' fino a pochi anni fa si pensava che rappresentassero le abbondanze tipiche dell'Universo. Ultimamente, col progredire della conoscenza delle abbondanze in oggetti extragalattici, si e' verificato che quantomeno i rapporti tra i vari elementi come ad esempio elementi  $\alpha$  (O, Ne, Si, etc..) e Ferro non siano affatto solari in galassie esterne e persino nell'alone e nel nucleo della nostra galassia. Quello che si e' visto e' che il contenuto massimo globale di metalli, ovvero Z, e' nella maggior parte dei casi quello solare ( $Z=0.02$ ) anche se nel nucleo della nostra galassia e nei quasars sembrano esserci stelle con abbondanze anche 10 volte superiori a quella solare. Pertanto, il concetto di abbondanze cosmiche si sta ridimensionando alla luce delle sempre maggiori informazioni spettroscopiche.

### 9.9.1 Derivazione delle abbondanze cosmiche

Il flusso luminoso emesso dalle stelle e' caratterizzato da un continuo sul quale si stagliano righe di assorbimento. Il continuo puo' essere descritto dalla legge di corpo nero o legge di Planck (eq. 83). Il continuo non da' informazioni sulla struttura del corpo emittente ma solo sulla sua temperatura. Dall'equazione di Planck derivano due leggi importanti: i) la legge degli spostamenti di Wien e la legge di Stefan-Boltzmann. In particolare, la legge di Wien puo' essere espressa come:

$$\lambda_{max} \cdot T = \text{costante}$$

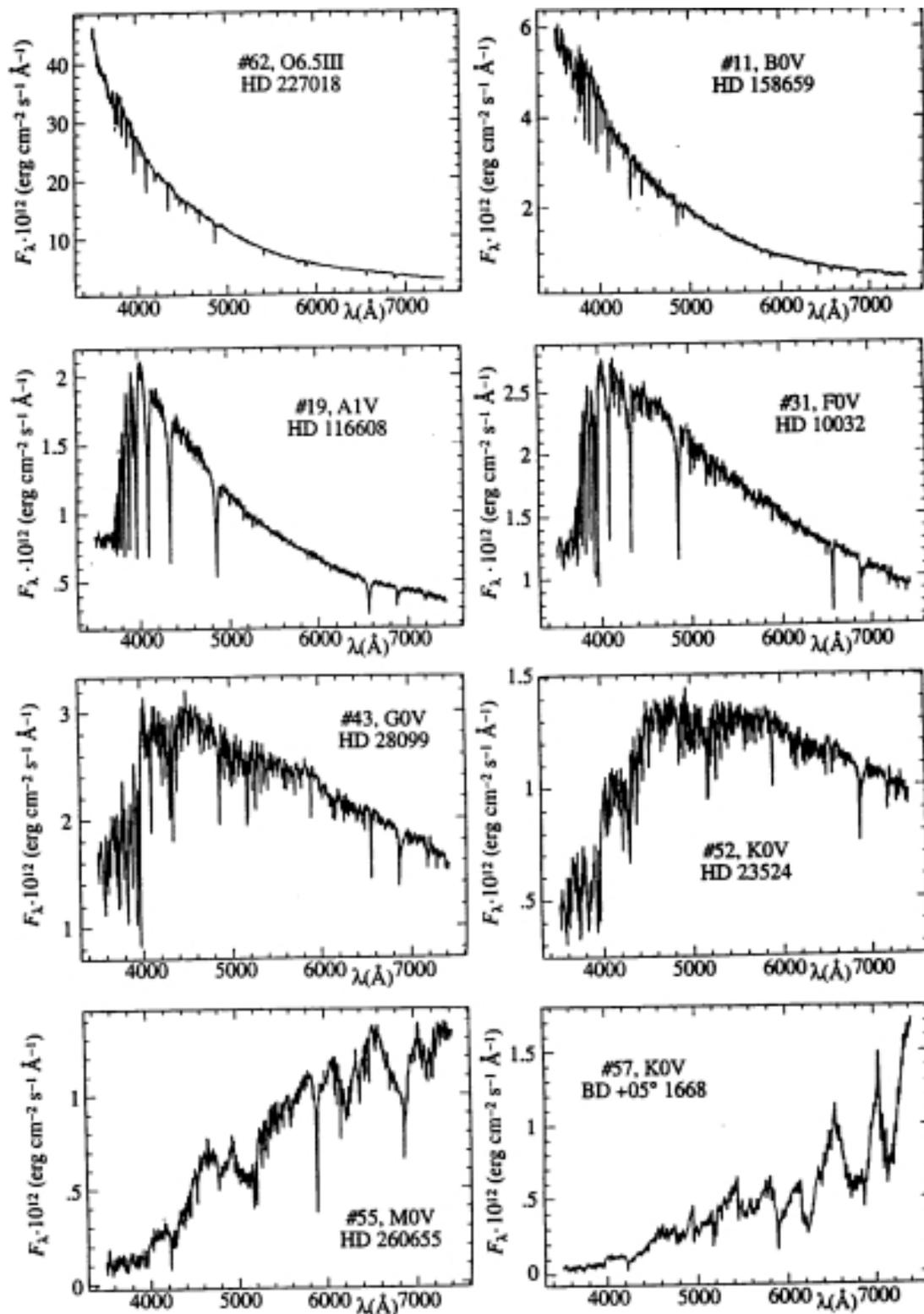


Fig. . Andamento nel dominio ottico della distribuzione di luce nei vari tipi spettrali delle stelle di sequenza principale. Secondo Margon, 1984.

Figura 9.14: Spettri stellari.

mentre la legge di Stefan-Boltzmann come:

$$F = \sigma_B T^4$$

ovvero, l'emissione termica di un corpo caldo di temperatura  $T$  e' proporzionale alla quarta potenza di  $T$ . La quantita'  $\sigma_B = 5.67 \cdot 10^{-5} \text{erg cm}^{-2} \text{sec}^{-1} \text{K}^{-4}$ .

Le righe di assorbimento avvengono poiche' piu' fotoni scompaiono dalla linea di vista. L'assorbimento e' dovuto a: i) assorbimento vero e proprio e ii) diffusione di fotoni. Questi processi sono stati gia' descritti nei precedenti capitoli. I due parametri fisici fondamentali che influenzano le righe spettrali sono la densita' e la natura degli atomi o ioni (composizione chimica) e la temperatura. Pertanto, dall'analisi delle righe spettrali misurate nelle atmosfere stellari possiamo risalire alla composizione chimica del gas in atmosfera, ovvero del gas da cui la stella si e' formata. Infatti, in stelle nane (sequenza principale), che sono quelle piu' usate per derivare le abbondanze, l'atmosfera non viene mai contaminata dai processi interni. Le abbondanze chimiche possono per' venir misurate anche nelle giganti rosse, ma occorre tenere conto di eventuali processi di mixing che possano aver alterato le abbondanze di alcuni elementi (es. C e N attraverso il ciclo CN, CNO).

Definiamo la larghezza equivalente di una riga  $w_\lambda$  or  $w_\nu$ :

$$w_\nu = \int \frac{(I_c - I_\nu)}{I_c} d\nu$$

e' l'ampiezza in angstroms di una striscia rettangolare dello spettro che ha la stessa area del profilo di riga (vedi disegno). Questa definizione e' utile poiche' il profilo di riga e' generalmente influenzato dalla distorsione strumentale. Ricordiamo qui che le righe spettrali non sono mai rigorosamente monocromatiche ma presentano un allargamento dovuto a vari effetti:

- Effetto Doppler (moto degli atomi)
- Effetto Stark (campi elettromolecolari)
- Pressione
- Effetto Zeeman (campi magnetici)

Definiamo ora il coefficiente di assorbimento di riga per atomo come:

$$a_\nu = (1 - e^{-h\nu/KT}) \frac{\pi e^2}{mc} f \varphi_\nu$$

dove  $f$  e' la *forza di oscillatore*, ovvero la probabilita' di transizione per quella riga: e' una costante che si calcola per mezzo della meccanica quantistica.

La quantita'  $\varphi(\nu)$  e' la *funzione di allargamento della riga*, mentre il termine  $(1 - e^{-h\nu/KT})$  e' detto *emissione indotta*. Il coefficiente di assorbimento di riga dipendera' quindi dalle transizioni (legato-legato, legato-libero, libero-libero), ovvero dall'abbondanza degli atomi assorbenti, dalla percentuale degli atomi del livello piu' basso e dalla probabilita' della transizione.

Si consideri uno strato di spessore  $L$  su cui incida, da un lato, della radiazione continua. Lo strato contiene atomi assorbitori (si suppone che non ci sia emissione). L'intensita' della radiazione dall'altro lato dello strato sara':

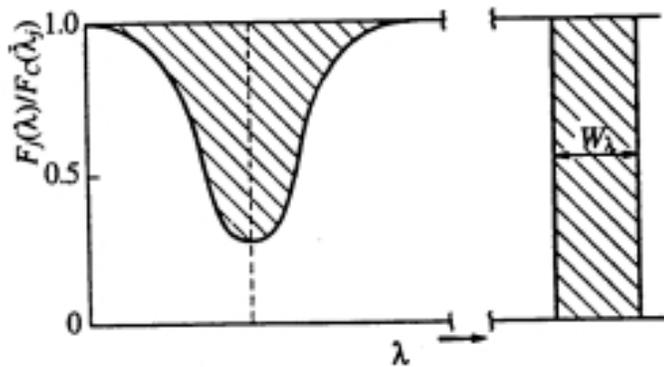
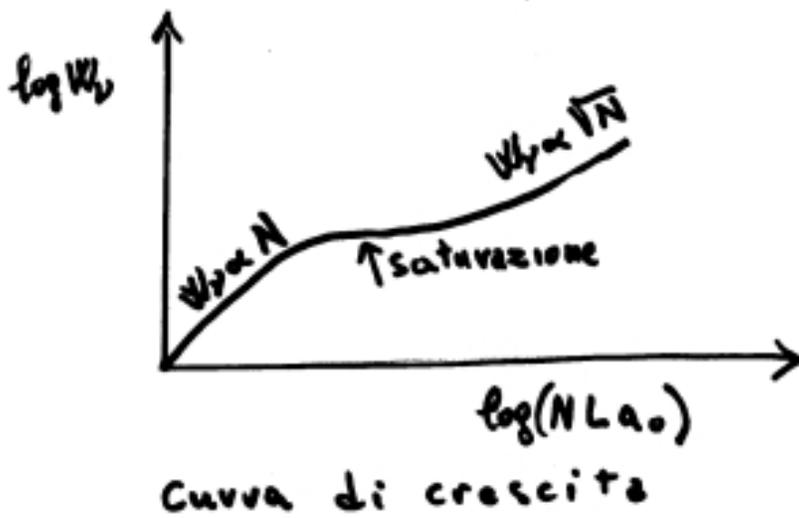
$$I_\nu = I_c e^{-\tau_\nu}$$

dove:

$$\tau_\nu = N L a_\nu = N L a_0 \varphi_\nu$$

con  $N$  uguale al numero di atomi assorbitori e avendo posto:

$$a_0 = (1 - e^{-h\nu/KT}) \frac{\pi e^2}{mc} f$$



Profilo e larghezza equivalente di un riga in assorbimento. Le regioni tratteggiate hanno la stessa area.

Figura 9.15: La curva di crescita.

Pertanto possiamo scrivere la larghezza equivalente di una riga come:

$$w_\nu = \int_0^\infty (1 - e^{-NL a_0 \varphi_\nu}) d\nu$$

dove si esplicita la relazione tra  $w_\nu$  ed il numero di atomi assorbitori,  $N_i$ , che la producono. questa relazione e' nota col nome di **curva di crescita**.

#### *La curva di crescita*

Se  $\varphi_\nu$  e' essenzialmente dovuta all'allargamento Doppler si puo' calcolare  $w_\nu$  facendo opportune approssimazioni e si ottiene:

$$w_\nu \propto N$$

per righe deboli (zona lineare della curva di crescita, vedi figura),

$$w_\nu = \text{costante}$$

per righe di moderata intensita' (zona di saturazione, vedi figura). Questa zona della curva di crescita non consente pertanto di misurare le abbondanze chimiche.

Infine:

$$w_\nu \propto \sqrt{N}$$

per righe forti (zona di damping- ovvero le righe sviluppano ali di smorzamento).

Per derivare le abbondanze dalla curva di crescita si procede cosi': si misurano le larghezze equivalenti di un numero abbastanza elevato di righe di un elemento A, appartenenti allo stesso stato di ionizzazione. Per ogni riga possiamo calcolare il fattore di Boltzmann:

$$\frac{N_{A_{ij}}}{N_{A_i}} = \frac{g_{A_{ij}}}{B_{A_i}} e^{-E_{A_{ij}}/KT}$$

dove  $N_{A_{ij}}$  e' il numero di atomi nello stato iniziale  $j$  della transizione considerata e  $N_{A_i}$  e' il numero totale di atomi nello stato di ionizzazione a cui appartengono lo righe. Dal confronto di piu' righe si ottiene T e una volta nota T si ottiene li fattore di Boltzmann, che e' la parte destra dell'equazione di sopra. Poi si confronta la curva di crescita empirica con una curva teorica, oppure con la curva di un'altra stella (ad esempio il Sole) e cosi' si ricava  $N_{A_{ij}}$ . A questo punto, grazie alle note equazioni di Boltzmann e di Saha (Capitolo V), si ottengono  $N_{A_i}$  e poi  $N_A$  e da qui  $P_e$ ,  $P_{gas}$  e  $g$ , ovvero la pressione elettronica, la pressione del gas e la gravita', rispettivamente.

La quantita'  $N_A$  corrisponde al numero totale di atomi assorbitori dell'elemento A presente nell'atmosfera della stella, ovvero **all'abbondanza chimica di A**.

Le maggiori incertezze nella derivazione delle abbondanze degli elementi chimici sono:

- le forze di oscillatore
- i modelli di atmosfera stellare ed in particolare l'ipotesi di equilibrio termodinamico locale.

Attualmente i modelli di atmosfere stellari sono molto raffinati e le abbondanze chimiche vengono derivate direttamente dal confronto di spettri sintetici (ottenuti attraverso sofisticati modelli atmosferici) e spettri reali, secondo una procedura delineata nel disegno. D'altra parte, lo sviluppo di spettrografi ad alta risoluzione sempre piu' raffinati e di grandi telescopi di alta tecnologia consentono di misurare le abbondanze con grande precisione.

Per "abbondanze solari" si intendono le abbondanze del gas da cui si e' formato il sistema solare 4.5 miliardi di anni fa. Le abbondanze misurate nella fotosfera solare sono generalmente riferite all'abbondanza dell'idrogeno che si assume avere un'abbondanza  $\log N_H = 12$ . Pertanto, un generico elemento X avra' un'abbondanza:

$$\log(N_X/N_H) + 12.$$

Le abbondanze solari misurate dai meteoriti vengono invece misurate rispetto al Silicio. In particolare, l'abbondanza di un generico elemento X sarà:

$$\log(N_X/N_{Si}) + 7.55.$$

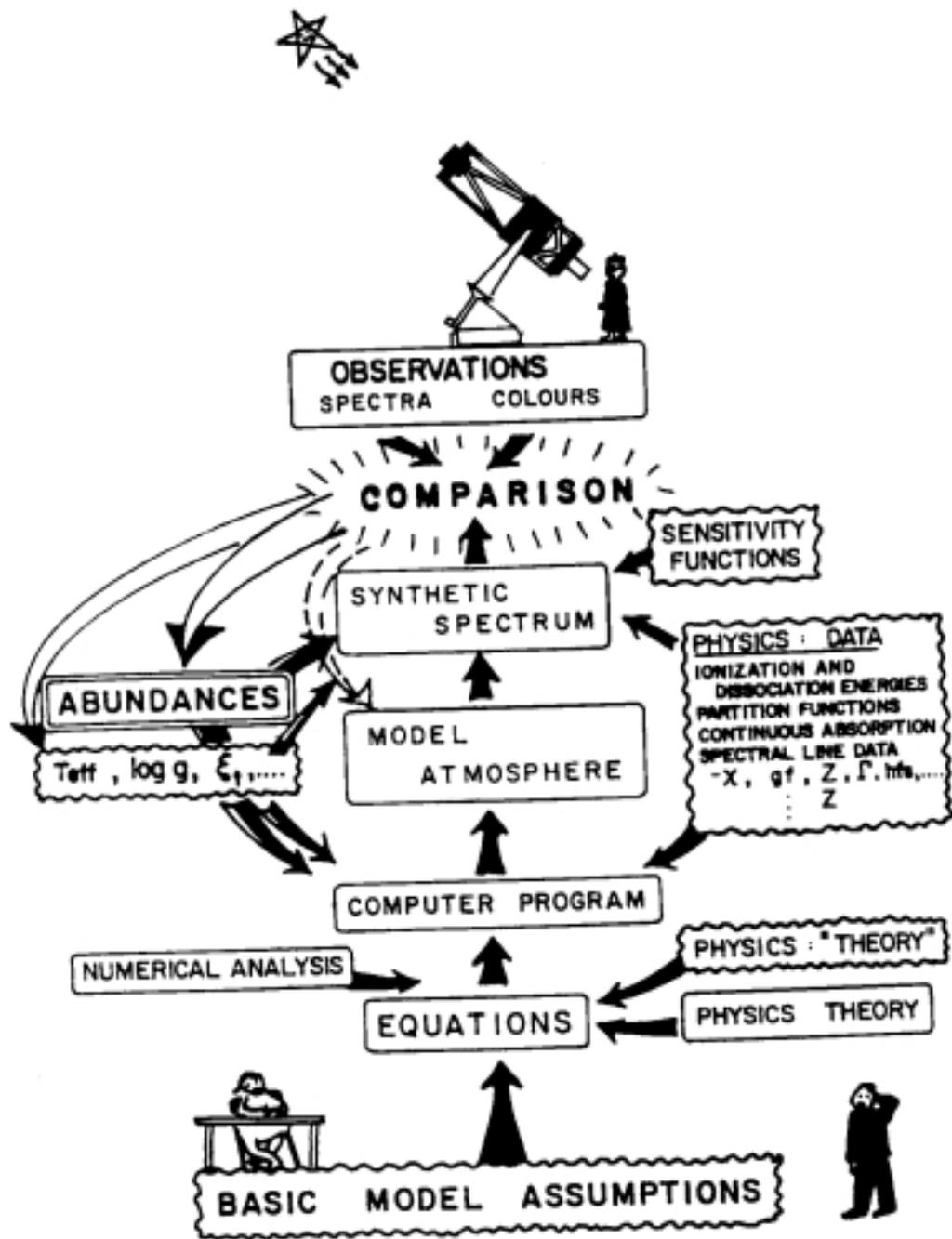
Nella Tabella qui di seguito sono riportate le abbondanze misurate nella fotosfera del Sole confrontate con quelle derivate dai meteoriti e le unità di misura sono le stesse ( $H=12$ ). Come si può vedere, l'accordo tra abbondanze fotosferiche e meteoritiche è molto buono.

Per quanto riguarda le abbondanze delle stelle in generale esse sono definite relativamente a quelle solari, in particolare:

$$[N_X/N_H] = \log(N_X/N_H)_* - \log(N_X/N_H)_\odot$$

dove  $\log(N_X/N_H)_*$  si riferisce alla stella e  $\log(N_X/N_H)_\odot$  al Sole. In questa notazione le abbondanze solari sono ovviamente tutte uguali a zero.

Lo studio delle abbondanze da spettri ad alta risoluzione di stelle nane e giganti nella nostra Galassia (alone, disco spesso e disco sottile), ci consentono di tracciare la storia dell'evoluzione chimica del nostro sistema stellare, come vedremo nel prossimo capitolo.



Cartoon indicating steps in abundance analysis using model atmospheres. After Grierson (1980).

Figura 9.16: Derivazione delle abbondanze stellari.

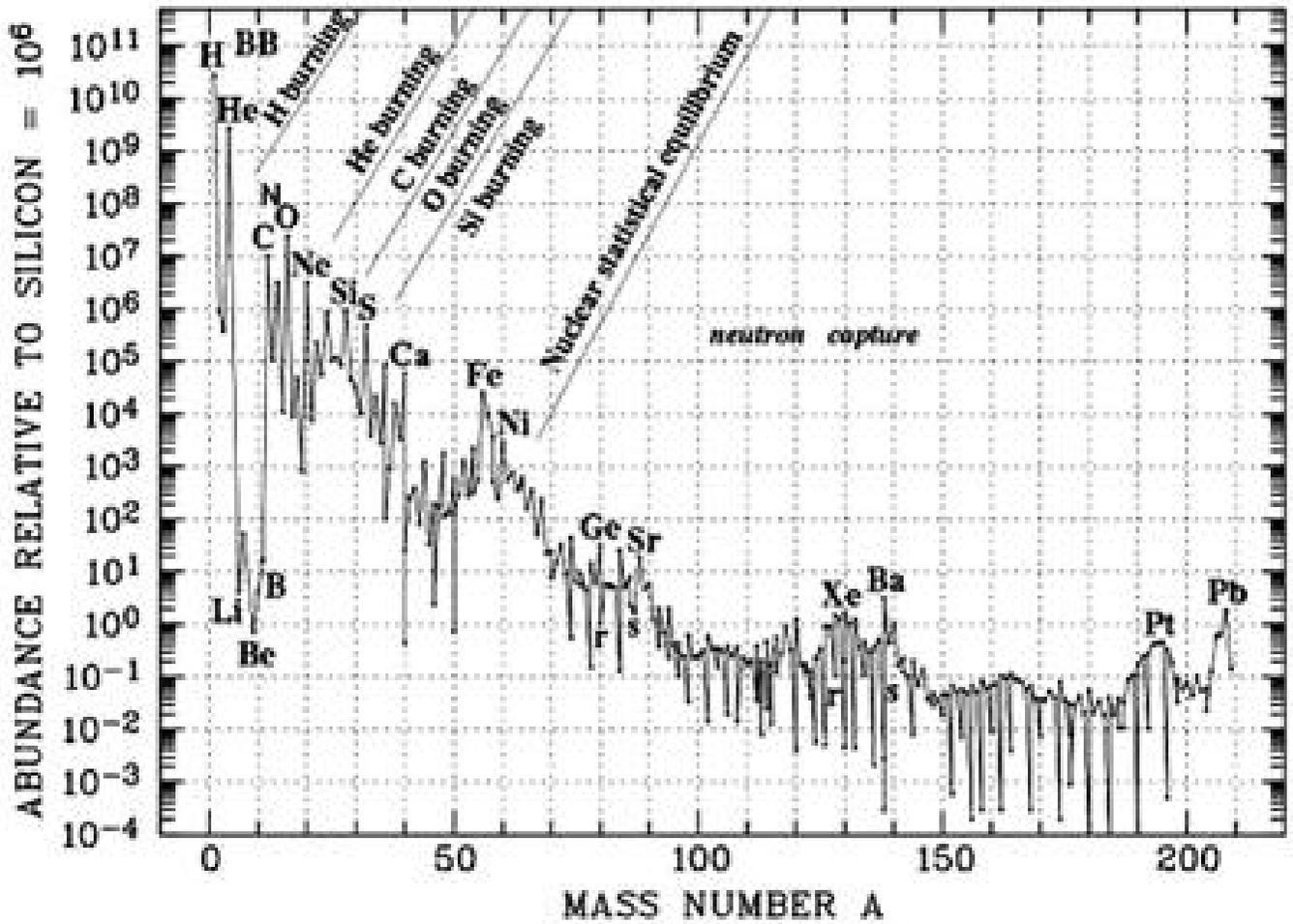


Figura 9.17: Le abbondanze cosmiche.

Tabella 9.1: Element abundances in the present-day solar photosphere. Data from Asplund & al. (2009).

	Elem.	Photosphere	Meteorites		Elem.	Photosphere	Meteorites
1	H	12.00	$8.22 \pm 0.04$	44	Ru	$1.75 \pm 0.08$	$1.76 \pm 0.03$
2	He	$[10.93 \pm 0.01]$	1.29	45	Rh	$0.91 \pm 0.10$	$1.06 \pm 0.04$
3	Li	$1.05 \pm 0.10$	$3.26 \pm 0.05$	46	Pd	$1.57 \pm 0.10$	$1.65 \pm 0.02$
4	Be	$1.38 \pm 0.09$	$1.30 \pm 0.03$	47	Ag	$0.94 \pm 0.10$	$1.20 \pm 0.02$
5	B	$2.70 \pm 0.20$	$2.79 \pm 0.04$	48	Cd		$1.71 \pm 0.03$
6	C	$8.43 \pm 0.05$	$7.39 \pm 0.04$	49	In	$0.80 \pm 0.20$	$0.76 \pm 0.03$
7	N	$7.83 \pm 0.05$	$6.26 \pm 0.06$	50	Sn	$2.04 \pm 0.10$	$2.07 \pm 0.06$
8	O	$8.69 \pm 0.05$	$8.40 \pm 0.04$	51	Sb		$1.01 \pm 0.06$
9	F	$4.56 \pm 0.30$	$4.42 \pm 0.06$	52	Te		$2.18 \pm 0.03$
10	Ne	$[7.93 \pm 0.10]$	-1.12	53	I		$1.55 \pm 0.08$
11	Na	$6.24 \pm 0.04$	$6.27 \pm 0.02$	54	Xe	$[2.24 \pm 0.06]$	-1.95
12	Mg	$7.60 \pm 0.04$	$7.53 \pm 0.01$	55	Cs		$1.08 \pm 0.02$
13	Al	$6.45 \pm 0.03$	$6.43 \pm 0.01$	56	Ba	$2.18 \pm 0.09$	$2.18 \pm 0.03$
14	Si	$7.51 \pm 0.03$	$7.51 \pm 0.01$	57	La	$1.10 \pm 0.04$	$1.17 \pm 0.02$
15	P	$5.41 \pm 0.03$	$5.43 \pm 0.04$	58	Ce	$1.58 \pm 0.04$	$1.58 \pm 0.02$
16	S	$7.12 \pm 0.03$	$7.15 \pm 0.02$	59	Pr	$0.72 \pm 0.04$	$0.76 \pm 0.03$
17	Cl	$5.50 \pm 0.30$	$5.23 \pm 0.06$	60	Nd	$1.42 \pm 0.04$	$1.45 \pm 0.02$
18	Ar	$[6.40 \pm 0.13]$	-0.50	62	Sm	$0.96 \pm 0.04$	$0.94 \pm 0.02$
19	K	$5.03 \pm 0.09$	$5.08 \pm 0.02$	63	Eu	$0.52 \pm 0.04$	$0.51 \pm 0.02$
20	Ca	$6.34 \pm 0.04$	$6.29 \pm 0.02$	64	Gd	$1.07 \pm 0.04$	$1.05 \pm 0.02$
21	Sc	$3.15 \pm 0.04$	$3.05 \pm 0.02$	65	Tb	$0.30 \pm 0.10$	$0.32 \pm 0.03$
22	Ti	$4.95 \pm 0.05$	$4.91 \pm 0.03$	66	Dy	$1.10 \pm 0.04$	$1.13 \pm 0.02$
23	V	$3.93 \pm 0.08$	$3.96 \pm 0.02$	67	Ho	$0.48 \pm 0.11$	$0.47 \pm 0.03$
24	Cr	$5.64 \pm 0.04$	$5.64 \pm 0.01$	68	Er	$0.92 \pm 0.05$	$0.92 \pm 0.02$
25	Mn	$5.43 \pm 0.05$	$5.48 \pm 0.01$	69	Tm	$0.10 \pm 0.04$	$0.12 \pm 0.03$
26	Fe	$7.50 \pm 0.04$	$7.45 \pm 0.01$	70	Yb	$0.84 \pm 0.11$	$0.92 \pm 0.02$
27	Co	$4.99 \pm 0.07$	$4.87 \pm 0.01$	71	Lu	$0.10 \pm 0.09$	$0.09 \pm 0.02$
28	Ni	$6.22 \pm 0.04$	$6.20 \pm 0.01$	72	Hf	$0.85 \pm 0.04$	$0.71 \pm 0.02$
29	Cu	$4.19 \pm 0.04$	$4.25 \pm 0.04$	73	Ta		$-0.12 \pm 0.04$
30	Zn	$4.56 \pm 0.05$	$4.63 \pm 0.04$	74	W	$0.85 \pm 0.12$	$0.65 \pm 0.04$
31	Ga	$3.04 \pm 0.09$	$3.08 \pm 0.02$	75	Re		$0.26 \pm 0.04$
32	Ge	$3.65 \pm 0.10$	$3.58 \pm 0.04$	76	Os	$1.40 \pm 0.08$	$1.35 \pm 0.03$
33	As		$2.30 \pm 0.04$	77	Ir	$1.38 \pm 0.07$	$1.32 \pm 0.02$
34	Se		$3.34 \pm 0.03$	78	Pt		$1.62 \pm 0.03$
35	Br		$2.54 \pm 0.06$	79	Au	$0.92 \pm 0.10$	$0.80 \pm 0.04$
36	Kr	$[3.25 \pm 0.06]$	-2.27	80	Hg		$1.17 \pm 0.08$
37	Rb	$2.52 \pm 0.10$	$2.36 \pm 0.03$	81	Tl	$0.90 \pm 0.20$	$0.77 \pm 0.03$
38	Sr	$2.87 \pm 0.07$	$2.88 \pm 0.03$	82	Pb	$1.75 \pm 0.10$	$2.04 \pm 0.03$
39	Y	$2.21 \pm 0.05$	$2.17 \pm 0.04$	83	Bi		$0.65 \pm 0.04$
40	Zr	$2.58 \pm 0.04$	$2.53 \pm 0.04$	90	Th	$0.02 \pm 0.10$	$0.06 \pm 0.03$
41	Nb	$1.46 \pm 0.04$	$1.41 \pm 0.04$	92	U		$-0.54 \pm 0.03$
42	Mo	$1.88 \pm 0.08$	$1.94 \pm 0.04$				

## Capitolo 10

# EVOLUZIONE CHIMICA DELLE GALASSIE

L'evoluzione chimica delle galassie tratta lo studio dell'evoluzione delle abbondanze chimiche del gas (e delle stelle che da esso si formano) nel tempo e nello spazio come conseguenza della nascita e della morte stellare e di processi di gas dinamica.

### 10.1 Ingredienti fondamentali

- Condizioni Iniziali
- Funzione Iniziale di Nascita Stellare
- La massa restituita al mezzo interstellare dalle singole stelle sotto forma di elementi chimici (*stellar yields*)
- Possibili Flussi di Gas (entranti o uscenti)
- La composizione chimica di tali flussi di gas

#### 10.1.1 Condizioni Iniziali

Si puo' iniziare l'evoluzione di una galassia partendo da gas primordiale (abbondanze chimiche del Big Bang) o da gas gia' arricchito chimicamente, ovvero con metallicita' diversa da zero. Un'altra condizione riguarda la massa di gas al tempo iniziale ( $t=0$ ). Si puo' ipotizzare che il gas da cui si forma la galassia sia stato gia' tutto presente al momento iniziale oppure che si sia accumulato lentamente nel tempo. Come si vedra' il primo caso e' piu' adatto a sistemi sferoidali mentre il secondo ai dischi galattici.

### 10.1.2 La funzione di nascita stellare

La funzione di nascita stellare viene definita come il numero di stelle formatesi nell'intervallo di massa  $m$ ,  $m+dm$  e nell'intervallo di tempo  $t$ ,  $t+dt$ , ovvero:

$$\varphi(m)\psi(t)dm dt \quad (185)$$

dove  $\varphi(m)$  e' la cosiddetta *funzione iniziale di massa* (IMF) e  $\psi(t)$  e' il tasso di formazione stellare. Infatti, si usa dividere la funzione di nascita stellare in due funzioni separate, una solo funzione della massa e l'altra solo funzione del tempo poiche' questo e' l'unico modo per trattare in modo semplice un processo che non ci e' ben noto: la formazione delle stelle.

La IMF, ovvero il numero di stelle formatesi nell'intervallo  $m$   $m+dm$  viene normalmente espressa come  $\varphi(m) \propto m^{-(1+x)}$  e normalizzata nel seguente modo:

$$\int_0^\infty m\varphi(m)dm = 1 \quad (186)$$

### 10.1.3 Derivazione della IMF

Si supponga che l'attuale distribuzione di massa di stelle di sequenza principale per unita' di area sia  $n(m)$ . La funzione  $n(m)$  puo' venire determinata empiricamente contando le stelle dei dintorni solari (entro 1 Kpc di raggio con centro nel Sole) in funzione della loro magnitudine assoluta. Tali conteggi devono venir poi ridotti alla distribuzione attuale di stelle di sequenza principale, ovvero alla  $n(m)$ . Per prima cosa il numero di stelle in ogni intervallo di magnitudine assoluta deve essere corretto per la presenza di stelle di post-sequenza e questo richiede la conoscenza del colore e del tipo spettrale delle stelle che si contano. In secondo luogo bisogna tener presente che stelle di campo di massa diversa hanno diverse distribuzioni perpendicolarmente al piano galattico (l'altezza di scala decresce al crescere della massa). A causa di cio' si ha che la  $n(m)$  per unita' di volume e' sempre diversa dalla  $n(m)$  calcolata in una colonna unitaria perpendicolare al piano. Per questa ragione e poiche' ci interessano tutte le stelle formatesi a tutte le altezze si riducono i conti stellari al numero medio di stelle per  $pc^2$  ad una data distanza galattocentrica. Occorre poi passare da magnitudine assoluta a massa attraverso una relazione *massa-luminosita'* che dipende dalla composizione chimica. Un'altra difficolta' e' rappresentata dal fatto che le stelle evolvono mentre si trovano in sequenza principale e pertanto non esiste un'unica relazione massa-luminosita' per una data composizione chimica.

Una volta determinata  $n(m)$  si puo' derivare  $\varphi(m)$ . Se il tempo di vita della stella considerata soddisfa la  $\tau_m \geq t_{Hubble}$ , il che avviene per stelle nell'intervallo di massa  $0.1 < M/M_\odot \leq 1$ , si puo' esprimere  $n(m)$  nel seguente modo:

$$n(m) = \int_0^\infty \varphi(m)\psi(t)dt \quad (187)$$

Se assumo ora che la IMF sia costante nel tempo posso scrivere:

$$n(m) = \varphi(m) \langle \psi \rangle t_{Hubble} \quad (188)$$

dove  $\langle \psi \rangle$  e' il valor medio nel passato del tasso di formazione stellare (i.e. quanto velocemente il gas viene inglobato in stelle) e  $t_{Hubble}$  e' il tempo di vita galattico (13-14 miliardi di anni).

Nel caso opposto, in cui  $\tau_m \ll t_{Hubble}$  ovvero per stelle con  $M \geq 2M_\odot$  ( ovvero tempi minori o uguali a  $10^8$  anni) si ha:

$$n(m) = \int_{t_{Hubble}-\tau_m}^{t_{Hubble}} \varphi(m)\psi(t)dt \quad (189)$$

Se l'IMF e' costante nel tempo la (189) si puo' approssimare come:

$$n(m) = \varphi(m)\psi(t_{Hubble})\tau_m \quad (190)$$

dove  $\psi(t_{Hubble})$  e' il tasso di formazione stellare attuale. Nell'intervallo  $1-2M_\odot$  la situazione e' piu' complicata. Infatti, nel caso di stelle che non muoiono mai, si puo' approssimare il tasso di formazione stellare con quello medio del passato, nel caso di stelle di corta vita lo si puo' approssimare con il tasso di formazione stellare attuale ma nell'intervallo  $1-2 M_\odot$  nessuna delle due approssimazioni e' applicabile e bisognerebbe veramente conoscere i dettagli della storia del tasso di formazione stellare, che, invece, non conosciamo. Quello che possiamo dire e' che in questo intervallo di massa  $n(m)$  dipende da un parametro definito nel seguente modo:

$$T = \langle \psi \rangle t_{Hubble} / \psi(t_{Hubble}) \quad (191)$$

Si e' visto che, un buon fit tra i due rami della  $\varphi(m)$  per la nostra Galassia e' dato da:

$$6 \cdot 10^9 \leq T \leq 20 \cdot 10^9 \text{anni} \quad (192)$$

ovvero da:

$$0.5 \leq b = \frac{\psi(t_{Hubble})}{\langle \psi \rangle} \leq 1.5 \quad (192bis)$$

che significa che il tasso di formazione stellare della nostra Galassia non e' variato di piu' di un fattore  $\sim 2$  dal passato ad oggi.

Infine, per  $m < 0.1M_\odot$  non si ha alcuna idea di  $n(m)$ , ovvero e' molto difficile osservare stelle di massa cosi' piccola. La  $\varphi(m)$  cosi' determinata e' in generale ben approssimata da una legge di potenza del tipo:

$$\varphi(m) \propto m^{-(1+x)}.$$

La IMF piu' nota e' quella derivata da Salpeter nel 1955: con  $x = 1.35$  su tutto l'intervallo di masse  $0.1-100M_\odot$ . In figura 42 sono mostrate diverse  $\varphi(m)$  tra cui quelle piu' recenti (Kroupa). In particolare, nella figura la funzione iniziale di massa e' indicata con  $\xi$  ed espressa in unita' di  $\log m$ .

#### 10.1.4 Tasso di formazione stellare

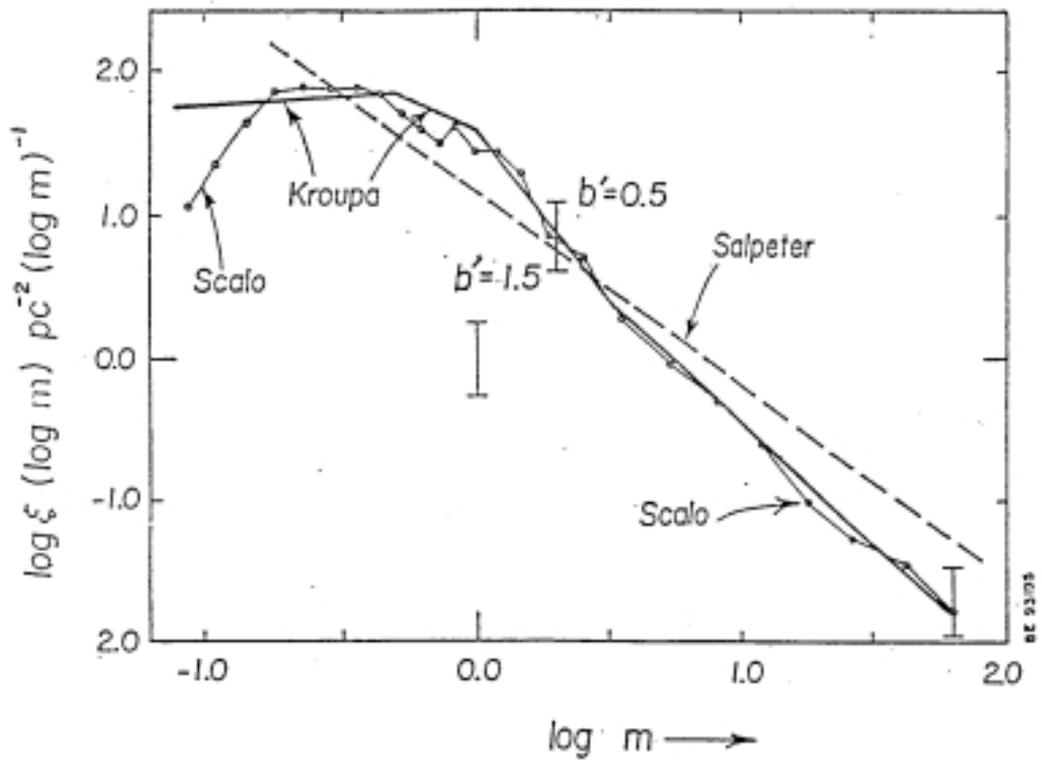
Il problema della determinazione della funzione di nascita delle stelle assomiglia al principio di indeterminazione di Heisenberg, poiche' non si possono determinare indipendentemente allo stesso tempo ed ugualmente bene la IMF ed il tasso di formazione stellare. Si deve sempre fissare una delle due funzioni e derivare l'altra. Cosi' come abbiamo visto per la IMF che la si determina facendo delle ipotesi sul tasso di formazione stellare, per determinare il tasso di formazione stellare dobbiamo fissare la IMF. Si usa esprimere il tasso di formazione stellare secondo diverse parametrizzazioni. L'ipotesi piu' semplice e' :

$$\psi(t) = \text{costante} \quad (193)$$

quella piu' vicina alla realta' e':

$$\psi(t) = \nu \rho_{gas}^n \quad (194)$$

dove  $\nu$  e' l'inverso del tempo scala di formazione stellare, ovvero il tempo necessario a consumare tutto il gas ad opera della formazione stellare. In altri termini, tale costante ha il significato di efficienza di formazione stellare, e va scelta in modo da riprodurre il valore attuale del tasso di formazione stellare.



**Fig.42** Local IMF after Scalo (1986) with  $\nu = 1$  (points joined by thin lines), Kroupa et al. (1990) including "distance effect" (thick lines below  $m = 1$ ) and two additional power-law segments approximating Scalo's IMF. Salpeter's law is shown by a broken line. The IMF's are normalized to a total mass of stars ever born of  $37M_{\odot}pc^{-2}$  between mass limits  $m = 0.1$  and  $m = 100$ .

Figura 10.1: La Funzione Iniziale di Massa.

Infine quella piu' matematica, ma che assomiglia alla (194) e':

$$\psi(t) = \nu e^{-t/\tau} \quad (195)$$

dove  $\tau$  diventa un tempo caratteristico per la formazione stellare e puo' variare da 5 a 15 miliardi di anni. Va notato che nei modelli di evoluzione chimica si usa in genere la densita' superficiale del gas  $\sigma_{gas}(t)(M_{\odot}pc^{-2})$ , poiche'  $n(m)$  e' una quantita' proiettata sul piano galattico.

Per derivare  $\psi(t)$  si integra l'equazione che da'  $n(m)$  rispetto alla massa, una volta fissata una IMF, e si ottiene  $\psi(t_{Hubble})$  in unita' di  $M_{\odot}pc^{-2}Gyr^{-1}$  (Gyr indica 1 miliardo di anni). Miller e Scalo (1979), assumendo una IMF a piu' pendenze per i dintorni solari derivarono il tasso di formazione stellare attuale nei dintorni solari:

$$3 < \psi(t_{Hubble}) < 7M_{\odot}pc^{-2}Gyr^{-1} \quad (196)$$

Tinsley (1980) con una IMF leggermente diversa ottenne:

$$\psi(t_{Hubble}) \sim 10M_{\odot}pc^{-2}Gyr^{-1} \quad (197)$$

*Derivazione della  $\psi(t)$  al di fuori dei dintorni solari*

Una volta che sia nota la funzione iniziale di massa, il tasso di formazione stellare attuale,  $\psi(t_{Hubble})$ , puo' essere derivata semplicemente integrando l'equazione che da'  $n(m)$  rispetto alla massa come mostrato sopra. I valori determinati da Miller e Scalo e dalla Tinsley sono validi pero' solo per i dintorni solari dove si conosce  $n(m)$ .

Per valutare  $\psi$  in altre regioni del disco Galattico ed in galassie esterne bisogna ricorrere ad altri indicatori di formazione stellare quali:

- (a) stelle supergiganti che possono essere viste anche in galassie vicine. In questo caso si assume che il numero di supergiganti (stelle massive) sia proporzionale al tasso di formazione stellare attuale.
- (b) Il flusso  $H_\alpha$  e  $H_\beta$  proveniente da regioni HII, che sono ionizzate da stelle giovani e calde, e' proporzionale al tasso di formazione stellare. Ad esempio, Kennicutt (1998) suggerisce una relazione del tipo

$$\psi(t) = 7.9 \cdot 10^{42} L_{H_\alpha} (\text{ergsec}^{-1}) M_\odot \text{yr}^{-1}.$$

- (c) I colori integrati delle galassie dipendono dalle proporzioni relative di stelle giovani e vecchie. Pertanto i colori UBV ci danno una stima del rapporto tasso di formazione stellare/massa di stelle vecchie. La luminosita' del continuo UV e' anche usato per derivare il tasso di formazione stellare e recentemente il telescopio spaziale GALEX ha misurato il tasso di formazione stellare dall'UV nelle galassie locali. Una calibrazione usata e':

$$\psi(t) = 0.9 \cdot 10^{-6} \frac{L(UV)}{L_{bol\odot}} M_\odot \text{yr}^{-1}$$

- (d) La luminosita' infrarossa che proviene dalla polvere che circonda le regioni di formazione stellare ci da' anche una stima del tasso di formazione stellare. Una calibrazione usata e':

$$\psi(t) = \frac{L(FIR)}{2.2 \cdot 10^{36} W} M_\odot \text{yr}^{-1}$$

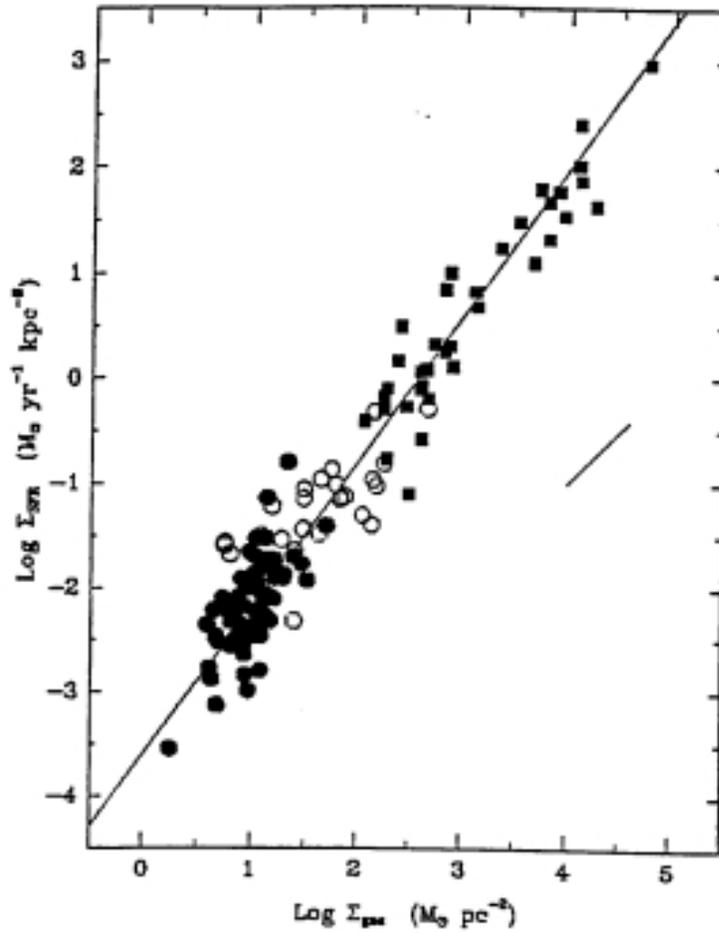
- (e) I tassi di esplosione delle supernovae di tipo II possono anche darci un'idea del tasso di formazione stellare attuale.
- (f) L'emissione radio da regioni HII e' anche a volte usata per stimare il tasso di formazione stellare.
- (g) L'emissione X e' anche un indicatore di formazione stellare nelle galassie con formazione stellare attiva. La luminosita' X e' prodotta sia da binarie-X massive (HMXB) che da binarie-X di piccola massa (LMXB). La relazione utilizzata per derivare il tasso di formazione stellare e':

$$\psi(t) = \frac{L_X}{10^{32} W} M_\odot \text{yr}^{-1}$$

Chiaramente, per quanto riguarda le galassie esterne non abbiamo conoscenza della loro funzione iniziale di massa e pertanto dobbiamo sceglierne una, con le incerteze che cio' comporta.

Da questi studi si vede che, nella nostra Galassia, il 10% della formazione stellare attuale e' confinata entro 1Kpc dal centro Galattico e la maggior parte della restante attivita' si trova tra 5 e 8 Kpc dal centro, dove c'e' anche la maggior parte delle nubi molecolari (vedi figura 42 d).

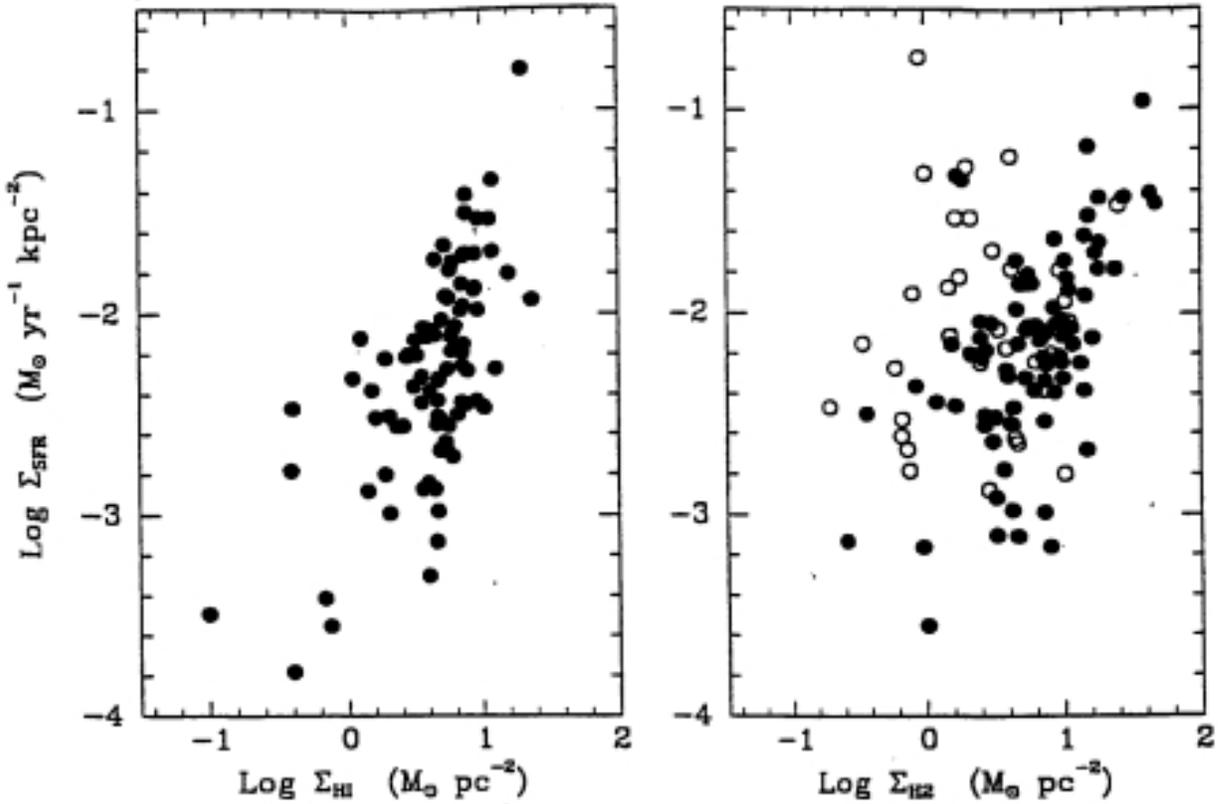
Nelle galassie esterne si vede che c'è correlazione tra il tasso di formazione stellare ed il tipo morfologico. In particolare, si vede che il tempo scala della formazione stellare è più breve (formazione stellare rapida) nelle galassie dei primi tipi morfologici (ellittiche etc., vedi anche Capitolo I). Kennicutt(1989;1998) ha misurato il flusso  $H_\alpha$  in galassie spirali e “Starburst” e derivato un'espressione per il tasso di formazione stellare. In particolare, correlando la densità superficiale del gas totale con la luminosità  $H_\alpha$  trasformata in  $\psi(t)$  ha ottenuto la seguente relazione:  $\psi(t) \propto \sigma_{gas}^{1.4}$ . Tale relazione è mostrata nella figura 42A. È interessante rimarcare che si trova una correlazione migliore con la densità superficiale totale di gas che con la densità superficiale di  $H_2$ , come sarebbe invece prevedibile sulla base del fatto che le stelle si formano dalle nubi molecolari. Tutto ciò potrebbe indicare che le misure di densità di  $H_2$  sono ancora piuttosto incerte, soprattutto a causa del fattore di conversione tra idrogeno molecolare ed quantità di CO. Tuttavia, più recenti misure di  $\psi(t)$  in M51 hanno invece indicato che la formazione stellare è ben correlata con l' $H_2$  e non con l'HI, quindi sembra che il problema sia relativo alla completezza dei dati osservativi (Kennicutt et al. 2007, vedi Figura 10.5). Nella figura 42B (10.3) mostriamo le correlazioni originariamente trovate da Kennicutt tra  $\psi(t)$  e HI e  $H_2$ . Un'altra importante scoperta di Kennicutt è l'esistenza di un valore soglia della densità superficiale di massa al di sotto della quale il tasso di formazione stellare va a zero. Tale valore varia da galassia a galassia e all'interno della stessa galassia, come mostrato in figura 10.4 (42C).



42 A From Kennicutt (1998), his Fig. 6: observational correlation between the gas surface density and the SFR for normal discs (circles) and starburst galaxies (squares). The line is a least square fit with  $\kappa = 1.4$ .

Figura 10.2: Tasso di formazione stellare in galassie spirali e starburst.

KENNICUTT



Correlation of the disk-averaged SFR per unit area with the average surface densities of H I (left) and H<sub>2</sub> (right). The H<sub>2</sub> densities were with constant CO/H<sub>2</sub> conversion factor. In the right panel, filled circles denote galaxies with  $L_{*} > 10^{10} L_{\odot}$ , while open circles denote galaxies with  $L_{*} < 10^{10} L_{\odot}$ .

Fig 42B

Figura 10.3: Correlazione gas-formazione stellare.

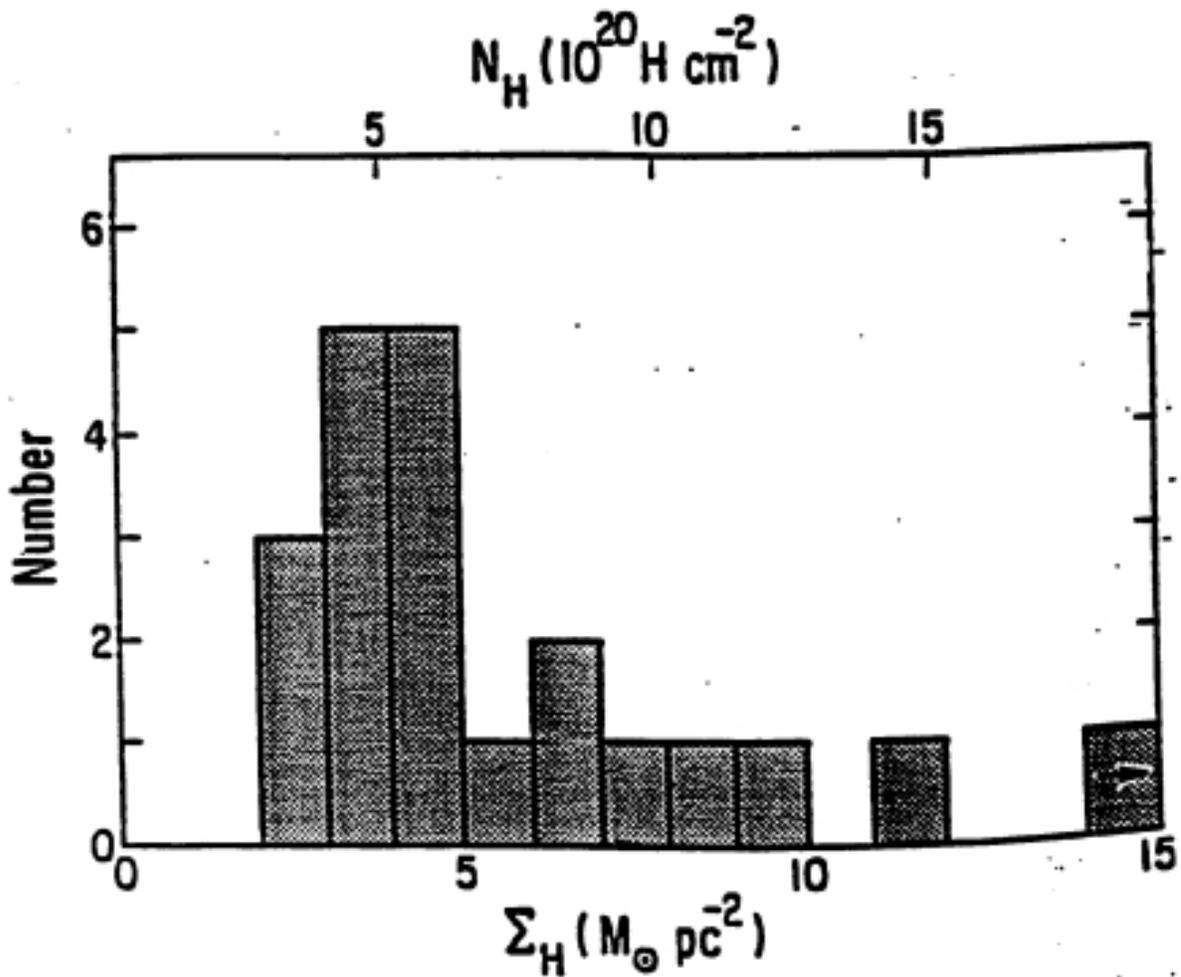


Fig 42C -Distribution of threshold column densities in the sample. The bottom scale is in units of total ( $\text{H I} + \text{H}_2$ ) hydrogen mass surface density, and the top scale is in units of hydrogen column density.

Figura 10.4: Valore soglia per la densita' del gas per poter avere formazione stellare.

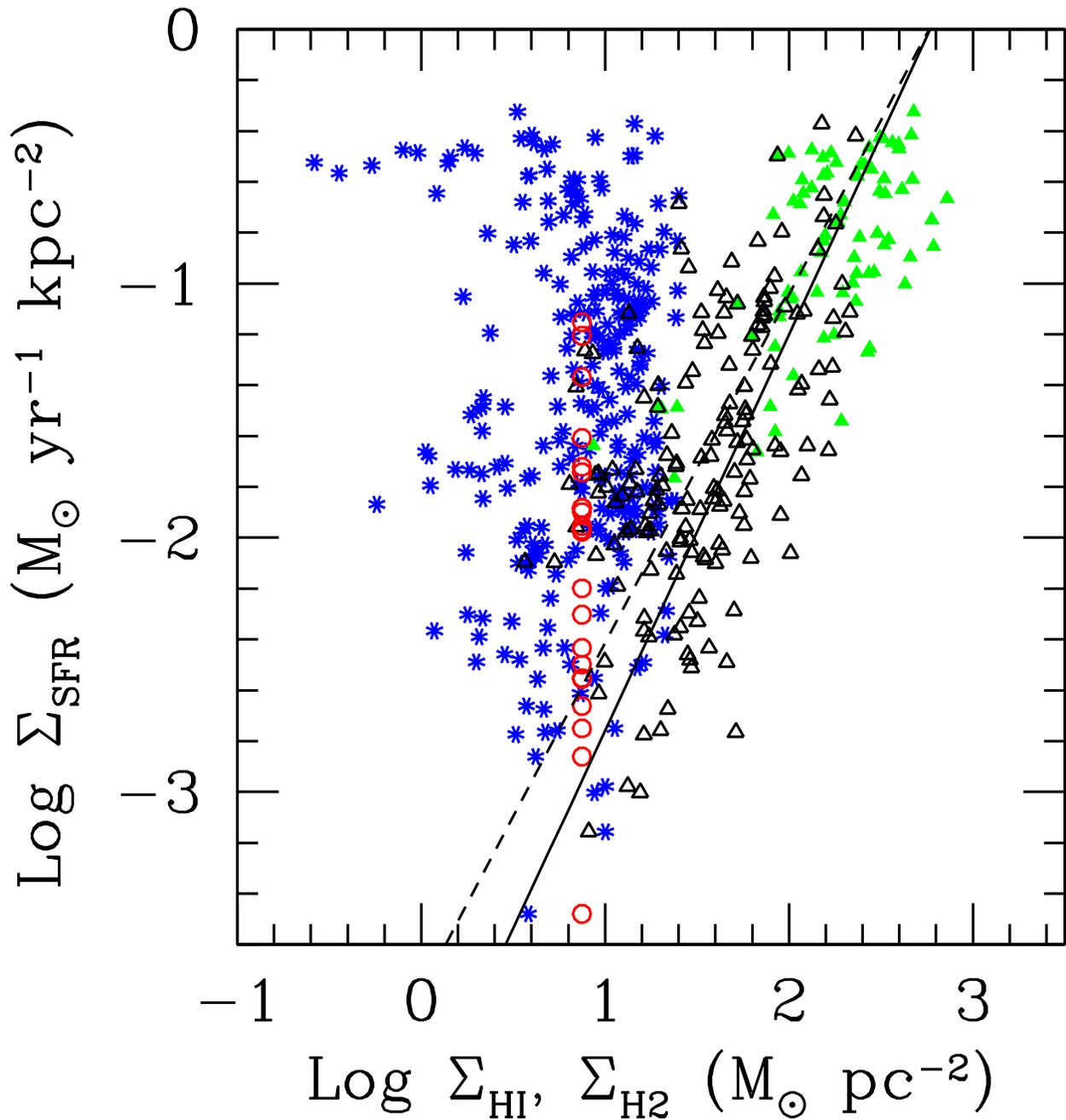


Figura 10.5: Relazioni tra la densita' di formazione stellare locale e le densita' superficiali di gas molecolare e idrogeno neutro nella galassia M51. I triangoli solidi verdi e quelli neri aperti indicano la relazione con l'idrogeno molecolare soltanto (i cerchi rossi indicano i limiti superiori di CO, da cui si deriva l' $H_2$ ). Gli asterischi blu mostrano la relazione tra la densita' superficiale di formazione stellare e la densita' superficiale di HI. La riga tratteggiata e' il best fit relativo alle sole densita' di  $H_2$ . Il fit in funzione della quantita' di gas totale ( $HI+H_2$ ) e' indicato dalla linea continua. Figura e dati da Kennicutt et al. (2007, ApJ 671,333).

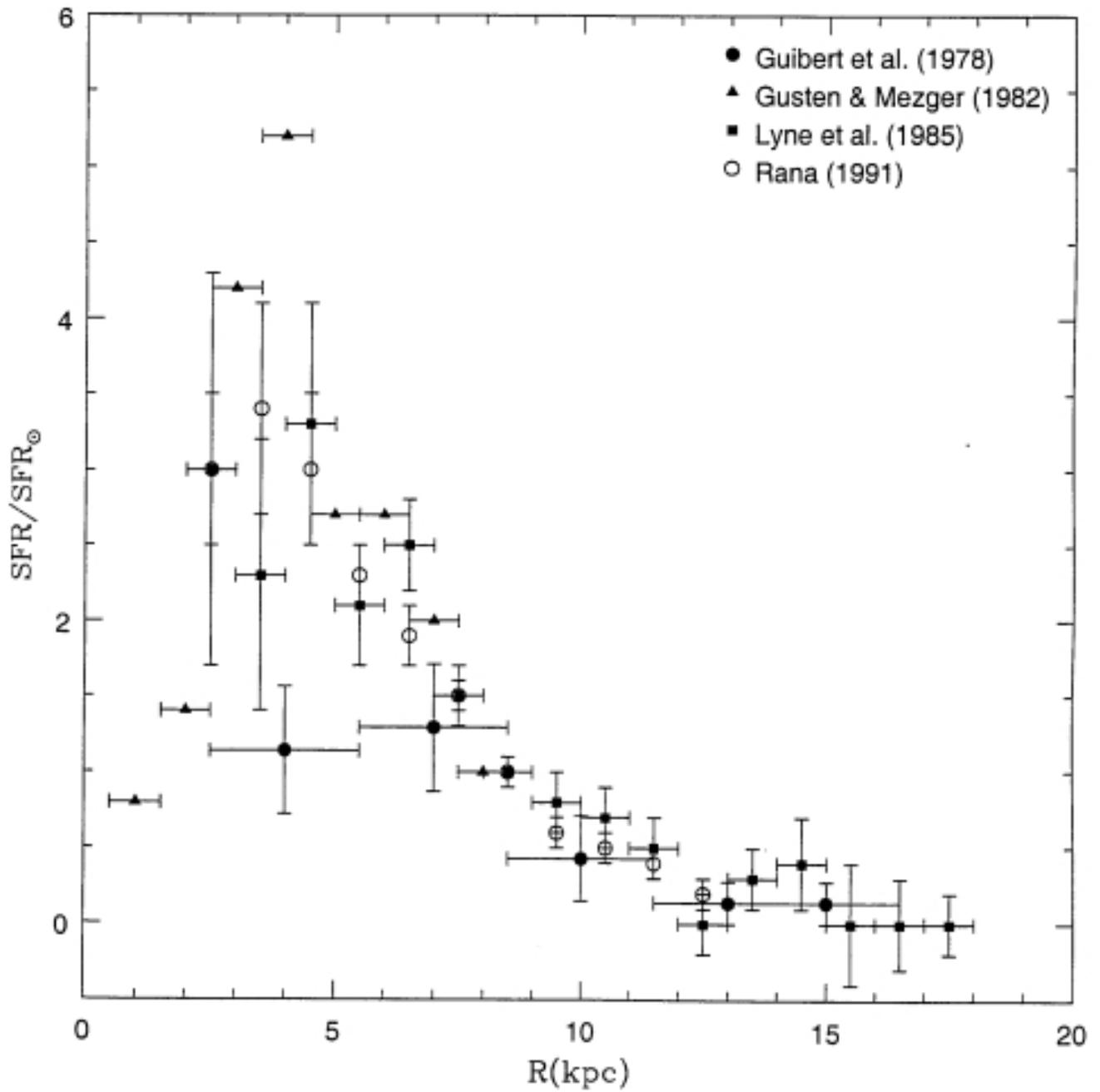


Fig. 42 d

Figura 10.6: Il tasso di formazione stellare relativamente alle vicinanze solari lungo il disco della Via Lattea.

## 10.2 Fattori che influenzano la formazione stellare

La formazione stellare dipende innanzitutto dalla densità del gas, come illustrato dalla eq. (194), nota come legge di Schmidt (1959) quando  $n = 2$ . Il valore di  $n$  può essere empiricamente determinato una volta che si assuma una IMF. Il modo empirico di derivare la legge di formazione stellare è di misurare la SFR coi metodi illustrati sopra e di vedere se esiste una correlazione tra la SFR e la densità del gas. Gli studi più recenti (Kennicutt 1998) sembrano indicare che  $n$  varia da galassia a galassia e forse anche all'interno di una stessa galassia e che può assumere valori compresi nell'intervallo  $n = 1 - 2$ , in particolare favorisce il valore  $n = 1.4 \pm 1$  (vedi figura 42A). Tuttavia la (194) è chiaramente una eccessiva semplificazione poiché la formazione stellare dipende certamente anche da altri fattori oltre alla compressione (e quindi la densità) del gas. Per capire meglio bisognerebbe capire i fenomeni di compressione. A tal proposito possiamo dividere questi fenomeni in due categorie:

- i) compressione su piccola scala
- ii) compressione su larga scala.

I processi *i*) sono rappresentati dalle onde d'urto e dai fronti di ionizzazione nel mezzo interstellare. Tali processi si autosostengono poiché le supernovae e le regioni HII che derivano da stelle di recente formazione inducono ulteriore formazione stellare (fenomeno autopropagantesi).

I processi *ii*) comprendono le onde di densità di spirale, le collisioni ad alta velocità di correnti di gas e l'accrescimento di nubi intergalattiche. Tutti questi fenomeni inducono la formazione delle nubi molecolari da cui, susseguentemente, si formeranno le singole stelle. Gerola e Seiden (1978) mostrarono che una combinazione di *i*) e di *ii*) può spiegare la morfologia dei dischi delle spirali; in particolare, una formazione stellare autopropagantesi unitamente alla rotazione Galattica. Nell'evoluzione delle galassie ci interessano particolarmente i processi su larga scala ed il processo favorito è rappresentato dalla collisione tra nubi molecolari.

## 10.3 La nucleosintesi stellare

Si definisce “yield” o “guadagno” :

*il rapporto tra la frazione di massa espulsa sotto forma di nuovi elementi chimici che una generazione di stelle restituisce al mezzo interstellare e la frazione massa che rimane sotto forma di stelle di piccola massa e resti stellari:*

$$y_i = \frac{1}{1 - R} \int_1^\infty m p_{im} \varphi(m) dm \quad (198)$$

Si definisce  $R$ , ovvero la “frazione di ritorno”, la massa restituita al mezzo interstellare sotto forma di elementi vecchi e nuovi ed è calcolata come:

$$R = \frac{\int_1^\infty (m - m_{rem}) \varphi(m) dm}{\int_0^\infty m \varphi(m) dm} \quad (199)$$

ovvero:

$$R = \int_1^\infty (m - m_{rem}) \varphi(m) dm \quad (199bis)$$

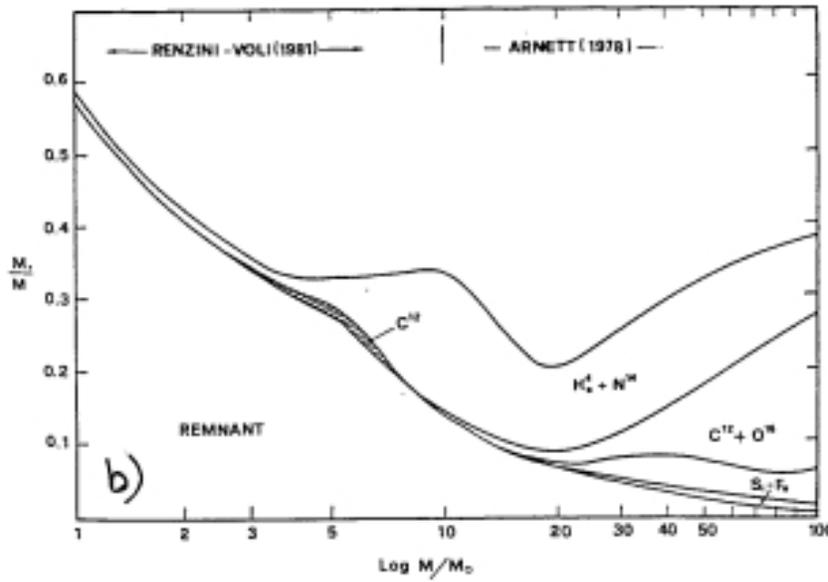
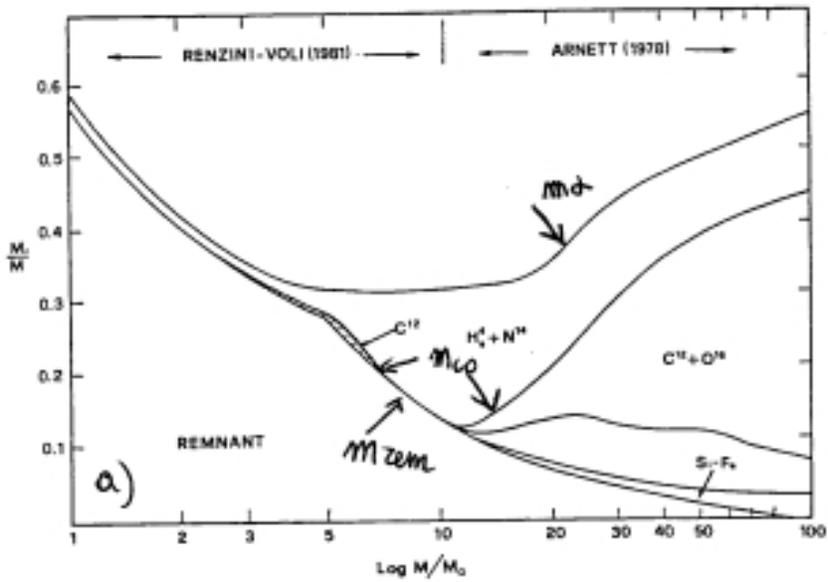
a causa della normalizzazione della funzione iniziale di massa definita nella (186).

La quantità  $m_{rem}$  è la massa del resto stellare (nana bianca, stella di neutroni o buco nero), mentre la quantità  $p_{im}$  è la frazione di massa prodotta ed espulsa da una stella di massa  $m$

sotto forma di elemento  $i$ -esimo nuovo prodotto (vedi sotto). Le masse tipiche per i remnants sono:  $\langle M_{WD} \rangle = 0.7M_{\odot}$ ,  $\langle M_{ns} \rangle = 1.4M_{\odot}$  e  $\langle M_{bh} \rangle \geq 3M_{\odot}$  per nane bianche, stelle di neutroni e buchi neri, rispettivamente. In questa definizione, che verrà usata nella descrizione del modello semplice, una generazione di stelle abili a produrre elementi nuovi va da  $1M_{\odot}$  fino ad una generica massa massima indicata con  $\infty$ . Per poter calcolare lo yield occorre sapere come evolvono le stelle di massa diversa, come producono nuovi elementi e come e quando li restituiscono al mezzo interstellare.

Alcune quantità utili, atte a calcolare gli yields sono:

- $m_{\alpha}(m)$ , ovvero la massa del nucleo di He, dove l'H è trasformato in He
- $m_{CO}(m)$ , ovvero la massa dove l'He è trasformato in elementi più pesanti
- $m_{rem}(m)$ , ovvero la massa del resto (nana bianca, stella di neutroni o buco nero)
- $(m_{ej}(m))_i$ , ovvero la massa espulsa sotto forma di elemento  $i$ -esimo nuovo prodotto, pertanto  $p_{im} = (m_{ej})_i/m$ . Tutte queste quantità sono funzioni della massa iniziale stellare  $m$  e possono esserlo anche del contenuto metallico stellare, e sono mostrate nella figura 42 bis. Esse sono il risultato dell'evoluzione stellare e della nucleosintesi studiate nei capitoli precedenti. Nella stragrande maggioranza dei modelli di evoluzione chimica si assume che il gas restituito dalle stelle al mezzo interstellare venga poi ben mescolato con quest'ultimo. Questa è chiaramente un'ipotesi semplificativa ma probabilmente valida su piccola scala spaziale, quali i dintorni solari.



Model of the end products of the evolution of stars of various mass. Massive stars are supposed to evolve at constant mass, whereas low and intermediate mass stars are evolved with mass loss according to the prescription of Renzini and Voli (1981). b The same as a, but massive stars are now supposed to lose mass by stellar wind according to the prescription of Chiosi et al. (1978, 1981). The case  $\alpha=0.90$  alone is reported for the sake of simplicity.

Fig. 42 bcs

Figura 10.7: Yields stellari: figura da Maeder (1992).

## 10.4 Flussi di gas

I flussi di gas possono essere entranti, in tal caso si indicano col nome “infall” o “inflow”, oppure uscenti dal sistema e in questo caso si indicano col nome di “venti galattici” o “outflow”. Mentre nel caso di flussi entranti la loro composizione chimica puo’ essere sia primordiale sia arricchita in metalli, nel caso dei venti la composizione chimica e’ ovviamente la stessa del gas interno al sistema.

## 10.5 Il MODELLO SEMPLICE per i dintorni solari

Ipotesi di base:

- 1 Il sistema e’ chiuso, ovvero non ci sono ne’ flussi entranti ne’ flussi uscenti di gas
- 2 Il gas iniziale e’ privo di metalli
- 3  $\varphi(m)$  e’ costante nel tempo
- 4 Il gas e’ chimicamente omogeneo ad ogni istante

Definiamo ora le seguenti quantita’:

$$\mu = \frac{M_{gas}}{M_{tot}} \quad (200)$$

$$M_{tot} = M_* + M_{gas} \quad (201)$$

dove  $M_*$  e’ la massa in stelle (vive e morte) ed e’ data da:

$$M_* = (1 - \mu)M_{tot} \quad (202)$$

La metallicita’ e’ definita da:

$$Z = \frac{M_Z}{M_{gas}} \quad (203)$$

dove  $M_Z$  e’ la massa sotto forma di metalli.

Le condizioni iniziali sono:

$$\begin{aligned} M_{gas}(0) &= M_{tot} \\ Z(0) &= 0 \end{aligned} \quad (204)$$

Scriviamo ora l’equazione che regola l’evoluzione del gas nel sistema:

$$\frac{dM_{gas}}{dt} = -\psi(t) + E(t) \quad (205)$$

dove  $E(t)$  e’ il tasso di restituzione di materia da parte delle stelle al tempo  $t$ :

$$E(t) = \int_{m(t)}^{\infty} (m - m_{rem})\psi(t - \tau_m)\varphi(m)dm \quad (206)$$

dove  $M_{ej} = m - m_{rem}$  e’ la massa totale espulsa da una stella di massa  $m$ , ovvero la massa di elementi nuovi e vecchi. La (205) e’ pertanto un’equazione integro-differenziale integrabile solo numericamente. Tuttavia, se noi facciamo l’ipotesi semplificativa del *riciclaggio istantaneo* quest’equazione puo’ essere integrata analiticamente. L’ipotesi del riciclaggio istantaneo consiste

nell'assumere che: *tutte le stelle con massa maggiore di  $1M_{\odot}$  nascono e muoiono istantaneamente mentre quelle con massa inferiore ad  $1M_{\odot}$  vivono per sempre*. Questa ipotesi consente di trascurare il tempo di vita stellare e di portare fuori dal segno di integrale, nella eq.(206), la  $\psi$  ora funzione del solo tempo. Se ci ricordiamo della definizione dello yield e di  $R$  possiamo pertanto scrivere la (206) come:

$$E(t) = \psi(t)R \quad (207)$$

e di conseguenza la (205) come:

$$\frac{dM_{gas}}{dt} = -\psi(t)(1 - R) \quad (208)$$

Scriviamo ora l'equazione per i metalli:

$$\frac{d(ZM_{gas})}{dt} = -Z\psi(t) + E_Z(t) \quad (209)$$

dove:

$$E_Z(t) = \int_{m(t)}^{\infty} [(m - m_{rem} - mp_{Zm})Z(t - \tau_m) + mp_{Zm}]\psi(t - \tau_m)\varphi(m)dm \quad (210)$$

Questa e' l'iniziale definizione di Tinsley (1980) dove si ripete il termine  $mp_{Zm}$  due volte, prima per sottrarlo a tutta la massa che viene espulsa dalla stella e poi per sommarlo in qualita' di nuovo elemento prodotto ed espulso. Maeder (1992) fece notare che la definizione corretta dovrebbe essere la seguente:

$$E_Z(t) = \int_{m(t)}^{\infty} [(m - m_{rem})Z(t - \tau_m) + mp_{Zm}]\psi(t - \tau_m)\varphi(m)dm \quad (210bis)$$

che considera il termine  $mp_{Zm}$  una sola volta. Il ragionamento di Maeder fu il seguente: non c'e' ragione di sottrarre il termine due volte poiche' se si prende un generico elemento  $i$  che puo' essere sia prodotto che distrutto durante l'evoluzione stellare e si scrive:

$$E_{im} = (m - m_{rem})X_i(t - \tau_m) + mp_{im}$$

quale massa totale espulsa dalla stella di massa  $m$  in forma di elemento  $i$  e poi si somma su tutti gli elementi si ottiene:

$$\sum E_{im} = \sum X_i(t - \tau_m) \cdot (m - m_{rem}) + m \sum p_{im},$$

ovvero:

$$\sum E_{im} = m - m_{rem}$$

come ci si aspetta. Poiche'  $\sum X_i = 1$  e  $\sum p_{im} = 0$  se si considerano sia gli elementi prodotti che quelli distrutti quali H e D.

Ritorniamo per il momento alla (210) e procediamo con la soluzione, la quale non cambia nel caso si adotti la (210bis), come e' facile verificare.

Si vede facilmente che nell'ipotesi di *riciclaggio istantaneo* la (210) si trasforma in:

$$E_Z(t) = \psi(t)RZ(t) + y_Z(1 - R)[1 - Z(t)]\psi(t) \quad (211)$$

da cui si ha che la (209) si trasforma in:

$$\frac{d(ZM_{gas})}{dt} = -Z(t)\psi(t) + \psi(t)RZ(t) + y_Z(1 - R)[1 - Z(t)]\psi(t) \quad (212)$$

A questo punto se scrivo la parte sinistra della (212) nel seguente modo:

$$\frac{d(ZM_{gas})}{dt} = \frac{dZ}{dt}M_{gas} + Z\frac{dM_{gas}}{dt}$$

e la sostituisco nella (212) ottenendo:

$$\frac{dZ}{dt}M_{gas} = y_Z(1 - R)[1 - Z(t)]\psi(t) \quad (213)$$

Se  $Z \ll 1$  come spesso accade in situazioni astrofisiche la (213) si puo' semplificare nel seguente modo:

$$\frac{dZ}{dt}M_{gas} = y_Z(1 - R)\psi(t) \quad (214)$$

E' interessante verificare che la (214) la si ottiene anche nella versione di Maeder delle equazioni. In questo caso infatti non e' necessario assumere  $Z \ll 1$ .

Se divido la (214) per la eq. del gas (205) ottengo:

$$\frac{dZ}{dM_{gas}}M_{gas} = -y_Z \quad (215)$$

che, integrata con le condizioni iniziali (204), da':

$$Z = y_Z \ln\left(\frac{1}{\mu}\right) \quad (216)$$

Questa e' la soluzione dell'equazione del MODELLO SEMPLICE. Nella versione di Tinsley la (216) vale solo se  $Z \ll 1$ , altrimenti la soluzione e':

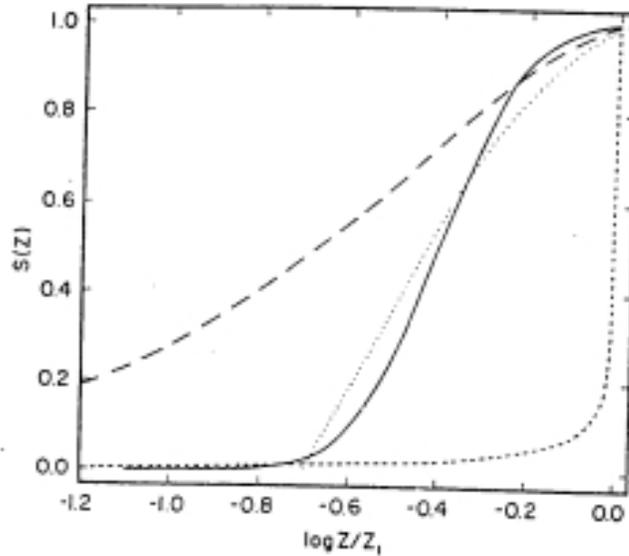
$$Z = 1 - \mu^{y_Z} \quad (217)$$

Si vede dalla (217) che se  $\mu \rightarrow 0$  allora  $Z \rightarrow 1$ . Nella versione di Maeder la (216) vale comunque.

Infine, definiamo *yield effettivo di una generazione stellare*, lo yield che corrisponde alla soluzione del Modello Semplice, ovvero, dalla (217):

$$y_Z = \frac{Z}{\ln\mu^{-1}}.$$

Tale yield non rappresenta lo *yield vero* di una galassia poiche' quest'ultimo sara' influenzato da fenomeni di accrescimento e/o perdita di gas dal sistema.



**Fig. 43** Cumulative stellar metallicity distributions.  $S(Z)$  is the fraction of stars that have metallicities  $\leq Z$ , with a maximum value  $Z_1$ . *Solid line*: log-normal representation of the data for stars in the solar neighborhood;  $Z_1$  is taken as  $2 Z_\odot$  since more metal-rich stars are very rare;  $\langle \log Z/Z_\odot \rangle = -0.1$ , and  $\sigma(\log Z/Z_\odot) = 0.15$ , allowing for observational errors (e.g., Pagel, 1979a). *Long dashes*: the "simple" model for chemical evolution. *Short dashes*: an extreme infall model. *Dots*: a model with a finite initial metallicity.

Figura 10.8: La distribuzione in metallicita' delle nane G.

## 10.6 Limiti del MODELLO SEMPLICE: il problema delle nane G

Partendo dalla eq. (202) che definisce la massa in stelle possiamo definire la seguente quantita':

$$S(Z) = \frac{M_*}{M_*(t_H)} = \frac{(1 - \mu)M_{tot}}{(1 - \mu_1)M_{tot}}$$

ovvero la frazione di stelle formatesi con metallicita'  $\leq Z$ . Usando l'equazione (216) posso esprimere  $\mu$  in funzione di  $Z$  e dello yield:

$$S(Z) = \frac{1 - e^{-Z/yz}}{1 - \mu_1} = \frac{1 - \mu_1^{Z/Z_1}}{1 - \mu_1} \quad (218)$$

Se si grafica la funzione  $S(Z)$  in funzione di  $\log(Z/Z_1)$  dove  $Z_1$  e' la metallicita' attuale (analogamente  $\mu_1$  indica il valore attuale di  $\mu$ ) si ottiene una distribuzione di stelle povere di metalli molto superiore a quanto si osservi (vedi figura 43). Osservativamente, le stelle che vengono usate per determinare questa distribuzione sono le cosiddette nane G che sono le stelle nate a tutti i tempi e ancora vive. Queste stelle appartengono al disco spesso ed al disco sottile, essendo le stelle di alone molto rare e molto difficili da osservare poiche' si trovano molto alte sul

## DISTRIBUZIONE DELLE NANE G

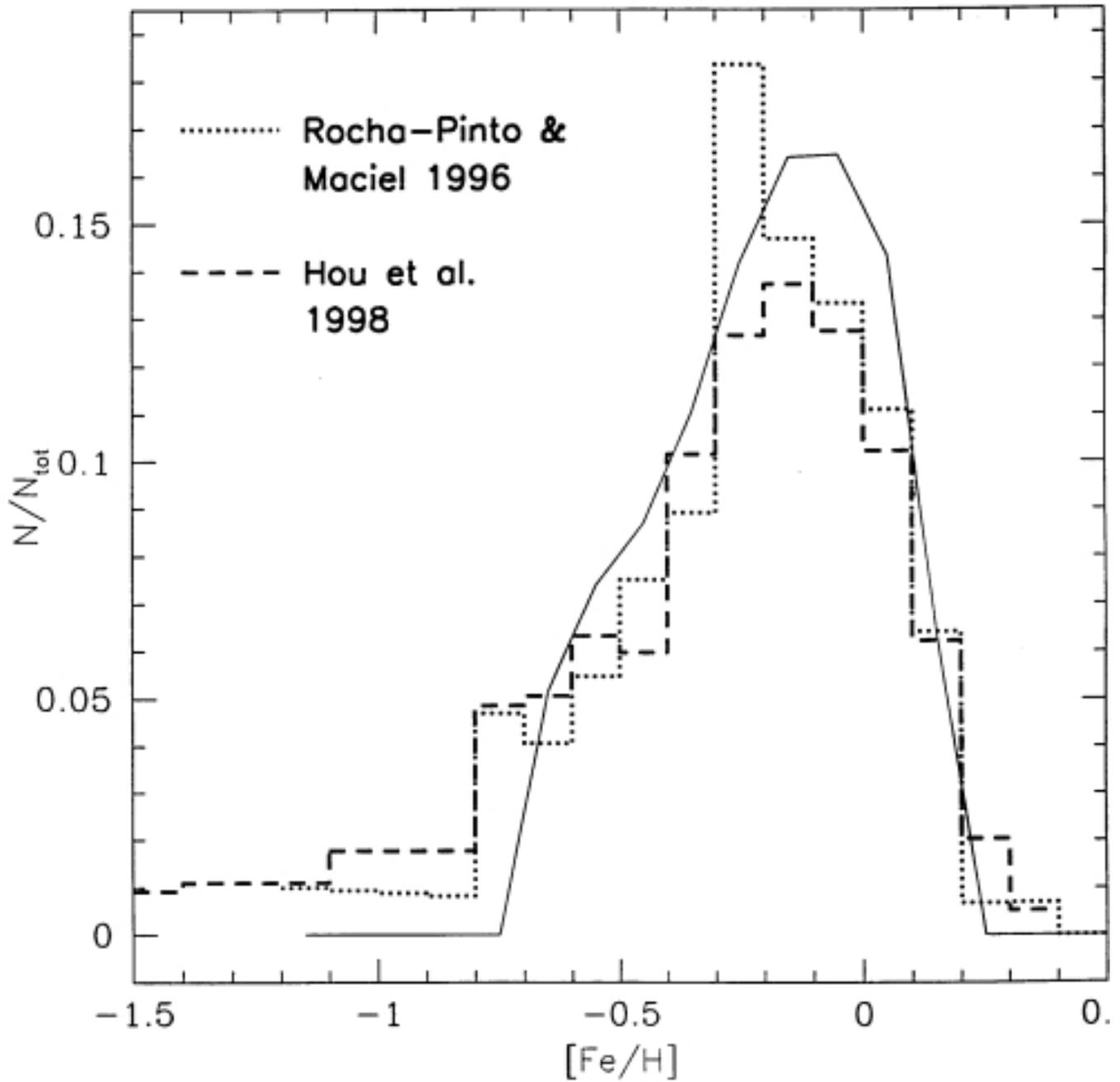


Figura 10.9: La distribuzione in metallicita' delle nane G. La curva continua rappresenta le previsioni del modello di Chiappini, Matteucci & Gratton (1997).

piano galattico. La distribuzione osservativa di queste stelle mostra che stelle con  $[Fe/H] < -1.0$  sono  $\sim 3\%$  del totale. Il MODELLO SEMPLICE predice molte piu' stelle di bassa metallicita' di quante se ne osservino: questo e' *il problema delle nane G*. Il problema delle nane G mette in evidenza i limiti del MODELLO SEMPLICE e, in particolare, delle ipotesi che vi stanno alla base. Si puo' dimostrare che, rilasciando una o piu' delle ipotesi 1)2)3)4) si puo' ottenere una distribuzione di stelle in funzione della metallicita' in buon accordo con le osservazioni.

Possibili soluzioni al problema delle nane G sono:

**Infall.** Supponiamo che sia falsa l'ipotesi 1 e che il sistema non sia chiuso, in altri termini che le componenti di disco si siano formate gradualmente per accrescimento di gas proveniente dall'alone e/o dal mezzo intergalattico. In questo caso si puo' dimostrare che il numero di stelle di bassa metallicita' previsto e' molto inferiore che nel modello chiuso.

**Prearricchimento.** Si puo' vedere che se si ipotizza che il gas al tempo di formazione del disco era gia' arricchito in metalli (cosa plausibile se si e' formato in parte dal gas di alone) il problema delle nane G viene risolto automaticamente (vedi figura 43). Analiticamente, in caso di prearricchimento si ha:

$$Z = Z_o + y_Z \ln\left(\frac{1}{\mu}\right) \quad (219)$$

che porta a:

$$S(Z) = \frac{1 - \mu_1^{(Z-Z_o)/(Z_1-Z_o)}}{1 - \mu_1} \quad (220)$$

dove  $Z_o$  e' la metallicita' iniziale.

**IMF variabile.** Se L'IMF fosse stata piu' ricca di stelle massive nella fase iniziale, ovvero l'ipotesi 3 fosse falsa, si sarebbe avuto un minor numero di stelle di massa piccola formatesi a bassa metallicita'.

**Formazione stellare favorita dai metalli,** ovvero e' falsa l'ipotesi 4, il che significa che il gas non e' ben mescolato coi prodotti stellari. Se adesso si ipotizza che la formazione stellare avvenga preferenzialmente la' dove il gas e' piu' metallico allora il numero di stelle formatesi a bassa metallicita' sarebbe minore.

Prima di discutere meglio questi casi occorre studiare le soluzioni a modelli con flussi di gas.

## 10.7 Modelli con flussi di gas

L'equazione dei metalli in presenza di flussi di gas si trasforma in:

$$\frac{d(ZM_{gas})}{dt} = -Z(t)\psi(t) + E_Z(t) + Z_A A(t) - Z(t)W(t) \quad (221)$$

dove  $A(t)$  e' il tasso di accrescimento di materia (flusso entrante, positivo) e  $W(t)$  e' il tasso di perdita di massa dal sistema (flusso uscente, negativo). Se  $A(t) = W(t) = 0$  l'equazione (221) si riduce alla (209). Esaminiamo ora il caso:

a)  $A(t) = 0$ ,  $W(t)$  diverso da zero.

Le equazioni fondamentali nell'ipotesi di riciclaggio istantaneo sono:

$$\frac{dM_{tot}}{dt} = -W(t) \quad (222)$$

$$\frac{dM_{gas}}{dt} = -(1 - R)\psi(t) - W(t) \quad (223)$$

$$\frac{d(ZM_{gas})}{dt} = -(1-R)\psi(t)Z(t) + y_Z(1-R)\psi(t) - Z(t)W(t) \quad (224)$$

$$W(t) = \lambda(1-R)\psi(t) \quad (225)$$

L'equazione (225) rappresenta il tasso di perdita di massa nell'ipotesi che sia proporzionale, tramite una costante  $\lambda$  definita maggiore o uguale a zero, al tasso di formazione stellare piu' il tasso di restituzione di materia dalle stelle (somma algebrica). Questa ipotesi rende piu' semplice la risoluzione dell'equazione (224). Vediamo come si procede in questo caso: sostituendo la (225) nella (222) e nella (223) e poi dividendo la (222) per la (223) si ottiene:

$$\frac{dM_{tot}}{dM_{gas}} = \frac{\lambda}{\lambda + 1}$$

che ha come soluzione:

$$M_{tot} = \frac{\lambda}{\lambda + 1} M_{gas} + cost \quad (222bis)$$

La costante che compare in questa equazione la si puo' derivare considerando le seguenti condizioni iniziali:

$$t = 0, \quad M_{gas} = M_{gas}(0), \quad M_{tot}(0) = M_{gas}(0)$$

Al tempo  $t = 0$  vale pertanto la seguente relazione:

$$cost = M_{gas}(0) - \frac{\lambda}{(\lambda + 1)} M_{gas}(0)$$

Sostituendo adesso questo valore della costante nell'equazione (222bis) si ottiene:

$$M_{gas}(0) = (\lambda + 1)M_{tot} - \lambda M_{gas}$$

che rappresenta le condizioni iniziali.

Poi, procedendo come nel caso della risoluzione della (209) si arriva a scrivere:

$$\frac{dZ}{dM_{gas}} = -\frac{y_Z}{M_{gas}(1 + \lambda)} \quad (226)$$

La quale si integra tra 0 e  $Z(t)$  ed  $M_{gas}(0)$  ed  $M_{gas}(t)$  ottenendo cosi':

$$Z = -\frac{y_Z}{1 + \lambda} \ln\left[\frac{M_{gas}(t)}{M_{gas}(0)}\right]$$

Utilizziamo quindi l'espressione di  $M_{gas}(0)$ , ottenuta precedentemente dalle condizioni iniziali, ottenendo la soluzione finale in funzione di  $\mu$ :

$$Z = \frac{y_Z}{(1 + \lambda)} \ln[(1 + \lambda)\mu^{-1} - \lambda] \quad (227)$$

come mostrato da Matteucci e Chiosi (1983). Si vede subito dalla (227) che se  $\lambda = 0$  si riottiene la soluzione del modello semplice. Si vede anche che lo yield corrispondente ad un modello con vento galattico e' sempre minore dello *yield effettivo*.

Il caso opposto:

b)  $A(t)$  diverso da zero e  $W(t) = 0$  porta alle seguenti equazioni:

$$\frac{dM_{tot}}{dt} = A(t) \quad (228)$$

$$\frac{dM_{gas}}{dt} = -(1-R)\psi(t) + A(t) \quad (229)$$

$$\frac{d(ZM_{gas})}{dt} = -(1-R)\psi(t)Z(t) + y_Z(1-R)\psi(t) + Z_A A(t) \quad (230)$$

$$A(t) = \Lambda\psi(t)(1-R) \quad (231)$$

Dopo le solite manipolazioni algebriche si ottiene :

$$M_{gas} \frac{dZ}{dt} = y_Z(1-R)\psi + (Z_A - Z)A(t) \quad (232)$$

La soluzione della (232) per  $Z_A = 0$  e  $\Lambda$  diverso da 1 e da zero e con le seguenti condizioni iniziali:  $M_{gas}(0) = M_o = M_{tot}(0) = 0$  (dove  $M_o$  e' il valore della massa totale iniziale) e  $Z(0) = 0$ , e' data da:

$$Z = \frac{y_Z}{\Lambda} [1 - (\Lambda - (\Lambda - 1)\mu^{-1})^{-\Lambda/(1-\Lambda)}] \quad (233)$$

Se  $\Lambda = 1$  (infall estremo) la soluzione e':

$$Z = y_Z [1 - e^{-(\mu^{-1}-1)}] \quad (234)$$

La (234) mostra che quando  $\mu \rightarrow 0$  allora  $Z \rightarrow y_Z$ . Questo caso e' noto come "estremo infall" (vedi figura 43).

Infine si puo' dimostrare che la soluzione della (221) in presenza sia di infall che di outflow e':

$$Z = \frac{y_Z}{\Lambda} [1 - [(\Lambda - \lambda) - (\Lambda - \lambda - 1)\mu^{-1}]^{(\frac{\Lambda}{\Lambda - \lambda - 1})}] \quad (234bis)$$

valida per  $Z_A = 0$ . In Figure 10.10, 10.11 e 10.12 sono mostrati gli andamenti delle soluzioni per variazioni dello yield per generazione stellare (qui indicato con  $p_Z$ ), per vento (eq. 227) e per infall (eq. 233), rispettivamente, confrontati con dati relativi a galassie nane con bursts di formazione stellare. La quantita'  $G$  nelle figure altri non e' che  $\mu = M_{gas}/M_{tot}$ . In particolare, la figura 10.10 mostra la soluzione del Modello Semplice al variare dello yield per generazione stellare.

## 10.8 Infall

La soluzione piu' fisica al problema delle nane G e' fornita dall'ipotizzare che il disco galattico si sia formato per lento accrescimento (infall) di gas di alone ed extragalattico. Un piccolo prearricchimento e' possibile e probabile dato che il gas proveniente dall'alone deve contenere gia' un piccolo arricchimento chimico. L'esistenza dell'infall e' anche suggerita da argomenti indipendenti che andremo ora ad illustrare.

*Nubi ad alta velocita'* ( $|v| > 90 kmsec^{-1}$ ) che cadono verso il disco galattico vengono normalmente interpretate come infall. Il tasso di accrescimento che si deduce dal moto di tali nubi ci da' il tasso di infall di gas sul disco al momento attuale e questo vale  $\sim 1 M_{\odot} pc^{-2} Gyr^{-1}$

### *Tempi scala dell'evoluzione chimica*

L'infall e' anche necessario per spiegare la presenza di gas nel disco al momento attuale. Vediamo come. La densita' superficiale di gas attuale e'  $\simeq 8 M_{\odot} pc^{-2}$  ed il tasso di formazione stellare attuale e'  $\simeq 5 - 10 M_{\odot} pc^{-2} Gyr^{-1}$ . Definiamo il tempo scala della formazione stellare, o del consumo del gas, come:

$$\tau_* = \frac{M_{gas}}{|dM_{gas}/dt|} = \frac{M_{gas}}{(1-R)\psi} \quad (235)$$

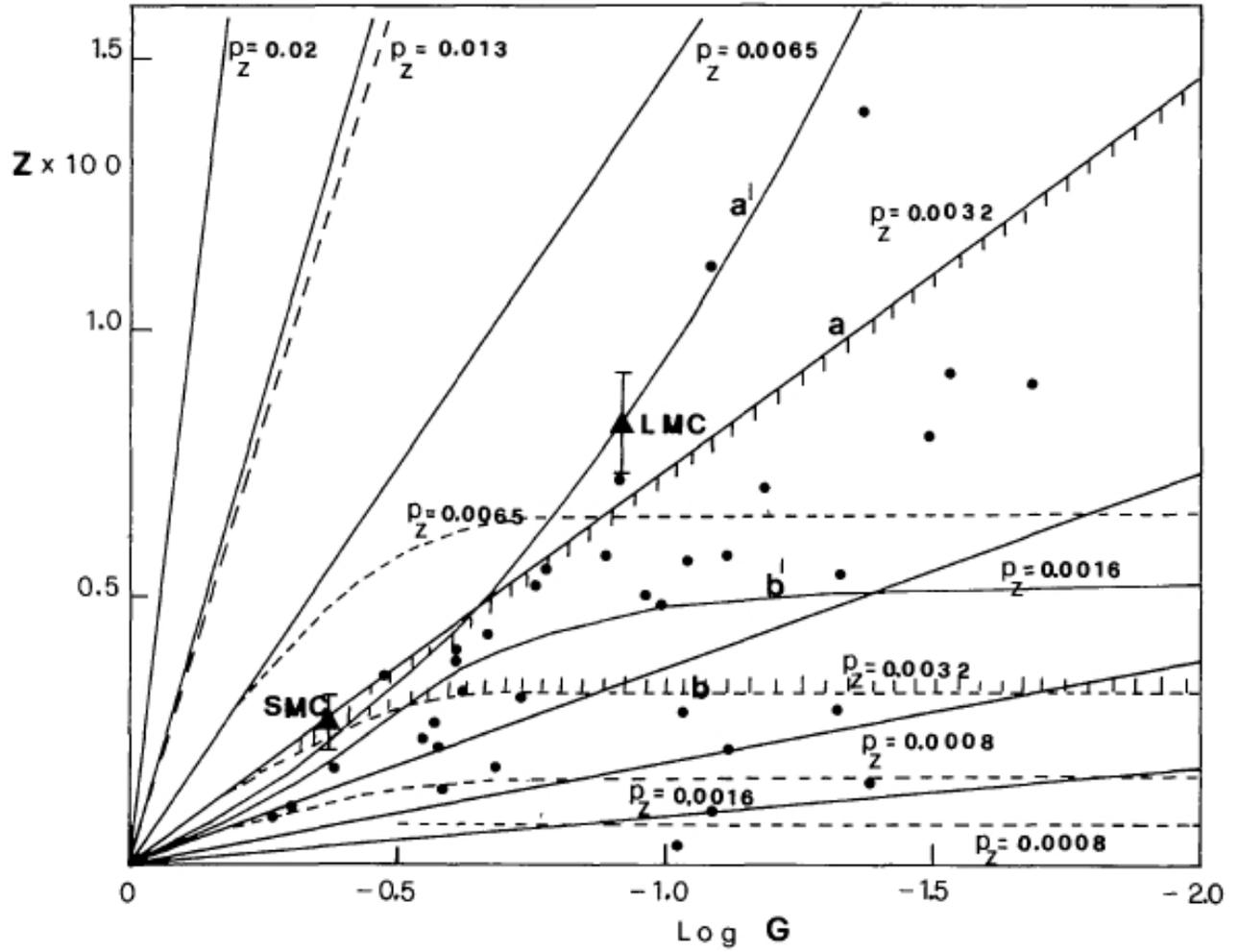


Figura 10.10: Soluzione del modello semplice con yields variabili. La quantita'  $G = \mu = M_{gas}/M_{tot}$

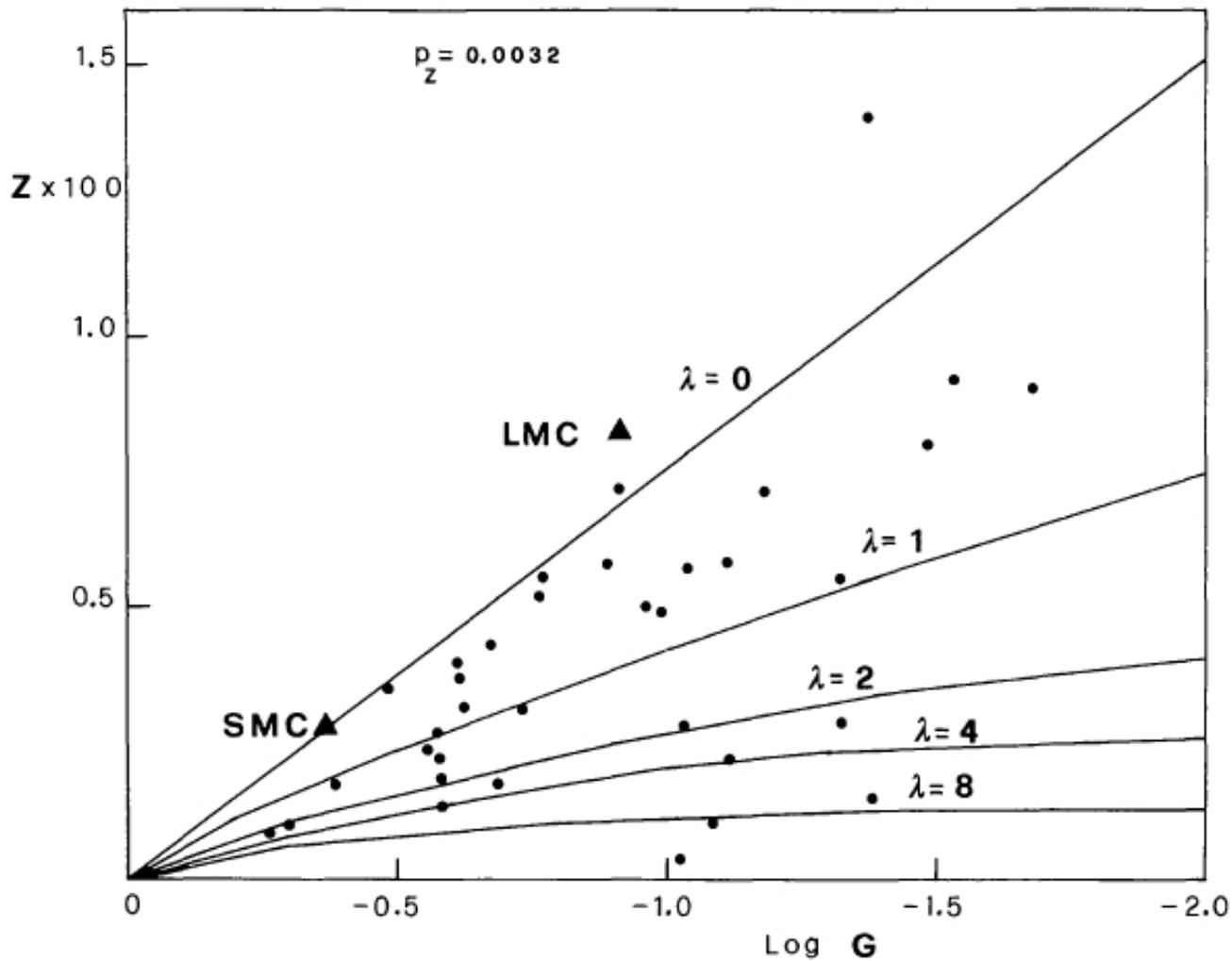


Figura 10.11: Soluzione del modello semplice con vento galattico. Equazione (227) per vari valori del parametro  $\lambda$ .

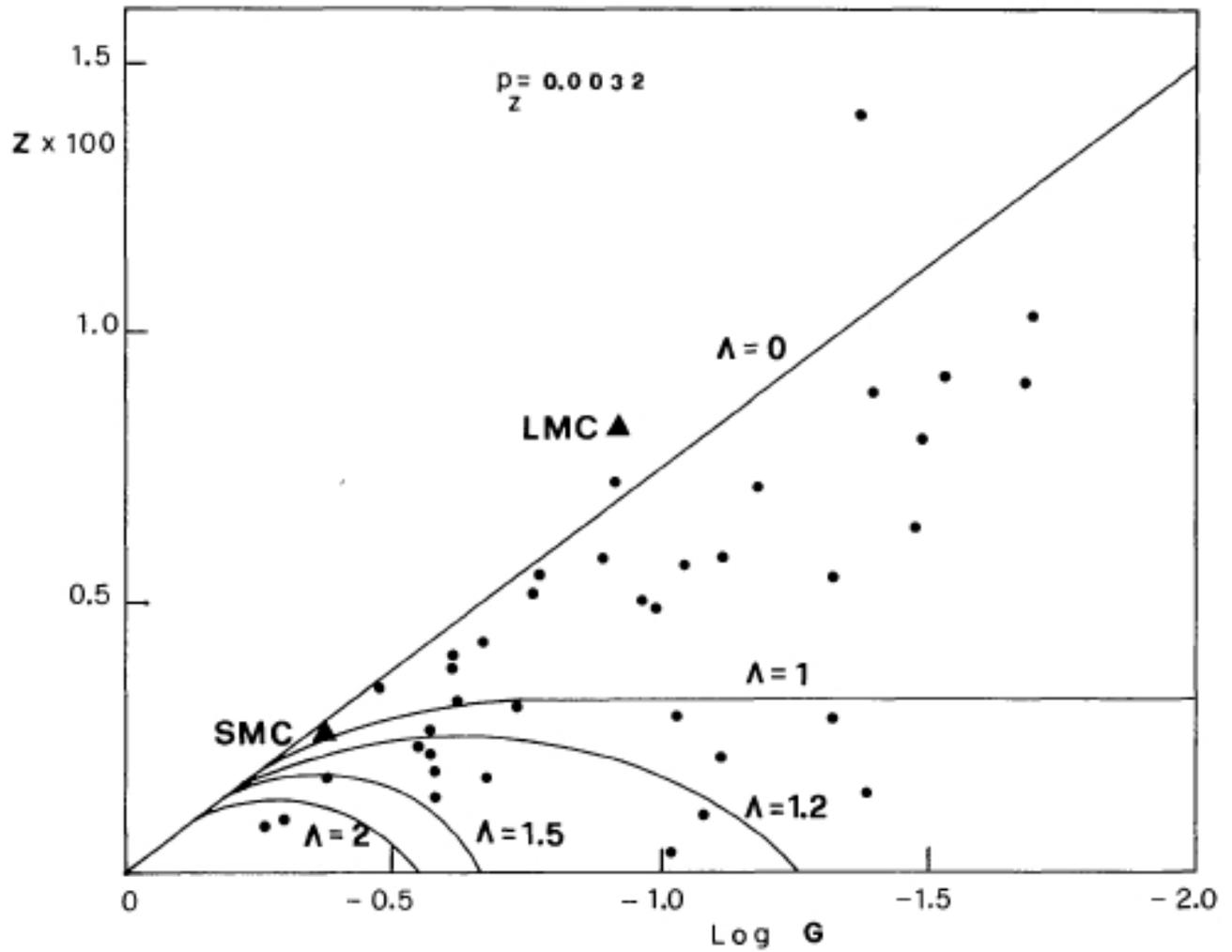


Figura 10.12: Soluzione del modello semplice con infall variabile. Equazione (233) per vari valori del parametro  $\Lambda$ .

Conoscendo il valore di  $R$  ( $\sim 0.17$  per nucleosintesi standard ed IMF di Salpeter) e sostituendo valori attuali di  $M_{gas}$  e  $\psi$  si ottiene:

$$\tau_* = 10^9 \text{ anni}$$

Il che significa che in un solo miliardo di anni tutto il gas dei dintorni solari verra' consumato. Ci troviamo quindi proprio nella fase finale della formazione stellare? La cosa sembra altamente improbabile, quindi ci deve essere sfuggito qualcosa. Ovviamente, il tempo  $\tau_*$  e' stato ricavato nell'ipotesi del modello chiuso e la sua derivazione non e' piu' valida se si assume che ci sia "infall" di gas.

Un altro tempo scala che porta alla stessa conclusione e' il tempo scala dell'arricchimento chimico:

$$\tau_Z = \frac{Z}{|dZ/dt|} = \frac{Z M_{gas}}{|y_Z(1-R)\psi|} \quad (236)$$

che puo' scriversi come:

$$\tau_Z = \tau_*(Z/y_Z) \simeq \tau_* \simeq 10^9 \text{ anni.}$$

poiche' la metallicita'  $Z$  e lo yield sono confrontabili al momento attuale. Cio' e' indubbiamente falso poiche' si vede dalla relazione eta'-metallicita' osservata per le stelle sempre nate e mai morte (nane) che la metallicita' nei dintorni solari e' cresciuta molto nei primi miliardi di anni dalla formazione della galassia mentre durante gli ultimi miliardi di anni e' rimasta quasi costante. Quindi anche in questo caso la presenza di infall allevia il problema.

Infine, come abbiamo gia' accennato, l'infall risolve il problema delle nane G, benché il tasso di accrescimento di materia deve essere minore del tasso di formazione stellare piu' il tasso di restituzione di materia (estremo infall), come si puo' vedere dalla figura 43. Nella Figura 43bis viene mostrata la distribuzione differenziale delle nane G sia osservata che predetta nel caso di lento accrescimento per formare il disco.

## 10.9 Elementi primari e secondari

Definiamo elementi *primari* tutti gli elementi che si formano a partire da H e He nelle stelle, elementi cioe' la cui produzione e' totalmente indipendente da  $Z$ . Si chiamano invece elementi *secondari* tutti quegli elementi che si formano a partire da metalli inizialmente presenti nelle stelle e non formati in situ. Questo implica che un elemento secondario e' prodotto in proporzione a  $Z$  e quindi le stelle di prima generazione non possono produrre elementi secondari. La dipendenza da  $Z$  fa si' che la loro abbondanza cresca piu' lentamente di quella degli elementi primari nelle primissime fasi dell'evoluzione galattica ma poi piu' rapidamente nelle fasi successive. La previsione del modello semplice di evoluzione chimica e' che i secondari crescano come il quadrato dell'abbondanza del loro elemento seme. Vediamo come: consideriamo un elemento secondario S con seme primario Z e sia  $p_{sm}$  la frazione di materia prodotta e restituita da una stella di massa  $m$  e metallicita'  $Z_\odot$  sotto forma di elemento S. Per una metallicita'  $Z$  la quantita' di S prodotta ed espulsa e'  $p_{sm}(Z/Z_\odot)$ . Pertanto il tasso di restituzione della materia espulsa sotto forma di nuovo elemento S da un'intera generazione di stelle e':

$$\int_{m(t)}^{\infty} m p_{sm} \frac{Z(t - \tau_m)}{Z_\odot} \psi(t - \tau_m) \varphi(m) dm \quad (237)$$

Mentre la quantita' espulsa dell'elemento S originariamente presente nella stella e':

$$\int_{m(t)}^{\infty} (m - m_{rem} - m p_{sm} \frac{Z(t - \tau_m)}{Z_\odot}) X_S(t - \tau_m) \psi(t - \tau_m) \varphi(m) dm \quad (237bis)$$

ovvero, secondo Maeder:

$$\int_{m(t)}^{\infty} (m - m_{rem}) X_S(t - \tau_m) \psi(t - \tau_m) \varphi(m) dm \quad (237tris)$$

Ovviamente noi dovremo considerare la somma della (237) e della (237bis) o (237tris) per calcolare l'evoluzione chimica galattica. Si procede pertanto esattamente come nel caso del modello semplice. In particolare, nell'ipotesi di riciclaggio istantaneo si ha:

$$M_{gas} \frac{dX_S}{dt} = y_S(Z/Z_{\odot})(1 - R)\psi \quad (238)$$

che si trasforma in:

$$M_{gas} \frac{dX_S}{dM_{gas}} = -y_S(Z/Z_{\odot}) \quad (239)$$

dopo aver diviso amdo i membri della (238) per la (208).

Ricordando la (215) si ha:  $\frac{dZ}{dM_{gas}} M_{gas} = -yZ$  e la (239) si trasforma in:

$$dX_S \left( -\frac{yZ}{dZ} \right) = -y_S \left( \frac{Z}{Z_{\odot}} \right)$$

avendo sostituito  $\frac{M_{gas}}{dM_{gas}}$  con  $-\frac{yZ}{dZ}$ , e da cui si ottiene:

$$dX_S = \frac{y_S}{yZ} \frac{Z}{Z_{\odot}} dZ$$

la cui soluzione e':

$$X_S = \frac{1}{2} \left( \frac{y_S}{yZ Z_{\odot}} \right) Z^2 \quad (240)$$

avendo integrato in  $Z$  tra 0 e  $Z$ . Il che vuol dire:

$$X_S \propto Z^2 \quad (241)$$

Tuttavia, la (241) e' solo un'approssimazione poiche' il tralasciare i tempi di vita stellari e' un'ipotesi particolarmente falsa per elementi prodotti in stelle di lunga vita, ad esempio l'azoto che viene essenzialmente prodotto ed espulso da stelle di massa piccola ed intermedia ( $1-8M_{\odot}$ ). L'inclusione dell'infal cambia la relazione (241), in particolare l'infal estremo produce una crescita ancor piu' ripida:

$$X_S = (yzy_S/Z_{\odot})(1 - e^{-\nu} - \nu e^{-\nu}) \quad (242)$$

dove  $\nu = \mu^{-1} - 1$ .

## 10.10 Elementi radioattivi

La nucleocosmocronologia consiste nell'usare le abbondanze meteoritiche dei prodotti di decadimento di certi elementi radioattivi per derivare informazioni sull'eta' dell'Universo. Spesso si usa il decadimento del  $^{87}Rb$  in  $^{87}Sr$ . Il  $^{87}Rb$ , infatti, attraverso il decadimento  $\beta$  si trasforma in  $^{87}Sr$  con un tempo di dimezzamento pari a  $4.9 \cdot 10^9$  anni. In generale, si procede nel modo seguente: sia  $X_i$  l'abbondanza di un elemento radioattivo con costante di decadimento  $\lambda_i$  ed yield  $y_i$ . Il tempo scala di decadimento e' dato da  $\lambda^{-1}$ . Le equazioni dell'evoluzione delle abbondanze vengono modificate nel seguente modo:

$$d \frac{(X_i M_{gas})}{dt} = -X_i \psi + E_i + X_{AA} - \lambda_i X_i M_{gas} \quad (242)$$

dove :

$$E_i = \int_{m(t)}^{\infty} [(m - m_{rem} - mp_{im})X_i(t - \tau_m)e^{-\lambda_i\tau_m} + mp_{im}]\psi(t - \tau_m)\varphi(m)dm \quad (243)$$

Il termine esponenziale tiene conto del depauperamento dell'elemento radioattivo  $i$  nell'atmosfera delle stelle. Soluzioni analitiche della (242) si hanno solo in casi speciali anche se si assume il riciclaggio istantaneo. Ad esempio, si ha soluzione analitica solo nel caso in cui la formazione stellare non sia stata un fenomeno continuo ma bensì un "burst", ovvero nel caso in cui si abbia un'unica generazione di stelle. In questo caso la soluzione è:

$$X_i(t) = X_{io}e^{-\lambda_i t} \quad (244)$$

dove  $X_{io}$  è l'abbondanza iniziale dell'elemento radioattivo. Al tempo di formazione del sistema solare, che indicheremo con  $T$ , pertanto il rapporto tra le abbondanze di due nuclidi radioattivi  $i$  e  $j$  sarà:

$$\frac{X_i(T)}{X_j(T)} = \frac{X_{io}}{X_{jo}}e^{[-(\lambda_i - \lambda_j)T]} \quad (245)$$

Ora il rapporto tra le abbondanze di due elementi è sempre uguale al rapporto tra gli yields (rapporto di produzione) nel caso valga l'ipotesi del riciclaggio istantaneo, cioè

$$\frac{X_{io}}{X_{jo}} = \frac{y_i}{y_j} \quad (246)$$

e quindi possiamo sostituire il rapporto tra gli yields al rapporto  $\frac{X_{io}}{X_{jo}}$ . La quantità  $T$  è pertanto il tempo trascorso tra l'inizio dell'universo e la formazione del sistema solare. Si può avere quindi un'idea del valore di  $T$  usando la (245) dove si sostituisca al termine di sinistra il rapporto tra le abbondanze osservate nei meteoriti. Una volta ottenuto  $T$  si può avere l'età dell'universo semplicemente da:

$$T_{Univ} = T + t_{\odot}$$

dove  $t_{\odot}$  è l'età del Sole ovvero 4.5 miliardi di anni. Tuttavia l'età ottenuta così è molto incerta date le ipotesi semplificative adottate, in particolar modo il fatto che la formazione stellare sia avvenuta in un unico evento e che i tempi di vita stellari siano stati trascurati. Occorrono modelli numerici in grado di risolvere l'equazione integro-differenziale che si ottiene quando non si trascurano i tempi di vita stellari per ottenere risultati più attendibili.

## 10.11 Flussi di gas radiali lungo il disco

In generale, flussi radiali di gas nei dischi delle spirali possono avvenire come risultato del trasferimento di momento angolare per mezzo della viscosità. Questo processo tende a concentrare i metalli verso il centro del disco. Tuttavia altri meccanismi possono indurre flussi radiali i quali a loro volta possono essere diretti verso l'interno o verso l'esterno. Consideriamo un disco e un anello nel disco compreso tra i raggi  $r$  e  $r + \delta r$ . L'evoluzione chimica in questo anello può essere studiata tramite le formule viste in precedenza, ovvero sostituendo:

$$M_{gas} \rightarrow 2\pi r M_{gas} \delta r$$

$$\psi \rightarrow 2\pi r \psi \delta r$$

dove  $M_{gas}$  e  $\psi$  sono ora espressi in densita' superficiali. Il tasso netto di flusso radiale di gas sara':

$$F(r) - F(r + \delta r) = -(\partial F/\partial r)\delta r \quad (248)$$

dove  $F$  e' espresso in  $M_{\odot}anni^{-1}$ . Se il flusso va verso l'interno si ha il segno meno nella parte destra della (248) altrimenti si ha il segno piu'. Il flusso in metalli e' definito analogamente:

$$Z(r)F(r) - Z(r + \delta r)F(r + \delta r) = -Z(\partial F/\partial r)\delta r - (\partial Z/\partial r)F\delta r \quad (249).$$

Le equazioni dell'evoluzione chimica diventano pertanto equazioni alle derivate parziali, avendo inserito la dipendenza da  $r$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_{gas}}{\partial t} &= -(1 - R)\psi - \frac{1}{2\pi r} \frac{\partial F}{\partial r} \\ M_{gas} \frac{\partial Z}{\partial t} &= y_Z(1 - R)\psi - \frac{1}{2\pi r} \frac{\partial Z}{\partial r} F \end{aligned} \quad (250)$$

avendo diviso ambo i membri per  $2\pi r\delta r$ . Dalle eq. (250) si puo' vedere che il flusso radiale prevede la formazione di gradienti metallici lungo il disco:

$$\frac{\partial(Z/y_Z)}{\partial r} \sim 2\pi r \frac{(1 - R)\psi}{F} \quad (251)$$

avendo ipotizzato che  $\frac{\partial Z}{\partial t} \sim 0$  al momento attuale (la metallicita' non varia molto al momento attuale) e sapendo che  $\frac{\partial(Z/y_Z)}{\partial r} = \frac{\partial Z}{\partial r} \frac{1}{y_Z}$ , avendo anche ipotizzato che  $\frac{\partial y_Z}{\partial r} = 0$  (lo yield non varia con la posizione lungo il disco galattico). Il gradiente sara' negativo se il flusso va verso l'interno positivo nel caso opposto. Tale flusso indica un cambiamento di metallicita' su un tempo scala:

$$\tau_F \sim 2\pi r^2 \frac{M_{gas}}{|F|} \quad (252)$$

$F$  puo' essere espresso in termini di velocita' del flusso ovvero:

$$F = 2\pi r M_{gas} |v_F| \quad (253)$$

e pertanto si ottiene che:

$$\tau_F \sim \frac{r}{|v_F|} \quad (254)$$

Di conseguenza si ha:

$$\frac{\partial(Z/y_Z)}{\partial \ln r} \sim \frac{\tau_F}{\tau_*} \quad (255)$$

La (254) mostra che, essendo  $\tau_F$  inversamente proporzionale a  $|v_F|$ , il gradiente metallico e' favorito da un flusso lento. In particolare, si trova che un gradiente non appare se  $|v_F| > 2K msec^{-1}$ .

## 10.12 Modelli numerici di evoluzione chimica

Se si ignora l'ipotesi di riciclaggio istantaneo occorre risolvere un'equazione integro-differenziale relativa ad ogni singola abbondanza degli elementi chimici. In generale chiameremo qui  $X_i$  l'abbondanza in massa di un generico elemento  $i$  per la quale varra' la condizione  $\sum_i X_i = 1$ . L'equazione che governa l'evoluzione temporale dell'abbondanza dell'elemento  $i$  in presenza di flussi di gas e' :

$$\frac{d(X_i M_{gas})}{dt} = -X_i(t)\psi(t) + \int_{m(t)}^{\infty} \psi(t - \tau_m) Q_{mij} X_j(t - \tau_m) \varphi(m) dm + X_A A(t) - X_i(t) W(t) \quad (256)$$

La quantita'  $Q_{mij}$  contiene tutte le informazioni sulla nucleosintesi stellare ovvero e' la frazione di massa (processata e non processata) restituita al mezzo interstellare da una stella di massa  $m$  sotto forma di elemento  $i$ -esimo che prima si trovava sotto forma di elemento  $j$ -esimo, ovvero, in analogia con quanto definito prima:

$$m Q_{mij} X_j(t - \tau_m) = [(m - m_{rem} - m p_{im}) X_i(t - \tau_m) + m p_{im}] \quad (257)$$

dove  $p_{im}$  e' stata definita nell'eq. (198).

La funzione iniziale di massa e' qui espressa in massa e non in numero ( $\propto m^{-x}$ ).

Pertanto, l'equazione (256) deve essere risolta numericamente. Una versione piu' sofisticata di questa equazione e' stata elaborata da Matteucci e Greggio (1986) per poter tenere conto delle supernovae di tipo Ia e II. In particolare, in tale equazione si tiene in conto il fatto che le supernovae di tipo Ia derivano da nane bianche in sistemi binari:

$$\begin{aligned} \frac{d(X_i M_{gas})}{dt} = & -\psi(t) X_i(t) + \\ & \int_{M_L}^{M_{Bm}} \psi(t - \tau_m) Q_{mij} X_j(t - \tau_m) \varphi(m) dm + \\ & A \int_{M_{Bm}}^{M_{BM}} \varphi(m) \left[ \int_{\mu_{min}}^{0.5} f(\mu) \psi(t - \tau_{m2}) Q_{mij} X_j(t - \tau_{m2}) d\mu \right] dm + \\ & (1 - A) \int_{M_{Bm}}^{M_{BM}} \psi(t - \tau_m) Q_{mij} X_j(t - \tau_m) \varphi(m) dm + \\ & \int_{M_{BM}}^{M_U} \psi(t - \tau_m) Q_{mij} X_j(t - \tau_m) \varphi(m) dm + X_A A(t) - X_i W(t) \end{aligned} \quad (258)$$

I vari integrali che appaiono nell'equazione rappresentano quindi il tasso di restituzione di materia dalle stelle di varia massa e natura al mezzo interstellare ed includono il contributo da parte dei sistemi binari che danno origine alle supernovae di tipo Ia, in particolare il secondo integrale. Il tasso di esplosione delle supernovae di tipo Ia e' qui calcolato nell'ipotesi che questi sistemi binari siano costituiti da una nana bianca di C-O e da una gigante rossa. La costante  $A$  e' un parametro che viene scelto in modo da riprodurre il tasso attuale di esplosioni di SNe Ia e rappresenta la frazione di sistemi binari, nella IMF, con quelle specifiche caratteristiche atte a produrre supernovae Ia. Gli estremi dell'integrale, la minima ( $M_{Bm}$ ) e la massima ( $M_{BM}$ ) massa permesse per sistemi binari che possono dare origine alle supernovae di tipo Ia. La massa totale massima e' fissata dalla richiesta che la massa di ciascuna componente non possa eccedere le  $8M_{\odot}$  (che e' la massa massima per avere nane bianche di C-O). Il valore della massa totale minima e' piu' incerto e sovente viene utilizzato il valore di  $3M_{\odot}$  per essere sicuri che la stella

primaria (quella inizialmente piu' massiccia nel sistema) sia massiva a sufficienza da consentire il raggiungimento della massa di Chandrasekhar, per accrescimento ricevuto anche da una compagna molto piccola, di  $0.8M_{\odot}$ , e quindi l'accensione del C.

La funzione che descrive i tempi stellari  $\tau_m$  e' necessaria per consentire l'integrazione dell'equazione (258). Daremo qui alcune delle piu' comuni relazioni usate per i tempi di vita stellari.

La piu' semplice, espressa in anni, e' data da una legge di potenza:

$$\tau_m = 11.7 \cdot 10^9 m^{-2} \quad (259)$$

per tutte le masse.

Per masse maggiori di  $2M_{\odot}$  e minori di  $8M_{\odot}$  si puo' usare (esprese in miliardi di anni):

$$\tau_m = 5.0m^{-2.70} + 0.012 \quad (260)$$

mentre per le masse alte:

$$\tau_m = 1.2m^{-1.85} + 0.003 \quad (261)$$

Formule piu' recenti suggeriscono (in miliardi di anni):

$$\tau_m = 10^{[1.338 - \sqrt{1.790 - 0.2232 \cdot (7.764 - \log m)}] / 0.116} - 9 \quad (262)$$

per stelle con  $m \leq 6.6M_{\odot}$ . Oppure (in anni):

$$\tau_m = 1.2 \cdot 10^{10} m^{-2.78} \quad m < 10M_{\odot} \quad (263)$$

$$\tau_m = 1.1 \cdot 10^8 m^{-0.75} \quad m > 10M_{\odot} \quad (264)$$

Va ricordato che quando si calcola l'evoluzione del disco galattico si sostituisce  $M_{gas}$  con  $\sigma_{gas}(M_{\odot}pc^{-2})$  nell'eq. (258). Il tasso di formazione stellare, che adesso deve essere esplicitato, sara' pertanto espresso in funzione di  $\sigma_{gas}$ . Nel caso piu' semplice della legge di Schmidt-Kennicutt si ha:

$$\psi(t) = \nu \sigma_{gas}^k$$

con  $k = 1.4 - 1.5$  e  $\nu$  un parametro (efficienza di formazione stellare espressa in unita' di  $t^{-1}$ ) che si ottiene imponendo che il tasso di formazione stellare attuale riproduca quello osservato. Un valore buono per i dintorni solari e'  $\nu = 1 \text{miliardi}^{-1}$ .

Per quanto riguarda il tasso di accrescimento o infall di gas, in genere si usa una semplice legge esponenziale:

$$A(t) = a(r)e^{-t/\tau(r)}$$

dove  $\tau(r)$  e' un parametro che indica il tempo scala di formazione del disco ad un particolare raggio  $r$  (distanza galattocentrica). Il valore di  $\tau(r)$  viene fissato imponendo di riprodurre importanti vincoli osservativi, in particolare il diagramma delle nane-G. In Figura 10.8 e' riportato il confronto tra un modello di evoluzione chimica che utilizza  $\tau(r_{\odot}) = 8$  miliardi di anni ed il fit ottenuto e' molto buono. Se si fosse assunto un valore piu' piccolo di  $\tau$  non si sarebbe ottenuto un altrettanto buon fit, quindi cio' indica che il disco sottile deve essersi formato su tempi scala lunghi e certamente piu' lunghi di quanto originariamente ipotizzato da Eggen et al. (1962), come discusso nel Cap.2. Il parametro  $a(r)$  viene invece fissato imponendo che la legge di infall riproduca la densita' totale di massa attuale (gas+ stelle) misurata dinamicamente. Ricordiamoci che le nostre incognite sono il gas e la sua composizione chimica e che quindi possiamo assumere una massa o densita' di massa totale senza alterare la natura del problema.

Infine, se si volesse tenere conto di un possibile vento galattico, si dovrebbe esplicitare  $W(t)$ .

In genere, l'ipotesi piu' comune e' che il tasso di perdita di massa galattica sia proporzionale al tasso di formazione stellare cosi' come abbiamo visto per il caso del modello analitico. In particolare:

$$W(t) = \lambda\psi(t)$$

con  $\lambda$  parametro libero. Il vento galattico e' stato osservato sia in galassie irregolari che in galassie con forti "bursts" di formazione stellare e potrebbe essere stato importante nelle prime fasi dell'evoluzione delle galassie ellittiche.

## 10.13 Calcolo dei tassi di esplosione delle supernovae in funzione del tempo

### 10.13.1 Supernovae di tipo II

Il tasso delle supernovae di tipo II e' semplice da definire:

$$R_{SNII} = (1 - A) \int_{M_{up}}^{M_{BM}} \varphi(m)\psi(t - \tau_m)dm + \int_{M_{BM}}^{M_{WR}} \varphi(m)\psi(t - \tau_m)dm \quad (265)$$

### 10.13.2 Supernovae di tipo Ib e Ic

Queste supernovae derivano dall'esplosione di stelle molto massicce, in particolare dalle stelle che perdono tutto il loro involucro prima di esplodere (le stelle di Wolf-Rayet), cosi' da non mostrare le righe dell'H nei loro spettri. Tale mancanza delle righe di H e' infatti quello che caratterizza le supernovae di tipo I in generale. Le supernovae Ic dovrebbero rappresentare le piu' massicce nell'intervallo  $M_{WR} - M_{max}$ , dove  $M_{WR} \sim 30 - 40M_{\odot}$  e' la massa minima per la formazione di una stella di Wolf-Rayet ed e' molto incerta in quanto dipende dalla perdita di massa stellare ed altri parametri fisici dei modelli di evoluzione stellare,  $M_{max}$  e' la massima massa stellare e puo' arrivare fino a  $100-120M_{\odot}$ . E' stato suggerito che le SNe Ib/c possono originare sia da stelle singole di Wolf-Rayet ma anche da stelle massive in sistemi binari stretti con masse totali dei sistemi binari tra 14 e  $45 M_{\odot}$ . Pertanto il tasso delle SNe Ib/c si puo' calcolare nel seguente modo:

$$R_{SNI_{b/c}} = \int_{M_{WR}}^{M_{max}} \varphi(m)\psi(t - \tau_m)dm + \beta \int_{14}^{45} \varphi(m)\psi(t - \tau_m)dm$$

dove  $\beta$  e' un parametro che indica la frazione di sistemi binari massivi stretti che possono dare origine alle SNe Ib/c. Valori ragionevoli per  $\beta$  sono compresi tra 0.15 e 0.30, considerando che circa il 50% di tutte le stelle si trova in sistemi binari e che i sistemi binari massicci rappresentano tra il 30% e il 60% di tutti i sistemi binari, benché il 60% appaia poco realistico. Per mezzo di simulazioni numeriche si e' visto che sono necessari tutti e due i contributi (stelle singole e binarie) per riprodurre i tassi di SNe Ib/c osservati nelle galassie.

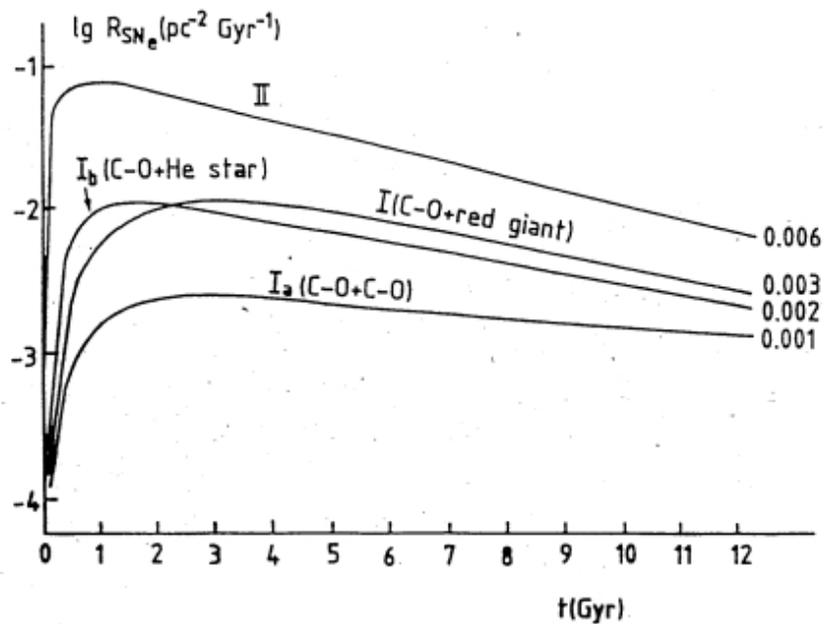


Fig. 44. Predicted supernova rates as functions of time, in the solar neighborhood. The labels on each curve indicate the SN type and, in the case of type I SN rates, the adopted model for SN progenitors (see text). The numbers on each curve indicate the predicted curve values, expressed in units of number of SNe per pc<sup>2</sup> per Gyr.

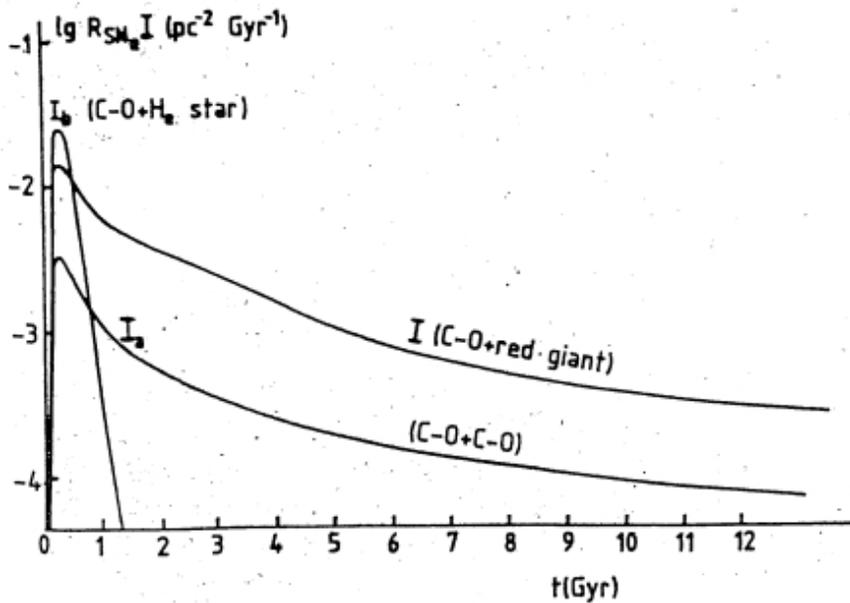


Fig. 45. Predicted type I SN rates as functions of time, in an elliptical galaxy of initial mass 10<sup>12</sup> M<sub>⊙</sub>. The labels on each curve refer to the specific SN type and to the adopted model for SN progenitors (see text).

Figura 10.13: Tassi teorici di esplosione di SNe II, Ia e Ib.

### 10.13.3 Supernovae di tipo Ia

Se assumiamo il modello della nana bianca di C-O +la gigante rossa (modello SD) come nelle eq. (258), il tasso di queste supernovae puo' essere scritto come:

$$R_{SNIa} = A \int_{M_{Bm}}^{M_{BM}} \varphi(m) \left[ \int_{\mu_{min}}^{0.5} f(\mu) \psi(t - \tau_{m2}) d\mu \right] dm \quad (266)$$

dove la funzione  $f(\mu)$  e' la funzione di distribuzione della frazione di massa della secondaria  $\mu = \frac{M_2}{(M_1+M_2)}$ . Questa funzione viene determinata osservativamente e si osserva che rapporti di massa vicini ad 1 sono favoriti. Pertanto si utilizza per  $f(\mu)$  la seguente forma :  $f(\mu) = 2^{1+\gamma}(1+\gamma)\mu^\gamma$  per  $0 < \mu \leq 1/2$ . La quantita'  $\gamma$  e' un parametro e nei modelli apparsi in letteratura fino ad ora e' stato utilizzato il valore  $\gamma = 2$  che favorisce i sistemi con stelle di uguale massa.

Per quanto riguarda il modello delle due nane bianche di C-O (modello DD) si ha invece:

$$R_{SNIa} = Cq \int_{M_{min}}^{M_{max}} \varphi(m) \left[ \int_{S_{min}}^{S_{max}} \psi(t - \tau_m - \Delta t_{grav}) d \log S \right] dm \quad (267)$$

dove C e' una costante di normalizzazione,  $q = M_2/M_1 = 1$ , con  $M_2$  ed  $M_1$  nell'intervallo 5-7  $M_\odot$ , ed S e' la separazione del sistema all'inizio dell'emissione di onde gravitazionali. Il ritardo gravitazionale  $\Delta t_{grav}$  puo' essere calcolato usando la eq. (150).

In figura 44 e 45 sono riportati i tassi di esplosione di supernovae calcolati come descritto sopra per galassie di diverso tipo morfologico. In particolare per galassie ellittiche e per la nostra Galassia. La differenza consiste nel fatto che per galassie ellittiche si usa un tasso di formazione stellare che e' 20-50 volte piu' alto di quello usato per la nostra Galassia.

### Formulazione generale per calcolare il tasso di SNeIa

Definisco il Delay Time Distribution (DTD) come la funzione che descrive la distribuzione dei tempi di esplosione delle SNe Ia. Questa funzione puo' riprodurre la distribuzione dei tempi di esplosione che deriva dai due modelli maggiori, SD e DD , oppure avere una qualsiasi altra forma derivata, ad esempio, empiricamente. Avendo definito la DTD, posso esprimere il tasso di esplosione delle SNeIa come suggerito da Greggio (2005):

$$R_{SNIa} = k_\alpha \int_{\tau_{min}}^{\tau_{max}} A(t - \tau) \psi(t - \tau) DTD(\tau) d\tau, \quad (10.1)$$

ovvero come il prodotto della funzione DTD e del tasso di formazione stellare, e  $\tau$  e' il tempo richiesto per un'esplosione di SNIa. La quantita'  $k_\alpha$  e' definita come l'integrale dell'IMF:

$$k_\alpha = \int_{m_L}^{m_U} \phi(m) dm, \quad (10.2)$$

e si impone anche la seguente normalizzazione della funzione DTD:

$$\int_{\tau_i}^{\tau_x} DTD(\tau) d\tau = 1, \quad (10.3)$$

dove  $\tau_i$  e' il tempo minimo per un'esplosione di tipo Ia e  $\tau_x$  e' il tempo massimo. La normalizzazione dell'IMF e' sempre la stessa gia'descritta in precedenza (eq. 186). Infine la quantita'  $a(t - \tau)$  e' lo stesso parametro  $A$  definito nelle eq.(258) e (266), che si assume possa anche dipendere dal tempo.

Il vantaggio di questa formulazione generale consiste nel fatto che attraverso la funzione DTD

si possono valutare diversi scenari per i progenitori delle SNeIa. Nella Figura 10.13 vengono mostrati diversi esempi di DTD che includono il modello SD, il modello DD, la distribuzione bimodale (50% SNeIa che esplodono entro i primi 100 milioni di anni e 50% che esplodono dopo), ed altri DTD derivati empiricamente. Modelli di evoluzione chimica della nostra Galassia hanno mostrato che le migliori DTD per riprodurre i dati osservativi della nostra Galassia sono quelle dei modelli SD e DD.

## 10.14 Vincoli osservativi

### 10.14.1 Osservazioni di abbondanze relative nel cilindro solare

Innanzitutto definiamo la seguente abbondanza relativa al sole:

$$[X/H] = \log(X/H)_* - \log(X/H)_\odot \quad (268)$$

dove il simbolo  $*$  indica l'abbondanza nella stella e quello  $\odot$  indica quella nel sole. Seguendo questa definizione ne discende che  $[X/H]_\odot = 0$ . Normalmente il Ferro, con simbolo Fe, viene utilizzato per indicare il contenuto metallico stellare e la ragione è dovuta al fatto che il Fe domina nell'eccesso ultravioletto  $\delta(U - B)$  che viene usato per misurare il contenuto metallico. In figura 46a (ovvero 10.14) viene mostrata la relazione  $\text{eta}'\text{-}[\text{Fe}/\text{H}]$  per le stelle nei dintorni solari. La figura in basso contiene i dati più recenti che mostrano grande dispersione. La natura di questa dispersione non è ancora chiara anche se alcuni la attribuiscono al fatto che osserviamo, nei dintorni solari, anche stelle nate a distanze galattocentriche diverse da quella solare che hanno, quindi, diverso contenuto metallico a parità di età. Ciò è dovuto al gradiente di abbondanza osservato nel disco galattico (i metalli decrescono con la distanza galattocentrica). Attualmente con il progresso fatto nella spettroscopia ad alta risoluzione grazie a nuovi e sofisticati rivelatori ed a sempre più raffinati modelli di atmosfere stellari, si riesce a misurare l'abbondanza dei singoli elementi e non solo del Fe. Ciò che si trova è che, in generale, le stelle povere di metalli (popolazione II) mostrano una sovrabbondanza di elementi  $\alpha$  relativamente al ferro, in altri termini:

$$[\alpha/\text{Fe}] > 0$$

Per elementi  $\alpha$  si intendono O, Mg, Si, S, Ca, Ti etc... Ciò che si trova è che per valori di  $[\text{Fe}/\text{H}] < -1.0$   $[\alpha/\text{Fe}] \simeq +0.4$  dex ed è costante mentre decresce al crescere di  $[\text{Fe}/\text{H}]$  fino a diventare  $[\alpha/\text{Fe}] = 0$  quando  $[\text{Fe}/\text{H}] = 0$  (vedi figura 46b, ovvero 10.15).

Più incerto è il comportamento degli elementi quali  $^{12}\text{C}$  ed  $^{14}\text{N}$  in funzione del Fe. Sembra infatti che  $[\text{C}/\text{Fe}]$  sia solare su tutto l'intervallo di  $[\text{Fe}/\text{H}]$  anche se non si può escludere una certa sovrabbondanza di C a basso ferro (vedi figura 46d, ovvero 10.16).

Gli elementi  $s$  come Ba, Y e Sr sono invece subsolari a bassi valori del ferro ( $[\text{Fe}/\text{H}] < -2.0$ ) e poi diventano solari per alti valori del ferro (vedi figura 46e). Negli elementi- $s$  si osserva una certa dispersione a basse metallicità, non presente negli altri elementi (ad esempio elementi  $\alpha$ ).

L'azoto e gli elementi- $s$  sono da considerarsi "secondari" poiché  $^{14}\text{N}$  viene prodotto in proporzione alle abbondanze di  $^{12}\text{C}$  ed  $^{16}\text{O}$  presenti nella stella, mentre gli elementi- $s$  vengono prodotti per cattura neutronica su nuclei di Fe già presenti nella stella dalla sua nascita. Il comportamento degli elementi- $s$  è pertanto più complicato di quello di  $^{14}\text{N}$  poiché dipende

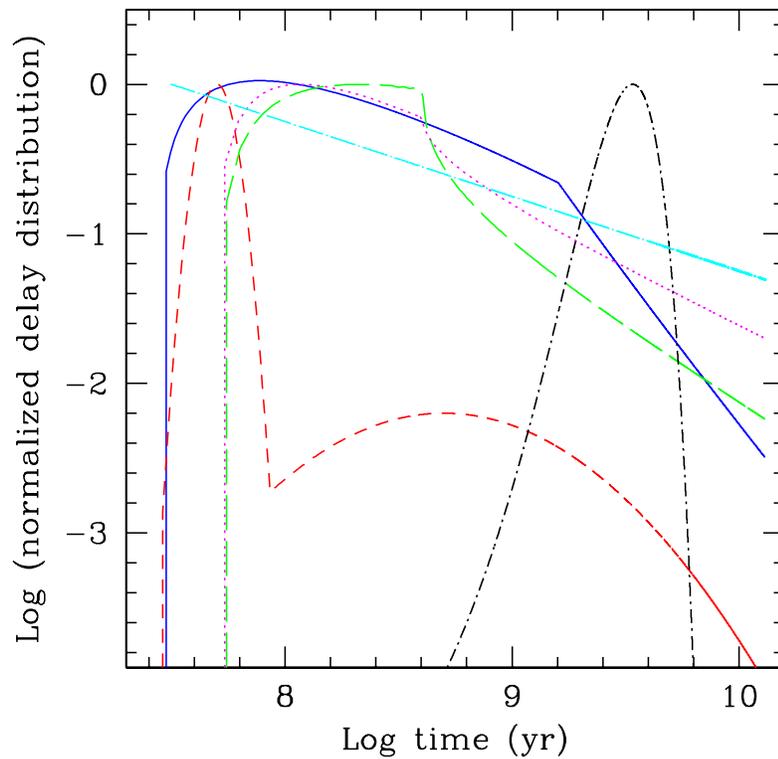


Figura 10.14: Varie funzioni DTD normalizzate al loro valore massimo: la linea blu continua rappresenta il DTD del modello SD; la linea verde a tratteggio lungo e' il DTD del modello DD; la linea rossa tratteggiata e' la DTD empirica bimodale di Mannucci et al. (2006), la linea nera a tratto corto e punto e' la DTD empirica di Strolger et al. (2004); la linea azzurra a tratto e punto e' la DTD empirica suggerita da Pritchard et al. (2008).

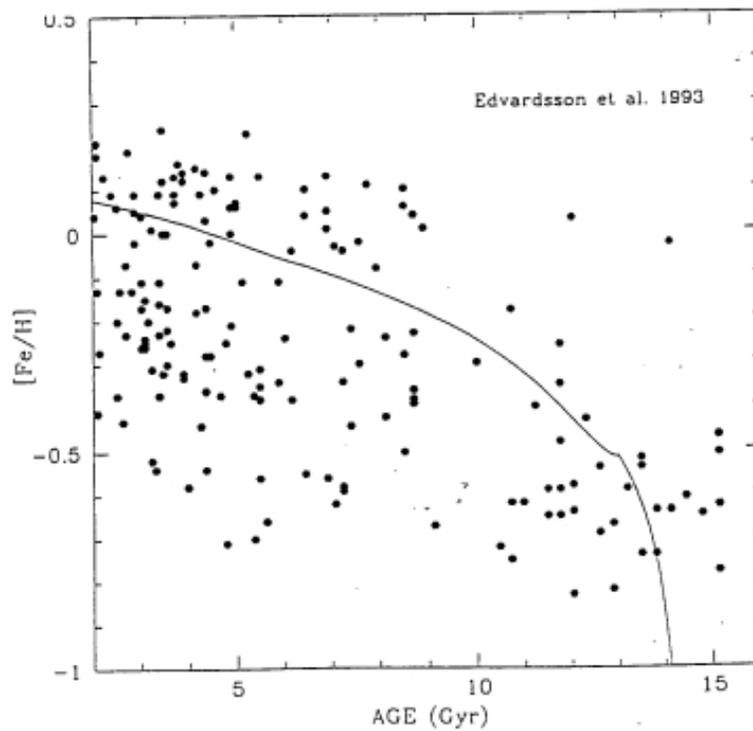
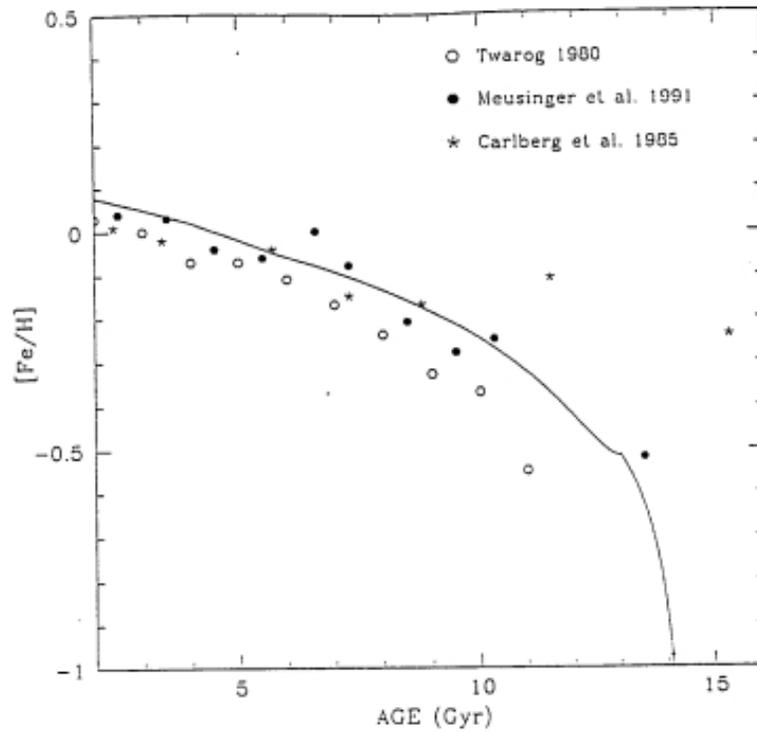


Figure 46 a

Figura 10.15: Relazioni età-metallicità nei dintorni solari. Dati più recenti in basso (Edvardsson et al. 1993) con alta dispersione. Tale dispersione è probabilmente in parte reale ed in parte dovuta ad errori sulle età stellari.

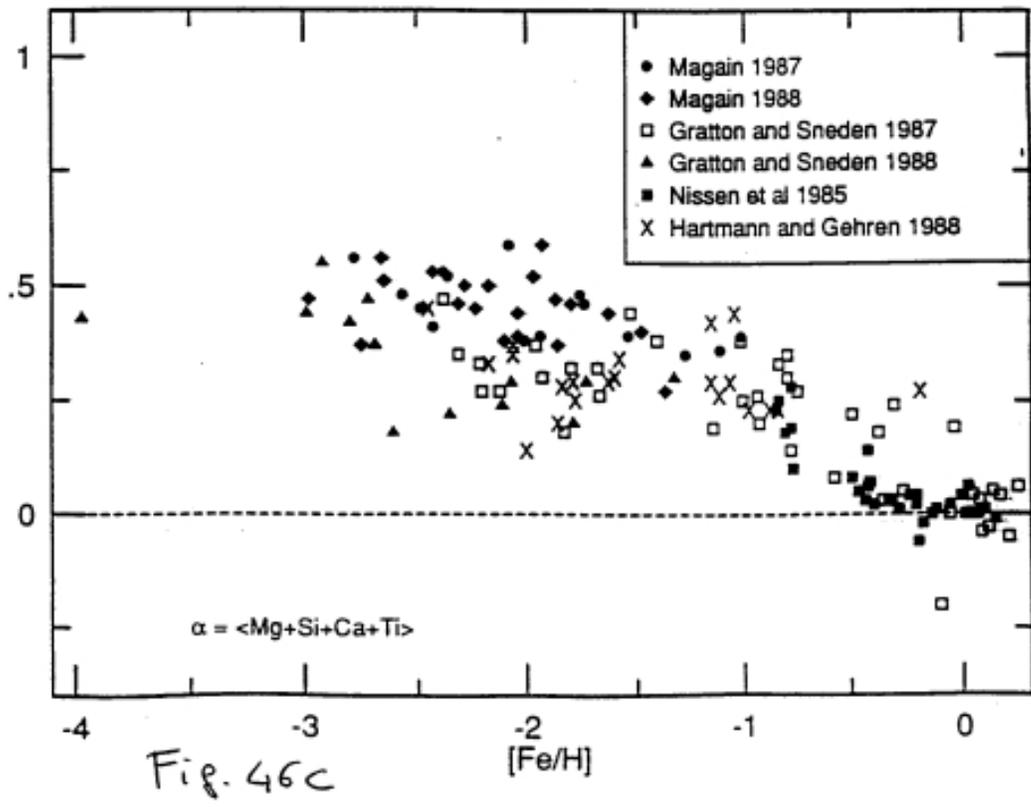
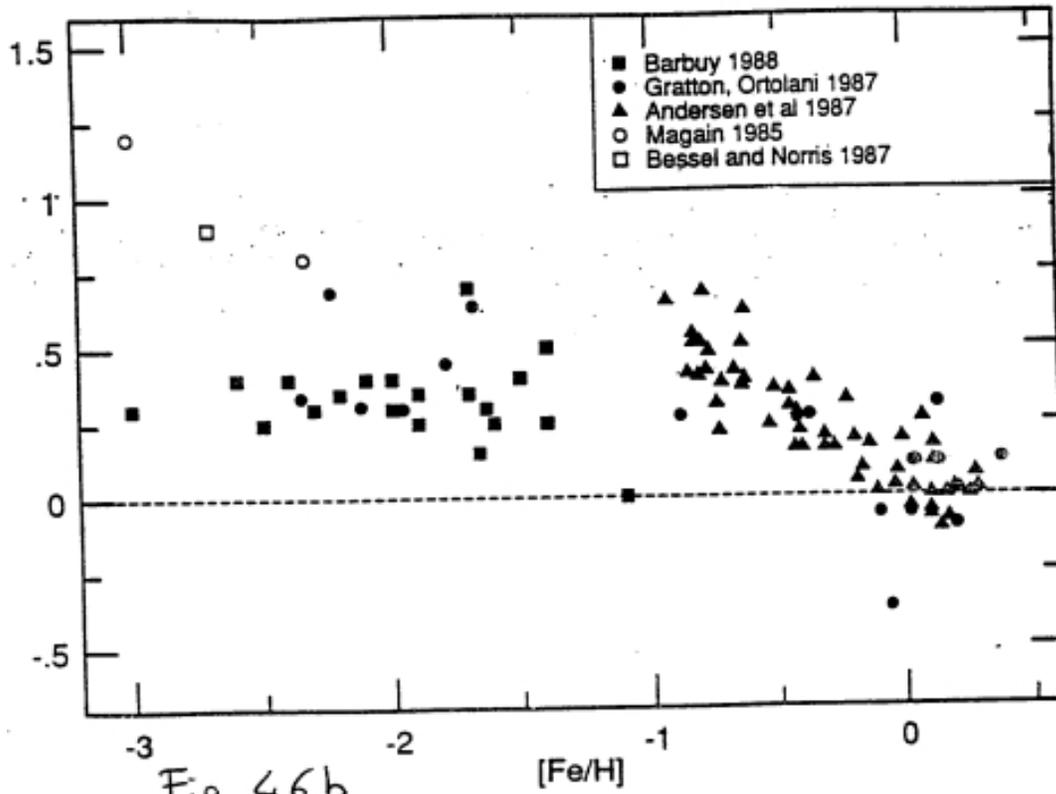


Figura 10.16: Relazioni  $[\alpha/Fe]$  versus  $[Fe/H]$ : la figura superiore si riferisce a  $[O/Fe]$  mentre quella inferiore a  $[Mg+Si+Ca+Ti/Fe]$ . I dati si riferiscono ai dintorni solari.

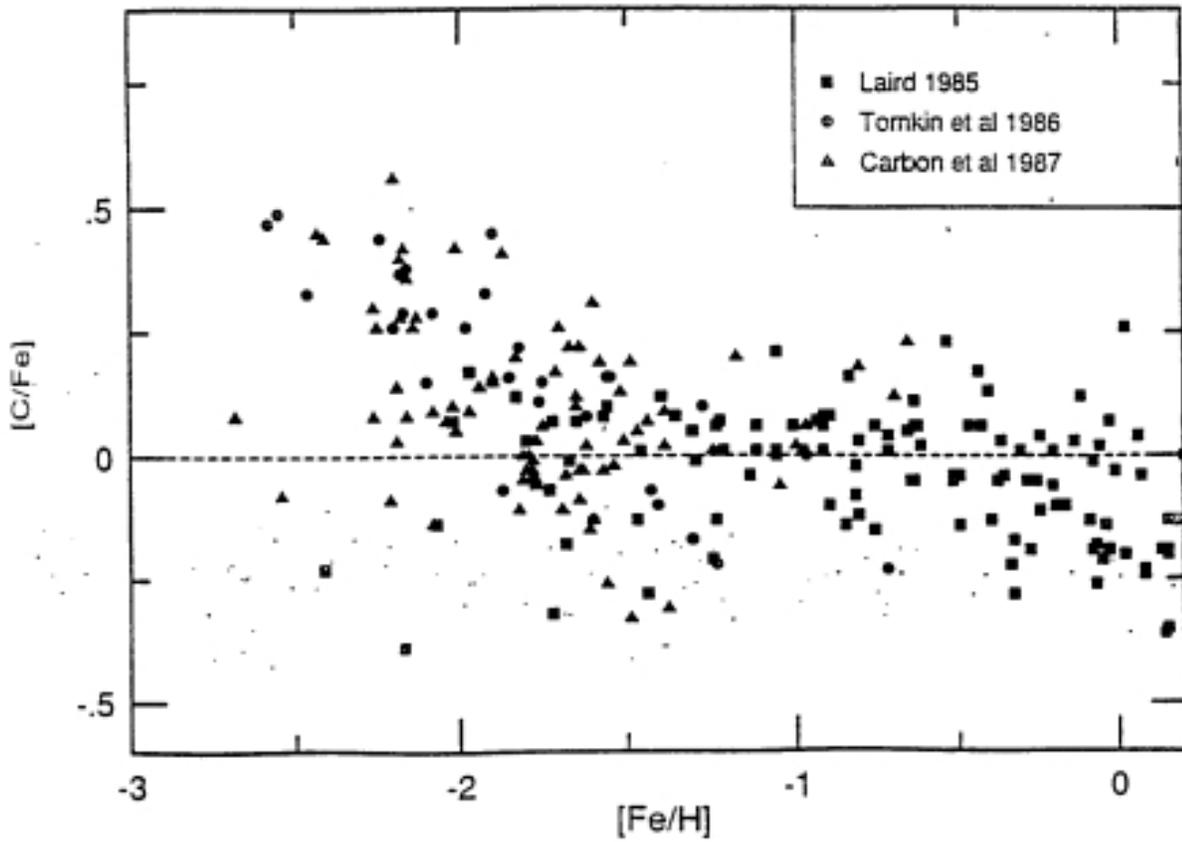


Figura 46d

Figura 10.17: Relazione  $[C/Fe]$  versus  $[Fe/H]$  nei dintorni solari.

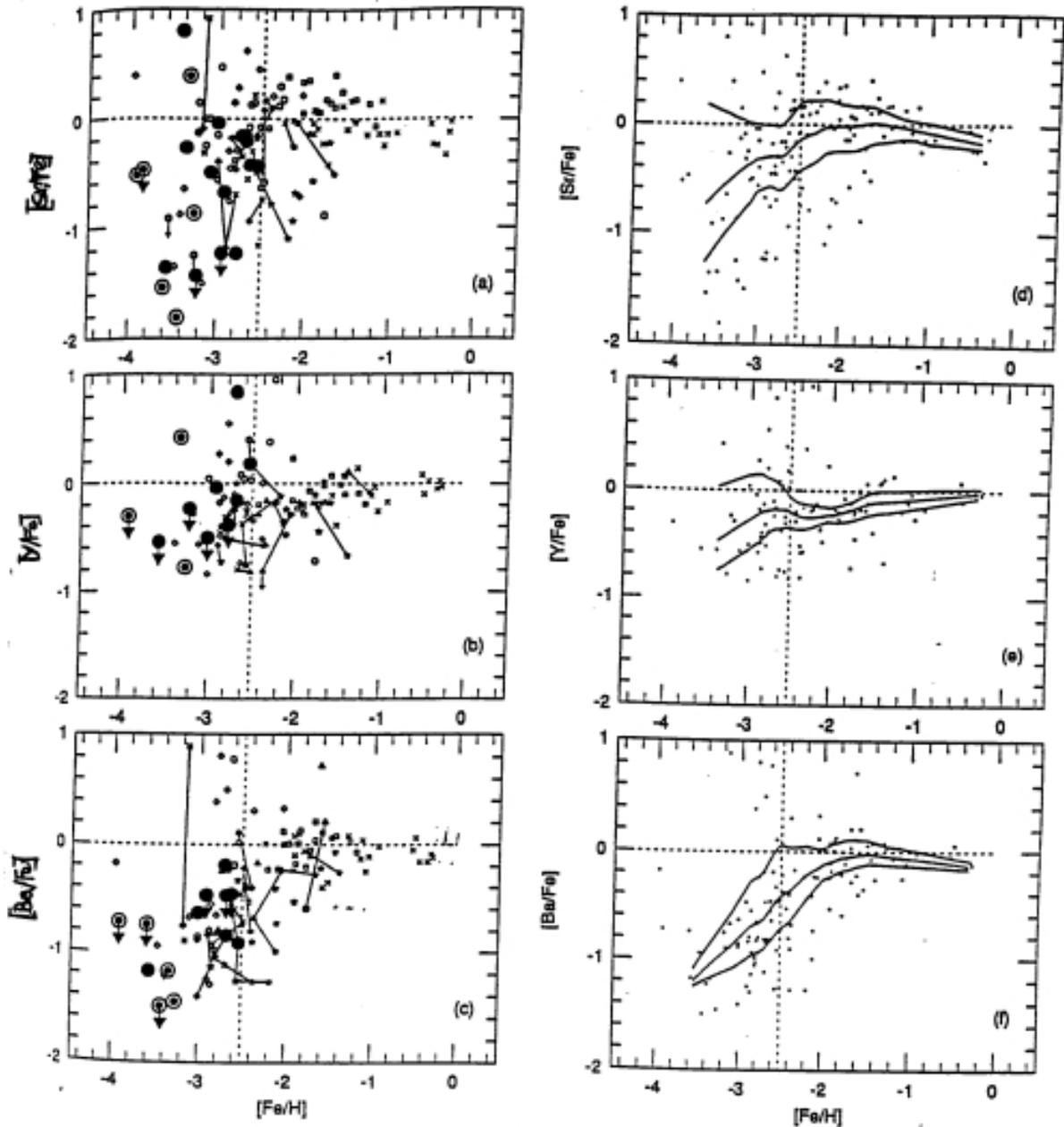


Fig 46 e - Evoluzione degli elementi-s

Figura 10.18: Relazioni  $[X/Fe]$  vs.  $[Fe/H]$  per gli elementi-s (Ba, Y e Sr). Nel pannello di sinistra ci sono tutti i dati, inclusi limiti inferiori e superiori, nel pannello di destra ci sono i dati con esclusi i limiti inferiori e superiori e le curve rappresentano la media (curva centrale) e le semi-medie inferiore e superiore. Dati di Ryan et al. (1996, ApJ, 471, 254).

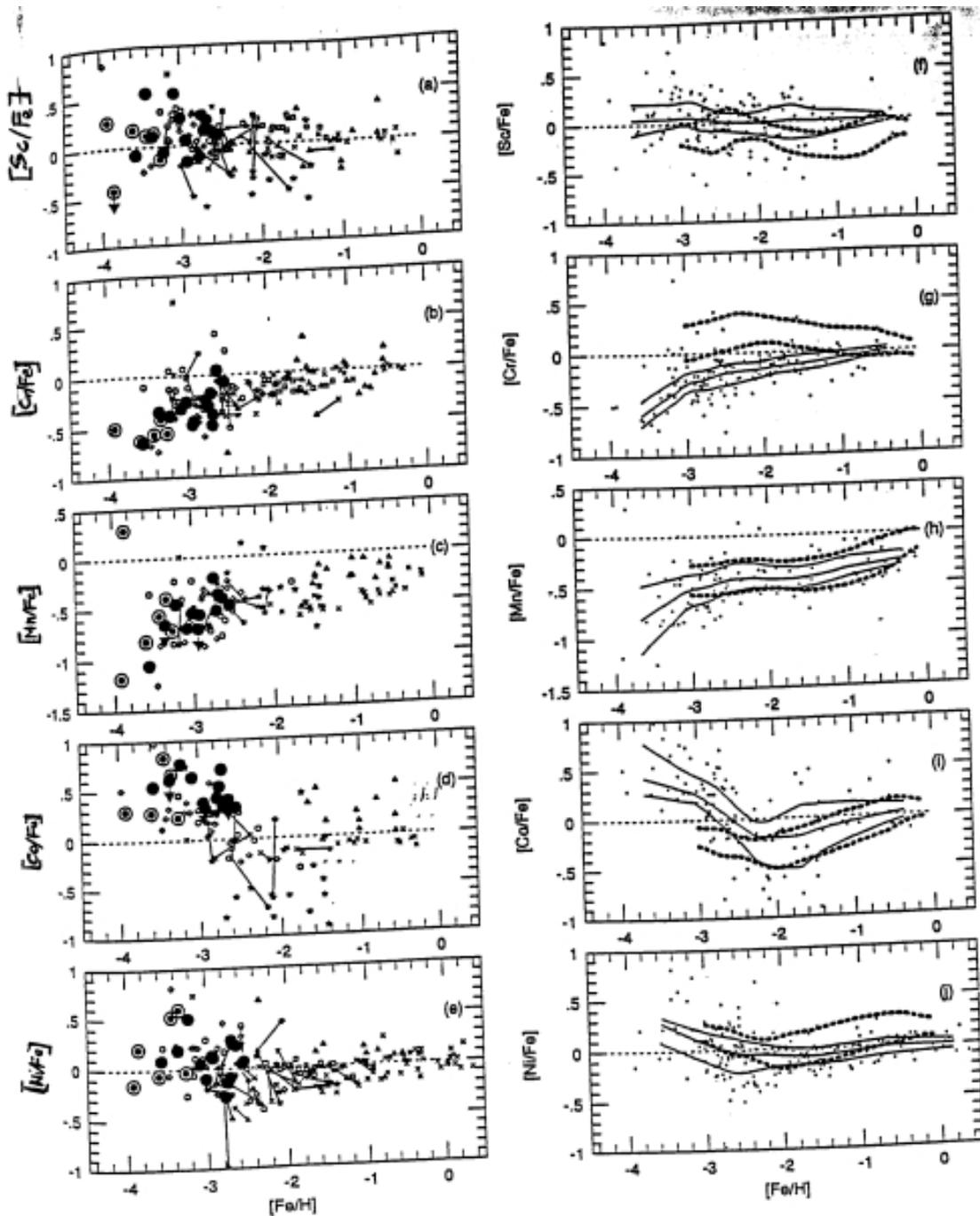


Fig 46f - Elementi del picco del Fe

Figura 10.19: Elementi del picco del Ferro: Ni, Co, Mn, Cr e Sc. Nel pannello di destra troviamo di nuovo la media e le semi-medie ma troviamo anche i modelli di Timmes et al. (1995) (linee tratteggiate). Come si puo' vedere i modelli non riproducono bene alcuni elementi. Dati di Ryan et al. (1996).

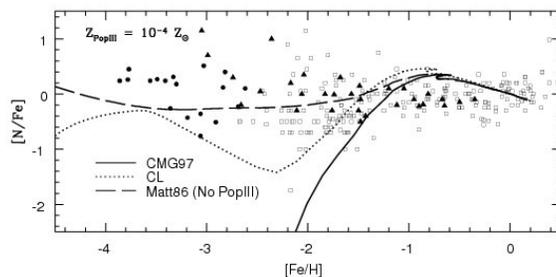


Figura 10.20: Andamento di  $[N/Fe]$  vs.  $[Fe/H]$  nelle stelle dei dintorni solari di tutte le metallicita'. I dati indicano un rapporto  $[N/Fe]$  costante alle basse metallicita' e cio' indicherebbe che l'N prodotto dalle stelle massive sia primario e non secondario. Nella Figura sono riportate previsioni di modelli con N secondario da stelle massicce (linea continua) e con N primario da stelle massicce (linea a tratteggio lungo). La linea punteggiata assume N primario solo dalle stelle di Popolazione III ovvero da una generazione iniziale di stelle massicce.

dall'abbondanza del Fe e dal flusso neutronico che a sua volta dipende da  $Z$ . Un puro andamento secondario ( $X_S \propto Z^2$ ), come previsto dal modello semplice, non viene pero' osservato per nessun elemento. Questo lo si puo' spiegare perche' parte dell'azoto puo' avere un'origine primaria. Cio' accade durante i "dredge-up" nelle stelle di AGB quando C ed O, sintetizzati negli interni stellari, vengono portati nelle regioni di bruciamento dell' H dalla convezione e li' partecipano al ciclo CNO da cui si origina l'azoto. Recenti osservazioni di stelle di alone ottenute con il VLT (Spite et al. 2005) hanno indicato un valore costante di  $[N/Fe]$  a basse metallicita' che suggerisce che l'N sia prodotto in maniera primaria anche nelle stelle massive (vedi Figura 10.18)

Infine, gli elementi del gruppo del ferro, quali Cr, Ni, Sc e Mn hanno rapporti solari rispetto al ferro su gran parte dell'intervallo di definizione del ferro, con l'eccezione di stelle con  $[Fe/H] < -2.5$ . A queste metallicita'  $[Cr/Fe]$  e  $[Mn/Fe]$  decrescono mentre il Ni ed il Co crescono (vedi figura 46f, ovvero 10.17).

#### 10.14.2 Osservazioni di abbondanze, gas e formazione stellare lungo il disco

Come gia' accennato, si osservano gradienti di O, N, S, e Fe lungo il disco galattico. Tali abbondanze sono misurate da regioni HII e nebulose planetarie (righe di emissione) ma anche dalle stelle (ammassi aperti, Cefeidi, stelle OB). Il gradiente si esprime come  $\frac{\Delta \log(O/H)}{\Delta r}$ , dove  $r$  e' la distanza galattocentrica (4-20Kpc). Nel caso dell'ossigeno quasi tutti gli indicatori sono in accordo che  $\frac{\Delta \log(O/H)}{\Delta r} = 0.07 dex kpc^{-1}$ . Per quanto riguarda il gradiente del Fe (misurato solo nelle stelle) si ottiene un gradiente un po' piu' ripido, in accordo col fatto che il Fe viene prodotto piu' lentamente dell'ossigeno. In particolare,  $\frac{\Delta \log(Fe/H)}{\Delta r} = -0.095 dex kpc^{-1}$ .

Per quanto riguarda la distribuzione di gas nel disco essa viene ottenuta sommando il gas neutro (HI) al gas molecolare ( $H_2$ ): HI lo si deduce dalla riga a 21 cm dell'H, mentre  $H_2$  viene

dedotto dalla emissione a 2.6 mm della molecola del CO che viene eccitata dall' $H_2$ , assumendo che ci sia un rapporto costante tra CO e  $H_2$ , e questa e' un'ipotesi molto semplificativa vista l'esistenza dei gradienti di metallicita'. La formazione stellare lungo il disco e' gia' stata precedentemente discussa (vedi Figura 10.5).

## 10.15 Interpretazione dei dati osservativi sulla base dei modelli

Il comportamento di  $[\alpha/Fe]$  in funzione di  $[Fe/H]$  (figura 46b "time-delay model) puo' essere elegantemente spiegato dal modello con supernovae di tipo I e II, descritto precedentemente. Infatti, il plateau in  $[\alpha/Fe]$  esibito a bassi valori di  $[Fe/H]$  e' dovuto al contributo chimico delle stelle massicce che producono piu' elementi  $\alpha$  che ferro. Il calo del rapporto  $[\alpha/Fe]$  attorno al valore  $[Fe/H] = -1.0$  e' invece dovuto all'apparire, sulla scena dell'arricchimento chimico, delle SNe di tipo Ia che impiegano piu' tempo a morire delle SNe II. Pertanto, le SNe Ia, che contribuiscono soprattutto al Fe, sono responsabili della diminuzione di  $[\alpha/Fe]$ . E' da notare che una tale interpretazione dei dati sarebbe stata impossibile nell'ambito di modelli semplici che adottano l'ipotesi del riciclaggio istantaneo e che quindi trascurano i tempi di vita stellari che sono invece i maggiori responsabili di un tale comportamento del rapporto  $[\alpha/Fe]$ . E' da notare che l'andamento di  $[\alpha/Fe]$  in funzione di  $[Fe/H]$  puo' servire per datare la fase di alone della nostra Galassia. Infatti, l'asse delle X puo' essere visto come un asse temporale, poiche' l'abbondanza del ferro cresce al crescere del tempo. Sapendo che le stelle di alone hanno tutte  $[Fe/H] \leq -1.0$  si puo' pertanto stimare il tempo necessario per raggiungere  $[Fe/H] = -1.0$  nel gas e questo tempo e' il tempo scala di formazione dell'alone. Modelli per la nostra Galassia, che riproducono la maggior parte delle osservazioni suggeriscono che questo tempo scala sia compreso tra 1 e 2 miliardi di anni. Per quanto riguarda le bassissime metallicita' ( $[Fe/H] < -4.0$  dex) nulla si puo' ancora dire con certezza data la scarsita' dei dati osservativi. Tuttavia si puo' supporre che gli elementi  $\alpha$  crescano relativamente al ferro a causa del fatto che il rapporto di produzione di  $\alpha/Fe$  delle stelle piu' massicce cresce al crescere della massa.

Un modello che e' stato piu' volte usato negli ultimi anni e' il cosiddetto "modello a due-infall", originariamente proposto da Chiappini, Matteucci & Gratton (1997). Questo modello propone che la Galassia si sia formata per mezzo di due maggiori eventi di accrescimento di gas (o infall). Il primo evento avrebbe dato origine all'alone e al disco spesso mentre il secondo avrebbe dato origine al disco sottile. Per la verita' l'origine del disco spesso e' ancora controversa poiche' molti sostengono che il disco spesso o parte di esso sia stato accresciuto da sistemi stellari gia' formati altrove e che quindi le stelle non si siano formate in situ dal gas accresciuto. Il primo evento di accrescimento sarebbe durato non piu' di 1-2 miliardi di anni mentre il secondo sarebbe stato molto piu' lento. Infatti, per riprodurre al meglio la distribuzione delle nane G, il disco nei dintorni solari dovrebbe essersi accresciuto su un tempo scala non inferiore a 8 miliardi di anni (vedi Figura 10.8 che riporta le previsioni del modello a due-infall con un tempo scala di formazione del disco nei dintorni solari di 8 miliardi). Inoltre, sembrerebbe che per riprodurre i gradienti di abbondanze, formazione stellare e gas lungo il disco sottile il disco si sia formato da dentro a fuori ("inside-out"); pertanto, il tempo scala di formazione del disco interno sarebbe stato molto minore che nei dintorni solari e nelle parti esterne del disco molto maggiore. Nella Figura 10.19 si vede una rappresentazione artistica del modello a due-infall e come le varie fasi di formazione della Galassia si connettano all'andamento temporale dei tassi di supernovae II e Ia e alla loro produzione di elementi, come descritto sopra.

Il modello a due infall riproduce molto bene gli andamenti degli elementi  $\alpha$  relativamente al ferro nelle stelle dei dintorni solari. Riguardo agli altri elementi, quali gli elementi del picco del

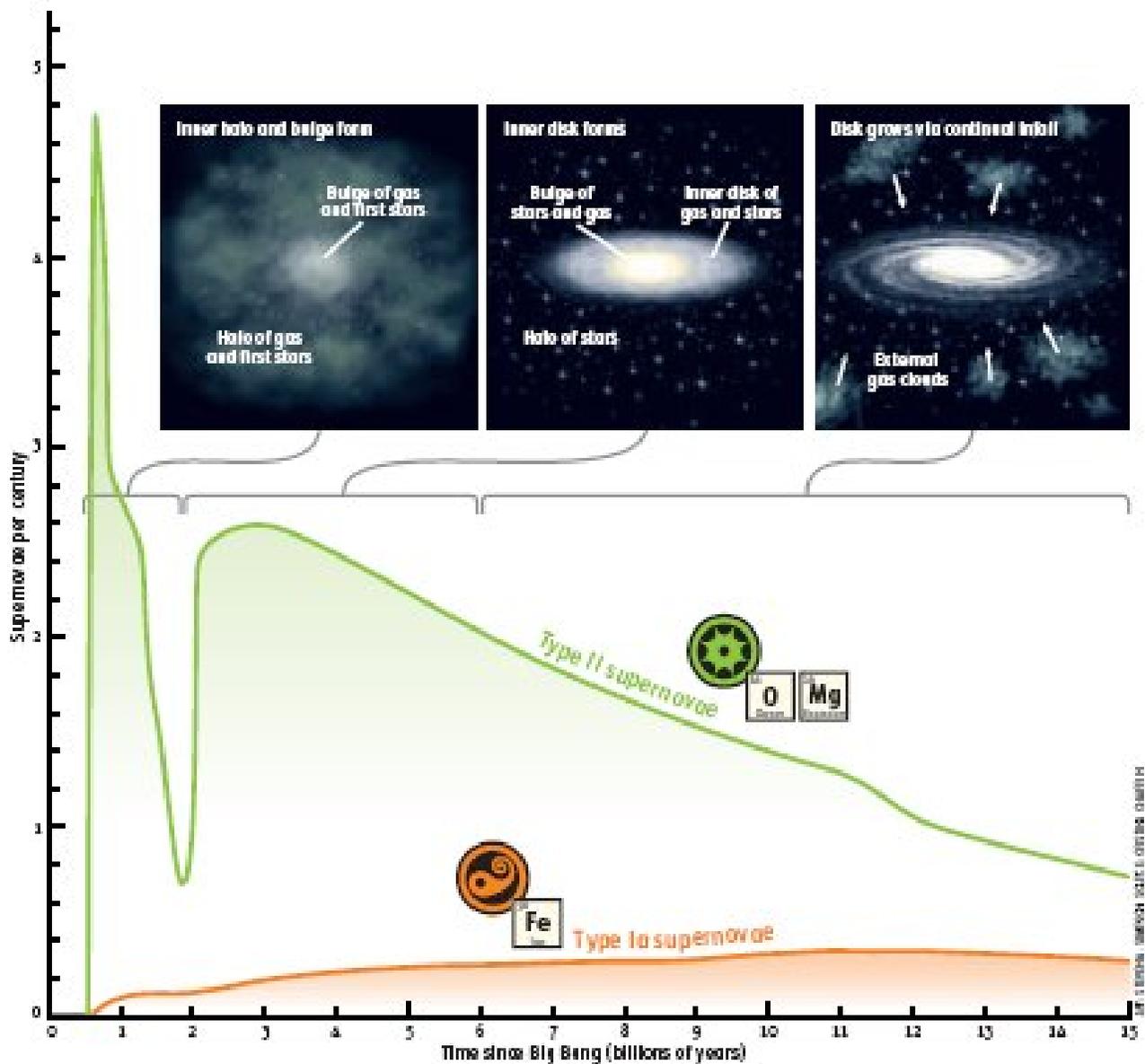


Figura 10.21: Il modello a due infall e i tassi di esplosione delle supernovae II e Ia nei dintorni solari. Associati ai tassi di esplosione delle supernovae sono indicati gli elementi di cui sono i maggiori produttori. Gli elementi  $\alpha$  (O, Mg..) per le supernovae II ed il Fe per le supernovae Ia.

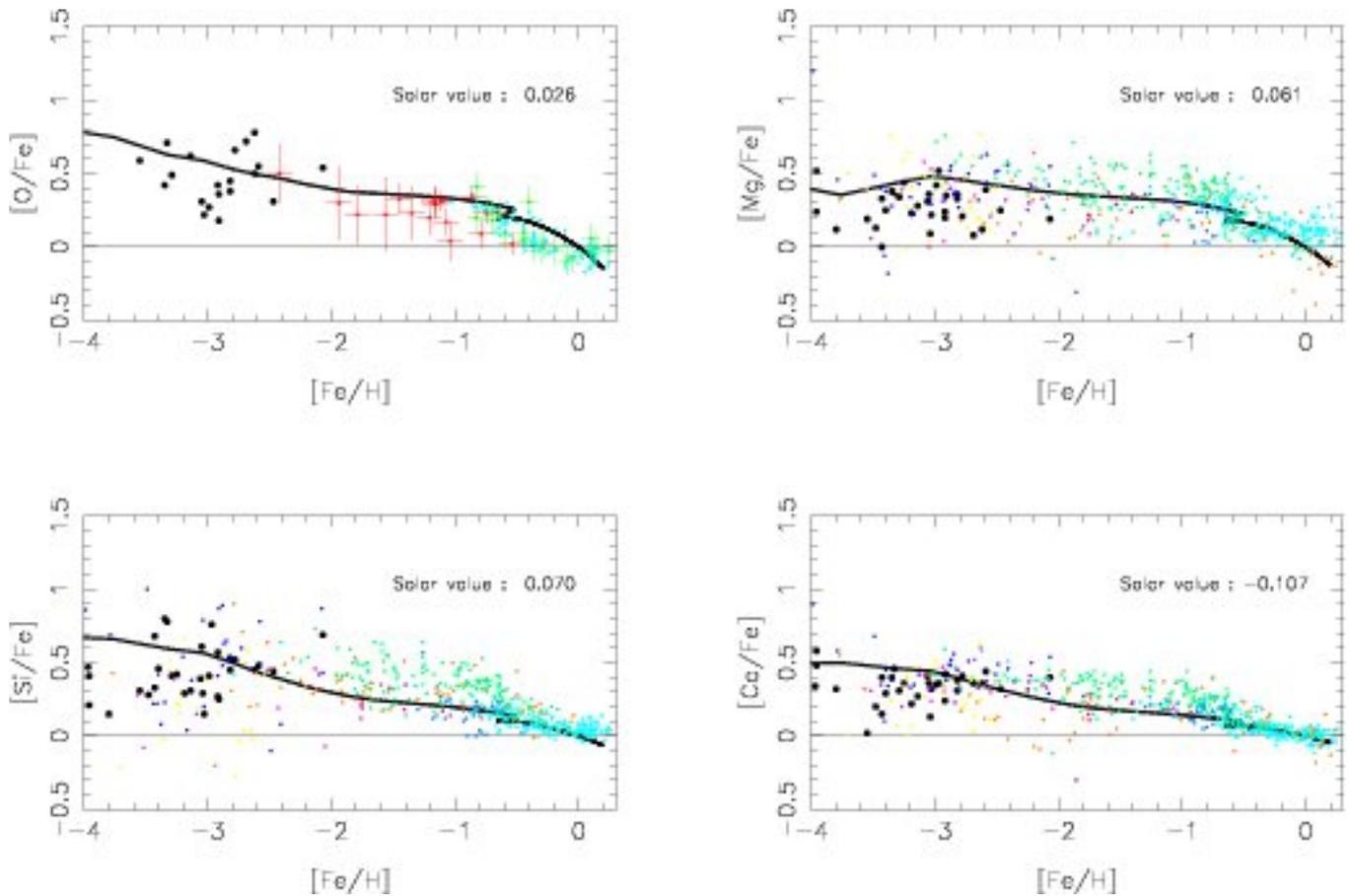


Figura 10.22: Le previsioni del modello a due infall per l'andamento di  $[\alpha/\text{Fe}]$  vs.  $[\text{Fe}/\text{H}]$  nei dintorni solari confrontate con i dati osservativi relativi alle abbondanze stellari. I valori predetti sono normalizzati ai valori solari teorici derivanti dal modello di evoluzione chimica. In alto a destra in ogni figura è indicato il valore predetto del rapporto di abbondanza nel Sole relativo a quel preciso elemento. Se il modello fosse perfetto tale valore dovrebbe essere zero. Comunque i valori riportati sono tutti prossimi allo zero e pertanto il modello è valido.

ferro o gli elementi s- ed r- ci sono ancora grandi incertezze negli yields stellari che impediscono di trarre conclusioni definitive. Come esempio riportiamo in Figura 10.20 alcune previsioni del modello a due infall confrontate con dati osservativi recenti (François et al. 2004). Come si può osservare, il plateau nei rapporti  $[\alpha/\text{Fe}]$  vs.  $[\text{Fe}/\text{H}]$  a basse metallicità è ben riprodotto così come la successiva discesa del rapporto  $[\alpha/\text{Fe}]$  fino al raggiungimento del valore solare ( $[\alpha/\text{Fe}] = 0$ ). Questo è l'effetto del time-delay model che abbiamo descritto all'inizio di questo paragrafo.

Infine, il modello a due infall prevede che il Bulge, la parte più interna del disco galattico, si sia formato su tempi scala molto rapidi dell'ordine di 0.5 miliardi di anni. Ciò è confermato dalla prevalenza di stelle vecchie e dagli alti rapporti  $[\alpha/\text{Fe}]$  osservati in un vasto intervallo di valori di  $[\text{Fe}/\text{H}]$ , che indicano che l'evoluzione è proceduta così in fretta che le supernovae Ia sono apparse quando ormai la formazione stellare stava per esaurirsi ed il gas era stato già molto arricchito in ferro dalle supernovae di tipo II. Evidentemente, affinché ciò avvenisse la formazione stellare dovette procedere ad un ritmo molto più intenso che nei dintorni solari, e ciò introduce il prossimo paragrafo dove vedremo come il tasso di formazione stellare influenzi rapporti tra abbondanze.

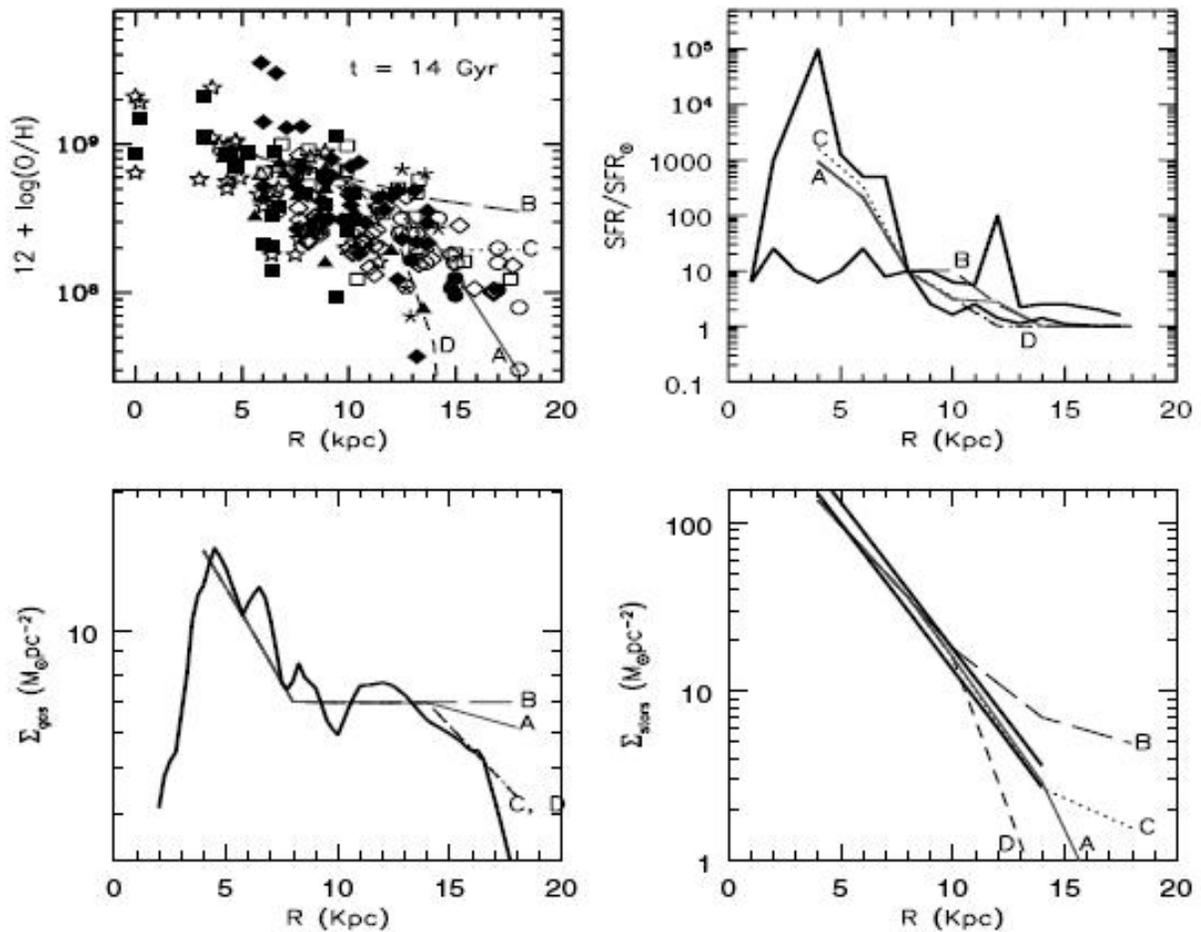


Figura 10.23: Il modello a due infall e i gradienti lungo il disco. In particolare, da sinistra verso destra il gradiente dell'ossigeno, della formazione stellare, del gas e delle stelle confrontati con le relative osservazioni.

### 10.15.1 Gradienti lungo il disco

Dal punto di vista teorico, la formazione dei gradienti di abbondanza puo' venire spiegata come dovuta al fatto che il gas nelle regioni esterne del disco sia stato meno processato in stelle che in quelle interne e che quindi la formazione stellare sia stata e sia piu' attiva nelle zone interne che in quelle esterne e cio' e' confermato dalle osservazioni. Il Modello Semplice di evoluzione chimica prevede l'esistenza di un gradiente in  $Z$  purché ci sia un gradiente in  $\mu = \frac{M_{gas}}{M_{tot}}$ . Purtroppo le osservazioni indicano una frazione di massa di gas quasi costante lungo il disco. Modelli in cui esista un gradiente nel rapporto SFR/Infallrate, nel senso che tale rapporto cresca andando verso il centro galattico, sono in grado di riprodurre il gradiente di abbondanza. Cio' puo' essere ottenuto assumendo che il disco si formi "inside-out", ovvero che  $\tau(r)$  cresca con la distanza galattocentrica. In Figura 10.21 mostriamo i dati per il gradiente dell'ossigeno, della formazione stellare, del gas e delle stelle nel disco confrontati con le previsioni di un modello che assume la formazione "inside-out". Il modello utilizzato assume che il disco sia diviso in anelli concentrici di 2 kpc di larghezza non interagenti tra di loro. Occorre comunque ricordare che anche i flussi radiali di gas possono creare un gradiente di abbondanza nel disco purché non siano troppo veloci. Nella realta' probabilmente concorrono sia il meccanismo inside-out che i flussi radiali di gas a determinare il gradiente.

### 10.15.2 $[\alpha/\text{Fe}]$ in galassie con diverse storie di formazione stellare

E' interessante notare che l'andamento di  $[\alpha/\text{Fe}]$  in funzione di  $[\text{Fe}/\text{H}]$  descritto per i dintorni solari e' caratteristico di questa regione e che deriva, oltre che dalla scelta dei progenitori delle diverse supernovae, anche dall'aver ipotizzato una particolare storia di formazione stellare. Nella figura 47b (10.22 pannello in basso) mostriamo invece lo stesso andamento, oltre che per i dintorni solari, per il nucleo della nostra Galassia (il Bulge), che si presuppone abbia avuto una formazione stellare molto piu' intensa e rapida dei dintorni solari, e per galassie irregolari come le Nubi di Magellano, che si presuppone abbiano invece avuto un tasso di formazione stellare meno intenso e rapido dei dintorni solari. Si vede dalle figure 47a e 47b (10.22) che l'andamento nei tre casi e' del tutto diverso: infatti, nel caso di intensa formazione stellare, l'abbondanza di ferro cresce piu' rapidamente ad opera essenzialmente delle SNe II e, quando le SNe Ia finalmente appaiono e il rapporto  $[\alpha/\text{Fe}]$  comincia a calare, l'abbondanza di ferro e' molto piu' alta che nel caso dei dintorni solari. Di conseguenza, il plateau si estende per un intervallo di abbondanza di ferro molto maggiore. Questo ci dice che se le cose sono davvero andate cosi' la maggior parte delle stelle del nucleo Galattico devono presentare una sovrabbondanza di elementi  $\alpha$  relativi al ferro. Il contrario avviene se la formazione stellare ha proceduto lentamente, come nelle galassie irregolari. In altri termini, se prendiamo un valore fissato di  $[\text{Fe}/\text{H}]$  nella figura 47b, per esempio  $[\text{Fe}/\text{H}]=-1.0$ , questo corrisponde a tre tempi cosmici diversi e quindi ad un diverso contributo delle SNe Ia all'arricchimento chimico nelle tre diverse situazioni. Recenti osservazioni di rapporti  $[\alpha/\text{Fe}]$  nelle stelle del Bulge galattico sembrano confermare che il valore di  $[\alpha/\text{Fe}] > 0$  nella maggior parte dell'intervallo di definizione di  $[\text{Fe}/\text{H}]$ , come mostrato in Figura 10.23.

Dal punto di vista delle galassie sferoidali nane del Gruppo Locale, esse mostrano bassi rapporti  $[\alpha/\text{Fe}]$  a bassi  $[\text{Fe}/\text{H}]$ , in analogia con quanto si prevede per sistemi che hanno processato le stelle lentamente. In Figura 10.24 mostriamo infatti  $[\alpha/\text{Fe}]$  vs.  $[\text{Fe}/\text{H}]$  per le stelle della nostra Galassia e le sferoidali nane: da tale confronto e sulla base del "time-delay" model si deduce che le nane sferoidali abbiano avuto un tasso di formazione stellare piu' lento che nei dintorni solari.

Riguardo alla crescita del rapporto  $[\alpha/\text{Fe}]$  in funzione della massa stellare galattica nelle ellittiche, che abbiamo visto nel Capitolo 3, rimandiamo alla Figura 3.6 dove si confrontano modelli teorici con dati osservativi. In particolare, la linea continua rappresenta i risultati di modelli numerici dettagliati che assumono che l'efficienza di formazione stellare cresca con la massa stellare. Tali modelli favoriscono lo sviluppo di venti galattici, che poi bloccano ulteriore formazione stellare, prima nelle galassie piu' massicce e poi in quelle piu' piccole. Questo fenomeno e' stata chiamato *down-sizing in star formation* e consente di ottenere un rapporto medio  $\langle [\alpha/\text{Fe}] \rangle$  nella popolazione stellare dominante che cresce al crescere della massa stellare, come indicato dai dati. D'altra parte, modelli gerarchici di formazione delle galassie, che assumono che le ellittiche piu' massicce formino stelle piu' a lungo, prevedono esattamente il contrario (vedi triangolo in Figura 3.6). Infatti, se la formazione stellare dura per un periodo inferiore o uguale al miliardo di anni, la popolazione stellare dominante mostrera' un alto  $[\alpha/\text{Fe}]$  poiche' non risentira' della produzione di Fe da parte delle SNe Ia. Di nuovo, il "time-delay model" ci consente di interpretare i dati chimici delle galassie ellittiche cosi' come di tutte le altre galassie.

Larson originariamente, nei suoi modelli, aveva previsto invece che le galassie ellittiche piu' massive sviluppassero un vento dopo le galassie piu' piccole poiche' aveva ipotizzato una efficienza di formazione stellare costante con la massa galattica e quindi il vento galattico veniva determinato solo dalla buca di potenziale gravitazionale della galassia. Ovviamente, a parita' di efficienza di formazione stellare, devono esplodere piu' supernovae in una galassia piu' massiccia per poter vincere la barriera del potenziale e quindi occorre un tempo piu' lungo prima che si sviluppi il vento galattico.

Modelli di questo genere riescono a riprodurre anche i gradienti di abbondanza all'interno

# EVOLUZIONE IN GALASSIE DIVERSE

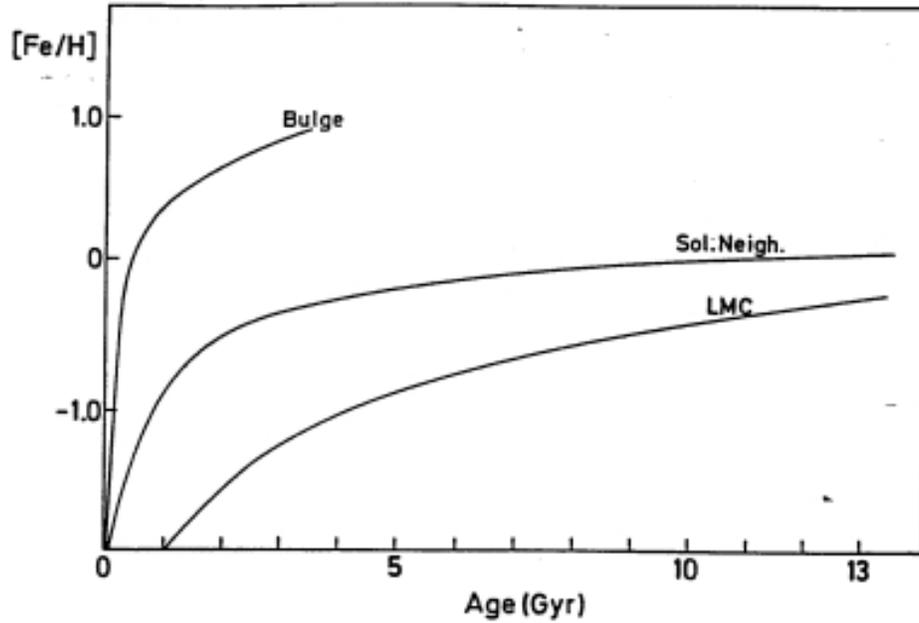


Fig. 47a. Predicted age-metallicity relations for different systems (Magellanic Clouds, Galactic bulge and Solar Neighbourhood).

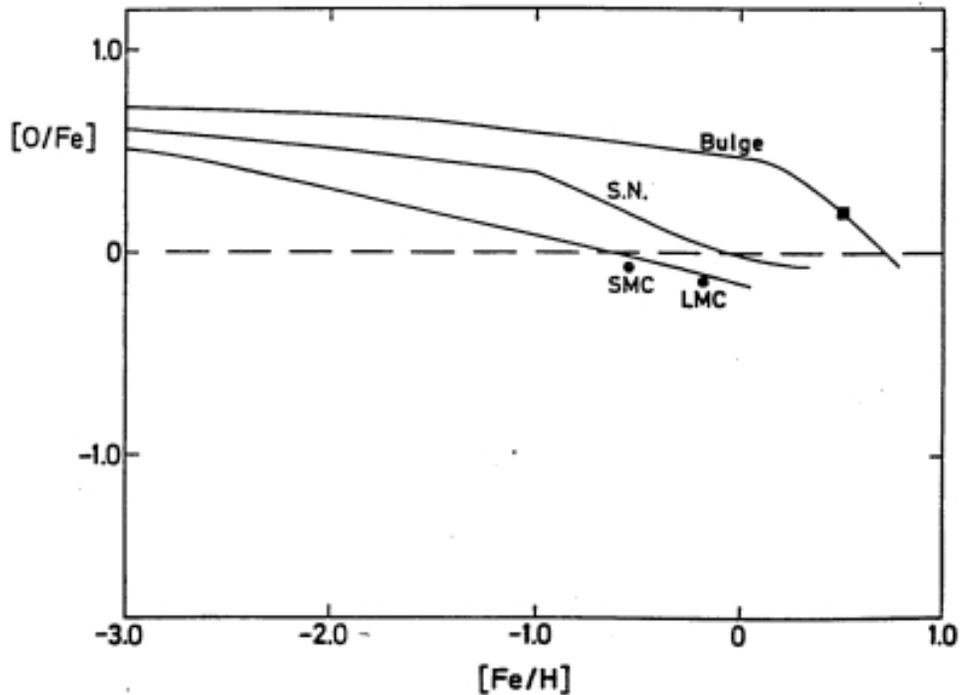


Fig. 47b. Predicted  $[O/Fe]$  vs.  $[Fe/H]$  relations for the same systems as in Fig. 1. The black dots represent the observed  $[O/Fe]$  ratio for the two Clouds, from Russel et al. (1988) and Spite and Spite (1990). The black square is the  $[O/Fe]$  ratio as measured by Barbuy and Grenon (1990) in bulge stars.

Figura 10.24: Relazioni età-metallicità e  $[O/Fe]$  vs.  $[Fe/H]$  per tre diverse storie di formazione stellare (vedi testo).

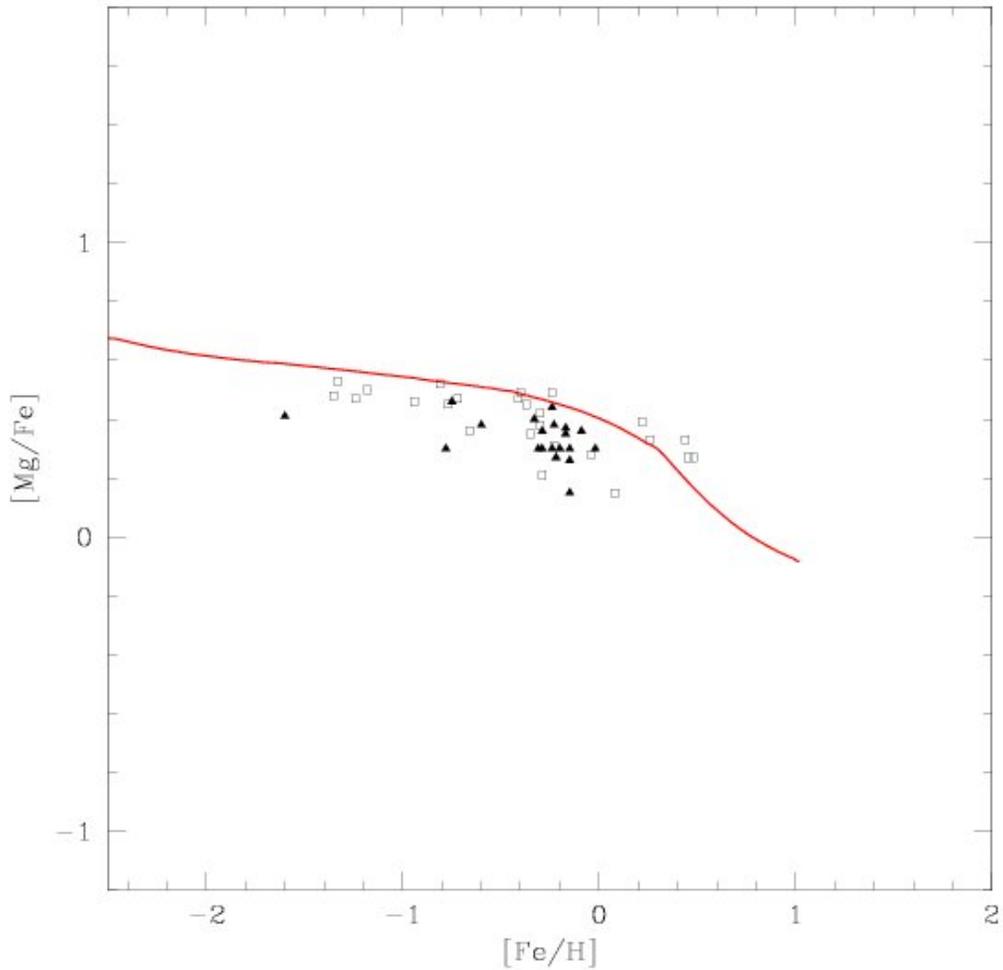


Figura 10.25: Confronto osservazioni e previsioni di un modello del Bulge con intensa e rapida formazione stellare per quanto riguarda il rapporto  $[Mg/Fe]$ . Notare come un alto valore di  $[Mg/Fe]$  si estenda per un grande intervallo di  $[Fe/H]$ .

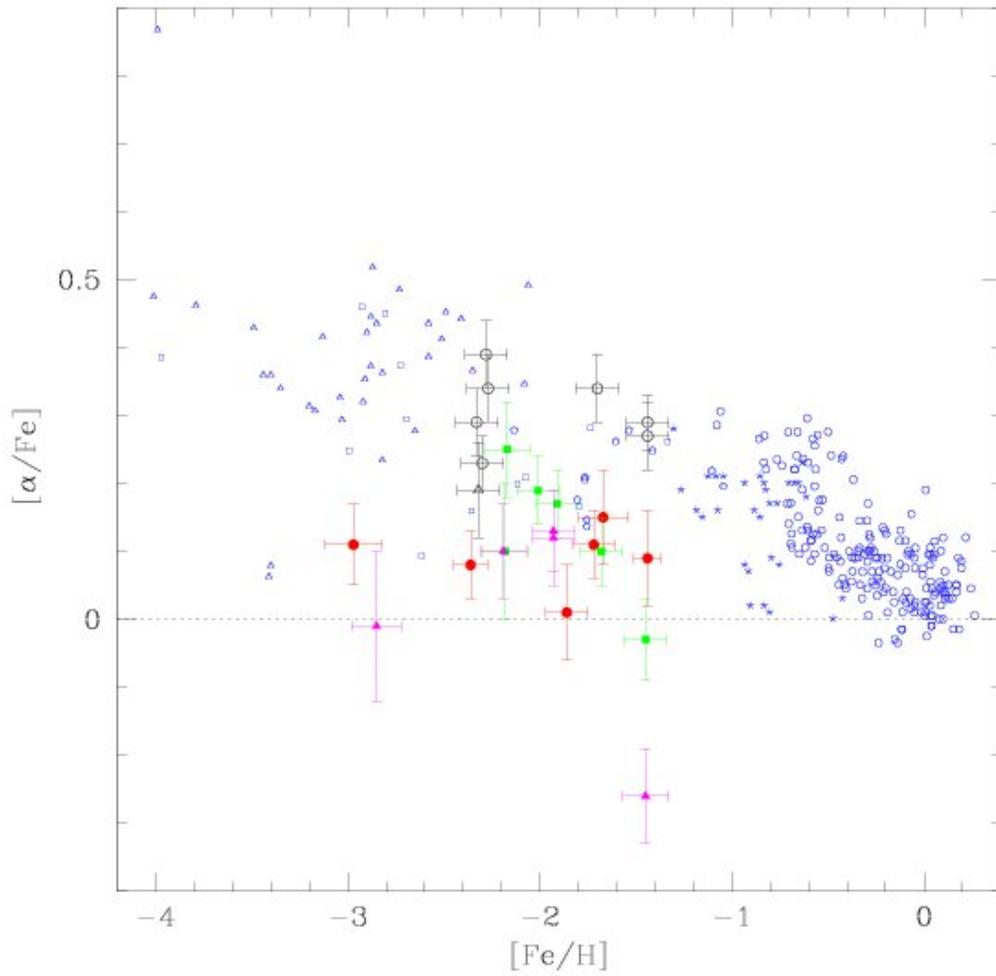


Figura 10.26: Relazioni  $[\alpha/\text{Fe}]$  vs.  $[\text{Fe}/\text{H}]$  nella Galassia e nelle galassie sferoidali nane del Gruppo Locale (punti con e barre d'errore)

delle galassie ellittiche nell'ipotesi che la formazione stellare inizi ovunque allo stesso tempo durante il collasso ma che si blocchi prima nelle regioni esterne che in quelle interne (formazione "outside-in", l'opposto di quanto ipotizzato per il disco della Galassia), a causa dello svilupparsi di un vento galattico. Tale vento e' determinato dal riscaldarsi del mezzo interstellare ad opera delle esplosioni di supernovae e procede da fuori a dentro (perche' e' piu' facile estrarre gas dalle regioni esterne che da quelle interne). Questo vento che arriva prima nelle parti esterne fa cessare la formazione stellare da fuori a dentro. Così' che le zone esterne sono meno evolute chimicamente e pertanto si crea il gradiente negativo. Poiche' tale vento porta via il gas residuo, la formazione stellare cessa molto rapidamente. Quindi, al contrario di quanto accade nei dischi delle galassie spirali, come la nostra Galassia, dove il gradiente di abbondanza si forma per un meccanismo "inside-out", nelle ellittiche sembra prevalere il meccanismo opposto, "outside-in". In Figura 10.25 riportiamo le previsioni di un tale modello confrontate con le osservazioni.

Originariamente, Larson (1974) aveva spiegato il gradiente di abbondanza nelle ellittiche per mezzo del semplice collasso dissipativo: le stelle si formano all'inizio ovunque nella nube di gas collassante e rimangono in orbita la' dove si formano, mentre il gas continua a precipitare verso il centro a causa della dissipazione di energia. Così' facendo, il gas si porta dietro anche i metalli prodotti dalle prime stelle. In questo modo il gas si accumula nel centro dove la formazione stellare prosegue piu' a lungo, creando così' il gradiente di abbondanza. In ogni caso, il vento galattico e' necessario per spiegare la mancanza di gas al momento attuale nelle ellittiche.

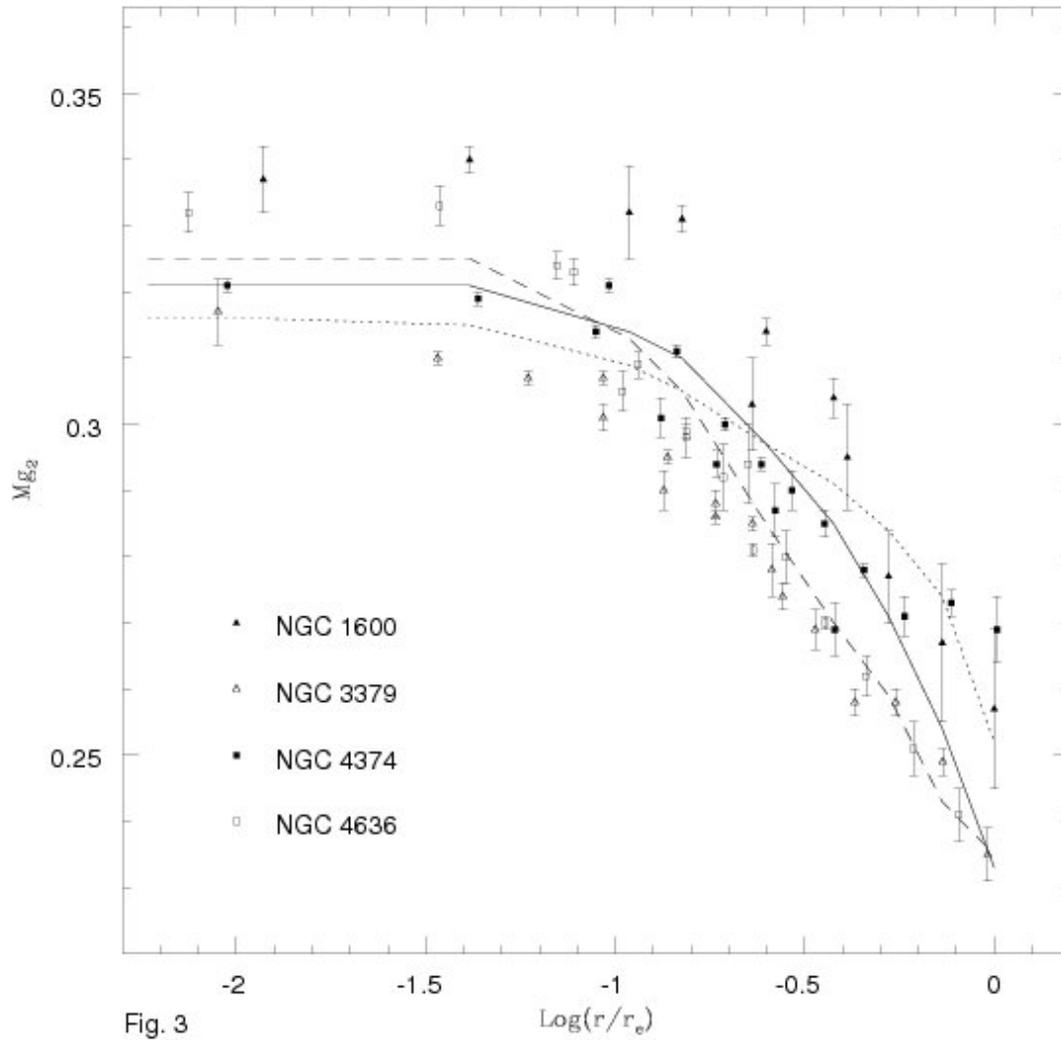


Figura 10.27: Gradienti nelle galassie ellittiche, confronto con modelli outside-in. Le previsioni relative a  $[\text{Fe}/\text{H}]$  sono state trasformate in  $Mg_2$  attraverso relazioni di calibrazione (vedi Cap. 3).

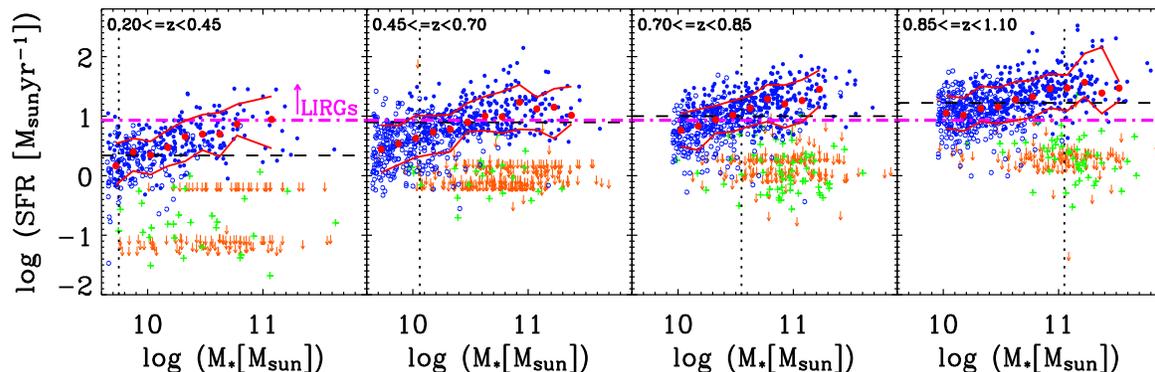


Figura 10.28: La Sequenza Principale delle galassie: tasso di formazione stellar SFR vs.  $M$  per 2905 galassie. Figura da Noeske et al. (2007). Le frecce arancione rappresentano punti incerti. Le croci verdi sono candidati AGN (galassie con nuclei attivi). I cerchi rossi rappresentano la mediana di  $\log(\text{SFR})$  in bins di massa di 0.15 dex per le galassie della Sequenza Principale, rappresentate dai cerchi blu. Le curve rosse includono il 34% della galassie di Sequenza Principale sopra ed il 34% di galassie sotto la mediana di  $\log(\text{SFR})$ . A partire da destra e andando verso sinistra si passa da redshift  $z=1.1$  a  $z=0.20$

## 10.16 La Sequenza Principale delle galassie

La massa in stelle e il tasso di formazione stellare nelle galassie sono quantità fondamentali che vengono ora misurate in grandi campioni di oggetti, a partire dal basso all'alto redshift. Per le galassie che formano stelle attivamente, le due quantità sono strettamente correlate al punto da definire una Sequenza Principale di galassie che formano stelle. Questa definizione fu introdotta da Noeske et al. (2007, ApJ, 660, L43). È stato trovato che tale correlazione persiste nelle galassie fino a circa redshift  $z=4.0$ . Tuttavia, la pendenza, la forma, la dispersione e l'evoluzione col redshift possono variare molto da uno studio ad un altro. Queste differenze sembrano essere attribuibili al modo in cui si selezionano le galassie come oggetti con formazione stellare attiva. L'importanza della Sequenza Principale delle galassie risiede nel fatto che la maggior parte delle stelle nell'Universo si sono formate in galassie che si trovano su di essa o che non se ne distanziano di più di un fattore 2 nel tasso di formazione stellare. Ciò può essere interpretato come l'esistenza di un ordine che governi la formazione delle galassie, opposto alla mera casualità con cui altrimenti le galassie potrebbero formarsi. Il valore assoluto del tasso di formazione stellare specifico, ovvero del tasso di formazione stellare per unità di massa di stelle (sSFR), fissa l'orologio dell'evoluzione delle galassie, fissando il tasso di crescita stellare delle singole galassie e controllando il loro tempo di vita prima che la formazione stellare si esaurisca e le galassie evolvano passivamente (cioè senza formazione stellare).

La figura di Noeske et al. (2007) (figura 10.26) mostra che il modo dominante nell'evoluzione della maggior parte delle galassie con formazione stellare attiva è un graduale declino del tasso di formazione stellare (SFR) a partire da  $z=1$  fino al momento presente.

## 10.17 La relazione massa-metallicità nelle galassie e possibili interpretazioni

Nel Capitolo 3 abbiamo già parlato della relazione massa-metallicità nelle galassie. La massa si riferisce alla massa in stelle e la metallicità, nel caso di galassie con formazione stellare attiva si riferisce all'abbondanza dell'ossigeno, come mostrato in Figura 3.7.

Ci sono varie possibili interpretazioni della relazione  $M_*$ - $Z$  ed in particolare: I) la relazione e' dovuta ai venti galattici che dovrebbero avvenire ad un tasso maggiore nelle galassie di piccola massa, a causa del loro minore potenziale gravitazionale, che sottraendo gas alle galassie bloccano il processo di arricchimento chimico. ii) La relazione e' dovuta interamente al fatto che l'efficienza di formazione stellare aumenta con la massa della galassia: cio' determina un maggiore arricchimento chimico la' dove l'efficienza e' maggiore. Resta tuttavia da spiegare, in questo caso, perche' l'efficienza di formazione stellare debba aumentare nelle galassie piu' grandi. Ragionevolmente si puo' pensare che le ipotesi i) e ii) possano anche agire allo stesso tempo. iii) La relazione e' dovuta alla variazione della funzione iniziale di massa (IMF) da galassia a galassia. Tuttavia in questo caso occorre anche verificare che la variazione della IMF non produca colori e luminosita' integrate delle galassie (vedi prossimo capitolo) in disaccordo con le osservazioni. Una quarta ipotesi potrebbe essere che il tasso di accrescimento di gas (infall) sia maggiore nelle galassie piu' piccole ma questa ipotesi e' difficile da sostenere da un punto di vista fisico. Inoltre e' stato dimostrato da Spitoni et al. (2010) che modelli con solo infall variabile da galassia a galassia, senza vento e con IMF costante non possono riprodurre la relazione  $M_*$ - $Z$ . In particolare, e' stato mostrato che esistono dei valori proibiti per il parametro  $\Lambda$  e che utilizzando solo i valori permessi non si riesce a riprodurre la relazione massa-metallicita' soprattutto nell'intervallo delle piccole masse galattiche (vedi figura 10.27).

Una interessante figura osservativa e' la 10.28 dove riportiamo la relazione  $M_*$ - $Z$  ottenuta per un grande numero di galassie del catalogo SDSS da Mannucci et al. (2010).

### 10.17.1 Modelli analitici di evoluzione chimica e relazione massa- $Z$ per galassie passive e con formazione stellare attiva

Nell'articolo Spitoni et al. (2017, A&A, 599, 6) vengono descritte soluzioni analitiche ottenute assumendo un tasso di formazione stellare che dipende dalla massa del gas ed un tasso di accrescimento esponenziale, in analogia con i modelli numerici precedentemente descritti.

In particolare, la legge di infall e':

$$A(t) = Ae^{-t/\tau} \quad (10.4)$$

dove  $\tau$  e' il tempo scala dell'infall ed  $A$  e' una costante che si deriva imponendo che la massa totale (gas piu' stelle vive e morte) attuale sia uguale alla massa di infall fissata:

$$A = \frac{M_{inf}}{\tau(1 - e^{-t_G/\tau})} \quad (10.5)$$

dove  $M_{inf}$  e' la "massa di infall", ovvero la massa finale accumulata attraverso l'infall di gas, e  $t_G$  e' il tempo di vita della galassia considerata (generalmente coincide con l'eta' dell'Universo).

Il vento galattico lo si descrive con un tasso:

$$W(t) = -\lambda\psi(t), \quad (10.6)$$

dove  $\psi(t)$  e' il tasso di formazione stellare definito da:

$$\psi(t) = \nu \cdot M_{gas}(t), \quad (10.7)$$

ed  $\nu$  e' l'efficienza di formazione stellare espressa in unita' di  $tempo^{-1}$ .

Le equazioni di base del modello sono:

$$\frac{dM_{tot}}{dt} = Ae^{-t/\tau} - \lambda\psi(t) \quad (10.8)$$

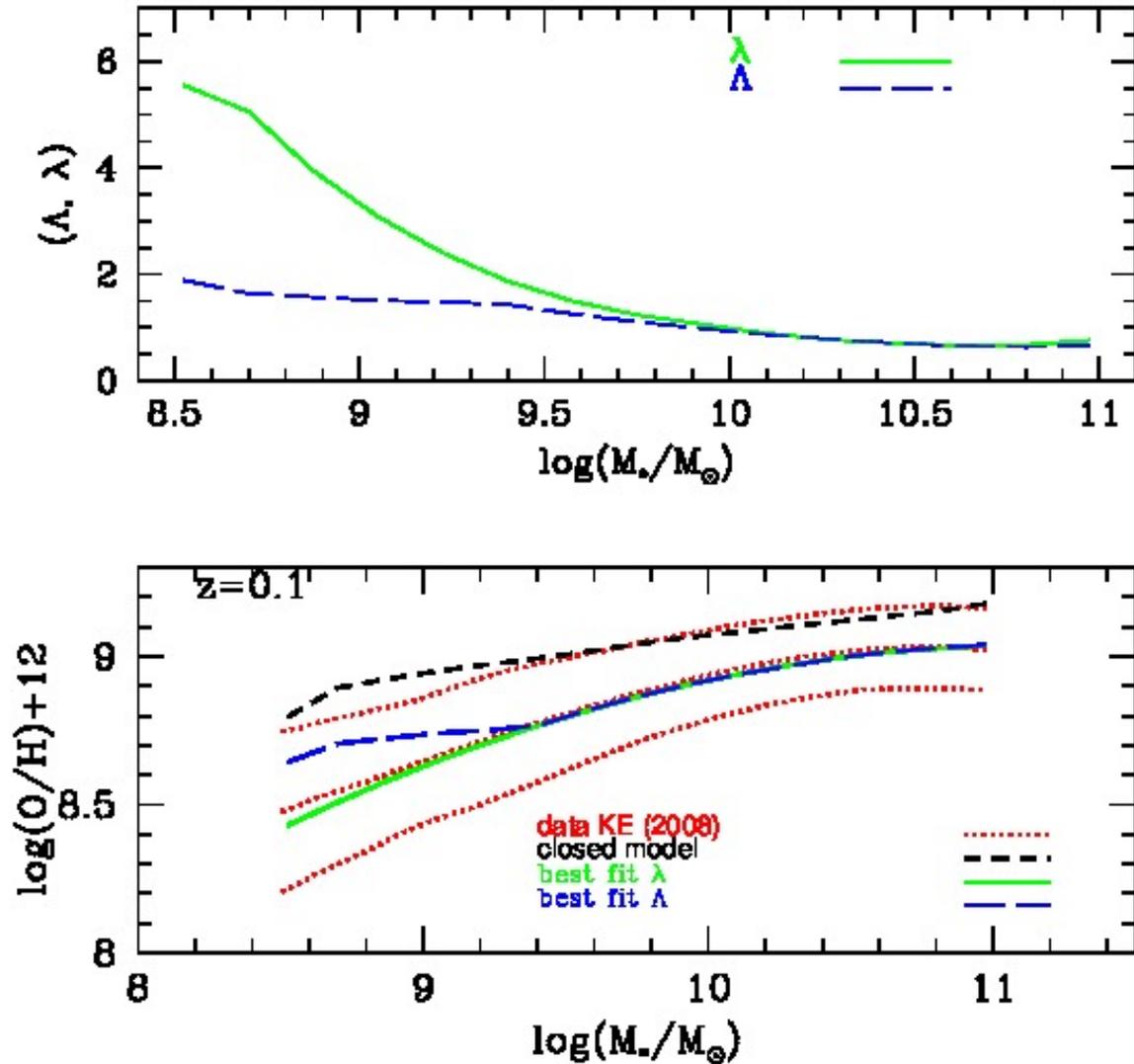


Figura 10.29: Figura in alto: valori dei parametri  $\lambda$  (vento) e  $\Lambda$  (infall) che meglio approssimano la relazione  $M_*$ - $Z$ . Figura in basso: relazioni  $M_*$ - $Z$  teoriche. La curva verde si riferisce a modelli con tasso di vento variabile, la curva blu invece si riferisce a tassi di infall diverso ottenuta utilizzando i valori di  $\Lambda$  che sono permessi. Come si puo' vedere la relazione  $M_*$ - $Z$  non puo' essere riprodotta a basse masse galattiche. La linea nera rappresenta le previsioni di un modello chiuso e le linee rosse delineano la fascia dove cadono i dati osservativi.

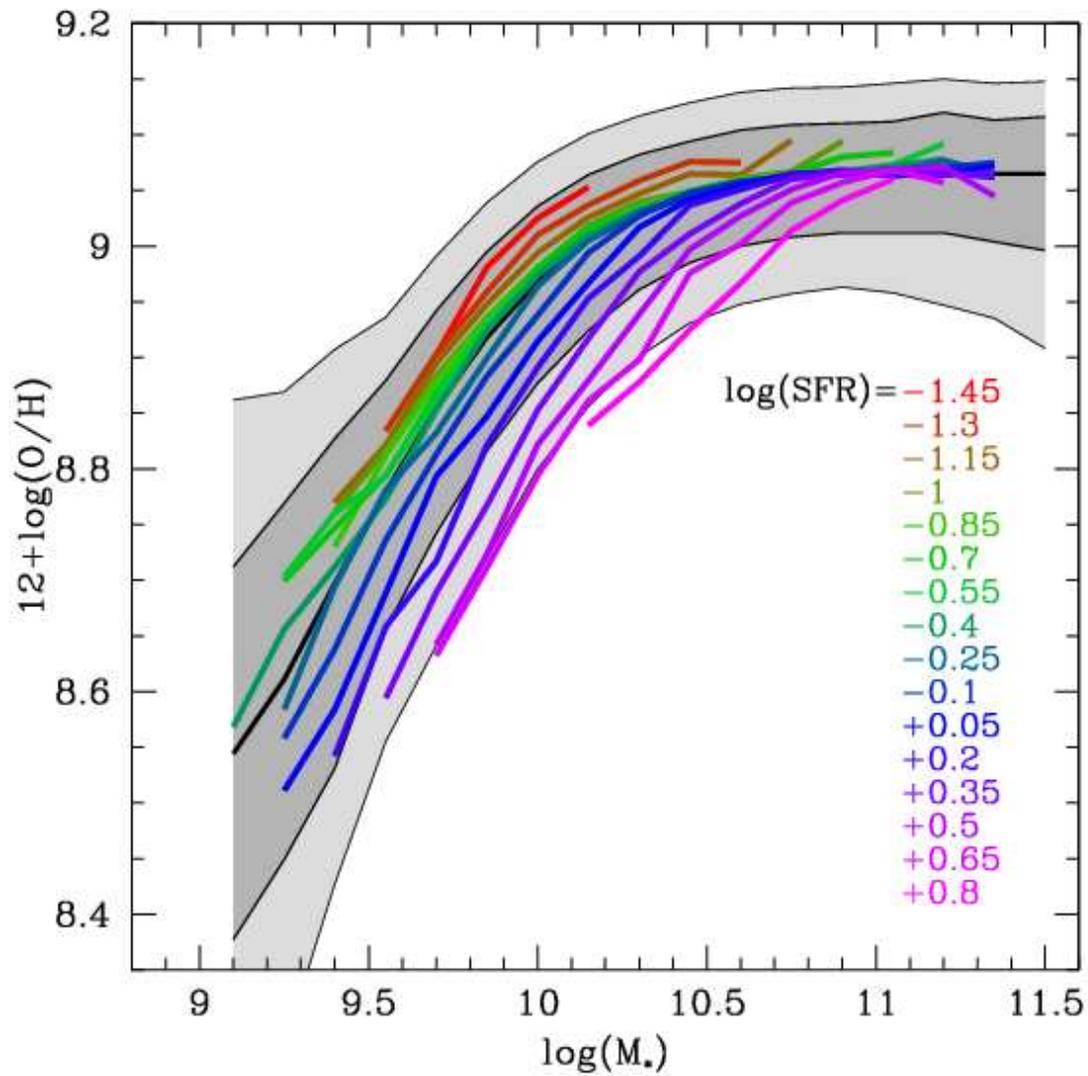


Figura 10.30: Relazione massa stellare-metallicita' per un dato tasso di formazione stellare per galassie locali del catalogo SDSS. La metallicita' e' l'abbondanza di ossigeno nel gas nelle galassie e traccia la metallicita' globale  $Z$ . L'area grigia contiene 64% e 90% di tutte le galassie SDSS e la linea spessa centrale e' la relazione mediana. Le linee colorate mostrano le metallicita' mediane in funzione della massa stellare.

$$\frac{dM_{gas}}{dt} = -(1-R)\psi(t) + Ae^{-t/\tau} - \lambda\psi(t) \quad (10.9)$$

$$\frac{dM_Z}{dt} = [-Z(t) + y_Z](1-R)\psi(t) - \lambda Z(t)\psi(t) + Z_{inf}Ae^{-t/\tau} \quad (10.10)$$

con  $Z_{inf}$  la metallicita' del gas di infall, che normalmente e' assunta uguale a zero ma che potrebbe non esserlo, ad esempio se il gas che piomba nella galassia proviene da un'altra galassia.

L'equazione dei metalli (10.7) puo' essere scritta come:

$$\dot{Z}(t) = y_Z(1-R)\nu + \frac{A(Z_{inf} - Z(t))e^{-t/\tau}}{M_{gas}(t)}. \quad (10.11)$$

Le soluzioni analitiche di questo modello sono:

$$M_{gas}(t) = e^{-\alpha t} \left[ \frac{A/(e^{-t/\tau+\alpha t} - 1)}{\alpha\tau - 1} + M_{gas}(0) \right] \quad (10.12)$$

per la massa di gas e:

$$Z(t) = \frac{y_Z\nu(1-R)}{\alpha\tau - 1} \cdot \frac{M_{gas}(0)t(\alpha\tau - 1)^2 + A\tau[t - \tau(1 + \alpha t) + \tau e^{-\alpha t - t/\tau}]}{A\tau(e^{\alpha t - t/\tau} - 1) + M_{gas}(0)(\alpha\tau - 1)} \quad (10.13)$$

per la metallicita'  $Z$ .

Nelle due equazioni sopra abbiamo posto  $\alpha = (1 + \lambda - R)\nu$ , e nell'integrazione abbiamo ipotizzato che  $Z(0)=0$ .

La metallicita' media delle stelle  $\langle Z_* \rangle$ , che e' diversa da quella del gas espressa sopra, e' definita da:

$$\langle Z_*(t) \rangle = \int_0^t dt' Z(t')\psi(t') / \int_0^t dt' \psi(t'). \quad (10.14)$$

Nelle figure 10.29, 10.30 e 10.31 mostriamo i dati di Peng et al. (2015), presi dal catalogo SDSS, relativi alla metallicita' media delle stelle in galassie passive, ovvero dove la formazione stellare si e' bloccata da miliardi di anni e non c'e' piu' gas (e.g. ellittiche) e in galassie attive nella formazione stellare (spirali e irregolari). In generale, si vede che le galassie passive mostrano una metallicita' media stellare piu' alta delle galassie attive. Nelle figure mostriamo anche i modelli ottenuti con le soluzioni analitiche precedenti, variando i vari parametri del modello che sono: il tempo scala di infall  $\tau$ , il parametro di vento  $\lambda$  e la massa di infall  $M_{inf}$ . La efficienza di formazione stellare  $\nu$  e' invece considerata costante. Come abbiamo visto prima, la sola variazione dell'efficienza di formazione stellare puo' spiegare la relazione massa-metallicita' tenendo gli altri parametri fissi. Nella realta' non possiamo escludere che tutti questi parametri possano variare contemporaneamente nelle galassie ed ognuno contribuire alla relazione M-Z.

Le conclusioni che si possono trarre da queste figure sono:

- Per riprodurre le due relazioni M-Z bisogna supporre che i venti galattici abbiano diversa intensita' in galassie di massa diversa e che siano piu' intensi nelle galassie di massa piu' piccola. Inoltre essi devono essere piu' intensi nelle galassie attive che in quelle passive. L'intensita' del vento dipende dalla funzione iniziale di massa adottata. In questo studio si sono adottate la IMF di Salpeter e quella di Chabrier (2003) che prevede piu' stelle massive della Salpeter.

- I tempi scala del gas di infall sono piu' bassi nelle galassie passive che in quelle attive, il che significa che le galassie passive hanno formato stelle per un tempo inferiore a quelle attive e quindi sono piu' vecchie. Anche questa ipotesi sui tempi scala di infall consente di riprodurre le relazioni M-Z per i due tipi di galassie. Si noti che col modello analitico piu' semplice (paragrafo 10.17y) non si riusciva a riprodurre la relazione M-Z col solo variare del parametro  $\Lambda$ .

Questo studio dimostra che si possono ottenere risultati interessanti anche con soluzioni analitiche raffinate che contengono ipotesi realistiche riguardo al tasso di infall e di formazione stellare, purché ci si limiti a *studiare la metallicità totale che è dominata dall'abbondanza dell'ossigeno, a cui si può applicare l'ipotesi del riciclaggio istantaneo in quanto prodotto su tempi scala trascurabili relativamente all'età dell'Universo.*

Le conclusioni ottenute da Spitoni et al. infatti, si accordano coi risultati dei modelli numerici (vedi Matteucci, 2012).

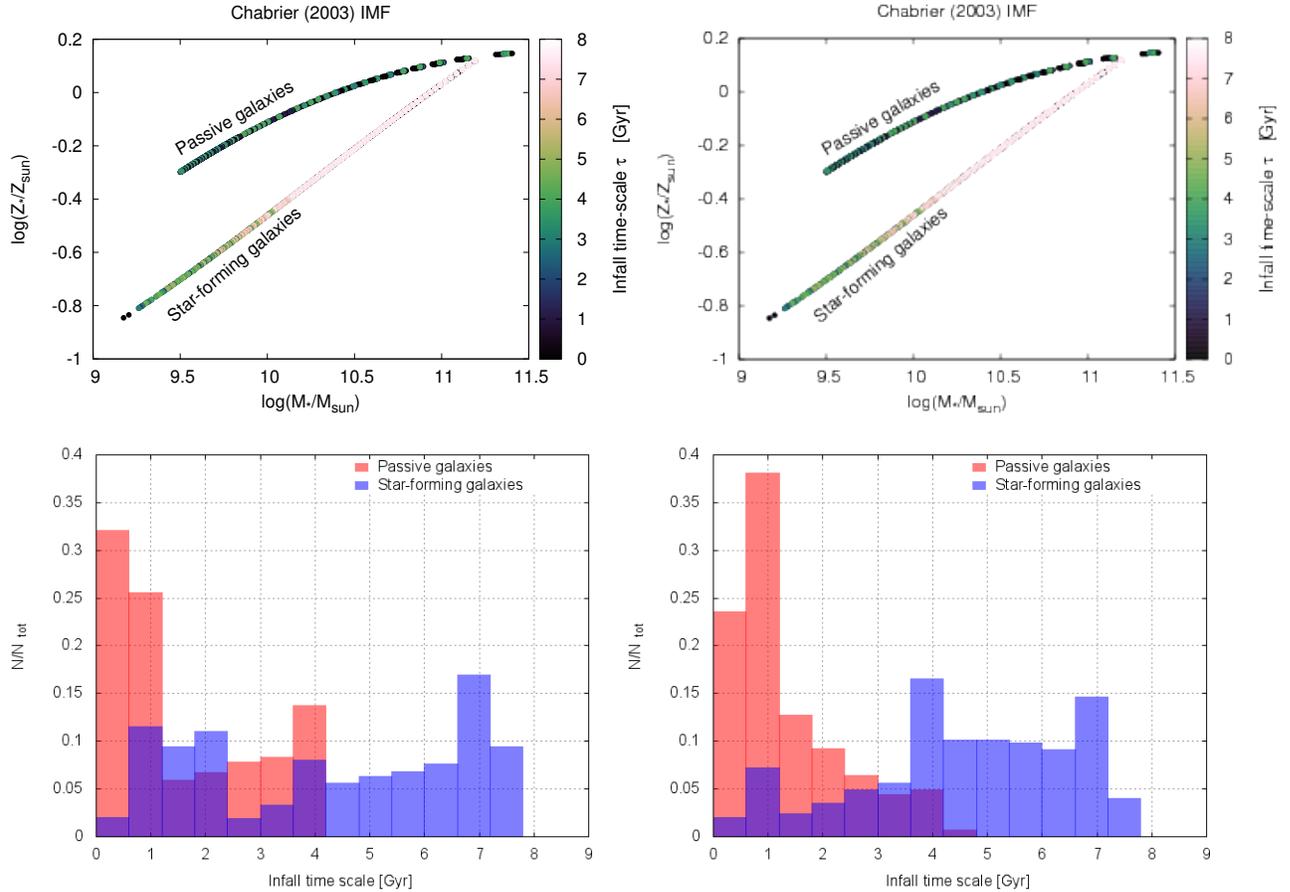


Figura 10.31: *Pannelli superiori:* Le relazioni M-Z di Peng et al. 2015 (riprodotte da polinomi del terzo ordine) per galassie passive e con formazione stellare attiva. Queste relazioni osservate vengono riprodotte usando le soluzioni analitiche di Spitoni et al. (2017) variando i diversi parametri. In particolare, in questa figura consideriamo la variazione del tempo scala di infall  $\tau$ , e l'indice di colore si riferisce a diversi valori di  $\tau$  adottati nei modelli di galassie di massa di infall diversa che si trovano lungo la relazione M-Z. I modelli sono pertanto rappresentati da punti colorati che si sovrappongono ai fits osservativi. Nel pannello di sinistra mostriamo i risultati per la funzione iniziale di massa (IMF) di Chabrier, mentre nel pannello di destra i risultati per la IMF di Salpeter. *Pannelli inferiori:* Qui mostriamo la distribuzione delle galassie passive (in rosso) e attive (in blu) relativamente a  $\tau$ , anche qui per le due diverse IMF.

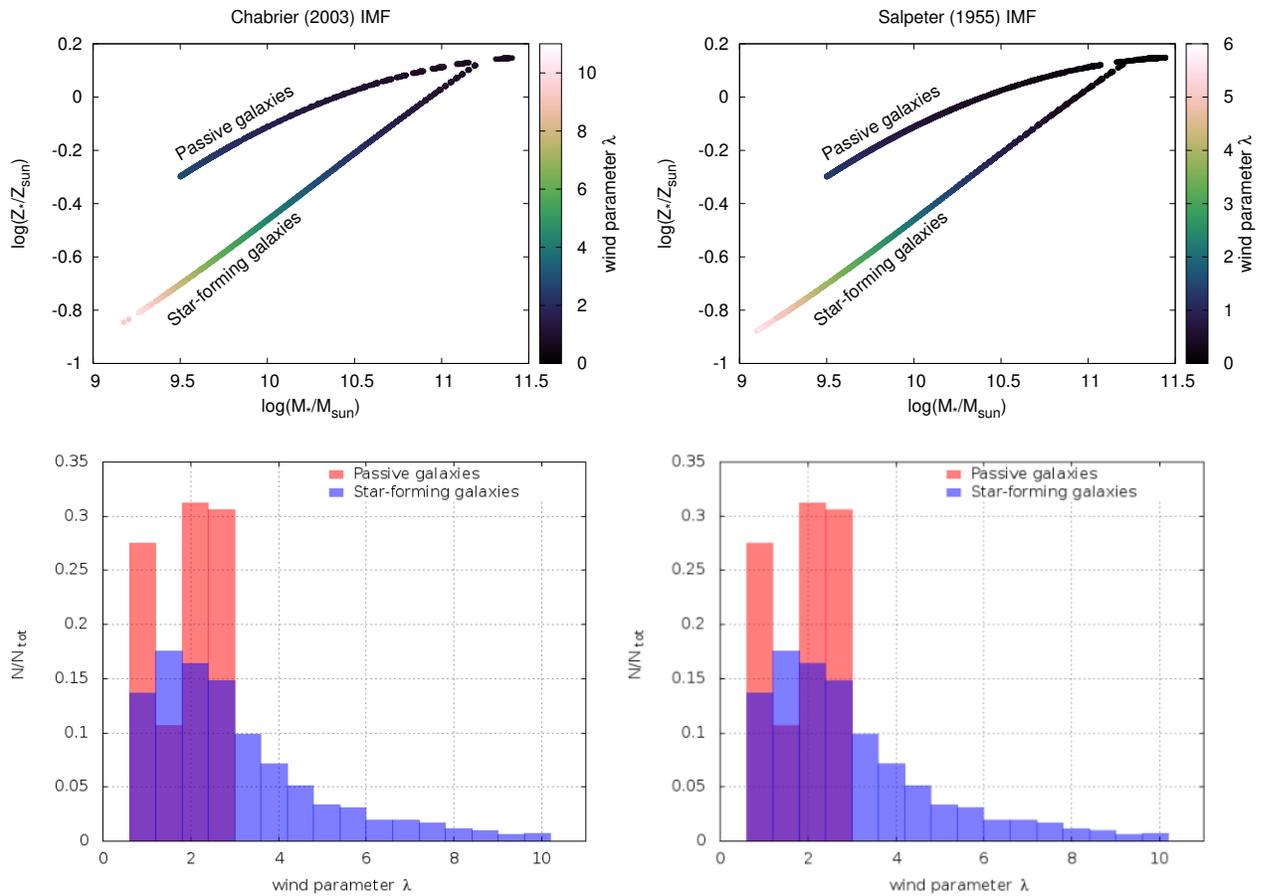


Figura 10.32: *Pannelli superiori:* Lo stesso della figura 10.29 ma qui le relazioni M-Z sono riprodotte variando il parametro di vento  $\lambda$ . *Pannelli inferiori:* lo stesso della figura 10.29 ma in funzione del parametro  $\lambda$ .

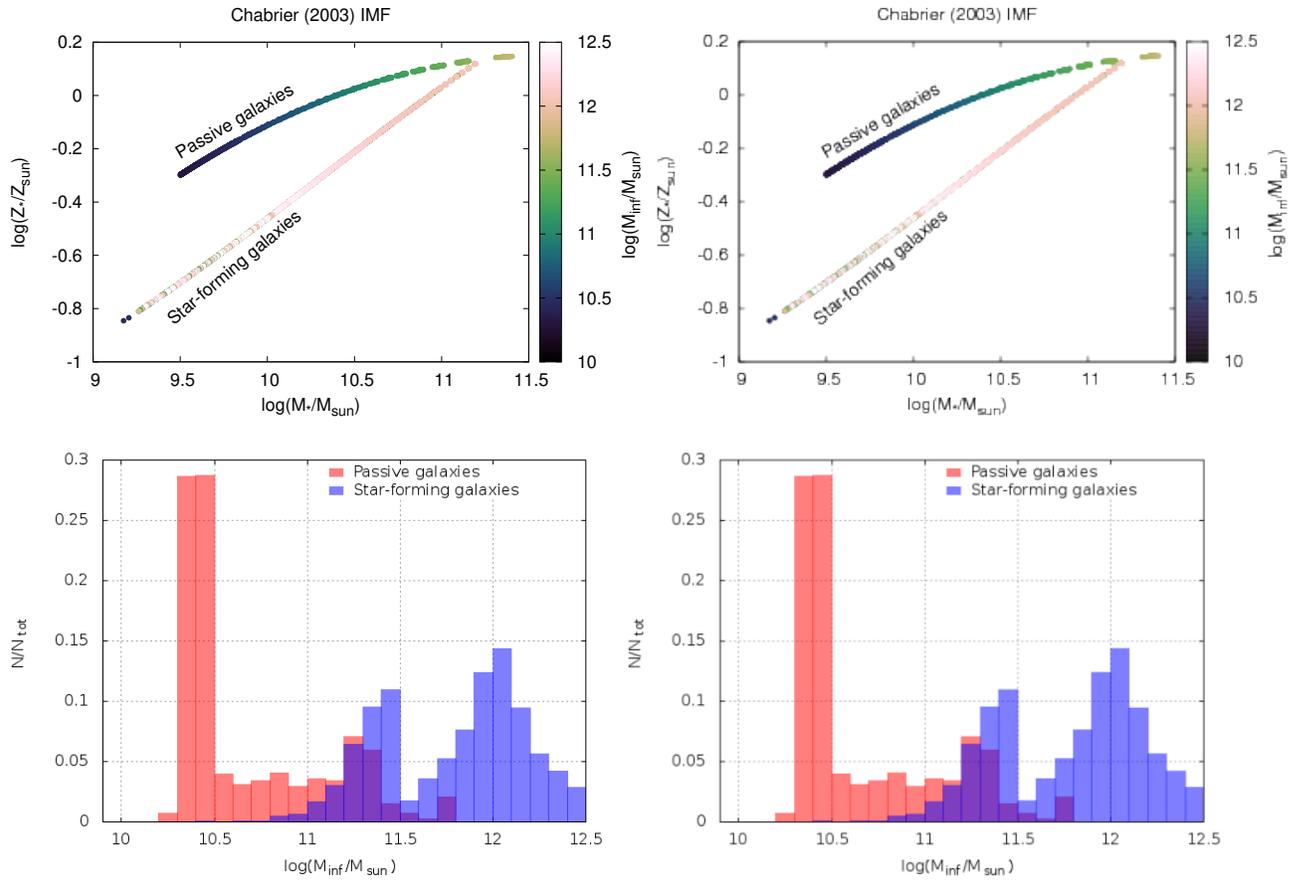


Figura 10.33: *Pannelli superiori*: Lo stesso della figura 10.29 ma qui le relazioni M-Z sono riprodotte variando la  $M_{\text{inf}}$  delle galassie. *Pannelli inferiori*: lo stesso della figura 10.29 ma in funzione del parametro  $M_{\text{inf}}$ .

## 10.18 ESERCIZI

### Esercizio 1

Date le seguenti approssimazioni per la massa di ossigeno prodotta:

$$mp_O = 2.4(m/25)^3$$

per  $10 \leq m \leq 25$  e

$$mp_O = 2.4(m/25)^2$$

per  $25 \leq m \leq 100$ , calcolare lo yield di una generazione stellare  $Y_O$  definita nell'intervallo di masse  $0.1 - 100M_\odot$ , utilizzando la IMF di Salpeter ( $x=1.35$ ). Calcolare infine le abbondanze di ossigeno che ci si aspetta nei dintorni solari al momento presente nel caso del Modello Semplice e nel caso di vento continuo che fluisca al tasso  $w = \lambda\psi(1-R)$ . Assumere che  $M_{gas}/M_{tot}=0.18$  nei dintorni solari. Confrontare i risultati ottenuti con l'abbondanza di ossigeno solare  $X_O = 0.009$ .

### Esercizio 2

Calcolare il numero di SNe di tipo II che sono esplose durante la vita della Galassia, supponendo che il tasso di formazione stellare sia stato costante e pari a  $\psi = 10M_\odot anno^{-1}$  e che la IMF sia quella di Salpeter ( $x=1.35$ ). Supporre che la massa totale di stelle formatesi durante il tempo di vita della Galassia sia  $M_* = 10^{11}M_\odot$ .

# Capitolo 11

## EVOLUZIONE FOTOMETRICA E SPETTRALE DELLE GALASSIE

La luce delle galassie “normali” (dall’ultravioletto all’infrarosso) proviene direttamente dalla fotosfera delle stelle che le costituiscono. Da quando si formano le galassie, il loro contenuto stellare evolve nel tempo a causa del fatto che le stelle nascono, vivono e muoiono continuamente, così che sempre nuove stelle nascono per rimpiazzare quelle già morte. Pertanto, la distribuzione di energia degli spettri stellari (SED) evolve poiché le stelle evolvono.

Definiamo una *popolazione stellare semplice* (SSP) come un insieme di stelle coeve aventi la stessa composizione chimica (perché nate allo stesso momento dallo stesso gas). Si richiedono quattro parametri per definire una SSP:

- età
- composizione chimica, ovvero Y e Z
- IMF

Esempi tipici di SSP sono gli ammassi stellari quali gli ammassi globulari, anche se recentemente si sono rivelate più di una popolazione stellare all’interno di alcuni degli ammassi globulari più massicci. Le galassie, ovviamente, non sono SSP poiché contengono stelle di età e composizione chimica diversa, sono pertanto delle *popolazioni stellari composite* (CSP). È dunque importante studiare le proprietà di una SSP per poi descrivere una galassia come una sovrapposizione di diverse SSP. Questo può essere fatto in due modi:

- *empiricamente*, ovvero si cerca la mescolanza di stelle reali che riproduce meglio i colori e gli spettri osservati,

- *teoricamente*, ovvero usando la teoria dell’evoluzione stellare per calcolare l’evoluzione in luminosità delle stelle di una popolazione stellare, date una certa IMF ( $\varphi(m)$ ) ed un certo tasso di formazione stellare ( $\psi(t)$ ).

Qui descriveremo il caso teorico, pertanto vediamo di analizzare in dettaglio l’evoluzione di una SSP cominciando col definire alcuni concetti fondamentali.

### 11.1 Evoluzione di una SSP

Abbiamo visto più volte che il tempo di vita stellare cresce al diminuire della massa della stella e che ogni stella spende il 90% della propria vita bruciando H nel suo centro, ovvero in fase di Sequenza Principale (MS). Ricordiamo che si indica col nome di “turn-off” della MS (il punto

dove le stelle escono dalla sequenza principale), per una data eta' della SSP, il punto di massima temperatura effettiva sulla corrispondente isocrona. L'isocrona e' *il luogo dei punti occupato, nel diagramma H-R, da modelli stellari di diversa massa ed uguale eta'*. Il turn-off coincide quasi col punto di esaurimento dell'H al centro. I calcoli di evoluzione stellare forniscono la luminosita' e la temperatura effettiva del turn-off insieme con la massa corrispondente  $M_{TO}$  in funzione dell'eta' e della composizione chimica. Per esempio, si puo' ottenere una relazione appropriata tra  $M_{TO}$  e  $t$  per una fissata composizione chimica  $(Y,Z)=(0.28, 0.02)$ :

$$\log M_{TO}(t) = 0.0558 \log^2 t - 1.338 \log t + 7.764 \quad (269)$$

(da Renzini e Buzzoni 1986), dove  $M_{TO}$  e' espressa in masse solari e  $t$  in anni. Dopo il turn-off le stelle spendono un tempo  $t_{PMS}$  in una sequenza di vari bruciamenti nucleari prima di morire come supernovae o come nane bianche. Una approssimazione per il tempo speso nelle fasi successive alla MS (PMS),  $t_{PMS}$ , espresso in anni e':

$$t_{PMS} = 1.66 \cdot 10^9 M_i^{-2.72} \quad (270)$$

dove  $M_i$  e' la massa iniziale della stella, cioe' la massa della stella quando entra in MS (nelle fasi seguenti si puo' avere perdita di massa). La massa iniziale di stelle che stanno per morire la indicheremo con:

$$M_D \simeq M_{TO}(t - t_{PMS}) \quad (271)$$

Infatti si puo' vedere dalla figura 48 che le due masse sono circa uguali a causa del trascurabile tempo speso nelle fasi PMS. Pertanto nella SSP stelle con  $M_i < M_{TO}$  sono ancora in MS e quindi bruciano H al centro, stelle con  $M_i > M_D$  sono invece gia' morte (resti stellari) e infine stelle con  $M_{TO} < M_i < M_D$  sono nelle fasi di post-MS (PMS). Poiche' la differenza tra  $M_{TO}$  e  $M_D$  e' molto piccola, possiamo affermare che tutte le stelle evolute hanno la stessa massa iniziale ovvero:

$$M_i \sim M_{TO} \sim M_D \quad (272)$$

Altre approssimazioni utili che si derivano dai conti di evoluzione stellare riguardano la relazione tra la luminosita' del turn-off, l'eta' e la composizione chimica:

$$\log t_9 \sim -0.41 + 0.37 M_V^{TO} - 0.43Y - 0.13[M/H] \quad (273)$$

dove  $M_V^{TO}$  e' la magnitudine assoluta visuale del turn-off,  $t_9$  e' l'eta' in miliardi di anni e  $[M/H]$  e' la metallicita' generica. Anche per il colore del turn-off si ha una relazione simile:

$$(B - V)_{TO} = 0.3140 + 0.3092 \log t + 0.2713[M/H] + 0.0543[M/H]^2 \quad (274)$$

Ovviamente, si possono ottenere relazioni simili per popolazioni di eta' e composizione chimica diverse.

### 11.1.1 Il flusso evolutivo

Un concetto importante per capire l'evoluzione fotometrica di una SSP e' quello del flusso evolutivo: nel processo di invecchiamento di una SSP le stelle lasciano continuamente la MS e vanno nella fase di PMS e poi muoiono, il tasso a cui tale processo avviene e' detto flusso evolutivo della SSP:

$$b(t) = \varphi(M_{TO}) |\dot{M}_{TO}| = AM_{TO}^{-(1+x)} |\dot{M}_{TO}| \quad (275)$$

dove  $\varphi(M) = AM^{-(1+x)}$  e' la IMF e rappresenta la riserva di stelle che viene progressivamente esaurita ad un tasso stabilito dall'orologio della SSP, cioe'  $|\dot{M}_{TO}|$ . All'inizio, per grandi valori

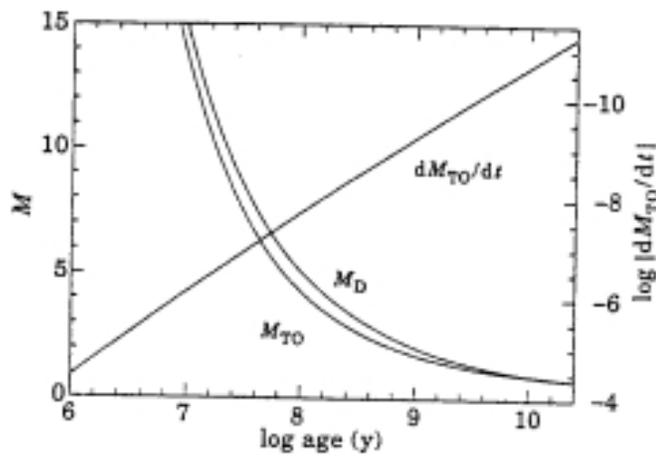


Fig. 48 - The turn-off mass  $M_{TO}$ , the mass of dying stars  $M_D$  and the time derivative  $|dM_{TO}/dt|$  of the turn-off mass, all as a function of the age of a population.

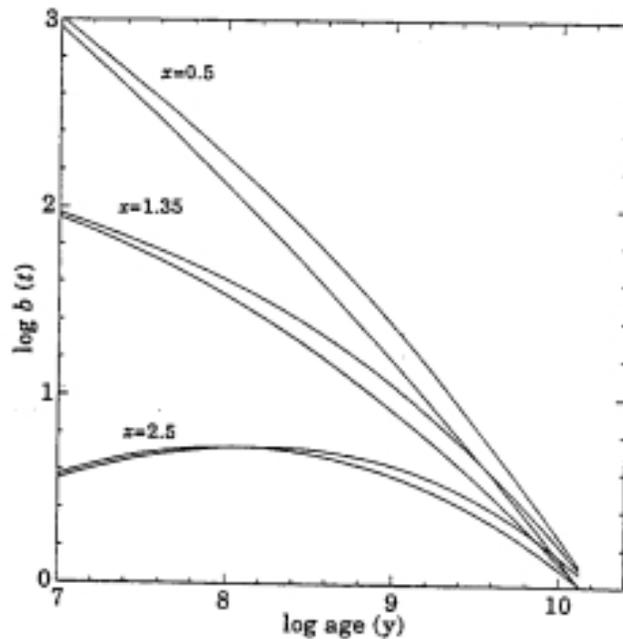


Fig. 49 - The evolutionary flux  $b(t)$  from eq. (1.5) for three choices of the IMF slope as indicated, and normalized at  $b = 1$  for  $t = 15$  Gy. For each value of the IMF slope the upper line represents the death rate  $b(t - t_{PMs})$ , thus making fully apparent the error which is introduced when the evolutionary flux is assumed to be the same for all post-MS stages at a given epoch.

STELLAR-POPULATION TOOLS AND CLUES ETC.

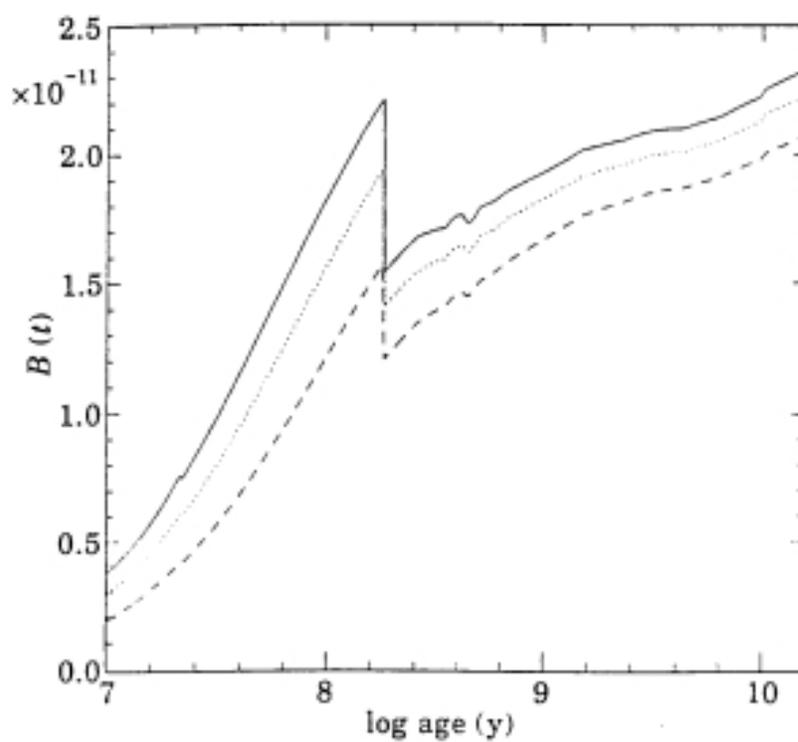


Fig 50 - The specific evolutionary flux  $B(t)$  as a function of age for three IMF slopes  $(1+x)$ : —  $x = 0.35$ ,  $\cdots$   $x = 1.35$ , ---  $x = 2.35$ .

di  $M_{TO}$  l'orologio e' molto rapido ma poi decresce lentamente quando  $M_{TO}$  cala. Per esempio,  $|M_{TO}|$  cala di cinque ordini di grandezza se  $M_{TO}$  passa da  $10M_{\odot}$  ad  $1M_{\odot}$  (vedi figura 48). Dalla figura 49 si vede chiaramente che il flusso a cui le stelle escono dalla MS e quello a cui muoiono sono quasi uguali il che implica chiaramente che *il flusso evolutivo di una SSP nella fase di PMS e' costante*. Sia  $t_j$  la durata di una specifica fase  $j$  di PMS, ne discende che  $b(t)t_j$  sia il numero di stelle che entrano nella fase  $j$  nell'intervallo di tempo  $t_j$  ovvero, il numero di stelle presenti a quel dato tempo in quella data fase evolutiva:

$$N_j = b(t)t_j \quad (276)$$

Se ne deduce che il numero di stelle presenti in una data fase evolutiva di PMS e' proporzionale alla durata di tale fase ed il fattore di proporzionalita' altri non e' che il flusso evolutivo. Vediamo adesso di calcolare la luminosita' bolometrica di una SSP. Sia  $l_j$  la luminosita' bolometrica prodotta da una stella di data massa nella fase  $j$  di PMS.

L'energia totale irradiata dalla stella nella fase  $j$  e' data da:

$$E_j = l_j t_j \quad (277)$$

La luminosita' totale bolometrica fornita da tutte le stelle presenti in tutte le fasi di PMS e':

$$L_{PMS} = \sum_j N_j l_j = \sum_j b(t)t_j l_j \quad (278)$$

La quantita'  $t_j l_j \propto F_j$  dove  $F_j$  e' la quantita' (massa) di combustibile nucleare usato nella fase  $j$ .

Dalla (278) deriva il **teorema del consumo del combustibile nucleare**: *il contributo di stelle in qualunque fase di PMS alla luminosita' bolometrica integrata di una SSP e' direttamente proporzionale alla quantita' di combustibile nucleare bruciato durante tale fase*. La quantita'  $F_j$  puo' essere espressa come:

$$F_j = m_j^H + 0.1m_j^{He} \quad (279)$$

Il fattore 0.1 tiene conto del fatto che l'energia di conversione di 1gr di He in C ed O e'  $\sim 1/10$  di quella di conversione di H in He. Le  $F_j$  sono ovviamente funzioni della massa stellare iniziale e della composizione chimica e derivano dai calcoli di evoluzione stellare.

La luminosita' bolometrica totale di una SSP sara' poi data dalla somma di  $L_{PMS}$  e di  $L_{MS}$  (luminosita' di Sequenza Principale):

$$L_T(t) = L_{MS} + L_{PMS} = \sum_i^{MS} L_i + \sum_j^{PMS} N_j l_j \quad (280)$$

dove:

$$\sum_i^{MS} L_i = \int_{M_{inf}}^{M_{TO}} L(M)\varphi(M)dM \quad (281)$$

$L(M)$  rappresenta la relazione massa-luminosita' per stelle di MS.

Per  $L(M)$  possiamo adottare:

$$L_{ZAMS}(M) = kM^{\alpha} \quad (282)$$

dove  $k$  e' una costante che dipende dalla composizione chimica. In realta' la relazione  $L(M)$  dipenderebbe anche da effetti evolutivi lungo la MS ma qui non se ne terra' conto. La luminosita' totale sara' alla fine espressa da:

$$L_T(t) = k\varphi(M_{TO})M_{TO}^{\alpha+1} + 9.75 \cdot 10^{10}b(t) \sum_j F_j(M_{TO}) \quad (283)$$

Notare che per derivare la eq. (283) non si e' tenuto conto nell'integrale (281) dell'estremo inferiore  $M_{inf}$ , il che e' possibile se la pendenza scelta per la IMF non e' troppo ripida (ad esempio la IMF di Salpeter).

Definiamo adesso altre quantita' utili per definire l'evoluzione di una SSP.

### 11.1.2 Flusso evolutivo specifico

Definiamo flusso evolutivo specifico la seguente quantita' (in  $stelle\ anno^{-1}L_{\odot}^{-1}$ ):

$$B(t) = \frac{b(t)}{L_T(t)} \quad (284)$$

$B(t)$  e' chiaramente una quantita' indipendente dalla IMF ed e' anche quasi indipendente dall'eta' (vedi figura 50), quando variando da  $0.5 \cdot 10^{-11}$  a  $2 \cdot 10^{-11}$  quando si passa da da  $10^7$  a  $10^{10}$  anni.

Ora possiamo esprimere il numero di stelle presenti nella fase evolutiva  $j$  come:

$$N_j = B(t)L_T t_j \quad (285)$$

Sulla base della (284) possiamo esprimere il flusso evolutivo normale come:

$$b(t) = B(t)L_T \quad (286)$$

Ricordandoci la (275) possiamo ora ricavare la costante di normalizzazione della IMF  $A$  in funzione di  $L_T$ :

$$A = B(t)L_T M_{TO}^{(1+x)} |\dot{M}_{TO}|^{-1} \quad (287)$$

Si puo' mostrare che per una IMF di Salpeter ( $x=1.35$ ) e per un'eta' di 15 miliardi di anni si ha:

$$A = 1.2L_T \quad (288)$$

## 11.2 Tasso di perdita di massa e tasso di perdita di massa specifico da una SSP

Ogni stella prima di diventare un "resto" perde una significativa quantita' di massa. Il tasso di perdita di massa si puo' definire come:

$$\dot{M}(t) = b(t)\Delta M(M_{TO}) = \varphi(M_{TO})|\dot{M}_{TO}|\Delta M(M_{TO}) \quad (289)$$

dove  $\Delta M = M_i - M_f(M_i)$  e' la quantita' di massa persa dalla stella durante tutta la sua vita. Il tasso di perdita di massa specifico e' definito da:

$$\dot{m}(t) = \Delta M(M_{TO})B(t) \quad (290)$$

ed e' espresso in  $M_{\odot}anno^{-1}L_{\odot}^{-1}$ . Anche la (290) e' chiaramente indipendente dalla IMF. Nelle figure 51 e 52 mostriamo l'andamento del tasso di perdita di massa generico e specifico in funzione dell'eta' per una SSP.

Ricapitolando, le quantita' dipendenti dalla IMF sono:  $b(t)$ ,  $L_T(t)$  e  $\dot{M}(t)$ , mentre le quantita' indipendenti dalla IMF sono:  $B(t)$ ,  $L_j/L_T$  e  $\dot{m}(t)$ .

### 11.2.1 Evoluzione della luminosita' bolometrica integrata

La luminosita' bolometrica di una SSP in funzione del redshift o del "look-back time" (vedi figura 53)  $t_{LB}$  va come:

$$L_T \sim L_o(1 - t_{LB}/t_p)^{-0.85} \quad (291)$$

per una IMF di Salpeter ( $x=1.35$ ).  $L_o$  e' la luminosita' bolometrica a redshift zero e  $t_p$  e' l'eta' della SSP.

Nel caso di una popolazione stellare complessa (CSP), ovvero nel caso di tasso di formazione stellare continuo e costante nel tempo si ha:

$$L_T^S(t) = \int_0^t \psi(t - t')L_T(t - t')dt' \quad (292)$$

Dalla figura 53 si vede che nel caso di una SSP la luminosita' decresce nel tempo seguendo la (291) mentre nel caso di una CSP, dove si assume un tasso di formazione stellare costante, cresce. Tutti gli altri casi, quali una formazione stellare esponenzialmente decrescente, si trovano ovviamente tra il caso SSP ed il caso con formazione stellare costante nel tempo.

### 11.2.2 Contributi alla luce totale da parte di stelle diverse in una SSP

Definiamo le seguenti fasi evolutive:

- a) MS - Sequenza Principale ovvero fase in cui le stelle bruciano l'H nel nucleo
- b) SGB -braccio subgigante ovvero stelle che bruciano H in un guscio (dalla MS alla traccia di Hayashi)
- c) RGB-giganti rosse, stelle che bruciano H in un guscio ed evolvono lungo la traccia di Hayashi fino all'accensione dell'He
- d) HB- braccio orizzontale, ovvero stelle che bruciano He nel nucleo ed H in un guscio
- e) AGB-braccio asintotico, ovvero stelle che bruciano H ed He in gusci ed evolvono lungo la traccia di Hayashi
- f) PAGB- post-braccio asintotico, ovvero stelle che evolvono da AGB verso lo stadio di nana bianca passando attraverso la fase di nebulosa planetaria

In figura 54 riportiamo la quantita'  $L_j/L_T$  in funzione del logaritmo dell'eta' per una popolazione stellare semplice, mentre in figura 54bis riportiamo il diagramma H-R osservativo di un tipico ammasso globulare (M3). In figura 54 si vedono due maggiori transizioni di fase una corrispondente ad un'eta' di  $\sim 2 \cdot 10^7$  anni che si riferisce all'apparizione delle stelle di AGB ed un'altra, corrispondente ad un'eta' di  $\sim 10^9$  anni, che si riferisce all'apparizione delle stelle di RGB. La prima eta' separa una SSP giovane da una intermedia mentre la seconda eta' separa una SSP intermedia da una vecchia. In figura 55 mostriamo lo stesso diagramma ma in riferimento ad una popolazione stellare composta ottenuta con un tasso di formazione stellare costante e continuo. Qui le stelle di MS predominano a tutte le eta', come ci si aspetta, grazie alla presenza costante di stelle giovani e luminose che predominano su tutte le altre.

# SSP

## TASSO DI RITORNO DI MASSA

GLOBAL PROPERTIES OF STELLAR POPULATIONS

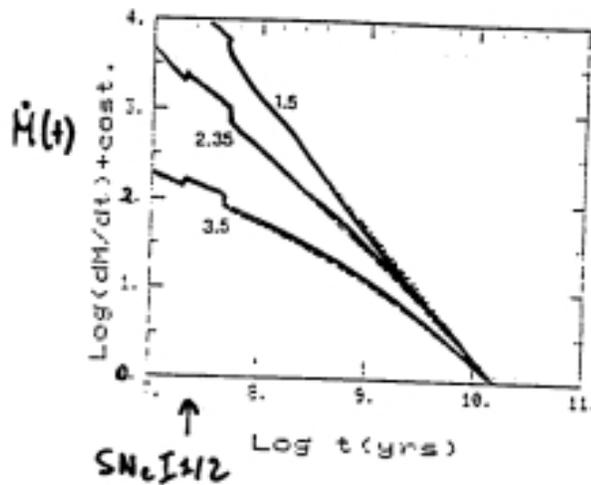


Fig. 51 The rate of mass return from dying stars, normalized at  $1 M_{\odot}$  per yr for  $t = 15$  Gyr, and for three IMF slopes.

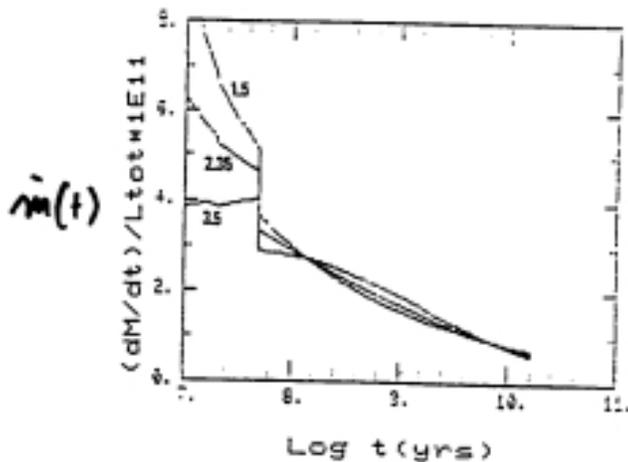
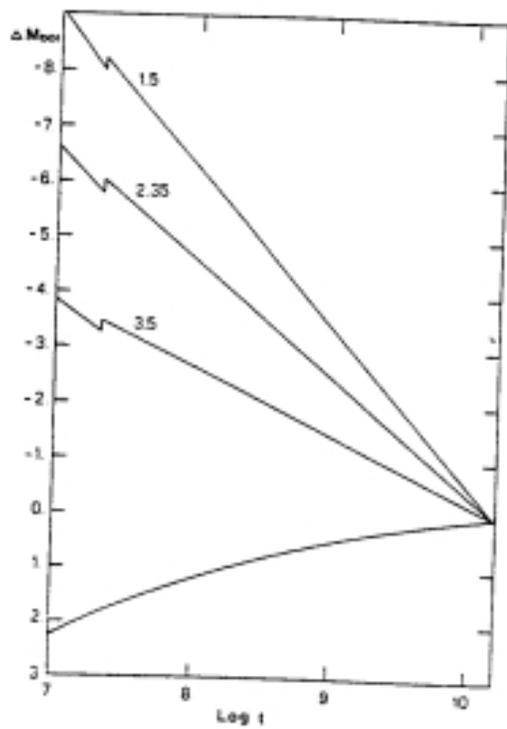


Fig. 52 The specific rate of mass return in  $M_{\odot}$  per year and per  $L_{\odot}$ , as a function of age and for three IMF slopes.



**Fig.53** The luminosity evolution of SSP's for three choices of the IMF slope  $s$ , normalized at  $\Delta M_{bol} = 0$  for  $t = 15$  Gyrs. The lower line shows the luminosity evolution of a population with constant star formation rate,  $s = 2.35$ , and upper IMF cutoff at  $50 M_{\odot}$ .

# CONTRIBUTI RELATIVI DELLE VARIE FASI EVOLUTIVE SSP

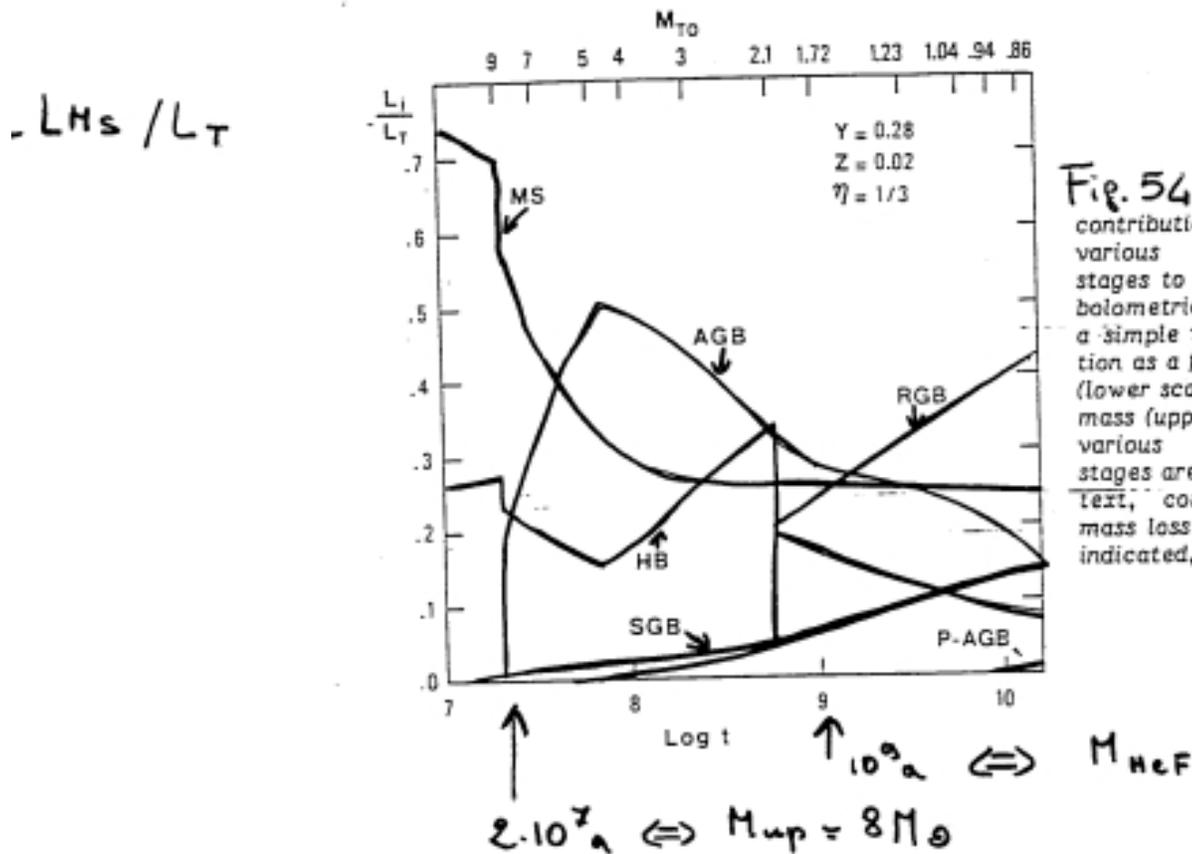
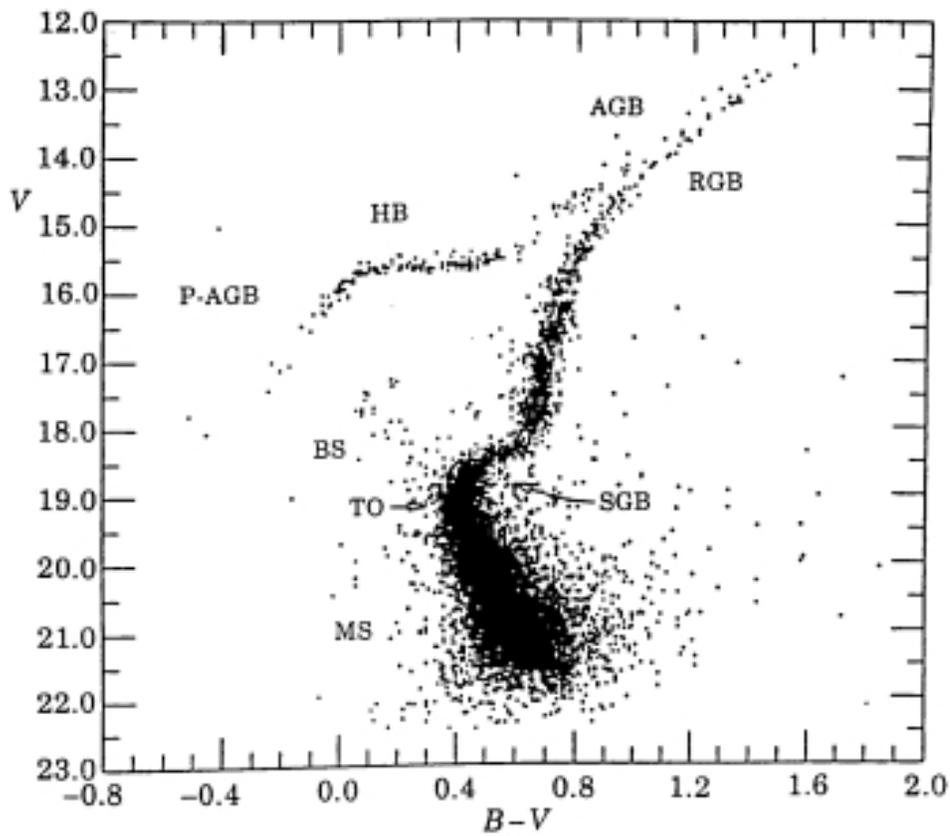


Fig. 54 The relative contribution of the various evolutionary stages to the integrated bolometric luminosity of a simple stellar population as a function of age (lower scale) and turnoff mass (upper scale). The various evolutionary stages are defined in the text, composition and mass loss parameter are indicated, and  $s = 2.35$ .

- DUE MAGGIORI TRANSIZIONI DI FASE  
 a  $t_1 = 2 \cdot 10^7$  anni e a  $t_2 = 10^9$  anni
- $t_1$  SEPARA UNA SSP GIOVANE DA UNA INTERMEDIA
- $t_2$  SEPARA UNA SSP INTERMEDIA DA UNA VECCHIA



**Fig 54b** The CMD of the cluster M3 [13] with the main evolutionary stages indicated by their achronims: MS = Main Sequence, BS = Blue Stragglers, SGB = Subgiant Branch, RGB = Red-Giant Branch, HB = Horizontal Branch, AGB = Asymptotic Giant Branch, P-AGB = Post-AGB.

# MODELLO CON SFR CONTINUA E COSTANTE

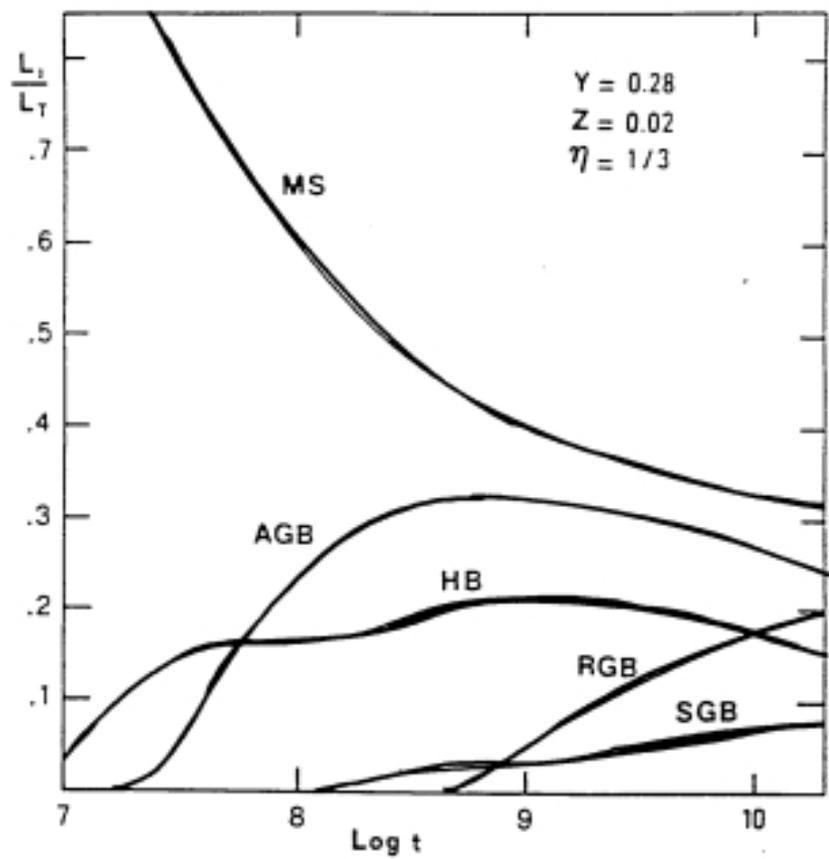


Figure 55

### 11.2.3 Dal bolometrico al monocromatico

Nel diagramma H-R vi sono due parti che tendono a dominare nella luce visibile integrata: le stelle B sulla MS e le stelle dalle ultime G alle prime M (le giganti rosse). Queste regioni dominanti si estendono fino alle stelle O se si considera la radiazione ultravioletta e fino alle ultime stelle M se si considera la radiazione infrarossa. Se le stelle giovani sono assenti predominano le giganti rosse, viceversa predominano le stelle B. Mentre nel primo caso i colori non dipendono molto dalla IMF e dal tasso di formazione stellare, nel secondo caso vi dipendono molto di più. La luminosità delle stelle di MS in generale è sensibile all'età ed alla metallicità della popolazione dominante. In particolare, la temperatura effettiva si abbassa all'invecchiare della popolazione in una SSP e ciò ha come conseguenza di far diminuire il flusso alle lunghezze d'onda corte. D'altra parte, la luminosità delle stelle di RGB, che hanno temperature intorno ai 4000-5000 gradi Kelvin, è sensibile alla metallicità ma non all'età della popolazione. Queste stelle contribuiscono essenzialmente alla luminosità nella banda visibile, rossa e infrarossa ma hanno poco effetto sulla radiazione alle lunghezze d'onda corte. Per quanto riguarda le stelle di HB, la cui posizione nel diagramma H-R dipende da età e composizione chimica, esse influenzano sia la parte visuale rossa sia la parte blu della distribuzione di energia di una SSP. Le stelle di AGB invece influenzano solo la parte rossa e visuale della distribuzione di energia. Infine le stelle di P-AGB, essendo molto calde, possono contribuire significativamente alla luminosità ultravioletta e rendere conto dell'eccesso ultravioletto osservato in sistemi di stelle vecchie quali le galassie ellittiche (vedi in seguito).

Ritornando alla figura 54 che mostra  $L_j/L_T$ , la transizione di fase determinata dalla apparizione delle stelle di AGB determina una crescita immediata della luminosità infrarossa mentre la transizione di fase dovuta all'apparizione delle stelle di RGB influenza la luminosità visibile e quella del vicino infrarosso. In generale, la distribuzione spettrale di energia di una SSP si restringe all'invecchiarsi della popolazione stessa a causa del diminuire sia delle stelle di MS che di quelle di AGB. Infine, l'apparizione delle stelle di P-AGB avviene ad epoche molto ritardate e contribuisce ad una risalita della luminosità ultravioletta. In figura 11.1 mostriamo  $L_j/L_T$  per una SSP, come in Figura 54, ma per  $L_{bol}$ ,  $L_V$  e  $L_K$  e per diverse composizioni chimiche ( $Z_\odot/20$ ,  $Z_\odot$ ,  $2Z_\odot$ ) con la IMF di Salpeter. I calcoli sono di Maraston (2005).

La luminosità di una SSP ad una specifica lunghezza d'onda sarà in generale proporzionale alla luminosità totale bolometrica attraverso un fattore di correzione che dipende dalla pendenza della IMF e dall'età della SSP.

In particolare:

$$L_T = B_c(Z, x, t)L_B \quad (293)$$

dove  $L_B$  è la luminosità blu della SSP e  $B_c(Z, x, t)$  è il fattore di correzione bolometrica e per valutarlo occorre costruire popolazioni stellari sintetiche. La stessa procedura viene, ovviamente, applicata per qualsiasi altra lunghezza d'onda specifica. Una volta valutate le luminosità nelle varie bande si ottengono i colori.

### 11.3 Sintesi evolutiva delle popolazioni stellari

Il primo passo nella sintesi evolutiva delle popolazioni stellari consiste nel costruire lo spettro integrato di una SSP in funzione di eta' e composizione chimica, ovvero:

$$F_\lambda(t, Z) = F_\lambda^{i,k} \quad (294)$$

dove  $i$  e  $k$  rappresentano eta' e metallicita'. Si costruisce quindi una libreria di spettri (teorici) per combinazioni appropriate di  $i$  e  $k$  e, dato uno spettro reale di galassia  $F_\lambda^{GAL}$ , si prova a trovare gli elementi di matrice  $a^{ik}$  che minimizzano la discrepanza  $\delta_\lambda$ :

$$\delta_\lambda = |F_\lambda^{GAL} - \sum_{ik} a^{ik} F_\lambda^{ik}| \quad (295)$$

le quantita'  $a^{ik}$  in linea di principio rappresentano la storia della galassia ovvero la storia della sua formazione stellare e del suo arricchimento chimico.

Chiaramente la precisione con cui si ottengono tali risultati dipende dalla completezza delle librerie spettrali e dal calcolo di tutte le fasi evolutive stellari.

#### 11.3.1 Il calcolo di $F_\lambda$

Vediamo come si procede in pratica: il flusso monocromatico integrato, generato da una galassia di eta'  $T$ , e' dato da:

$$F_\lambda = \int_0^T \int_{M_L}^{M_U} B(M, t, Z) f_\lambda(M, \tau', Z) dt dM \quad (296)$$

dove  $F_\lambda$  e' espresso in  $erg\ sec^{-1}\ \text{\AA}^{-1}$  e  $B(M, t, Z)$  e' la funzione di nascita stellare e  $f_\lambda(M, \tau', Z)$  e' il flusso monocromatico emesso da una stella di massa  $M$ , eta'  $\tau'$  e metallicita'  $Z$ . Tale flusso e' funzione di luminosita', temperatura effettiva e gravita' della stella, quantita' che si trovano nelle librerie di evoluzione stellare (isocrone). Si puo' scrivere la (296) come:

$$F_\lambda = \int_0^T \psi(t, Z) sp_\lambda(\tau', Z) dt \quad (297)$$

dove:

$$sp_\lambda(\tau', Z) = \int_{M_L}^{M_U} \varphi(M) f_\lambda(M, \tau', Z) dm \quad (298)$$

e' il flusso ad una data lunghezza d'onda integrato di una SSP lungo l'isocrona (luogo dei punti di eguale eta' e massa diversa) di eta'  $\tau'$ . Notare che  $M_L$  e' una funzione del tempo durante l'evoluzione galattica.

La luminosita' totale bolometrica di una SSP e' dunque:

$$L_{SSP} = \int_0^\infty sp_\lambda(\tau', Z) d\lambda \quad (298bis)$$

dove l'integrale e' fatto su tutte le lunghezze d'onda.

Il contenuto luminoso di una galassia e' dunque la somma di tante SSP di diversa eta' e metallicita'. Ciascuna SSP e' pesata rispetto al tasso di formazione stellare relativo al momento in cui si e' formata. Ai fini del calcolo, l'integrale (297) puo' essere trasformato in sommatoria:

$$F_\lambda(T) = \sum_{i=1}^n sp_\lambda(T - t, Z)_{i+1/2} \psi(t, Z)_{i+1/2} \Delta t_i \quad (299)$$

dove  $i + 1/2$  significa che la quantita' e' mediata nell'intervallo  $\Delta t_i$ .

BROCATO ET AL.

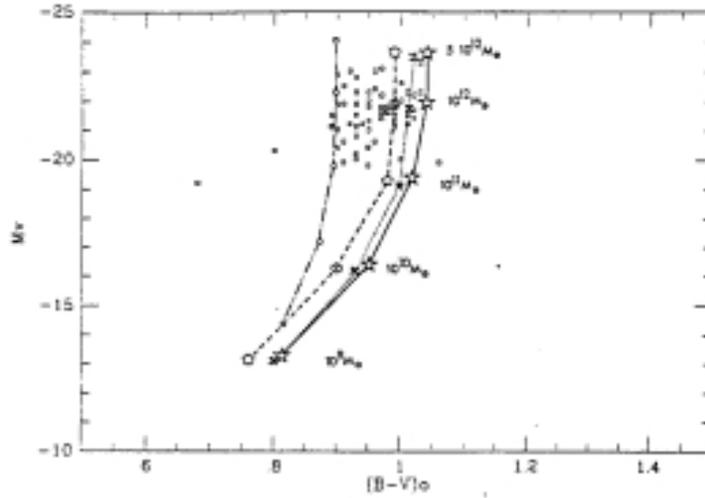


FIG. 4a

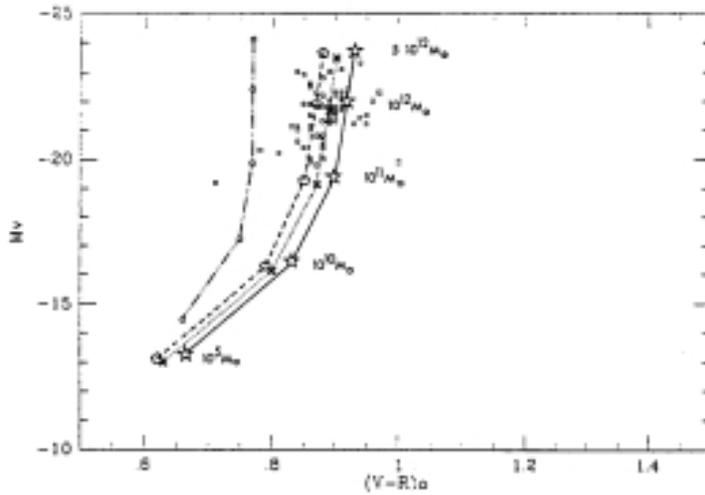
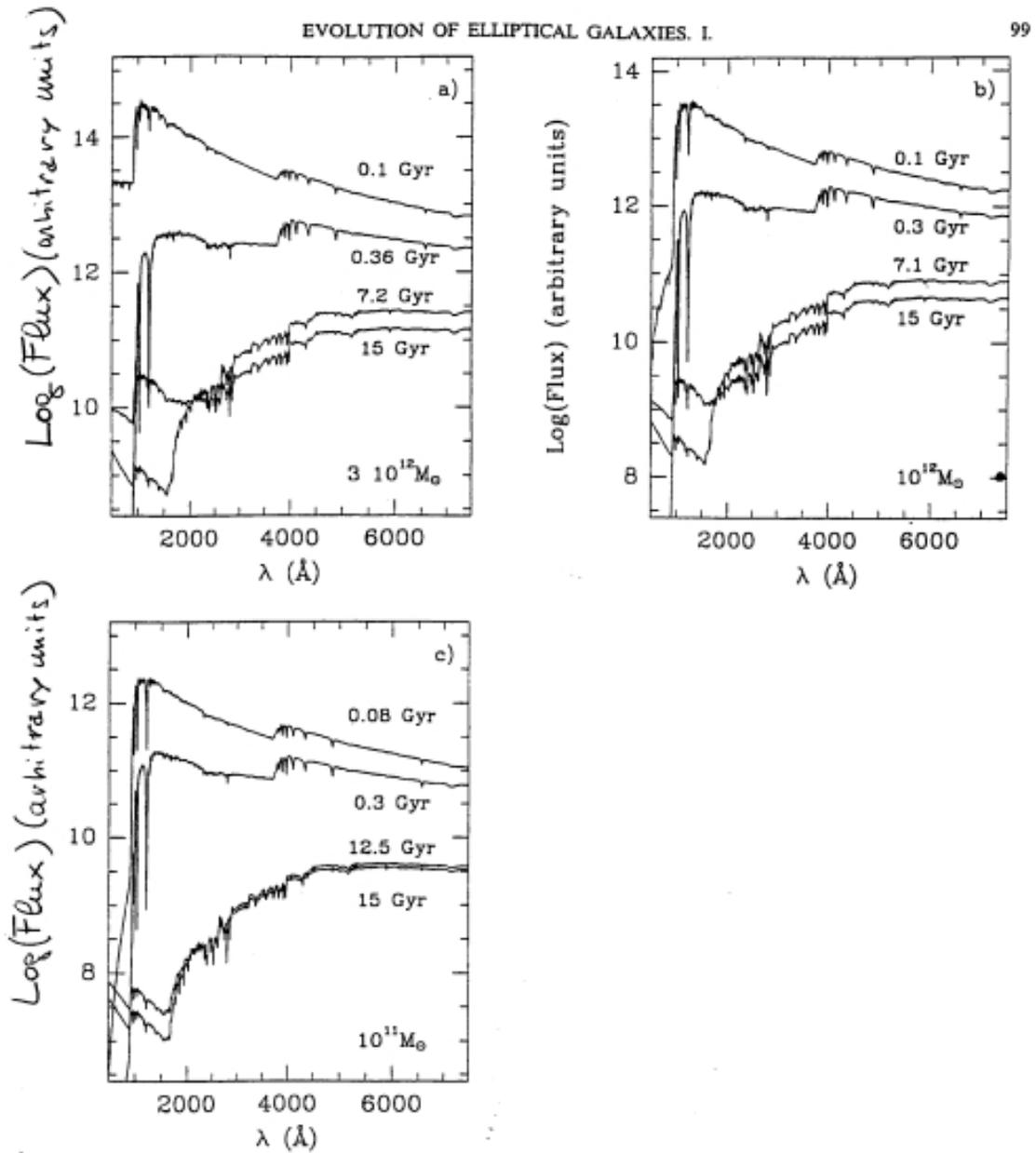


Fig 56—(a), (b) Color-magnitude diagrams of a sample of elliptical galaxies observed by Persson, Frogel, and Aaronsen (1979) (squares) compared with models fitting to the labeled galaxy masses. To show the influence of stellar evolutionary phases on these colors, each model has been computed as follows. Crosses: AY IMF, and only MS, SGB, and RGB stars are taken into account; pentagons: AY IMF, and MS, SGB, RGB, and HB stars are taken into account; open circles: Salpeter IMF, and MS, SGB, RGB, HB, AGB, and PAGB stars are taken into account; stars: AY IMF, and MS, SGB, RGB, HB, AGB, and PAGB stars are considered.

Figura 11.1: Modelli di sintesi di popolazioni calcolati da Brocato et al. 1990 per galassie ellittiche di massa diversa.

Fig 56 bis



(a) The ISED for the galaxy with  $M_L(0) = 3 \times 10^{12} M_\odot$ ,  $k = 20$ , and  $\Gamma = 0.40$  shown at different ages as indicated. Ages are in  $10^8$  yr (Gyr). (b) The same as in panel (a) but for the galaxy with  $1 \times 10^{12} M_\odot$ . (c) The same as in panel (a) but for the galaxy with  $1 \times 10^{11} M_\odot$ .

Figura 11.2: Modelli di sintesi di popolazioni (distribuzione di energia negli spettri) calcolati da Bressan et al. (1994) per galassie ellittiche di massa diversa.

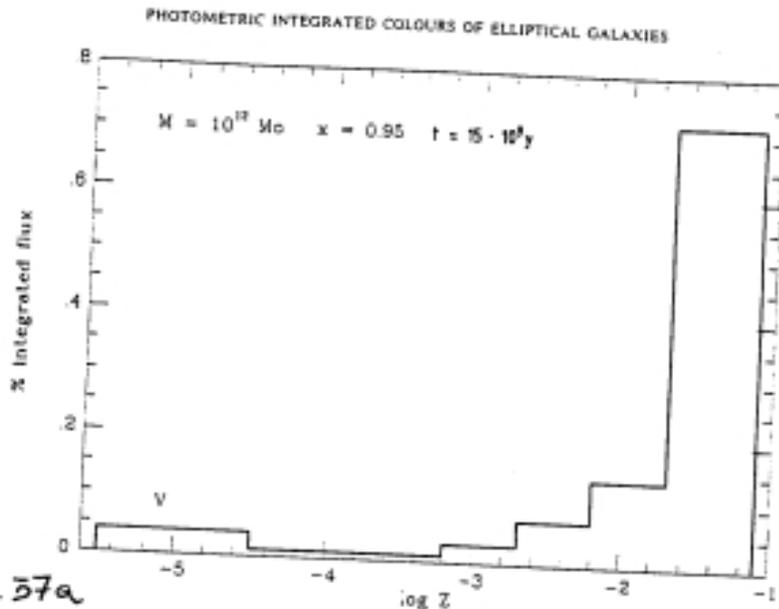


Fig. 57a

Percentage of total integrated fluxes (in V photometric band) generated by stellar populations with different metallicity in a galaxy model ( $t = 15 \times 10^8 \text{ yr}$ ,  $M = 10^{12} M_{\odot}$ , and  $x = 0.95$ ).

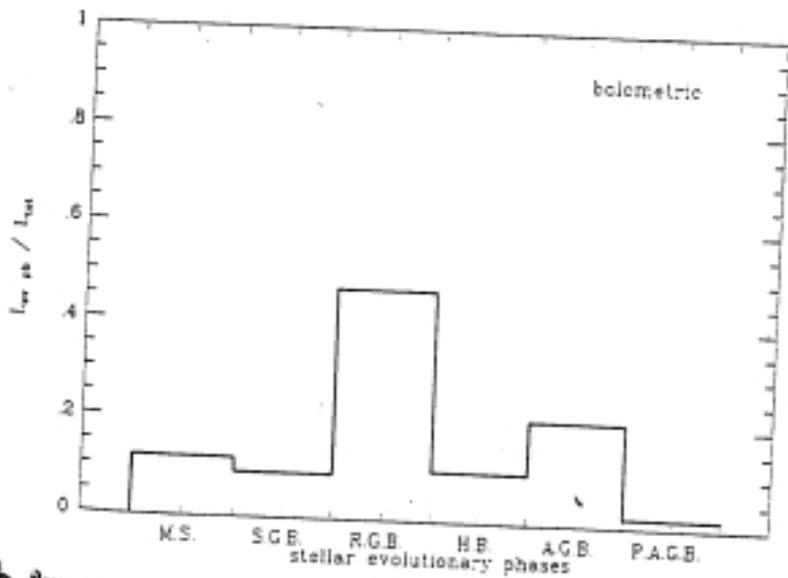


Fig. 57b

Percentage of total integrated fluxes provided by stars in the evolutionary phases taken into account in this work. Bolometric fluxes.

Figura 11.3: Modelli di sintesi di popolazioni calcolati da Brocato et al. 1990: percentuali di flusso integrato in funzione della metallicità e per le varie fasi evolutive.

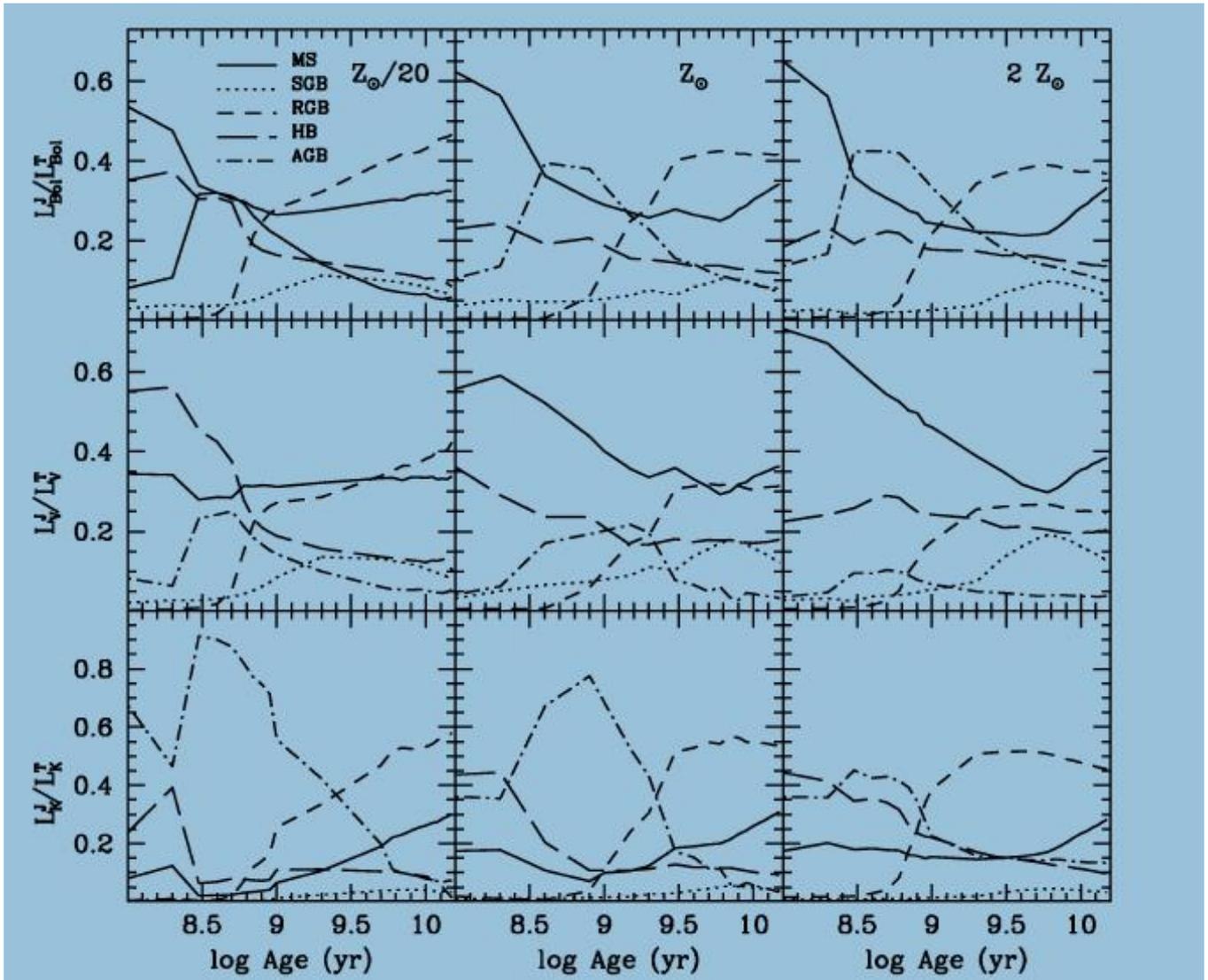


Figura 11.4: Contributi alle luminosita' bolometrica, V e K delle diverse fasi evolutive per una SSP per diverse metallicita'. La IMF e' quella di Salpeter. Figura da Maraston (2005).

### 11.3.2 Esempi di modelli fotometrici per galassie ellittiche

In figura 56 riportiamo un esempio di risultati di un modello di sintesi di popolazioni per galassie ellittiche. In particolare, il modello presentato tiene conto di tutte le fasi evolutive dalla MS alla P-AGB e fa uso di due diverse prescrizioni per la IMF:  $x=0.95$  e  $x=1.35$  (Salpeter IMF) su un intervallo di massa  $0.1 - 100M_{\odot}$ . La figura mostra le previsioni nel diagramma magnitudine-colore per galassie di diversa massa iniziale (da  $10^9$  a  $5 \cdot 10^{12}M_{\odot}$ ). Nella stessa figura sono riportati i dati osservativi che possono venire spiegati come galassie di diversa massa e con diversa IMF. Infine dalla figura e' chiaro l'influsso delle diverse fasi evolutive sul colore e sulla magnitudine. Nella figura 56bis sono mostrati esempi di spettri sintetici per galassie ellittiche di diversa massa luminosa calcolati a diverse eta' galattiche, come indicato in figura. Nella figura 57a sono riportati i contributi al flusso integrato nella banda visuale delle popolazioni stellari di diversa metallicita' (problema della degenerazione eta'-metallicita'), come predetti da un modello di sintesi di popolazioni stellari. Nella figura 57b sono invece riportate le previsioni dello stesso modello per  $L_j/L_T$  per stelle nelle diverse fasi evolutive. Da questa figura si vede chiaramente che le giganti rosse sono le stelle che predominano nella luce integrata delle galassie ellittiche. Infine, in figura 57c (11.4) mostriamo i risultati di un modello piu' recente di sintesi di popolazioni: la figura mostra i contributi alla luminosita' integrata bolometrica, V e K di una SSP con diverso contenuto metallico.

## 11.4 Evoluzione del contenuto luminoso in funzione del redshift

E' interessante calcolare l'evoluzione della luminosita' integrata di una galassia in varie bande e dello spettro in funzione del tempo cosmico o redshift (vedi Capitolo 1). Il redshift e' definito come:

$$z = \frac{\lambda_o - \lambda_e}{\lambda_e}$$

Ad un redshift  $z = 1$  una tipica lunghezza d'onda, quale quella corrispondente al massimo della sensibilita' del sistema V,  $\lambda = 5400\text{\AA}$  corrisponde a  $\lambda_e = 2700\text{\AA}$  che e' tipica dell'ultravioletto. Infatti:

$$\lambda_e = 5400/(1 + z)$$

Per tenere conto di cio' occorre applicare una correzione alle magnitudini che e' nota come correzione cosmologica, dovuta all'espansione dell'Universo. Occorre pero' tenere conto anche di una correzione evolutiva, dovuta al fatto che il contenuto luminoso delle galassie cambia nel tempo a causa dell'evoluzione delle stelle che le compongono.

In generale, definiremo la magnitudine apparente in un dato intervallo di lunghezza d'onda  $\Delta\lambda$  di una galassia a redshift  $z$  come:

$$m(z) = (m - M)_{bol}(z) + K(z) + E(z) + M(0, t_o)$$

dove il primo termine della parte destra e' il modulo di distanza, il secondo e' la *correzione cosmologica*  $K$ , il terzo e' la *correzione evolutiva*  $E$  e il quarto e' la magnitudine assoluta in  $\Delta\lambda$  derivata dallo spettro della galassia al momento presente  $t_o$ .

### 11.4.1 La correzione $K(z)$

La correzione cosmologica e' data da:

$$K(z) = M(z, t_o) - M(0, t_o)$$

dove  $M(z, t_o)$  e' la magnitudine assoluta in  $\Delta\lambda$  derivata dallo spettro al momento presente ma "arrossata" al redshift  $z$ . Le correzioni  $K$  dipendono dalla banda fotometrica prescelta e dalla distribuzione spettrale dell'energia delle galassie.

### 11.4.2 La correzione evolutiva $E(z)$

La correzione evolutiva e' definita come:

$$E(z) = M(z, t_z) - M(z, t_o)$$

dove  $M(z, t_z)$  e' la magnitudine assoluta in  $\Delta\lambda$  ottenuta dallo spettro a redshift  $z$  ed arrossata a redshift  $z$ . Le correzioni  $K$  dipendono dalla banda fotometrica prescelta e dalla distribuzione spettrale dell'energia delle galassie.

Le correzioni evolutive vengono calcolate tramite i modelli di sintesi di popolazioni. Vedremo nel prossimo capitolo che la correzione evolutiva e' molto importante in relazione alla derivazione del parametro  $q_o$ .

## 11.5 Metodo di datazione basato sulla sintesi delle popolazioni

Determinare l'eta' di una galassia dal suo spettro integrato non e' cosa facile poiche' occorre separare l'effetto dell'eta' da quello della metallicita'. La distribuzione dell'energia spettrale e' sensibile alla distribuzione in temperatura effettiva delle stelle che vi contribuiscono e tale distribuzione dipende dall'eta' delle stelle. Cominciamo con l'analizzare una SSP; determinare l'eta' di una SSP e' un processo a due fasi: a) si misura la temperatura del "turn-off", b) si usa una relazione teorica che calibri  $T_{eff}$  con l'eta'. Purtroppo tale calibrazione non e' univoca e dipende anche dalla metallicita' come e' chiaramente illustrato in figura 58 dove si vede che ad una data temperatura effettiva del "turn-off" corrispondono ben diverse eta' per diverse metallicita'. Questo fatto mostra chiaramente come la chimica influenzi l'orologio evolutivo.

### 11.5.1 Determinazione delle eta' degli ammassi globulari

Pertanto, per avere un'idea dell'eta' di una SSP, ad esempio un ammasso globulare, dobbiamo misurare sia il colore del "turn-off" dell'ammasso sia, ed in maniera indipendente, la sua metallicita'. A questo punto si fa uso della relazione (274) da cui si ricava:

$$\left(\frac{\partial \log t}{\partial [M/H]}\right)_{(B-V)_{TO}} = -0.88 - 0.35[M/H] \quad (300)$$

Da qui si vede che per  $[M/H] = 0.0$  si ha  $\delta \log t \sim \delta [M/H]$  e cio' implica che un errore di 0.3 dex nella metallicita' diventa un errore di un fattore 2 nella stima dell'eta'. Una stima dell'eta' degli ammassi globulari che non dipende cosi' fortemente dalla metallicita' e' fornita dal metodo della misura della magnitudine del turn-off. Tale metodo consiste nell'utilizzare la relazione (273) una volta misurati  $M_V^{TO}$ ,  $Y$  e  $[M/H]$ . In particolare,  $M_V^{TO}$  la si ottiene da:  $M_V^{TO} = V^{TO} - mod$ , dove  $V^{TO}$  e' la magnitudine apparente del turn-off e  $mod$  e' il modulo di distanza. In tale metodo di determinazione dell'eta' l'errore maggiore non proviene dalla metallicita' bensì dal modulo di distanza. La maggior parte degli studi atti a derivare le eta' degli ammassi globulari usando questo metodo indica un'eta' di  $t_{GC} = (13 - 15) \pm 3$  miliardi di anni.

Esistono anche metodi per determinare le eta' relative degli ammassi globulari. In particolare le due tecniche utilizzate sono: i) la differenza in luminosita'  $\Delta M_V$  tra il braccio orizzontale (HB) ed il Main Sequence Turn-off (MSTO). Per eta' maggiori il  $\Delta M_V$  cresce poiche' il TO diventa meno luminoso. ii) La differenza di colore  $\Delta(B - V)$  e  $\Delta(V - I)$  tra il turn-off e la base del ramo gigante. Qui una crescita dell'eta' della popolazione stellare semplice determina una diminuzione nel valore di  $\Delta(B - V)$  e  $\Delta(V - I)$ , a causa del fatto che TO diventa piu' rosso. Molti studi che hanno adottato questi metodi di stima delle eta' relative, convergono nello stimare che gli ammassi globulari dell'alone interno (fino a circa 20 Kpc) hanno  $\Delta eta' \sim 0.5 - 1.0$  Gyr, con l'eccezione di alcuni ammassi particolarmente ricchi in metalli che mostrano  $\Delta eta' \sim 2-3$  Gyr. Cio' indica che gli ammassi dell'alone interno sono coevi e che l'alone interno si e' formato su un tempo scala non piu' lungo di 1 Gyr. Alcuni ammassi esterni ( $R > 20$  Kpc) invece sono decisamente piu' giovani ( $\Delta eta' \sim 3-5$  Gyr) e indicano che anche l'alone galattico puo' essersi formato da dentro a fuori, cosi' come abbiamo visto per il disco sottile della nostra Galassia (Cap. 10).

### 11.5.2 Determinazione delle eta' delle galassie ellittiche

Usando la sintesi delle popolazioni si puo' anche provare a determinare l'eta' delle galassie ellittiche. In particolare, modelli sia di evoluzione chimica che fotometrica delle galassie ellittiche indicano che tali oggetti sono molto vecchi perche' composti essenzialmente da stelle molto vecchie con predominio delle giganti K nelle luce visuale integrata. Con l'aiuto della sintesi delle popolazioni si puo' anche stimare che le ellittiche si sono formate tutte (o la maggior parte) su tempi scala rapidi relativamente all'eta' dell'Universo, ovvero su tempi dell'ordine di non piu' di 1-2 miliardi di anni. Cio' lo si deduce dalle seguenti considerazioni: osservativamente esiste una correlazione tra colori (U-V e V-K) e dispersione di velocita' stellare (vedi figura 59 e 11.6). Tali correlazioni valgono per galassie di ammasso, in particolare in Coma e Virgo. La piccola dispersione che si nota in queste correlazioni implica che le ellittiche di ammasso possiedono una piccola dispersione nell'eta', in altri termini si sono tutte formate alla stessa epoca. Se fosse il contrario e le ellittiche si fossero formate continuamente durante il tempo di vita dell'universo si avrebbe che, ad una data dispersione di velocita' corrisponderebbe una grande dispersione nel colore dovuta ai diversi stati evolutivi in cui le varie ellittiche verrebbero a trovarsi. Per mostrare cio' quantitativamente scriviamo:

$$\delta(U - V) = \frac{\partial(U - V)}{\partial t}(t_H - t_F) \quad (301)$$

dove  $t_H$  e' il tempo di Hubble al quale la galassia ha iniziato a formarsi e  $t_F$  e' il tempo al quale la galassia ha cessato di formare stelle. La derivata  $\frac{\partial(U-V)}{\partial t}$  viene fornita dai modelli di sintesi di popolazioni e vale  $\simeq 0.02 - 0.03$  mag/miliardi di anni per un'eta' maggiore di 10 miliardi di anni. Usando poi la dispersione osservata per  $\delta(U - V)$  (figura 59) si ottiene  $(t_H - t_F) \leq 2$  miliardi di anni se  $t_H = 15$  miliardi di anni. Questo ci indica che le galassie ellittiche hanno smesso di formare stelle circa 13 miliardi di anni fa e che si sono formate tutte in un tempo scala inferiore o uguale ai due miliardi di anni.

Un analogo diagramma e' stato trovato per galassie ellittiche di campo e la durata della loro formazione e' stata trovata essere di un miliardo di anni maggiore. Questo fatto non cambia il concetto che le galassie ellittiche sia di ammasso che di campo hanno smesso di fare stelle molti miliardi di anni fa.

GLOBAL PROPERTIES OF STELLAR POPULATIONS

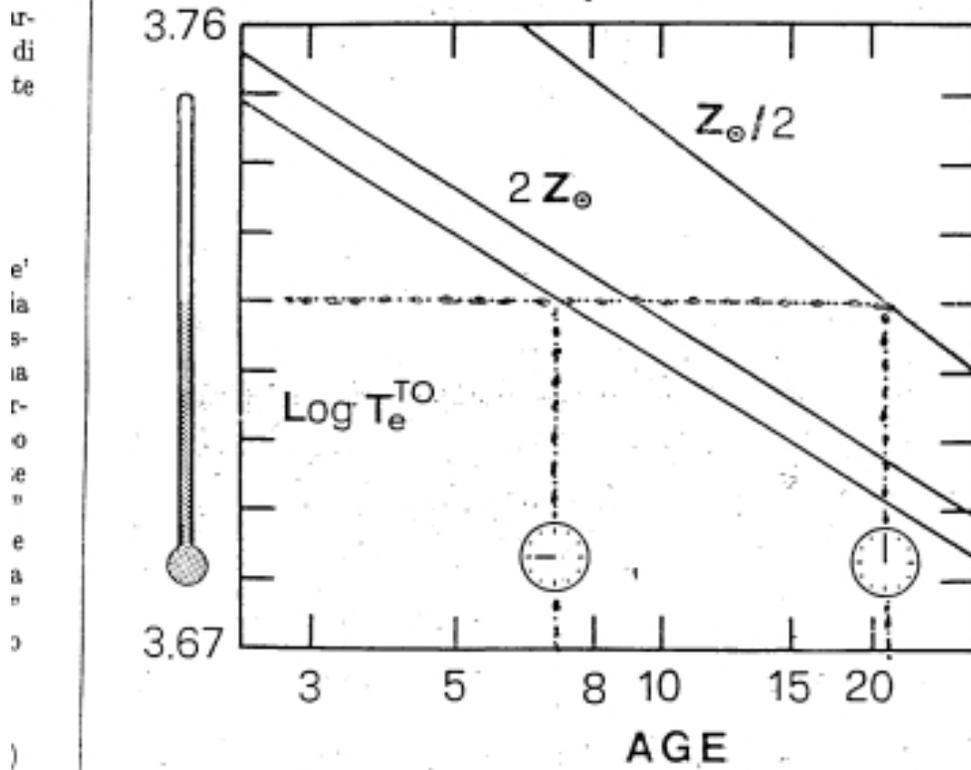


Figure 58. Thermometers and clocks. The effective temperature of two metallicities:  $Z = 0.02$  and  $Y = 0.2$ . The middle line refers to  $Z = (0.3, 0.04)$ . This illustrates how metallicity affects clock reading.

Figura 11.5: Termometri e orologi.

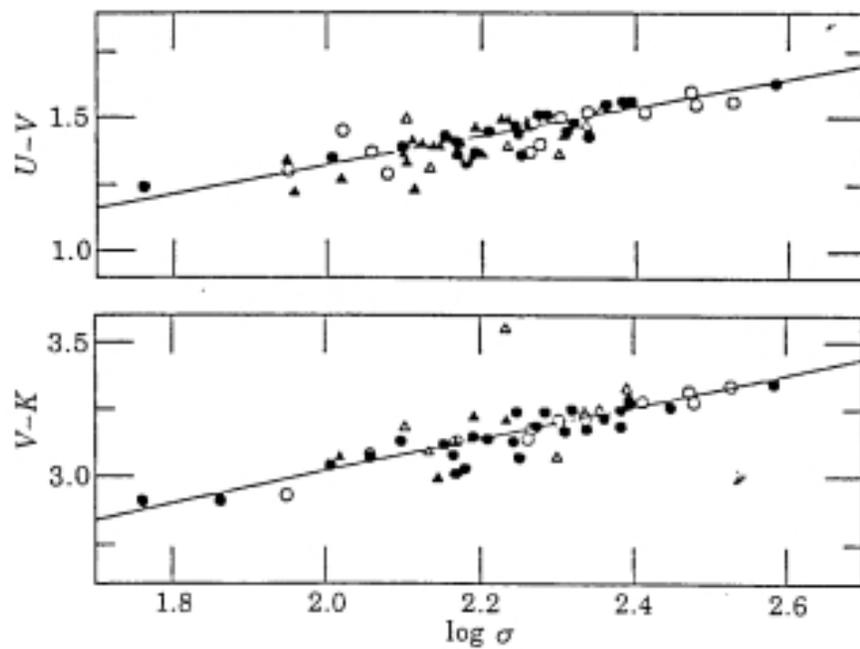


Fig. 59 - The  $U - V$  and  $V - K$  vs. velocity dispersion  $\sigma_*$ , for ellipticals (circles) and S0 galaxies (triangles) in the Virgo and Coma clusters (open and filled symbols, respectively). Reproduced from [13].

Figura 11.6: Diagrammi colore-dispersione delle velocità per ammassi di galassie.

## 11.6 Derivazione della massa delle galassie da modelli di sintesi di popolazioni

I modelli di sintesi delle popolazioni stellari possono venire utilizzati per attribuire una massa stellare ad una galassia di cui si conoscano i colori e le luminosità. Questo metodo è utile quando non si hanno misure di velocità rotazionali o dispersione delle velocità con cui si possa applicare il Teorema del Viriale. Infatti Bell & de Young (2001) hanno fornito una relazione teorica che lega il rapporto  $\frac{M_*}{L_K}$  di una galassia ed il suo colore integrato (B-K), in particolare  $:\log\left(\frac{M_*/L_K}{M_\odot/L_\odot}\right) = 0.212(B - K) - 0.959$ . (11.1) Le luminosità sono calcolate da modelli che assumono una massa in stelle ed una funzione iniziale di massa. Pertanto, un modello che riproduca le luminosità osservate di una galassia corrisponde ad una precisa massa stellare che viene considerata come la massa della galassia in considerazione. Una fonte di incertezza è senz'altro la IMF, che viene ipotizzata in quanto è derivabile direttamente solo per i dintorni solari. Di solito si assume la IMF di Salpeter (con  $x=1.35$ ) e si è verificato che passando dalla IMF di Salpeter a quella di Kroupa (2001) ci si aspetta una differenza di un fattore 2 nella derivazione della massa stellare. La IMF di Kroupa (2001) è molto simile alla IMF di Salpeter nella parte delle stelle massive ma contiene meno stelle di piccola massa. Questo sistema di determinazione delle masse stellari galattiche è stato applicato da Mannucci et al. (2005) per calcolare le masse di varie galassie, come mostrato in Figura 12.x.

## 11.7 ESERCIZI

*Esercizio 1*-Calcolare quante stelle in fase di H-B ci sono in un tipico ammasso globulare di luminosità  $L_{GC} = 10^5 L_\odot$ , considerando che la fase di H-B dura circa  $10^8$  anni.

*Esercizio 2*- Calcolare quante SNe di tipo II ci aspettiamo che siano esplose in una galassia ellittica di luminosità blu  $L_{ell} = 10^{11} L_\odot$  supponendo che la formazione stellare si possa approssimare con un burst istantaneo e che la IMF sia quella di Salpeter (1955) ( $x=1.35$ ). Si assuma inoltre che  $L_T = 2.4L_B$ .

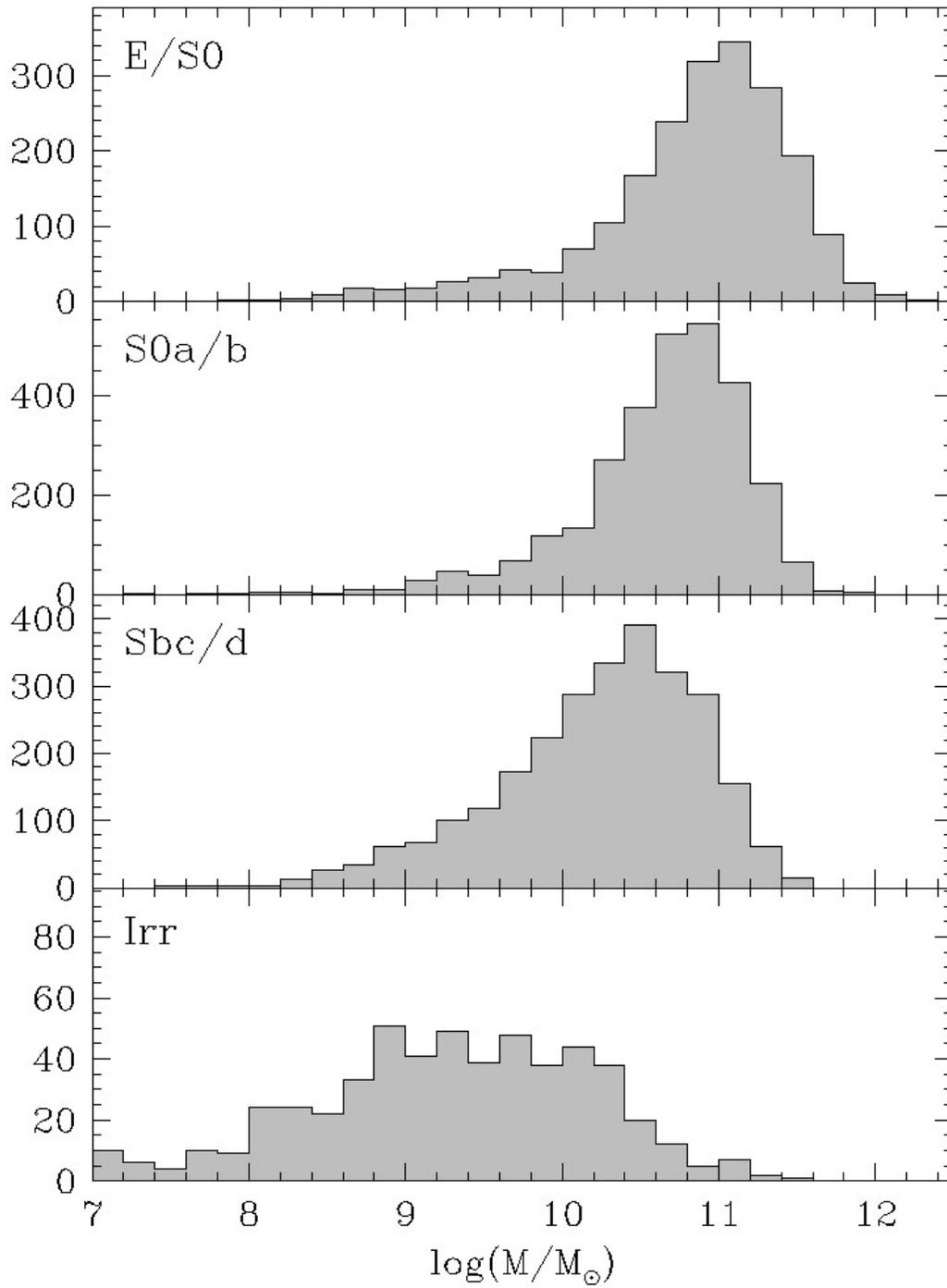


Figura 11.7: Distribuzione delle masse stellari delle galassie di diverso tipo morfologico. Dall'alto al basso si passa dalle galassie dei primi tipi (Ellittiche) alle galassie degli ultimi tipi (Irregolari).

## Capitolo 12

# EVOLUZIONE DELLE GALASSIE E COSMOLOGIA

Come e' noto, la formazione delle galassie deve essere avvenuta in un universo in espansione. Tale universo puo' essere: aperto, piatto, chiuso e cio' dipende criticamente dalla densita' media dell'universo e dalla presenza della costante cosmologica  $\Lambda$ . Come abbiamo gia' accennato in capitoli precedenti la densita' media dell'universo viene generalmente dedotta da studi sugli ammassi di galassie, dalla radiazione di fondo a microonde (CMB) e dalle supernovae Ia, che suggeriscono  $\langle \rho \rangle_{Univ} \simeq (0.25 - 0.45)\rho_{crit}$ , dove  $\rho_{crit}$  e' la densita' critica al di sopra della quale si ha un universo chiuso. La determinazione di  $\langle \rho \rangle_{Univ}$  e' dunque cruciale in cosmologia e pertanto si cercano modi indipendenti di determinare tale quantita'. Uno di questi e' misurando il parametro di decelerazione dell'universo  $q_o$ . L'universo infatti decelera nella sua espansione a causa dell'attrazione gravitazionale e  $q_o$  e' definito come:

$$q_o = -\frac{\ddot{R}_o R_o}{\dot{R}_o^2} \quad (302)$$

dove  $R_o$  e' il parametro di espansione al momento presente (vedi capitolo sui cenni sulla teoria del Big Bang). Il parametro di decelerazione  $q_o$  e strettamente correlato ad  $\Omega_o = \frac{\rho}{\rho_{crit}}$  e a  $\Lambda$ . In particolare, se non ci fosse  $\Lambda$ ,  $q_o = \frac{1}{2}\Omega_o$ , il parametro di decelerazione sarebbe esattamente la meta' del parametro di densita'.

Di conseguenza:

- $q_o = 0.5$  bordo tra chiusura e apertura,
- $q_o > 0.5$  universo chiuso,
- $0 < q_o < 0.5$  universo aperto,
- $q_o < 0$  espansione accelerata.

### 12.1 Come si derivava $q_o$

Benche' ora sappiamo che vari indicatori cosmologici (diagramma di Hubble e CMB) concordano su un Universo dominato da  $\Lambda$  e quindi non si usa piu' derivare  $q_o$  dal diagramma di Hubble

utilizzando le galassie, tuttavia riteniamo utile descrivere quello che si faceva fino a qualche anno fa per derivare  $q_o$  tenendo conto dell'evoluzione galattica.

In linea di principio si dovrebbe ricavare  $q_o$  misurando la deviazione dalla legge lineare di Hubble (eq. (1)) ad alto redshift. In generale, quel che si misura e' la relazione tra luminosita' apparente e redshift che e' equivalente alla relazione velocita'-distanza (vedi figura 60). Per fare cio' bisogna avere a disposizione osservazioni di oggetti lontani, ovvero buone candele standard. Come accennato nei primi capitoli, negli anni passati le candele standard che si usavano a grandi distanze erano le galassie ellittiche piu' luminose negli ammassi. Attualmente si usano le supernovae di tipo Ia ma e' comunque utile ricordare che si usano le galassie piu' luminose degli ammassi si devono tenere in conto gli effetti evolutivi. Infatti, tali galassie, localmente hanno tutte la stessa luminosita', pero' assumere che le stesse galassie abbiano ancora la stessa luminosita' ad alto redshift e' chiaramente un errore poiche', come abbiamo visto, le galassie evolvono ed in particolare le ellittiche dovettero essere molto piu' luminose all'inizio di quanto lo siano ora (vedi figura 61). Quindi bisogna tenere conto degli effetti evolutivi che influenzano la luminosita' delle ellittiche lontane poiche' le galassie lontane rappresentano le prime fasi evolutive delle loro controparti vicine. Per poter tener conto di tali effetti evolutivi si fa pertanto uso dei modelli di sintesi di popolazioni stellari. Quando si tiene conto dell'evoluzione delle galassie ellittiche si trova che le galassie all'inizio della loro vita devono essere state piu' luminose di oggi. Tinsley (1980) mostro' che:

$$\frac{d \ln L}{d \ln t} = -1.3 + 0.3x \quad (303)$$

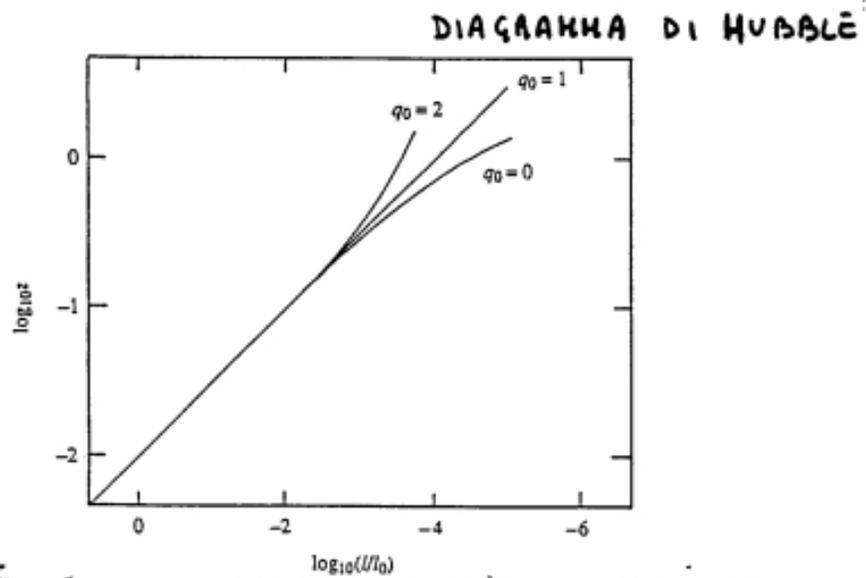
dove  $x$  e' la pendenza della IMF. Quindi la IMF e' un parametro fondamentale nello studio dell'evoluzione delle galassie, sia fotometrica che chimica. Purtroppo, come abbiamo gia' piu' volte affermato, la nostra conoscenza della IMF e' molto incerta. Si trova che, se c'e' stata evoluzione fotometrica delle galassie, le galassie piu' lontane sono ancora piu' lontane di quel che sembrano assumendo che siano candele standard. Di conseguenza, l'evoluzione delle galassie implica una correzione su  $q_o$  poiche' in questo caso  $q_o$  deve essere minore di quello che appare. Tinsley mostro' che per trascurare gli effetti evolutivi occorrerebbe che la pendenza della IMF fosse  $x \geq 5$ , valore totalmente non realistico.

Quindi, ricapitolando, l'evoluzione delle galassie ha una grande importanza in ambito cosmologico perche' consente, in linea di principio, di calcolare le correzioni evolutive da apportare alle luminosita' delle galassie ellittiche lontane usate per derivare la legge di Hubble ad alto redshift. Da tale diagramma si puo' poi derivare il valore di  $q_o$  che, a sua volta e' legato ad  $\Omega_o$  e a  $\Lambda$ .

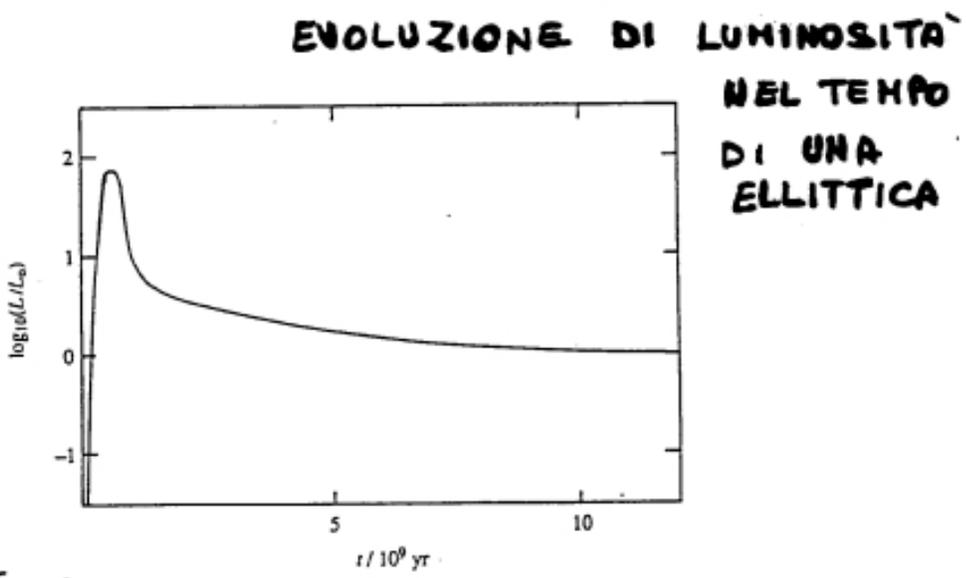
Prima di concludere vorremmo pero' ricordare che ci possono essere anche altri fattori che influenzano l'evoluzione in luminosita' delle galassie come ad esempio le interazioni tra galassie in un ammasso. Collisioni fra galassie possono, infatti, influenzarne la luminosita' poiche' possono indurre un "burst" di formazione stellare. Pertanto non e' chiaro se dal diagramma di Hubble, ottenuto utilizzando le galassie di ammasso, si possa veramente derivare  $q_o$ . In ogni caso i valori che si deducevano per  $q_o$ , prima della scoperta della dark energy, una volta che si correggeva per gli effetti evolutivi, erano compresi tra 0.05 e 0.5. Adesso, con la cosmologia moderna si e' trovato che  $q_o < 0$ , che significa che il nostro Universo si trova in espansione accelerata.

## 12.2 Il tempo di formazione delle galassie

E' possibile osservare abbastanza lontano da vedere le galassie formarsi? Le galassie si formano ancora al momento attuale? Queste sono domande alle quali non sappiamo ancora fornire delle risposte precise.



**Fig. 60** A plot of apparent luminosity ( $l$ ) against redshift ( $z$ ) for a standard candle for three values of the deceleration parameter  $q_0$ .  $l_0$  is a normalising luminosity.



**Fig. 61** The schematic time variation of the luminosity of a giant elliptical galaxy, with  $L_0$  being the present luminosity.

Figura 12.1: Diagramma di Hubble ed evoluzione in luminosit  nel tempo di una galassia ellittica.

Gli oggetti piu' lontani finora osservati sono i Quasars (QSO) che hanno in generale redshifts compresi tra  $z = 2$  e  $z = 4$ . Il piu' alto redshift finora osservato sembra essere  $z > 6$ . La domanda che possiamo porci e': osservando QSO osserviamo anche galassie in formazione? Premettiamo che l'interpretazione corrente dei QSO e' che la loro attivita' sia dovuta ad accrescimento di materia su un buco nero centrale. La questione non e' ancora del tutto chiara benché l'alto contenuto metallico osservato nei QSO ad altissimo redshift faccia pensare che tali oggetti abbiano gia' avuto modo di processare chimicamente la maggior parte del loro gas. In particolare, i rapporti  $[\alpha/\text{Fe}]$  negativi, che si deducono dalle larghe righe di emissione tipiche di questi oggetti, indicherebbero un'eta' superiore al miliardo di anni. In Figura 13.2 mostriamo le previsioni di un modello per l'evoluzione chimica di una galassia ellittica massiccia che ospita un QSO. In particolare, riportiamo l'evoluzione delle abbondanze di alcuni elementi chimici del gas di questa galassia. Nell'ipotesi che questo gas andra' a cadere nel buco nero centrale, tali abbondanze dovrebbero essere corrispondenti a quelle misurate dalle larghe righe di emissione intorno ai QSO. Le abbondanze previste sono in accordo con le misure poiche' prevedono un'abbondanza di Fe nel QSO di circa un fattore 10 piu' alta che nel Sole, e un rapporto  $[\alpha/\text{Fe}]$  gia' negativo a partire da  $z < 5$ . Cio' e' dovuto al fatto che dopo l'esaurimento della formazione stellare nella galassia ellittica, gli elementi  $\alpha$  non vengono piu' prodotti mentre il Fe, che proviene dalle supernovae Ia, continua ad essere prodotto arricchendo il gas sempre di piu'. Il modello mostrato in Figura 12.2 spiega anche la costanza della metallicita' dei QSO col redshift e il fatto che tali alte metallicita' siano gia' presenti a  $z = 6$ . Il forte arricchimento raggiunto gia' a  $z = 6$  e' dovuto principalmente alle supernovae II che provengono da stelle massicce ed arricchiscono il gas interstellare su tempi scala dei milioni di anni.

Pertanto, se cio' e' vero l'epoca di formazione delle galassie deve essere  $z_{GF} > 6$ . Possiamo imporre altri vincoli all'epoca di formazione delle galassie? Supponiamo che le galassie si formino da condensazioni gravitazionali (collasso monolitico), cio' implica che oggi sono piu' piccole e piu' dense di quello che furono all'inizio. Da cio' ne consegue che l'epoca di formazione delle galassie deve essere stata posteriore al tempo in cui la densita' media dell'universo era uguale alla densita' media odierna. Tra la densita' media odierna dell'universo e quella all'interno delle galassie esiste la seguente relazione:

$$\langle \rho \rangle_{gal} \sim 10^6 \langle \rho \rangle_{Univ} \quad (304)$$

Se pero' si tiene conto del fatto che c'e' una notevole quantita' di mezzo intergalattico e aloni massivi di materia oscura attorno alle galassie si ottiene:

$$\langle \rho \rangle_{gal} \sim 10^4 \langle \rho \rangle_{Univ} \quad (305)$$

Quindi occorre risalire ad un tempo posteriore a quello in cui la densita' media dell'universo era  $10^4$  volte la densita' media attuale. Poiche' la densita' media dell'universo va come

$$\langle \rho \rangle_{Univ} \propto (1+z)^3 \quad (306)$$

si trova che :  $z_{GF}$  e' compreso tra 20 e 100, che e' molto maggiore dei redshifts osservati per i QSO. Il tempo di formazione delle galassie non puo' quindi essere stato precedente a  $z \sim 100$ .

Si puo' avvicinare l'epoca di formazione delle galassie se si considera che le galassie si formino per collasso di una nube. Infatti, in questo caso per il teorema del Viriale si ha  $r_{finale} \leq r_{iniziale}/2$ , il che implica che la formazione delle galassie deve essere iniziata quando  $\langle \rho \rangle_{Univ} = \frac{1}{8} \langle \rho \rangle_{gal}$ , ovvero  $z_{GF} \sim 10$ .

Pertanto, da queste considerazioni precedenti si evince che la possibilita' di osservare galassie primordiali si basa sulla possibilita' di osservare l'universo ad altissimi redshift (da 5 a 10), cosa ancora non realizzabile con precisione.

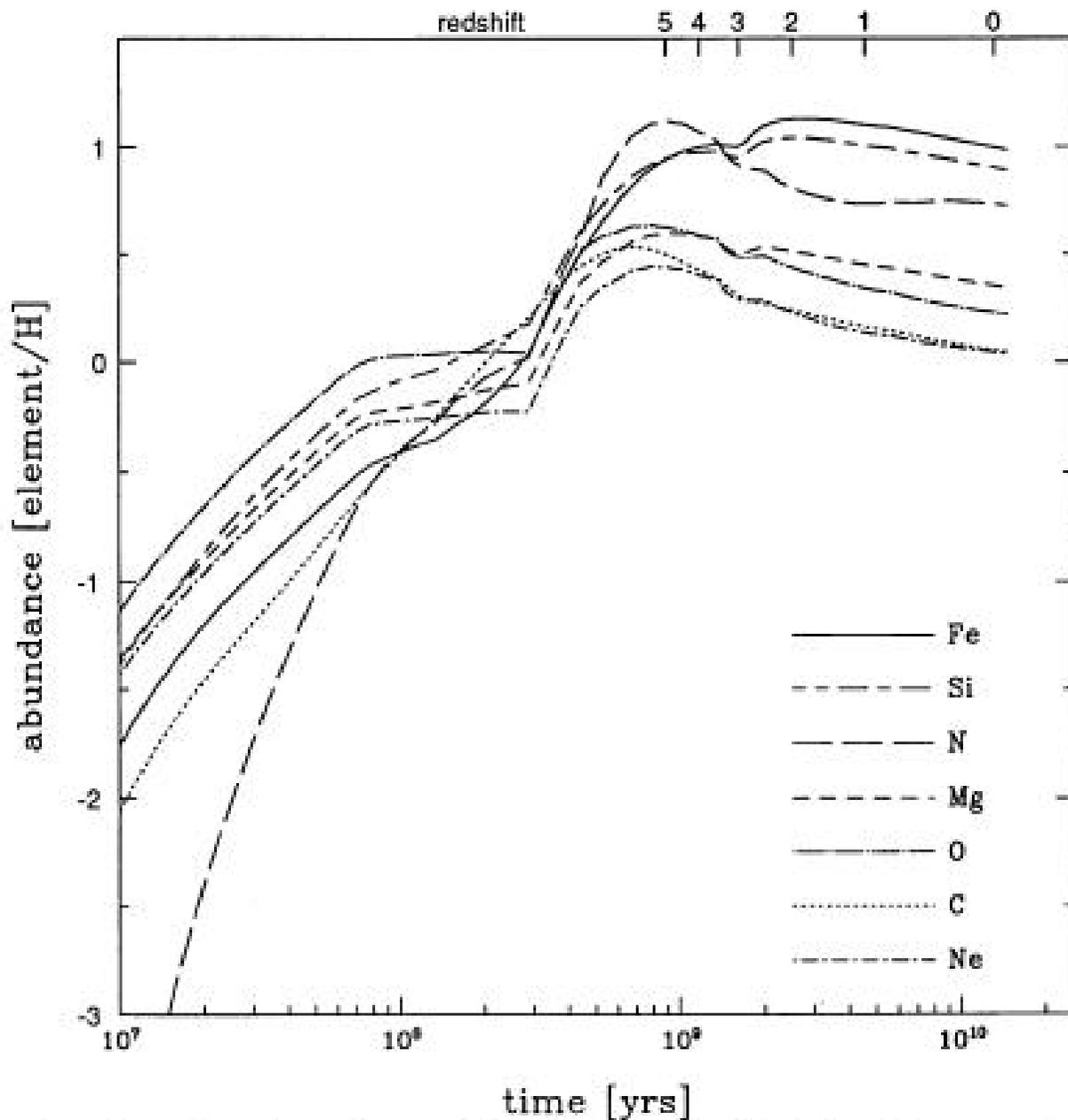


FIG. 1.—Time-dependence of the abundances of various elements relative to solar for a galaxy with a luminous mass of  $10^{12} M_{\odot}$  and a Salpeter ( $x = 1.35$ ) IMF. Standard notation is used, i.e.,  $[Fe/H] \equiv \log (Fe/H) - \log (Fe/H)_{\odot}$ . The different curves denote different elements as indicated in the lower right corner. The scale on the top axis gives the redshift corresponding to different times for  $H_0 = 50 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$  and  $q_0 = 0.5$ . The discontinuity at  $t \sim 0.3 \text{ Gyr}$  is due to the maximum in the Type Ia SN rate, which occurs at that epoch.

Figura 12.2: Evoluzione di  $[\alpha/Fe]$  nel gas in un QSO. Modello di Matteucci & Padovani, (1993).



Figura 12.3: Immagine di Hubble-ultra-deep-field che ci mostra il lontano universo e una grande densita' di galassie.

Nel 2005, analizzando i dati dell'ultra Hubble Deep Field, Mobasher et al. hanno identificato una galassia molto massiccia con la maggior parte delle stelle gia' formate a redshift  $z \sim 6.5$ . Cio' indicherebbe, se la stima del redshift e' corretta, che tale oggetto abbia iniziato a formare stelle prima di  $z = 6.5$ . Tuttavia il redshift non e' stato misurato dagli spettri ma dedotto dal confronto con modelli di sintesi spettrale come quelli visti nel Cap. 11. I Gamma Ray Bursts (GRBs) sono stati osservati a redshift  $z \sim 8 - 9$  e quindi si e' visto che esistono galassie a questi alti redshifts, e dalla metallicita' delle galassie che ospitano i GRBs si deduce che non sono neanche giovani.

### 12.3 La formazione stellare cosmica

Recentemente, con il moltiplicarsi di osservazioni ad alto redshift si e' costruito anche il diagramma del tasso di formazione stellare cosmica, ovvero del tasso di formazione stellare misurato in un volume unitario di Universo. In tale volume vi sono contenute galassie di tutti i tipi morfologici ed ad alto redshift e' impossibile capire se sono ellittiche, spirali o irregolari, sappiamo soltanto che stanno formando stelle. Il primo a presentare l'evoluzione del tasso di formazione stellare cosmico in funzione del redshift e' stato P. Madau e pertanto questo diagramma ha preso il nome di "Madau plot". Il Madau plot originario viene mostrato in Figure 12.4. Il tasso di

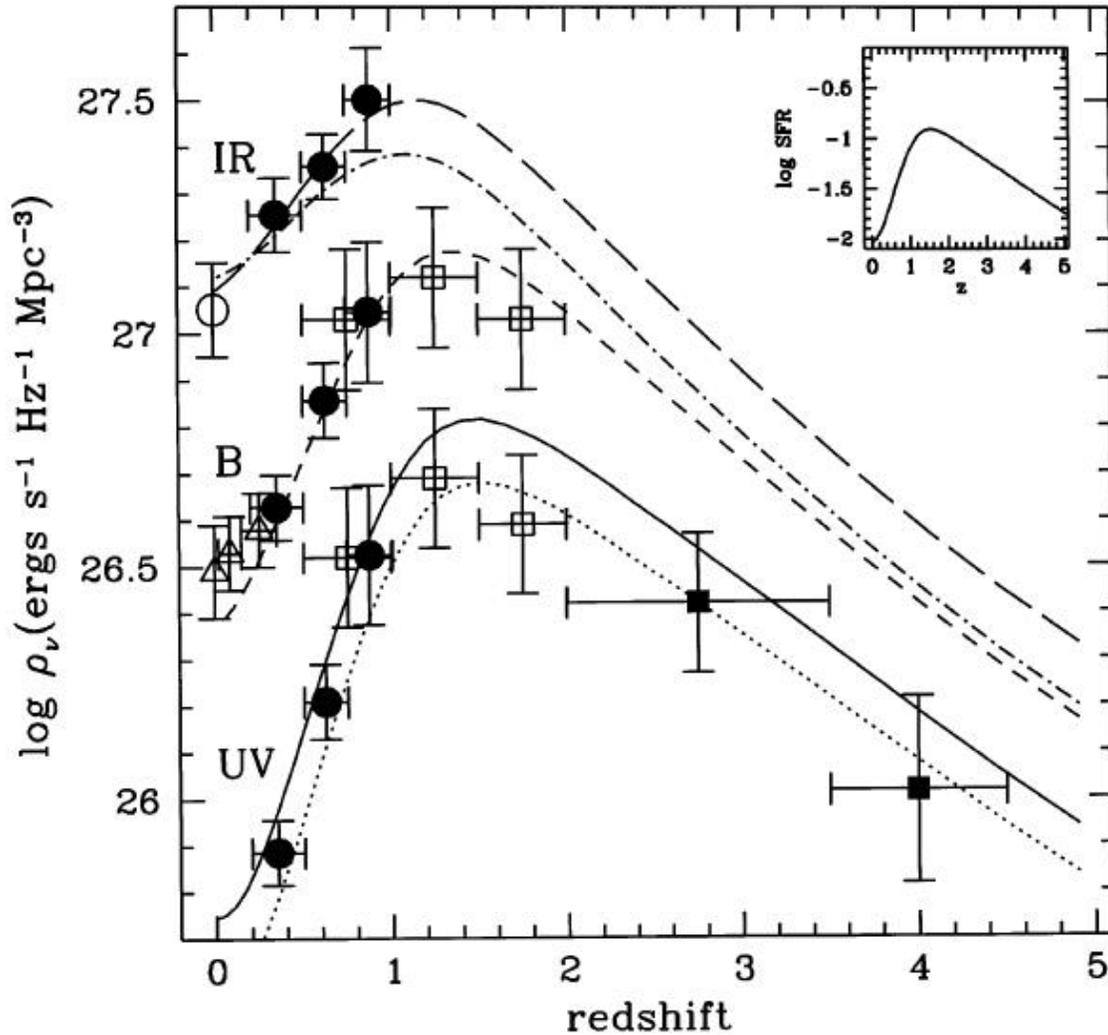


Figura 12.4: Evoluzione della densita' di luminosita' in vari bande fotometriche in funzione del redshift. Nel riquadro piccolo viene mostrata l'evoluzione del tasso di formazione stellare cosmico derivato dalle densita' di luminosita'. Figura da Madau et al. (1998). La IMF e' quella di Salpeter.

formazione stellare e' misurato dalla luce ultravioletta nelle galassie ad alto redshift e dalla luce visibile e infrarossa in quelle a piu' basso redshift, le unita' di misura del tasso cosmico sono  $M_{\odot} yr^{-1} Mpc^{-3}$ .

In seguito piu' misure ultraviolette ed infrarosse si sono accumulate e si e' arrivati a stimare il tasso di formazione stellare cosmico fino a  $z = 6$ . In Figura 12.5 mostriamo il grafico di Hopkins & Beacom (2006).

Si nota che gli ultimi dati sul tasso di formazione stellare cosmico non mostrano una forte diminuzione di tale tasso per  $z > 1.5$  come nell'originale grafico di Madau, ma piuttosto un tasso crescente fino a quasi  $z = 3$  e poi decrescente andando verso  $z = 6$ . Questo diagramma chiaramente non e' definitivo perche' nuovi dati si aggiungeranno a quelli attuali. E' comunque molto importante poiche' puo' indicarci quando e' veramente iniziata la formazione stellare e quindi ci consente di imporre vincoli sui meccanismi di formazione delle galassie.

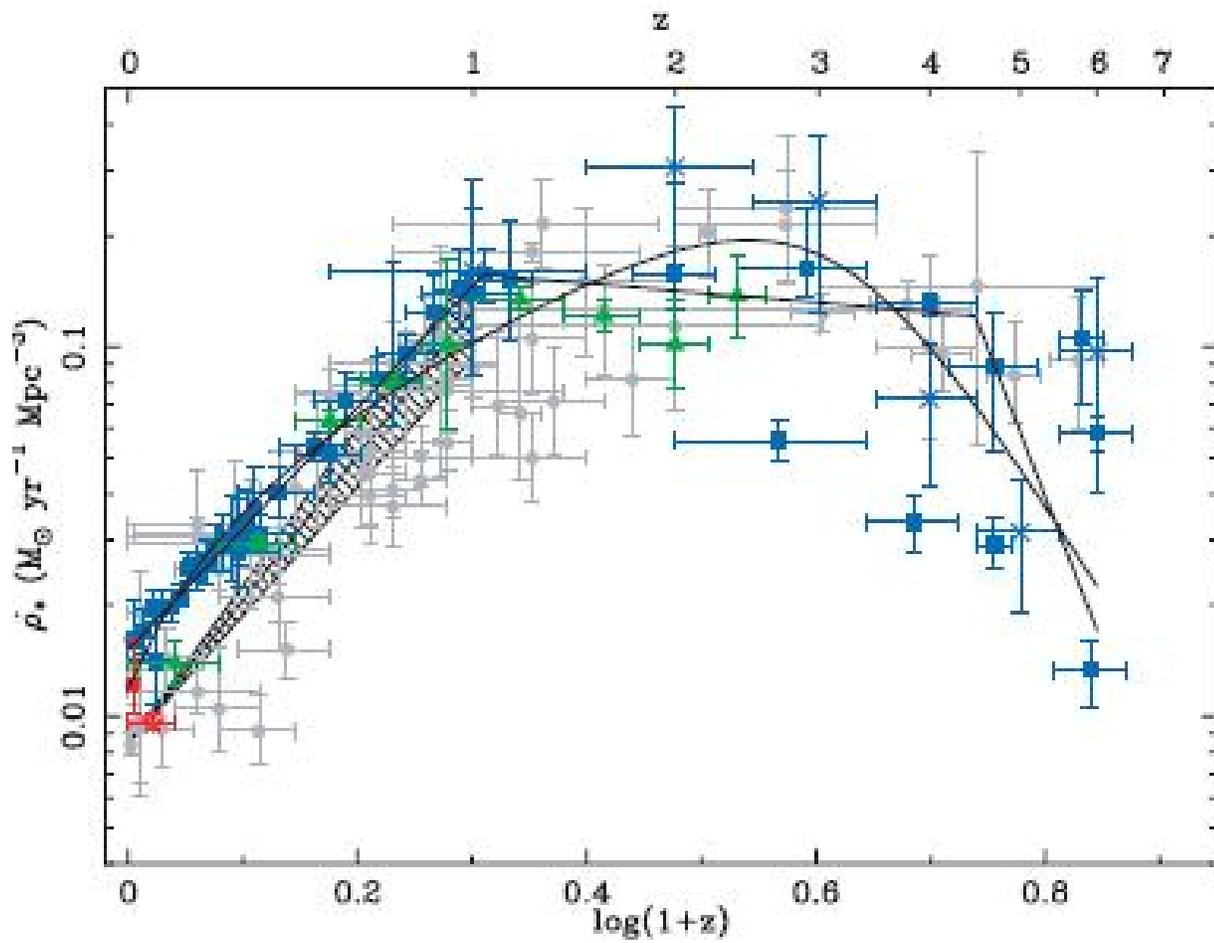


Figura 12.5: Evoluzione del tasso di formazione stellare cosmico derivato da Hopkins & Beacom (2006).

## 12.4 Gli stadi finali dell'evoluzione delle galassie

Cerchiamo di immaginare quali sarebbero gli stadi finali dell'evoluzione delle galassie nei due seguenti casi:

- universo aperto
- universo chiuso

Nel caso di un universo aperto: la massa piu' piccola che emette energia per effetto delle reazioni termonucleari e' la  $0.1M_{\odot}$ . Il suo tempo di vita e' 100 volte piu' lungo del tempo di vita del sole, il che vuol dire  $10^{12} - 10^{13}$  anni. Dopo un tale tempo, pertanto, ogni galassia non brillera' piu' e sara' costituita soprattutto da resti stellari (nane bianche, stelle di neutroni e buchi neri). Nelle regioni dei nuclei galattici le collisioni stellari porteranno alla formazione di buchi neri massivi e cosi' accadrà negli ammassi stellari. I buchi neri in seguito evaporeranno, si arrivera' al decadimento del protone? Il cannibalismo delle galassie negli ammassi si concludera' e nelle poche galassie sopravvissute le collisioni stellari diventeranno importanti.

In un universo chiuso: cominciamo ignorando le proprieta' termiche della materia. In un universo in contrazione le distanze tra le stelle tendono a diminuire e cosi' le collisioni tra stelle diventano importanti. Le stelle verranno espulse dalle galassie e catturate da altre. Pian piano non esisteranno piu' galassie ma solo stelle, queste a loro volta esisteranno fintantoche' la loro separazione sara' confrontabile con i loro raggi. Tuttavia le proprieta' termiche non possono essere ignorate e quindi cio' che e' stato detto finora e' falso. Infatti, in un universo in contrazione si verrebbe a creare un intenso campo di radiazione dovuto alla trasformazione da redshift a blueshift e pertanto prima che le stelle coalescano si avrebbe che la temperatura interna stellare diventerebbe uguale alla temperatura stellare esterna con conseguente distruzione della stella. Quindi l'effetto netto di un universo in contrazione sarebbe la distruzione di tutte le stelle.

# Capitolo 13

## EVOLUZIONE CHIMICA COSMICA

L'evoluzione chimica cosmica e' l'evoluzione di un volume comovente e unitario ( $1Mpc^3$ ) di Universo in funzione del redshift.

### 13.1 Modelli analitici

L'evoluzione chimica cosmica puo' essere descritta in termini di densita' comoventi di gas e di stelle, ambedue misurate in termini della densita' critica dell'universo ( $\rho_{crit} = 3H_o^2/8\pi G$ ).

In particolare, possiamo definire la densita' cosmica comovente del gas:

$$\Omega_{gas} = \rho_{gas}/\rho_{crit}, \quad (13.1)$$

e la densita' stellare cosmica comovente come:

$$\Omega_s = \rho_*/\rho_{crit}. \quad (13.2)$$

Allo stesso modo definiamo la metallicita' cosmica come:

$$Z = \Omega_m/\Omega_{gas}, \quad (13.3)$$

dove  $\Omega_m = \rho_m/\rho_{crit}$  e' la densita cosmica di metalli. Per mezzo delle definizioni date possiamo scrivere le equazioni per il modello Semplice di evoluzione chimica cosmica, analogamente alle equazioni del Capitolo 10 ed ottenere le seguenti soluzioni (vedi Pei & Fall, 1995):

$$\Omega_{gas} + \Omega_* = \Omega_{gas\infty}, \quad (13.4)$$

$$Z = -y_Z \ln(\Omega_{gas}/\Omega_{gas\infty}) \quad (13.5)$$

dove  $\Omega_{gas\infty}$  e' la densita' comovente di gas quando ancora le stelle non erano nate, ovvero la *densita' primordiale comovente di gas*. Le ipotesi sono le stesse studiate per il modello Semplice ovvero, modello chiuso, IMF costante, gas iniziale privo di metalli, mescolamento istantaneo e ipotesi di riciclaggio istantaneo. La soluzione per i metalli e' la stessa dell'equazione (216).

Si possono trovare anche soluzioni per i casi con flussi di gas entranti e uscenti.

In particolare, per il caso di solo accrescimento di gas (infall), se poniamo  $\dot{\Omega}_\Lambda = \Lambda \dot{\Omega}_*$ , dove  $\dot{\Omega}_\Lambda$  e' il tasso di accrescimento di gas (infall) in un volume unitario di Universo e  $\dot{\Omega}_*$  e' esattamente

il tasso di formazione stellare in un volume unitario di Universo e  $Z_\Lambda = 0$  e' la metallicita' nulla del gas che viene accresciuto dal sistema, si ottiene:

$$\Omega_{gas} + (1 - \Lambda)\Omega_* = \Omega_{gas_\infty}, \quad (13.6)$$

e:

$$Z = y_Z/\Lambda[1 - (\Omega_{gas}/\Omega_{gas_\infty})^{\Lambda/(1-\Lambda)}]. \quad (13.7)$$

Nel caso di solo flusso di gas uscente (outflow) con tasso  $\dot{\Omega}_\lambda = -\lambda\dot{\Omega}_*$  e  $Z_w = Z$ , la soluzione e':

$$\Omega_{gas} + (1 + \lambda)\Omega_* = \Omega_{gas_\infty}, \quad (13.8)$$

e

$$Z = -[y_Z/(1 + \lambda)\ln(\Omega_{gas}/\Omega_{gas_\infty})]. \quad (13.9)$$

Le quantita'  $\Lambda$  e  $\lambda$  sono due parametri liberi definiti gia' nel Capitolo 11.

Un'applicazione di queste soluzioni e' mostrata in Figura 13.1, dove alcune quantita' come la metallicita' media comovente del mezzo interstellare, la densita' comovente di HI e il tasso di formazione stellare (SFR) comovente sono predetti in funzione del redshift per un volume unitario di universo.

## 13.2 Modelli numerici: il modello di Calura & Matteucci (2004)

Occorre tenere presente che in un volume unitario di Universo il gas, le stelle e i metalli appartengono a galassie di diverso tipo morfologico. Alcuni modelli numerici (senza riciclaggio istantaneo) di evoluzione chimica cosmica hanno tenuto conto di questo fatto e ipotizzato che ogni tipo morfologico sara' presente in una percentuale dettata sia dal particolare modello di formazione delle galassie prescelto che dalle funzioni di luminosita' misurate, se esistenti. Si considerano modelli dettagliati di evoluzione chimica per galassie di diverso tipo morfologico (ellittiche, spirali ed irregolari). La differenza principale tra i vari modelli consiste nella diversa storia di formazione stellare adottata per i diversi tipi morfologici, ed in particolare la differenza risiede nella diversa efficienza di formazione stellare, molto alta per le ellittiche, media per le spirali e molto bassa per le irregolari.

La percentuale di galassie di ogni tipo morfologico ad ogni redshift dipende dalle funzioni di luminosita' dei vari tipi, che a loro volta dipendono da come si sono formate ed evolute le galassie in un tempo di Hubble. Le funzioni di luminosita' osservate esistono per redshift bassi e medi mentre ad alto redshift si ha meno informazione. Pertanto i risultati dei modelli di evoluzione chimica per i vari tipi morfologici vengono pesati sulle loro funzioni di luminosita' estrapolate fino ad alto redshift. Questo metodo fu proposto da Calura & Matteucci (2004) che hanno calcolato il tasso cosmico di produzione degli elementi (He e metalli) in un volume unitario di Universo. In particolare, il tasso totale di produzione, espresso in unita' di  $M_\odot yr^{-1} Mpc^{-3}$ , di un generico elemento chimico e' definito come:

$$\dot{\rho}_i = \sum_k \rho_{B,k}(M/L_B)_k \gamma_{i,k}, \quad (13.10)$$

dove  $k$  indica il tipo morfologico di galassia (ellittica, spirale, irregolare) e  $(M/L_B)_k$  e' il rapporto massa/luminosita' del k-esimo tipo di galassia. La lettera  $B$  si riferisce alla banda elettromagnetica blu, cosi' che  $\rho_{B,k}$  rappresenta la densita' di luminosita' blu di galassie di tipo  $k$ , ovvero:

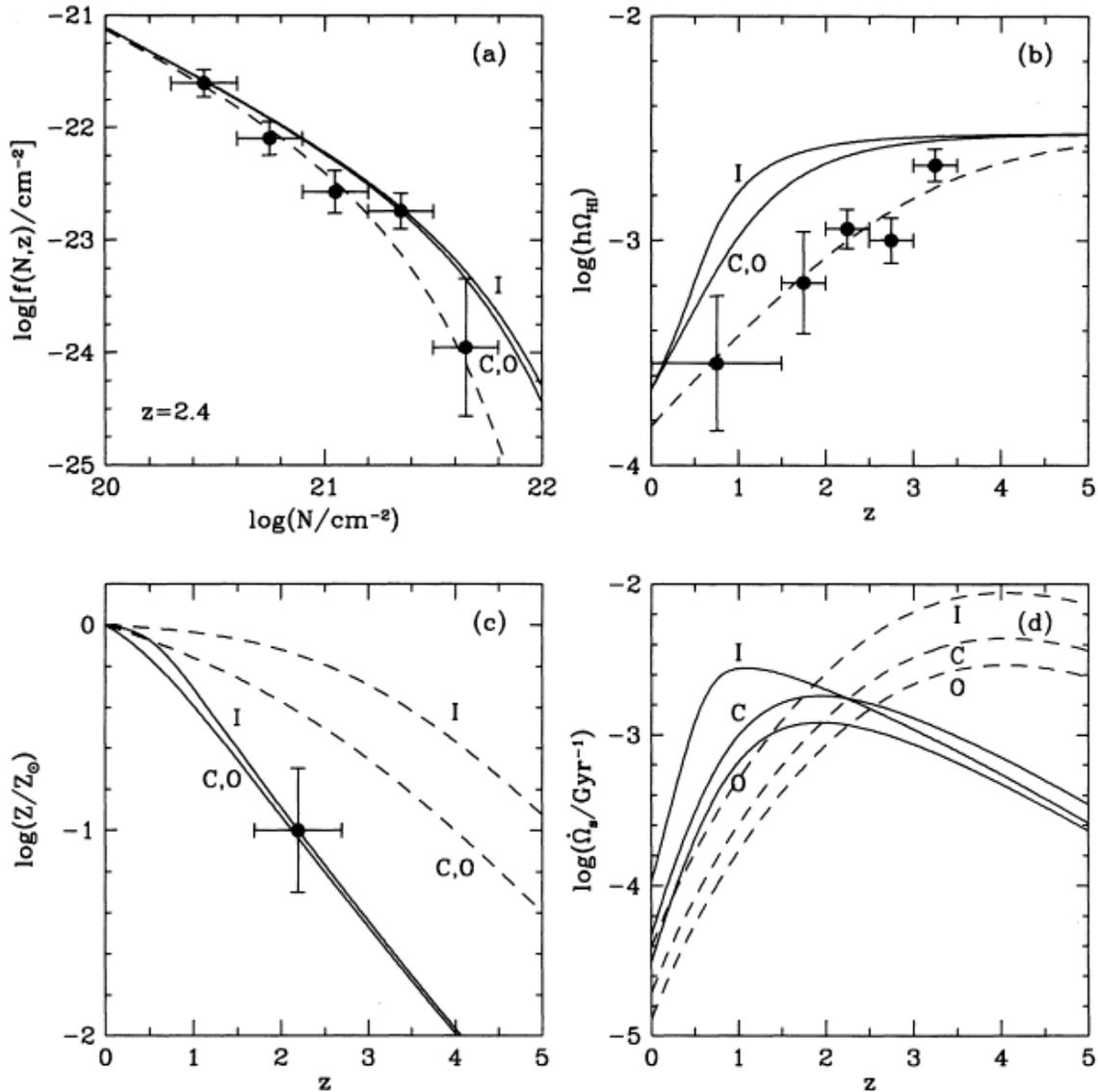


FIG. 1.—Cosmic chemical evolution for  $\Omega_{gas\infty} = 4 \times 10^{-3} h^{-1}$ ,  $\nu = 0.5$ , and  $q_0 = 0.5$ : (a) distribution of H I column densities at  $z = 2.4$ ; (b) comoving density of H I; (c) mean metallicity in the interstellar medium; (d) comoving rate of star formation. The solid curves represent true quantities in the closed-box (C), inflow (I), and outflow (O) models with obscuration. The dashed curves in (a) and (b) represent the corresponding observed quantities, while the dashed curves in (c) and (d) show the effects of neglecting obscuration in each of the models. The data points with error bars in (a), (b), and (c) are from Lanzetta et al. (1991), Lanzetta et al. (1995), and Pettini et al. (1994), respectively.

Figura 13.1: Evoluzione chimica cosmica: per  $\Omega_{gas\infty} = 4 \cdot 10^{-3} h^{-1}$ , parametro di vento  $\lambda = 0.5$ , parametro di infall  $\Lambda = 0.5$  e  $q_0 = 0.5$ . a) distribuzione della densità' colonnare di HI a  $z=2.4$ ; b) densità' comovante di HI; c) metallicità' media del mezzo interstellare; d) tasso comovante di formazione stellare. Le curve solide rappresentano quantità' nell'ambito del modello chiuso (C), inflow (I) e outflow (O) dove oscuramento da polvere e' tenuto in conto. Le linee tratteggiate in a) e b) sono le corrispondenti quantità' osservate, mentre le tratteggiate in c) e d) mostrano l'effetto di trascurare l'oscuramento in ciascun modello.

$$\rho_{B,k} = \int_{L_{Bmin}}^{L_{Bmax}} \Phi(L_B)_k (L_B/L_{Bk}^*) dL_B, \quad (13.11)$$

dove  $\Phi(L_B)_k$  e' la funzione di luminosita' del tipo morfologico  $k$  ed  $L_{Bk}^*$  e' la luminosita' al break della funzione di luminosita'. Infine,  $\gamma_{i,k}$  e' il tasso di restituzione del gas dalle stelle morenti, normalizzato alla massa stellare totale del prototipo della  $k$ -esima galassia, e contiene sia gli elementi nuovi prodotti dalla galassia sia quelli restituiti senza essere stati processati. Questa quantita' e' espressa in unita' di  $yr^{-1} Mpc^{-3}$  ed e' data da:

$$\gamma_{i,k} = \int_{M_{min}}^{M_{max}} \psi_k(t - \tau_m) R_{mi}(t - \tau_m) \phi_k(m) dm \quad (13.12)$$

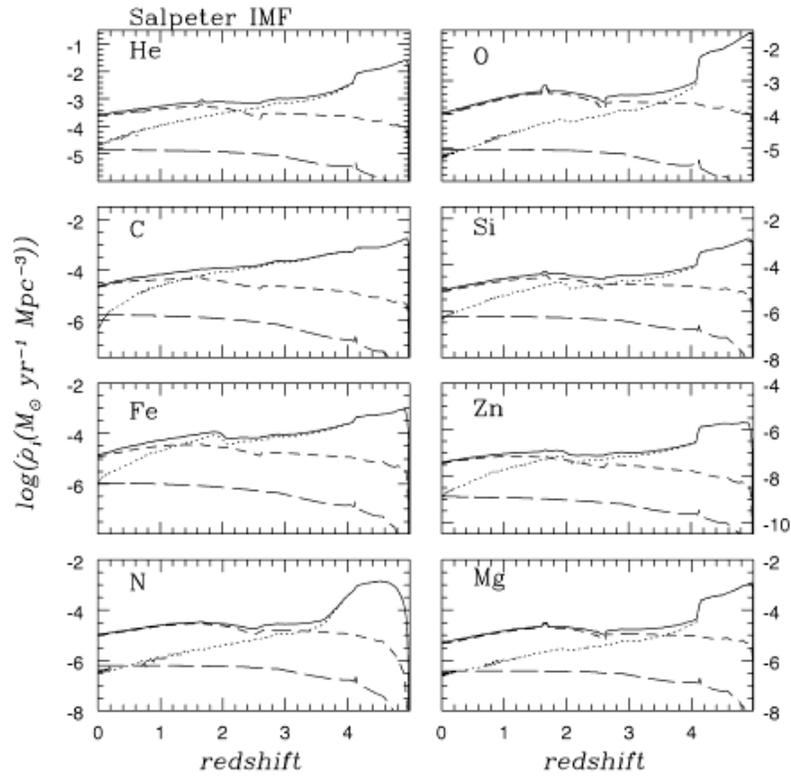
dove  $R_{mi}$  e' la quantita' di massa espulsa da una stella di massa  $m$  sotto forma dell'elemento  $i$ -esimo nuovo e vecchio. La quantita'  $\psi_k$  e' il tasso di formazione stellare del  $k$ -esimo tipo di galassia, e  $\phi_k(m)$  e' la funzione di massa della  $k$ -esima galassia. Per mezzo di  $\psi_k$  possiamo calcolare il tasso di formazione stellare cosmico, ovvero:

$$\dot{\rho}_* = \sum_k \rho_{B,k} (M/L_B)_k \psi_k. \quad (13.13)$$

E' evidente dalle equazioni precedenti che sia la produzione cosmica di metalli che il tasso cosmico di formazione stellare dipendono dall'evoluzione chimica delle diverse galassie ma anche dalle ipotesi sull'evoluzione delle loro funzioni di luminosita', che a loro volta dipendono dai meccanismi di formazione delle galassie. In altri termini, le galassie hanno iniziato a formare stelle tutte allo stesso momento? In questo caso si ha lo scenario di evoluzione soltanto in luminosita' (pure luminosity evolution, PLE). Oppure, oltre che in luminosita' e' cambiata anche la distribuzione dei diversi tipi morfologici in funzione del tempo cosmico o redshift? In questo caso si ha evoluzione in densita' (density evolution, DE). A questa seconda categoria appartengono i modelli di formazione gerarchica delle galassie: ad esempio, si puo' supporre che all'inizio si formarono solo galassie spirali che in un secondo tempo si fusero tra loro (merging) per dare vita alle ellittiche. Forse nessuno dei due scenari e' interamente corretto. Queste ipotesi sono contenute nella densita' di luminosita' comovente  $\rho_{B,k}$ , per esempio.

In Calura & Matteucci (2004) si calcolarono i tassi cosmici di arricchimento chimico nel caso di pure evoluzione in luminosita', cioe' assumendo che tutte le galassie di ogni tipo morfologico inizino a formare stelle allo stesso momento (tempo zero, ) e poi evolvano in accordo con le loro specifiche storie di formazione stellare. In particolare, si ipotizzo' che le ellittiche si formarono a causa di un intenso burst iniziale di formazione stellare, della durata di circa 1 Gyr e che poi la formazione stellare fu bloccata da un vento galattico che sottrasse alla galassia tutto il suo gas residuo dalla formazione stellare. Le spirali invece formarono stelle ad un tasso minore e le formano ancora adesso, e cosi' le irregolari che ebbero ed hanno un tasso di formazione stellare molto basso, motivo per cui contengono ancora tanto gas. In Figura 14.2 mostriamo i risultati di questo lavoro: per ogni elemento chimico e' riportato il tasso di produzione da parte di galassie di diverso tipo morfologico (ellittica, spirale ed irregolare) in funzione del redshift. In questo caso si ipotizzo' che tutte le galassie iniziarono a formare stelle a redshift  $z = 5$ . La funzione iniziale di massa adottata e' la Salpeter (1955) ed e' uguale per tutti i tipi di galassie.

Dai modelli di Figura 14.2 e' facile calcolare le abbondanze chimiche medie nelle tre principali componenti barioniche dell'universo: stelle, mezzo interstellare e mezzo intergalattico. Si parte calcolando la metallicita'  $Z$  media delle stelle e del gas nelle ellittiche, nelle spirali e nelle irregolari. Poi si puo' calcolare la metallicita' media delle stelle e del gas in tutte le galassie e quindi la metallicita' media dentro le galassie. Per calcolare la metallicita' media del mezzo intergalattico



**Figure 1.** Predicted production rate densities versus redshift for  ${}^4\text{He}$ , O, C, Si, Fe, Zn, N and Mg assuming a Salpeter IMF. Short-dashed lines: contribution by spiral galaxies; dotted lines: contribution by spheroids; long-dashed lines: contribution by irregulars; solid lines: total production rate densities.

Figura 13.2: Tassi cosmici di produzione dei vari elementi indicati. le linee a tratteggio breve sono il contributo di una tipica spirale, le linee punteggiate sono il contributo degli sferoidi e le linee a lungo tratteggio sono i contributi delle irregolari.

(IGM) basta considerare il gas espulso tramite venti galattici dagli sferoidi (ellittiche) poiche' il gas espulso da spirali ed irregolari e' trascurabile.

Pertanto per calcolare la metallicita' media delle galassie al tempo presente posso scrivere:

$$\langle Z_G \rangle = \frac{\rho_{ISM} Z_{ISM} + \rho_* Z_*}{\rho_{ISM} + \rho_*} = 0.0175 \quad (13.14)$$

che e' la metallicita' media delle galassie di tutti i tipi morfologici pesata sulla massa. Le quantita'  $\rho_{ISM}$  e  $\rho_*$  sono la densita' cosmica del gas e delle stelle, rispettivamente.

Se adottiamo per il valore della  $Z$  solare quello di Asplund et al. (2009),  $Z_\odot = 0.0134$  allora possiamo scrivere:

$$\langle Z_G \rangle \sim 1.3 Z_\odot, \quad (13.15)$$

che e' vicino al valore solare e quindi si puo' concludere che la **metallicita' media delle galassie e' quasi solare**. E' interessante derivare dai modelli anche il rapporto  $\langle [O/Fe]_* \rangle$  (espresso in dex) nelle stelle delle galassie e si trova che: le ellittiche hanno  $\langle [O/Fe]_* \rangle_E = +0.4$ , le spirali  $\langle [O/Fe]_* \rangle_{sp} = +0.1$  e le irregolari  $\langle [O/Fe]_* \rangle_{Ir} = +0.1$  dex. Allo stesso modo si deriva il  $\langle [O/Fe]_{ISM} \rangle$  rapporto medio nell'ISM:  $\langle [O/Fe]_{ISM} \rangle_E = -0.33$ ,  $\langle [O/Fe]_{ISM} \rangle_{sp} = +0.1$  e  $\langle [O/Fe]_{ISM} \rangle_{Ir} = +0.1$  dex.

Si vede pertanto che le stelle nelle galassie ellittiche hanno in media rapporti  $[\alpha/Fe]$  piu' alti che nelle stelle delle altre galassie e allo stesso tempo rapporti  $[\alpha/Fe]$  piu' bassi nel gas che nel gas delle altre galassie. Questo fatto rende un po' difficile da capire come le galassie ellittiche possano formarsi da fusioni di galassie spirali, come invece suggeriscono gli scenari cosmologici.

Queste stime sono state ottenute adottando la IMF di Salpeter (1955) in tutte le galassie.

La metallicita' media dell'IGM, considerando i venti galattici, si trova essere:

$$\langle Z_{IGM} \rangle \sim 0.027 Z_\odot. \quad (13.16)$$

Infine, mediando la  $\langle Z_G \rangle$  e la  $\langle Z_{IGM} \rangle$ , tenendo conto della densita' di materia nelle due componenti, si ottiene la metallicita' media dell'intero universo locale, ovvero:

$$\langle Z_U \rangle \sim 0.127 Z_\odot. \quad (13.17)$$

Questo valore non e' ovviamente la media aritmetica della metallicita' dell'IGM e delle galassie, ma e' pesata sulle densita' delle due componenti. Quindi la metallicita' media dell'Universo locale risulta essere molto piu' bassa della metallicita' solare che e' invece nota come *metallicita' cosmica*.

### 13.2.1 Altri scenari di formazione delle galassie

Sempre nell'ambito dell'approccio sopra descritto si puo' calcolare l'evoluzione cosmica del gas e delle abbondanze chimiche con un approccio simile ma che consente di variare lo scenario cosmologico di formazione delle galassie.

In particolare, possiamo partire dal tasso di formazione stellare cosmico e definirlo come:

$$CSFR = \sum_k \psi_k(t) \cdot n_k^* (M_\odot yr^{-1} Mpc^{-3}) \quad (13.18)$$

dove il  $n_k^*$  e' la densita' di galassie di tipo  $k$ . Questa densita' puo' essere assunta costante (PLE, pure luminosity evolution) o variabile col tempo cosmico (DE, density evolution). Il tasso di formazione stellare,  $\psi(t)_k$ , viene fornito dai modelli di evoluzione chimica di galassie di diverso tipo morfologico.

Nella ipotesi di DE si puo' scrivere:

$$n_k^*(z) = n_{k,0}^* \cdot f(z, \beta_k) \quad (13.19)$$

dove  $n_{k,0}^*$  e' la densita' di galassie di tipo  $k$  a redshift  $z=0$  e  $f(z, \beta_k)$  e' una funzione del redshift e di  $\beta_k$ , un parametro che descrive l'evoluzione della densita' di galassie col redshift (vedi Vincoletto et al. 2012). Cosi' in questo caso  $n_k^*(z)$  e' una funzione del tempo. Nel parametro  $\beta_k$  sono contenute tutte le informazioni riguardo al modello cosmologico scelto per descrivere il processo di formazione delle galassie. Una possibile espressione per  $f(z, \beta_k)$  e' (Vincoletto et al. 2012):

$$f(z, \beta_k) = (1 + z)^{\beta_k}. \quad (13.20)$$

In questo modo, qualsiasi quantita' fisica calcolata per una data galassia puo' essere pesata sulla densita' di quel tipo di galassia, ad un dato tempo cosmico, e sommata agli altri tipi per ottenere la quantita' cosmica comovente corrispondente. Possiamo quindi calcolare il CSFR, le abbondanze di qualsivoglia elemento, il gas e anche la quantita' di polvere, in modelli in cui se ne tenga conto.

In Figura 14.3 mostriamo il tasso cosmico di formazione stellare (CSFR) ottenuto da Gioanini et al. (2017) seguendo i principi descritti sopra. I modelli cosmologici considerati qui sono: i) PLE, ii) DE (clustering gerarchico) e iii) modello alternativo, sempre di tipo DE, derivato da osservazioni delle funzioni di luminosita' (Pozzi et al. 2015).

Come si puo vedere dalla Figura 14.3, lo scenario PLE e' poco realistico e prevede che la maggior parte della formazione stellare sia concentrata ad alto redshift e sia dovuta alle ellittiche. Lo scenario DE del clustering gerarchico assume invece che le ellittiche si formino soprattutto da merging di spirali a redshift intermedio e basso e anche questo non riproduce i dati osservativi, soprattutto ad alto redshift. Lo scenario alternativo invece sembra riprodurre molto bene i dati: anche in questo scenario le spirali dominano sulle ellittiche a redshift  $z > 5$  ma non cosi' tanto come nel clustering gerarchico (scenario DE).

Definiamo ora la metallicita' cosmica media  $\langle Z_{cosmic} \rangle$  come:

$$\langle Z_{cosmic}(t) \rangle = \frac{\sum_k Z_k(t) n_k^*}{\sum_k n_k^*} \quad (13.21)$$

Nelle figure 14.4, 14.5 e 14.6 mostriamo infine l'evoluzione della metallicita' cosmica media nel caso del modello PLE, del modello DE clustering gerarchico e del modello alternativo. Come si puo' vedere, i vari modelli prevedono una diversa evoluzione della metallicita' cosmica media comovente ed in particolare il PLE prevede che la maggior parte dei metalli sia stata fatta dalle ellittiche gia' ad alto redshift, mentre il DE prevede che sia stata fatta dalle spirali ma sempre ad alto redshift. Il modello alternativo prevede uno scenario intermedio. Tuttavia, in ogni scenario la metallicita' cosmica media cresce molto rapidamente all'inizio e raggiunge  $0.1 Z_{\odot}$  in soli 250 milioni di anni. Nelle figure sono indicate la  $Z$  cosmica media totale in un volume unitario comovente di Universo in funzione del redshift, ed i contributi dei vari tipi morfologici separatamente. Come si puo' osservare dalle figure, le galassie irregolari sono sempre trascurabili nella produzione cosmica dei metalli in qualsivoglia scenario. Lo scenario alternativo predice andamenti molto simili allo scenario DE ma con un peso maggiore dato alle ellittiche per redshift  $z < 4$ .

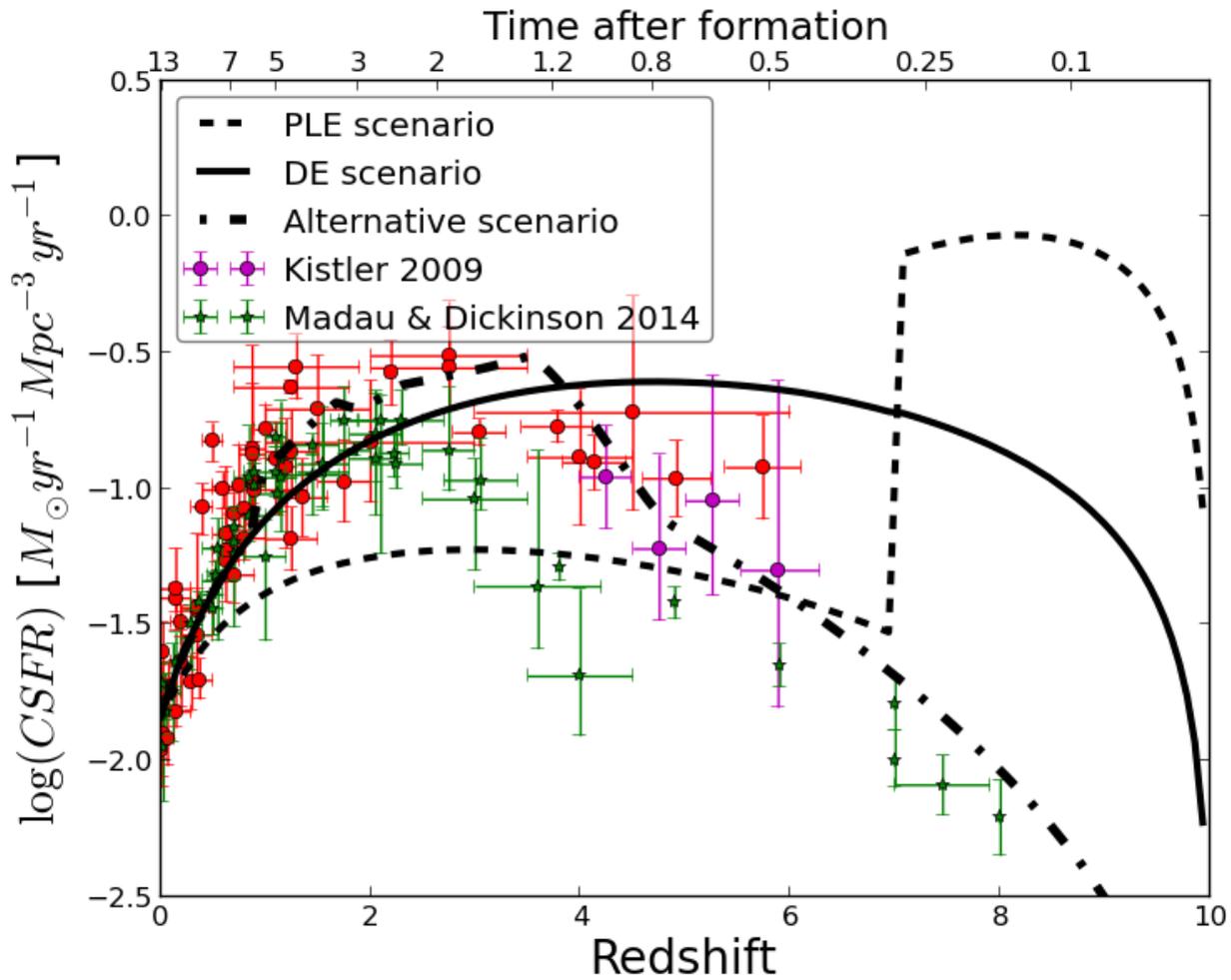


Figura 13.3: CSFR in funzione del redshift per il modello PLE (curva nera tratteggiata), per il DE (curva nera solida) e per lo scenario alternativo (curva tratto e punto nera). Le stelle verdi, i quadrati rossi e i punti magenta sono i dati osservativi nella compilazione di Madau & Dickinson 2014, Hopkins 2007 e Kistler et al. 2009, rispettivamente. Figura da Gioannini et al. 2017.

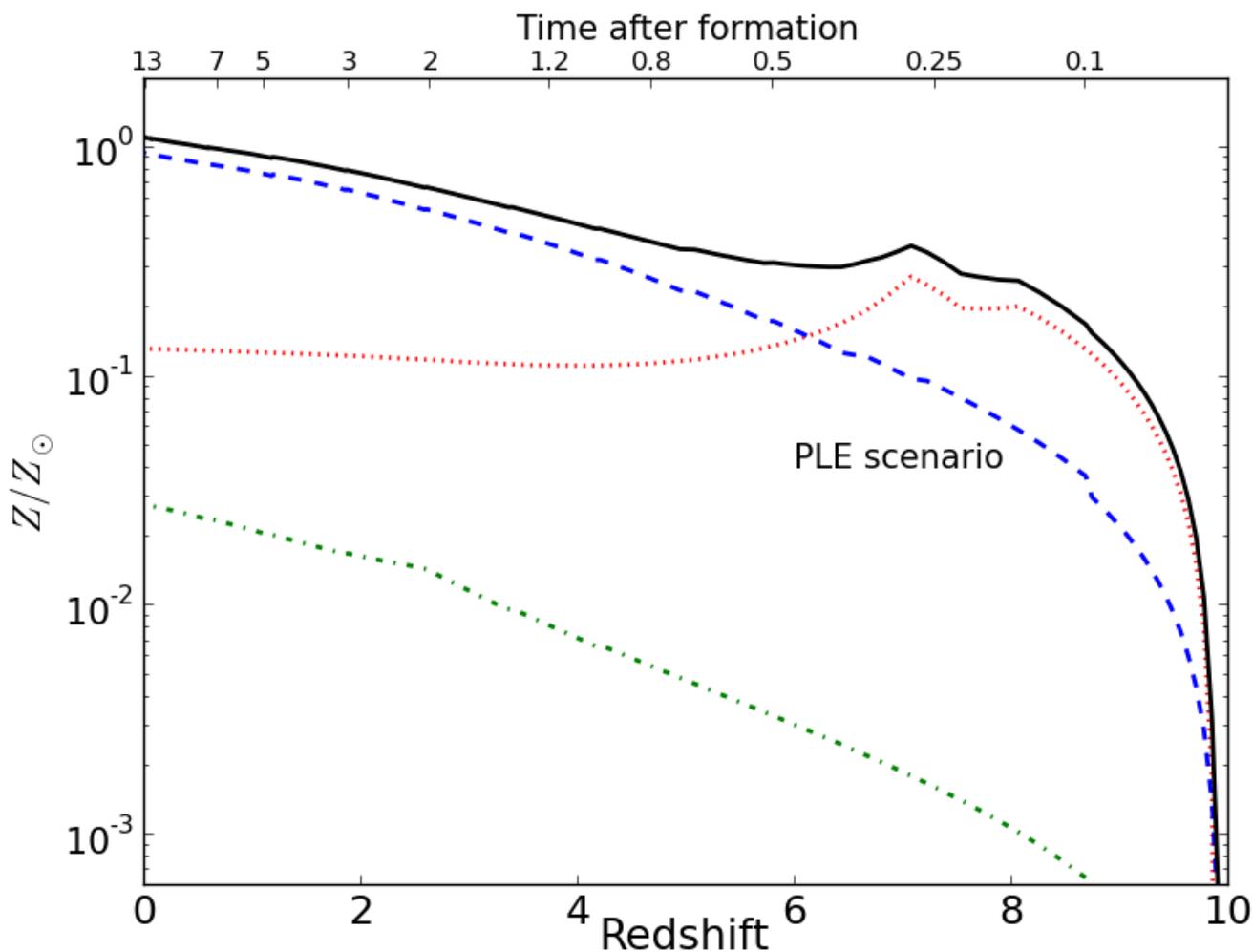


Figura 13.4: Metallicita' cosmica media pesata sulla luminosita' in un volume unitario di Universo (linea continua) e metallicita' medie per ellittiche (linea rossa punteggiata), le spirali (linea blu tratteggiata) e le irregolari (linea verde a tratteggio corto e punto), nel caso PLE. La metallicita' solare e'  $Z_{\odot} = 0.0134$ .

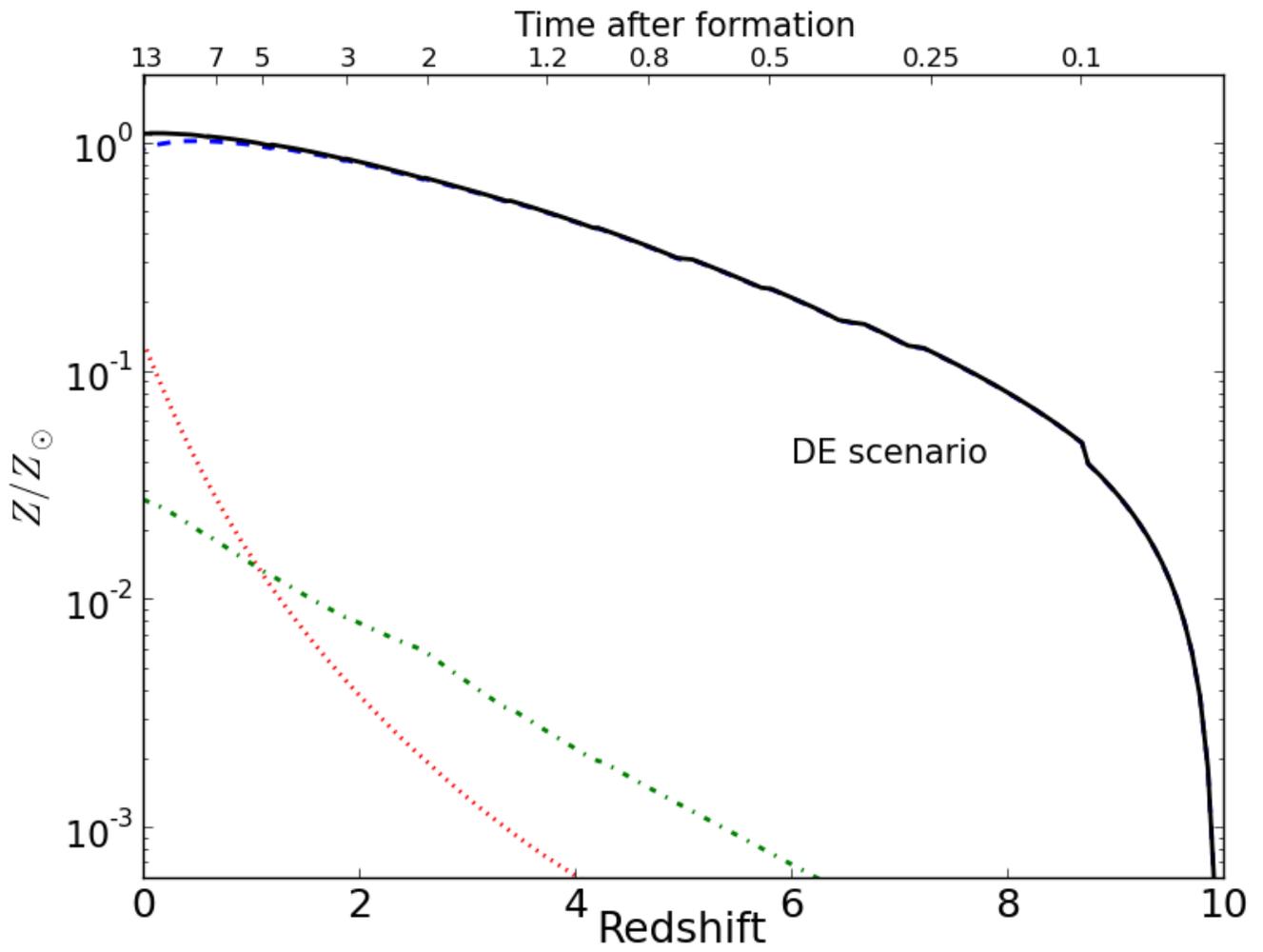


Figura 13.5: Lo stesso della Figura 13.4 ma per il caso DE, clustering gerarchico.

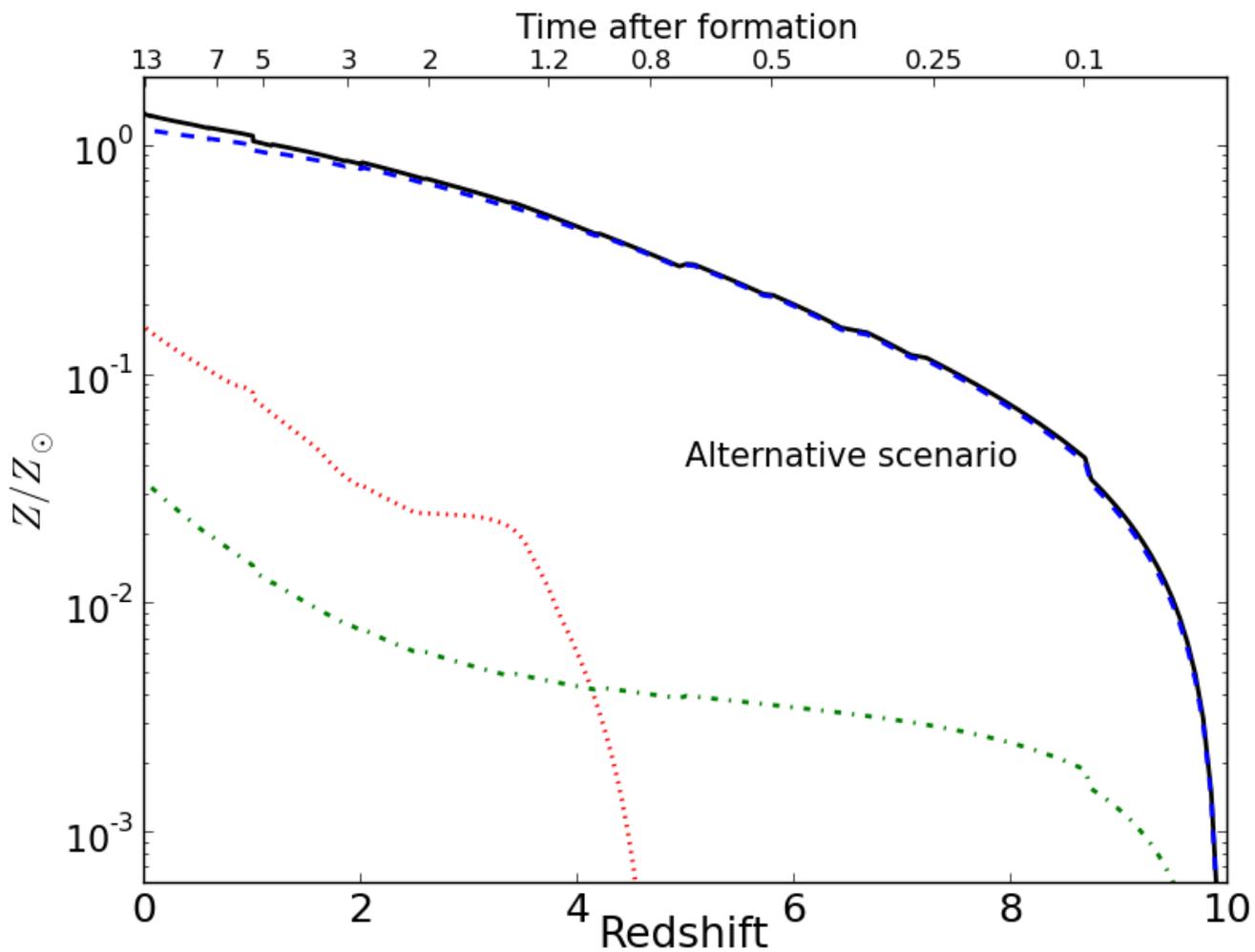


Figura 13.6: Lo stesso della Figura 13.4 ma per il caso dello scenario alternativo derivato da osservazioni (Pozzi et al. 2015), che e' simile ma non uguale al clustering gerarchico.

### 13.2.2 Approccio puramente cosmologico: modello di Daigne et al.(2006)

Se si vuole avere un approccio piu' cosmologico si puo' partire dal principio della formazione gerarchica delle strutture (hierarchical clustering), adottando il formalismo di Press & Schechter (1974) che determina il tasso a cui le strutture accrescono massa, nell'ambito di un Universo di Friedmann in espansione contenente un gas di massa autogravitante. In particolare, si assume che le strutture si formino in maniera gerarchica, ovvero che prima si formino quelle piu' piccole e poi per aggregazione si formino le piu' grandi.

Il modello di Daigne et al. (2006) si basa su questi principi ed include anche lo scambio di materia barionica tra il mezzo interstellare (ISM) ed il mezzo intergalattico (IGM). In Figura 14.7 viene mostrato un sketch del modello di Daigne et al.(2006)

La funzione iniziale di massa (IMF) adottata e' la Salpeter ( $x=1.35$ ) definita in intervallo  $0.1-100M_{\odot}$  e normalizzata ad 1, come abbiamo gia' discusso nel Capitolo 11.

Il tasso di formazione stellare cosmico viene parametrizzato come esponenzialmente decrescente con efficienza  $\nu_1$  (Daigne et al. 2006):

$$\psi(t) = \nu_1 \exp(-t - t_{init})/\tau_1, \quad (13.22)$$

dove  $t_{init}$  e' l'eta' dell'Universo e  $\tau_1$  e' il tempo scala della formazione stellare. Anche in questo caso, come gia' visto per i modelli di evoluzione chimica, i parametri che entrano nella definizione di tasso cosmico di formazione stellare vengono scelti in modo da riprodurre il tasso cosmico osservato (vedi Figura 14.3).

La frazione media di barioni nell'Universo e' definita come  $f_{barioni} = \Omega_b/\Omega_m$ , con  $\Omega_m$  la densita' totale di materia. Il tasso di accrescimento di materia barionica in un modello di formazione gerarchica e' ipotizzato essere proporzionale alla frazione di barioni dentro le strutture,  $f_{b,struct}$ :

$$a_b(t) = \Omega_b(3H_o^2/8\pi G)(dt/dz)^{-1}|df_{b,struct}/dz|, \quad (13.23)$$

dove  $z$  e' il redshift ed  $f_{b,struct}$  e' dato da:

$$f_{b,struct}(z) = \frac{\int_{M_{min}}^{\infty} M f_{PS}(M, z) dM}{\int_0^{\infty} M f_{PS}(M, z) dM} \quad (13.24)$$

La funzione  $f_{PS}(M, z)$  descrive la distribuzione degli aloni di materia oscura data da Press & Schechter (1974); si assume, infatti, che la materia barionica segua la distribuzione della materia oscura. La massa minima per un alone di materia oscura e' assunto essere  $10^7 M_{\odot}$  ed il gas iniziale e' primordiale. Il modello contiene due riserve di gas, quello interstellare (ISM) e quello intergalattico (IGM). I barioni vengono accresciuti dall'IGM all'ISM. Dentro una galassia i barioni formano stelle al tasso  $\psi(t)$  sopra definito a cui viene imposto di riprodurre il tasso cosmico di formazione stellare osservato. Quindi, in questo caso si perde l'identita' delle singole galassie assumendo per esse un tasso cosmico unico, identita' che invece e' preservata nel modello di evoluzione cosmica di Calura & Matteucci.

L'evoluzione del contenuto barionico nell'IGM e nell'ISM e' data da:

$$\frac{dM_{IGM}}{dt} = -a_b(t) + o(t) \quad (13.25)$$

e

$$\frac{dM_{ISM}}{dt} = -\psi(t) + e(t) + a_b(t) - o(t) \quad (13.26)$$

dove  $e(t)$  e' il tasso di materia restituita dalle stelle che muoiono ed e' definito come nella eq. (210bis) nel Capitolo 11, ed  $o(t)$  e' il tasso di vento (outflow) dalla galassia all'IGM.

Il tasso di vento e' definito da:

$$o(t) = \frac{2\epsilon}{v_{esc}^2(z)} \int_{max[8M_{\odot}, m_d(t)]}^{m_{up}} \phi(m)\psi(t - \tau_m)E_{kin}dm, \quad (13.27)$$

dove  $\tau_m$  e' tempo di vita di una stella di massa  $m$ ,  $m_d$  e' la massa che muore al tempo  $t$ ,  $E_{kin}$  e' l'energia cinetica rilasciata dall'esplosione di una stella di massa  $M \geq 8M_{\odot}$ . La quantita'  $\epsilon$  e' la frazione di energia cinetica delle supernovae che va a potenziare il vento galattico, e infine  $v_{esc}^2(z)$  e' il quadrato della velocita' di fuga media dalle strutture a redshift  $z$ .

La massa barionica totale dell'Universo e' data da:

$$M_{baryons} = M_{ISM}(t) + M_*(t) + M_{IGM}(t), \quad (13.28)$$

mentre la massa delle strutture e'  $M_{struct} = M_{ISM}(t) + M_*(t)$ .

Analoghe equazioni possono essere scritte per i metalli o per un generico elemento chimico  $i$ . Per i metalli possiamo scrivere equazioni simili a quelle scritte nel Capitolo 11. In particolare, l'evoluzione della metallicita' dell'IGM sara' determinata dal gas accresciuto dall'ISM, mentre l'evoluzione dell'ISM sara' analoga a quella descritta dall'equazione (221) nel Capitolo 11.

Le equazioni di base sono pertanto le stesse utilizzate nei modelli di evoluzione chimica che pero' sono ora inserite in un contesto cosmologico gerarchico.

In Figura 14.8 mostriamo alcuni dei risultati di Daigne et al. (2006). In particolare, la figura mostra l'andamento del tasso di formazione stellare cosmico, indicato con SFR, del tasso di SNe II, della frazione di barioni e di  $Z/Z_{\odot}$  in funzione del redshift. I parametri cosmologici adottati sono:  $\Omega_m = 0.27$ ,  $\Omega_{Lambda} = 0.73$  e  $H_o = 71 kmsec^{-1} Mpc^{-1}$  (modello  $\Lambda$ CDM, Spergel et al. 2003).

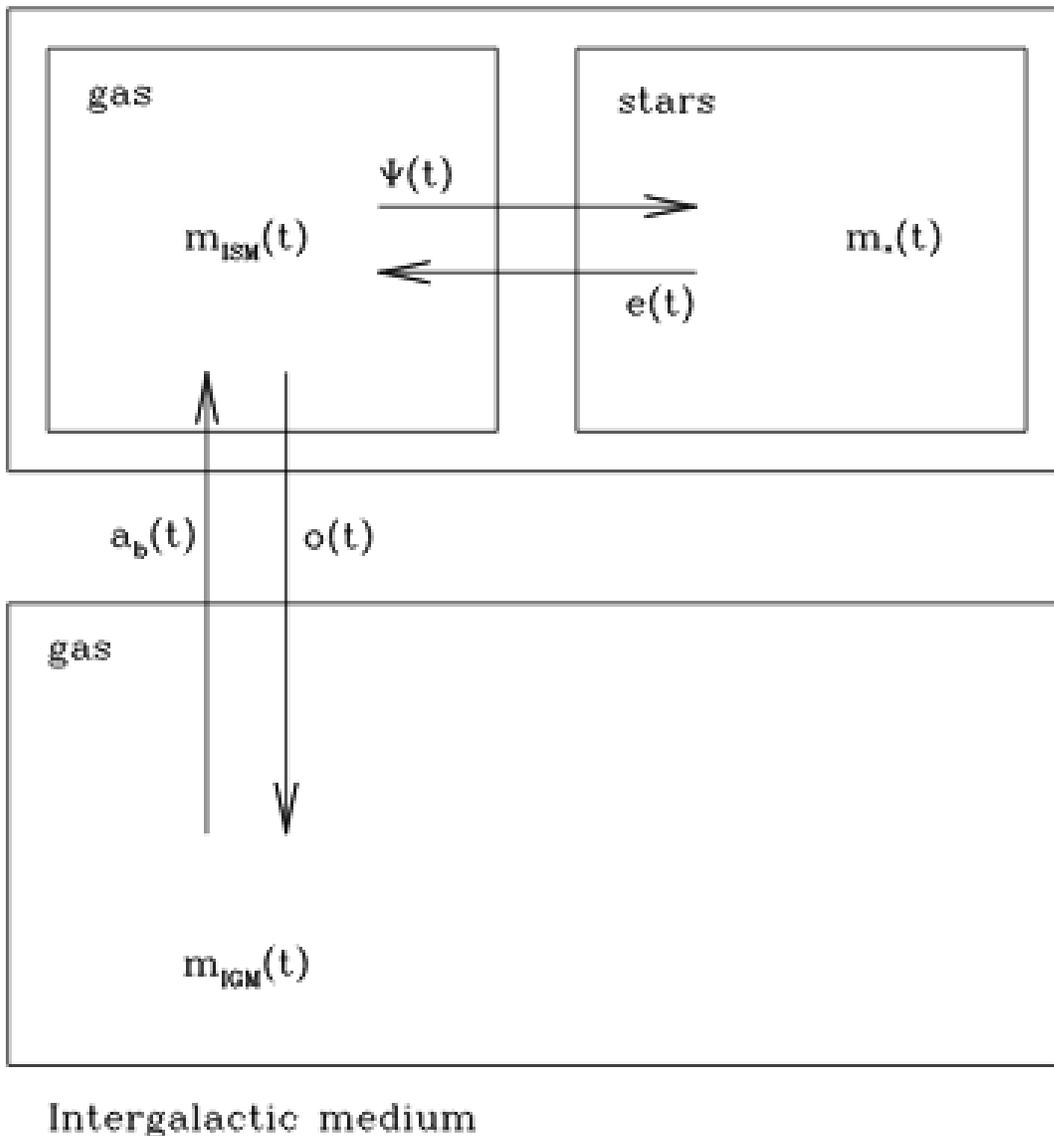


FIG. 1.—Sketch of our cosmic evolutionary model. The three baryon reservoirs (IGM, ISM, and stars) exchange mass via four physical processes (structure formation,  $a_b$ , star formation,  $\Psi$ , gas ejection by stars,  $e$ , outflow from the structures,  $o$ ).

Figura 13.7: Sketch del modello cosmico di Daigne et al.(2006) che illustra l'interscambio tra varie componenti: stelle gas interstellare e gas intergalattico.

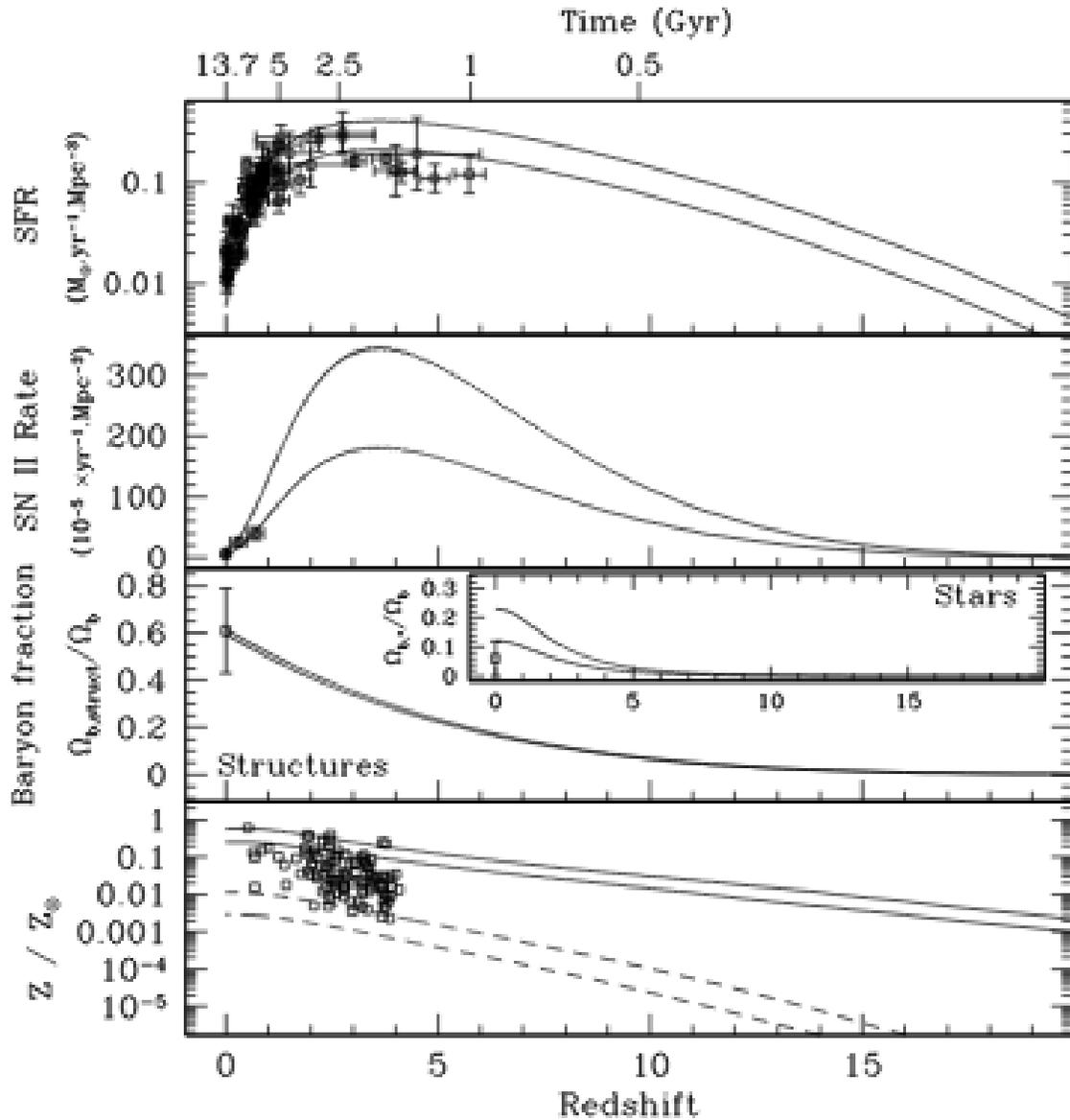


FIG. 4.—As in Fig. 3, we show the best-fit model with  $M_{\min} = 10^7 M_{\odot}$  (*thin line*) and the same model where the astration rate  $\nu_1$  has been arbitrarily multiplied by a factor 2 (*thick line*). Note the new high value of the corresponding local fraction of baryons in stars and the increase in the peak value of the SN rate at a redshift of about 3.

Figura 13.8: Tasso cosmico di formazione stellare, tasso cosmico di supernovae II, frazione barionica cosmica e metallicita' totale cosmica, predette dal modello di Daigne. Il miglior modello (best-fit) e' indicato con linea continua sottile mentre la linea continua spessa indica lo stesso modello con efficienza del tasso di formazione stellare  $\nu_1$  moltiplicato per 2. I dati osservativi sulla metallicita' corrispondono a sistemi Damped-Lyman alfa (DLA, Prochaska et al. 2003). I dati per la CSFR sono presi da Hopkins (2004).

## 13.3 References

Capitolo 1-9:

R.G. Tayler, 1994, "The Stars. Their Structure and Evolution" Cambridge University Press; A. C. Phillips "The Physics of Stars" , Second Edition, Wiley; R.G. Tayler 1993, "Galaxies-Structure and Evolution", Cambridge University Press

Capitolo 10:

B. M. Tinsley, 1980 "Evolution of the gas and stars in galaxies" Fundamentals of Cosmic Physics Vol. 5, p287.; F. Matteucci, 2001, monografia su "The Chemical Evolution of the Galaxy", ASSL Series, Kluwer Academic Publisher, Dordrecht:Holland; monografia su "Chemical Evolution of galaxies" by F. Matteucci, 2012, Springer-Verlag; Chiappini, Matteucci & Gratton, 1997, ApJ, 477, 765; Spitoni, Vincenzo & Matteucci, 2017, A&A, 599, 6.

Capitolo 11:

A. Renzini & A. Buzzoni, 1986 "Global Properties of Stellar Populations and the Spectral Evolution of Galaxies", in Spectral Evolution (Dordrecht, D. Reidel Publishing Co.) p. 195; C. Maraston, 2005, MNRAS, 362, 799; E. Brocato et al. 1990. ApJ, 349, 458; A. Bressan et al., 1994, ApJSuppl., 94, 63; "Evolution of Stars and Stellar Populations", di M. Salaris & S. Cassisi, 2005, JOHN WILEY & Sons, Ltd

Capitolo 13:

"Chemical Evolution of galaxies" by F. Matteucci, 2012, Springer-Verlag; F. Calura & F. Matteucci, 2004, MNRAS, 350, 351; F. Daigne et al., 2006, ApJ, 647, 773; L. Gioannini et al. (2017), MNRAS, 471, 4615; Y.C. Pei & S.M.Fall, 1995, ApJ, 454, 69; L. Vincoletto et al. 2002, MNRAS, 421, 3116; V. Springel, & L. Hernquist, MNRAS, 339, 312; Spergel et al. 2003, ApJS, 148, 175.